

LISTA DE EXERCÍCIOS

→ PRELIMINARES →

• Conjuntos

1) Determine se cada um dos itens é V ou F.

(a) $\{4, 2, 5, 7, 3\} = \{3, 2, 7, 4, 5\}$ → V

(b) $\{4, 3, 5\} \in \{2, 5, 6, 3\}$ → F

(c) $\emptyset \subseteq \emptyset \rightsquigarrow \{\} \subseteq \{\}$ → V

(d) $\emptyset \in \emptyset \rightsquigarrow \{\} \in \{\}$ → F

(e) $\emptyset \in \{\emptyset\} \rightsquigarrow \{\} \in \{\{\}\}$ → V

(f) $\emptyset \subseteq \{\emptyset\} \rightsquigarrow \{\} \subseteq \{\{\}\}$ → V

(g) $\{a, b\} \in \{a, b, \{a, b\}\}$ → V

(h) $\{a, b\} \subseteq \{a, b, \{a, b\}\}$ → V

(i) $\{a, b\} \subseteq 2^{\{a, b, \{a, b\}\}}$ → V

$$2^{\{a, b, \{a, b\}\}} = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{\{a, b\}\}, \{a, \{a, b\}\}, \{b, \{a, b\}\}, \{a, b, \{a, b\}\}\}$$

(j) $\{\{a, b\}\} \in 2^{\{a, b, \{a, b\}\}}$ → V

(k) $\{a, b, \{a, b\}\} - \{a, b\} = \{a, b\}$ → F



2- Quais são esses conjuntos? Escreva-os utilizando
somente chaves, vírgulas e números

(a) $\{\{1, 3, 5\} \cup \{3, 1\}\} \cap \{3, 5, 7\}$.

$$\begin{aligned} &\{1, 3, 5\} \cup \{3, 1\} \\ &\quad \{3, 5\} \end{aligned}$$

(b) $\bigcup \{\{3\}, \{3, 5\}, \cap \{5, 7\}, \{7, 3\}\}$

$$\begin{aligned} &\bigcup \{\{3\}, \{3, 5\}, \{7\}\} \\ &\quad \{3, 5, 7\} \end{aligned}$$

(c) $(\{1, 2, 5\} - \{5, 7, 9\}) \cup (\{5, 7, 9\} - \{1, 2, 5\})$

$$\begin{aligned} &\{1, 2\} \quad \cup \{7, 9\} \\ &\quad \{1, 2, 7, 9\} \end{aligned}$$

(d) $2\{7, 8, 9\} - 2\{7, 9\}$

$$\begin{aligned} 2\{7, 8, 9\} &= \{\{7\}, \{8\}, \{9\}, \{7, 8\}, \{7, 9\}, \{8, 9\}, \{7, 8, 9\}, \emptyset\} \\ 2\{7, 9\} &= \{\{7\}, \{9\}, \{7, 9\}, \emptyset\} \\ \Rightarrow &\{ \{8\}, \{7, 8\}, \{8, 9\}, \{7, 8, 9\} \} \end{aligned}$$

(e) $2^0 \rightarrow \{\emptyset\}$

3- Descreve o conj. dos números naturais ímpares:

$$\{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ e } x \bmod 2 = 1\}$$

4- Descreve o conj. dos números naturais pares:

$$\{n \mid n \in \mathbb{N} \text{ e } n \bmod 2 = 0\}$$





5- Dado o conj. $L = \{1, 3, 9, 27, 81\}$ - faça uma
definição baseada nas propriedades de L

$$L = \{n \mid n \in \mathbb{N} \text{ e } n = 3^i \text{ p/ } i \geq 0\}$$

6- Dados os conjuntos $A = \{0, 1, 2, 4, 6, 8\}$ e $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$,
 $C = \{a, b, c, d, e, f\}$ e $D = \{3, 5, 7, 8, 9\}$. Faça o que se pede:

(a) $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

(b) $A \cap D = \{8, 4\}$

(c) $B \cup C = \{1, 3, 5, 7, 9, a, b, c, d, e, f\}$

(d) $B \cap C = \emptyset$

(e) $A - D = \{0, 2, 6\}$

(f) $(A \cup B) \cap D = \{3, 5, 7, 4, 6\}$

(g) $A \times B = \{(0, 1), (0, 3), (0, 5), (0, 7), (0, 9), (1, 1), \dots, (2, 3), \dots, (8, 9)\}$

(h) $B \times C = \{(1, a), \dots, (3, f)\}$

(i) $A \times B \times C = \{(0, 1, a), (0, 1, b), \dots, (8, 3, f)\}$





1 1 1 0

7. Se $S = \{a, b, c, d\}$

(a) A presente 25

$$2^S = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \\ \{b, d\}, \{c, d\}, \{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\} \\ \{a, b, c, d\}\}$$

(b) Que partições de S tem menos membros? Qual tem mais?

menos $\rightarrow \{\{a, b, c, d\}\}$

mais $\rightarrow \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}\}$

(c) Liste todas as partições de S com exatamente dois membros

$$= \{\{a, b\}, \{c, d\}\}, \{\{a, c\}, \{b, d\}\}, \{\{a, b\}, \{d\}\}, \\ \{\{a\}, \{b, c, d\}\}, \dots$$

8 - Se o conj. A tem a elementos e o conj. B tem b elementos, quantos elementos estão em $A \times B$.

