4) Sentenças na forma $a^n b^n$ com $n > 0$

S ::= aSb | ab

LISTA EXERCÍCIOS - GRAMÁTICAS

① Para $\Sigma = \{a, b\}$ construa Gr que gerem as seguintes linguagens

a) $L = \{w \mid w \in \Sigma^*$ e o último símbolo da cadeia seja igual ao primeiro

S ::= aAa | bAb | a | b
A ::= aA | bB

ou

S ::= aA | bB | a | b
A :: bA | aA | a
B :: bB | aB | b

b) $L = \{w \mid w \in \Sigma^*$ e a subcadeia "bb" $\notin w\}$

S ::= aS | bA | a | b ⇒ {a, b, ab, ba, aab, baa, ababa...}
A :: aS | a

c) $L = \{w \mid w \in \Sigma^*$ e o número de ocorrências de b seja par$\}$ ⇒ {a, aa, a...a, ba...ba...}

S ::= aS | bA | a   A :: aA | bS | b

d) $L = \{ w \mid w \in \Sigma^*$ e o número de ocorrências do símbolo a seja divisível por 3.

$S ::= aA \mid bS \mid b$ $\Rightarrow \{aaa, bb, b, ababa, \dots\}$
$A ::= aB \mid bA$
$B ::= aS \mid a \mid bB$

e) $L = \{ w \mid w \in \Sigma^*$ e não possua a's consecutivos $\}$

$S ::= a \mid b \mid bS \mid aA$ $\Rightarrow \{a, b, bb, ba, ab, aba, bab, \dots\}$
$A ::= bS \mid b$

f) $L = \{ w \mid w \in \Sigma^*$ e o número de ocorrências do símbolo a seja igual ao número de ocorrências do símbolo b $\}$

$S ::= aSb \mid bSa \mid ba \mid ab \mid abS \mid baS$

ou

$S ::= aB \mid bA \mid \varepsilon$
$B ::= bS \mid b \mid aBB$
$A ::= aS \mid a \mid bAA$

② Para $\Sigma = \{0, 1, \dots, 9\}$ construa G que gerem as seguintes linguagens:

a) $L = \{ w \mid w \in \Sigma^*$ e $w \in \mathbb{N}$ e $w < 1000 \}$

$S ::= D \mid DD \mid DDD$ ou $S ::= D \mid ND \mid NDD$
$D ::= 0 \mid 1 \mid 2 \mid \dots \mid 9$ $N ::= 1 \mid 2 \mid \dots \mid 9$
$D ::= 0 \mid 1 \mid \dots \mid 9$

③ Para $\Sigma = \{a, b, c\}$ construa G que gerem as seguintes linguagens:

a) $L = \{w \mid w \in \Sigma^{*}$ e $w = a^n b^m c^n$, com $n > 0$ e $m \geq 0\}$

$S ::= aSc \mid aAc$
$A ::= bA \mid \varepsilon$

ou

$S ::= aSBC \mid aSC \mid aC$
$CB ::= BC$
$aB ::= abB$
$bB ::= bbB \mid b$
$bC ::= bc$
$cC ::= cc$
$aC ::= ac$

DERIVAÇÕES:

$\rightarrow S \rightarrow aC \rightarrow ac$
$\rightarrow S \rightarrow aSC \rightarrow aaSCC \rightarrow aaaCCC \rightarrow aaacCC \rightarrow aaaccC$
$aaaccc$
$\rightarrow S \rightarrow aSBC \rightarrow aa\underline{CB}C \rightarrow \underline{aB}CC \rightarrow aa\underline{bB}CC \rightarrow$
$aa\underline{bC}C \rightarrow aab\underline{cC} \rightarrow aabcc$

b) $L ::= \{w \mid w \in \Sigma^{*}$ e $w = a^n b^n c^n$, com $n > 0\}$

$S ::= aSBC \mid aBC$
$CB ::= BC$
$aB ::= ab$
$bB ::= bb$
$bC ::= bc$
$cC ::= cc$

DERIVAÇÕES

$S \rightarrow \underline{aB}C \rightarrow a\underline{bC} \rightarrow \underline{abc}$
$S \rightarrow aSBC \rightarrow a\underline{aB}\underline{CB}C \rightarrow$
$aab\underline{CB}C \rightarrow aabBCC \rightarrow$
$aabbCC \rightarrow aabbcC \rightarrow$
$\underline{aabbcc}$.

c) $L = \{ w \mid w \in \Sigma^* \text{ e } w = a^i b^j c^j d^i, \text{ com } i,j \geq 0 \}$

$S ::= \varepsilon \mid A \mid B$
$A ::= aAd \mid aBd \mid ad$
$B ::= bBc \mid bc$

<u>Derivações</u>

$S \to \varepsilon$ p/ $i,j = 0$
$S \to A \to ad$ p/ $i = 1$ e $j = \emptyset$
$S \to B \to bc$ p/ $j = 1$ e $i = \emptyset$
$S \to A \to aAd \to aa\underline{B}dd \to aabcdd$ p/ $i = 2$ $j = 1$

→ GRAMATICAS <u>II</u> ←

Para $\Sigma = \{a, b, c\}$ construa G. que gerem as seguintes linguagens:

(a) $L = \{ w \mid w \in \Sigma^+$ e o número de a's + o número de b's seja par$\}$

$S ::= aA \mid bA \mid cS \mid c$
$A ::= aS \mid bS \mid a \mid b \mid cA$

(b) $L = \{ w \mid w \in \Sigma^* \text{ e } w = a^n b^m c^k \text{ com } n \geq 0, m \geq 1 \text{ e } K \geq 2 \}$

$S ::= aA \mid bB$
$A ::= aA \mid bB$
$B ::= bB \mid cC$
$C ::= cC \mid c$

(k) $L = \{ w \mid w \in \Sigma_1^* \text{ e } w = a^n b^m c^k$ com $n, m, k \geq 0$ e $m = n + k$

$\to a^n b^n b^k c^k$

S ::= ε | aAb | bBc
A ::= aAb | ab
B ::= bBc | bc