$A \times B$ tem $a \cdot b$ elementos

9 - Se o conj. C tem c elementos, quantos elementos estarão no conj. potência de C ?

O conj. potência tem 2^c elementos.



Linguagens

1 - Para $\Sigma = \{a, b, c\}$ discute os elementos dos conj. de cadeias de

$$(a) \Sigma^0 = \{\epsilon\} \quad \rightsquigarrow 3^0 = 1$$

$$(b) \Sigma^1 = \{a, b, c\} \quad \rightsquigarrow 3^1 = 3$$

$$(c) \Sigma^2 = \{aa, ab, ac, bb, bc, ba, cc, ca, cb\} \rightsquigarrow 3^2 = 9$$

$$(d) \Sigma^3 = \{aaa, aab, aac, aba, abc, ... , ccc\} \rightsquigarrow 3^3 = 27$$

2 - Dé o prefixo e o sufixo das seguintes cadeias:

$$(a) abe \rightarrow \text{prefixos} \rightarrow a, ab, abe, \epsilon \quad |w|+1 \\ \rightarrow \text{suffixos} \rightarrow e, be, abe, \epsilon$$

$$(b) cba \rightarrow \text{prefixos} \rightarrow \epsilon, c, cb, cba \\ \rightarrow \text{suffixos} \rightarrow \epsilon, a, ba, cba$$

$$(c) stor \rightarrow \text{prefixos} \rightarrow \epsilon, s, st, sto, stor \\ \rightarrow \text{suffixos} \rightarrow \epsilon, r, or, tor, stor$$

3 - Faça a concatenação das seguintes cadeias:

(a) Considerando $\Sigma = \{0, 1\}$, concatene $\Sigma^2 \cdot \Sigma^3$.

$$\Sigma^2 \cdot \Sigma^3 = \{00000, 01000, 10000, 11000, 00001, 01001, 10001, \dots, 11111\}$$

(b) Considerando $\Sigma = \{a, b\}$ e $\Gamma = \{c, d\}$, concatene:

$$i) \Sigma^0 \cdot \Gamma^1 = \{\epsilon, c, d\}$$

$$ii) \Sigma^1 \cdot \Gamma^2 = \{acc, acd, add, adc, bac, bcd, bdc, bdd\}$$



iii) $\Sigma^* T^0 = \{aa, ab, ba, bb\}$

4- Construa conj de palavras com número igual de 0's e 1's que tenham comprimento 4.

$$\{0011, 0101, 1010, 1100, 1001, 0110\}$$

5- Construa conjunto de palavras de linguagem com todos os palavras gerados de n 0's seguidos por m 1's. Apresente uma descrição em notação de conjuntos para a linguagem.

$$\{\epsilon, 01, 001, 0001, 011, 0111, 0, 1, 00..01..11, \dots\}$$

$$L = \{ w \mid w \in \Sigma^* = \{0, 1\}^* \text{ e } w = 0^n 1^m \text{ p/ } n, m \geq 0\}$$

6. Dadas as seguintes linguagens:

$$L_1 = \{w \mid w \in \Sigma' = \{0, 1\}^* \text{ e } |w| = 2\}$$

$$L_2 = \{w \mid w \in \Sigma = \{0, 1\}^* \text{ e } |w| = 3\}$$

$$L_3 = \{w \mid w \in \Sigma = \{0, 1\}^* \text{ e } w = 0^n 1^n \text{ p/ } n \geq 0\}$$

Apresente palavras e descrições para as seguintes linguagens:

(a) $L_1 \cdot L_2 = \{0000, 0001, 1011\dots\}$

$$L_1 \cdot L_2 = \{w \mid w \in \Sigma = \{0, 1\}^* \text{ e } |w| = 5\}$$

(b) $L_1 \cup L_2 = \{00, 01, 10, 11, 111, 000, 001, \dots, 111\}$

$$L_1 \cup L_2 = \{w \mid w \in \Sigma = \{0, 1\}^* \text{ e } 2 \leq |w| \leq 3\}$$



(a) $L_1 \cap L_2 = \emptyset$

(d) $L_1 \cdot L_3 = \{00, 01, 10, 11, 0001, 000011\dots, 110011\dots\}$

$L_1 \cdot L_3 = \{w \mid w \in S = \{0, 1\}^*\text{ e }w = xyz\text{ onde}$
 $x = 0\text{ ou }1, y = 0\text{ ou }1 \text{ e }z = 0^n1^n \text{ p/ }n \geq 0\}$

(e) $L_1 \cup L_3 = \{00, 01, 10, 11, 01, 0011, 00\dots11\dots\}$

$L_1 \cup L_3 = \{w \mid w \in S = \{0, 1\}^*\text{ e }|w| = 2 \text{ ou }w = 0^n1^n \text{ p/}$
 $n \geq 0\}$

