

Universidade Federal de São Carlos
Campus Sorocaba



Projeto 4 de Cálculo Numérico

Lucas Granja Toniello

RA: 726560

1) a) O Modelo ou Equação de *Lotka-Volterra* são uma série de equações diferenciais de primeira ordem que tem como objetivo descrever o comportamento da população de um ambiente com uma presa e um predador. É importante ressaltar que o ambiente modelado é bem simples, e descarta diversas variáveis ambientais, restringindo os cálculos apenas as duas populações. Dado o sistema, temos as seguintes variáveis.

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}P_1(t) = aP_1(t) - bP_1(t)P_2(t) \\ \frac{d}{dt}P_2(t) = -cP_2(t) + dP_1(t)P_2(t) \end{cases} .$$

t: tempo decorrido em alguma medida

P1(t): Tamanho da população P1 (presas) em relação ao tempo t

P2(t): Tamanho da população P1 (predadores) em relação ao tempo t

a: Taxa de crescimento da população de presas

b: Taxa de decréscimo da população de presas

c: Taxa de decréscimo da população de predadores

d: Taxa de crescimento da população de predadores

O sistema também nos mostra como as populações reagem as diversas iterações.

P2(t) = 0: Quando não há predadores a população de presas cresce a uma taxa $a \cdot P_1(t)$.

P1(t) = 0: Quando não há presas a população de predadores decresce a uma taxa $c \cdot P_2(t)$.

P1(t)P2(t): A interação entre as populações favorece os predadores, o que faz com que P1 cresça e P2 decresça, isso pode ser visualizado no sistema com a população P1 decrescendo a uma taxa $b \cdot P_1(t)P_2(t)$ e a população P2 crescendo a uma taxa $d \cdot P_1(t)P_2(t)$.

b) Apenas os valores finais, porém o código foi adaptado para mostrar os valores de todas as iterações

```
Lucas@DESKTOP-8DINTHR:/mnt/c/Users/Lucas/Desktop/jooj/pitao/Calculo Numerico/projetos/pro
Solução com 64 subintervalos: P1(t) = -0.3802224467691003, P2(t) = 0.0020489939059198316

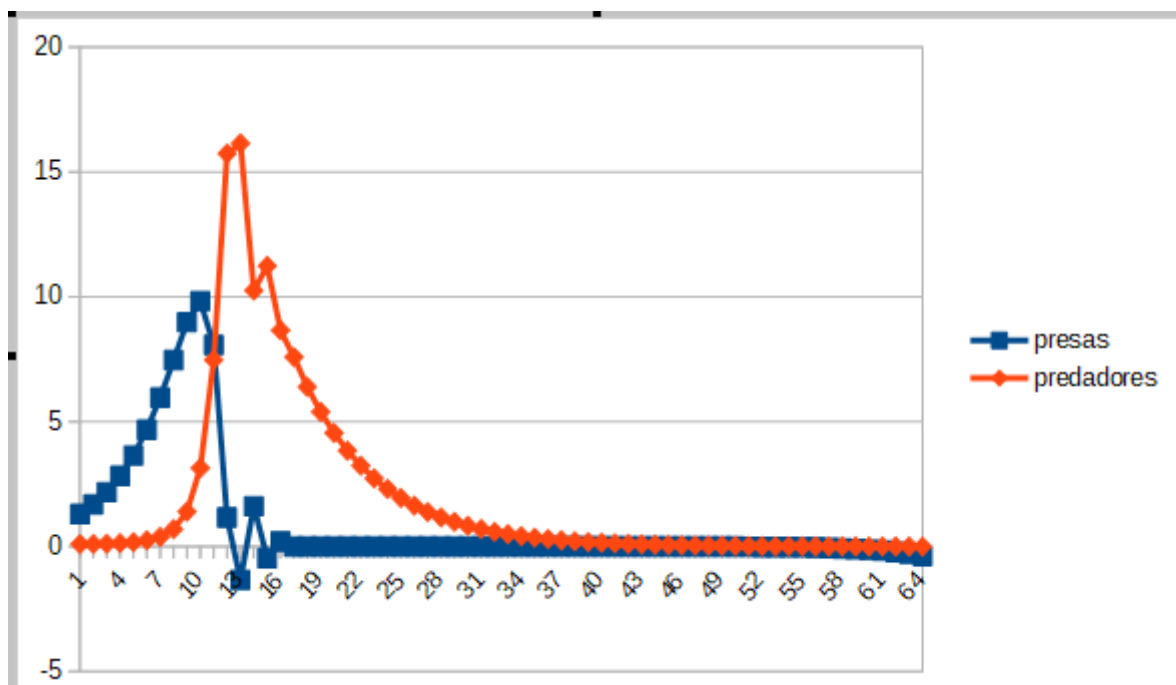
Lucas@DESKTOP-8DINTHR:/mnt/c/Users/Lucas/Desktop/jooj/pitao/Calculo Numerico/projetos/pro
Solução com 128 subintervalos: P1(t) = 0.19406521606508106, P2(t) = 0.0027614719845476857

Lucas@DESKTOP-8DINTHR:/mnt/c/Users/Lucas/Desktop/jooj/pitao/Calculo Numerico/projetos/pro
Solução com 256 subintervalos: P1(t) = 0.07934027736488594, P2(t) = 13.496188799679127

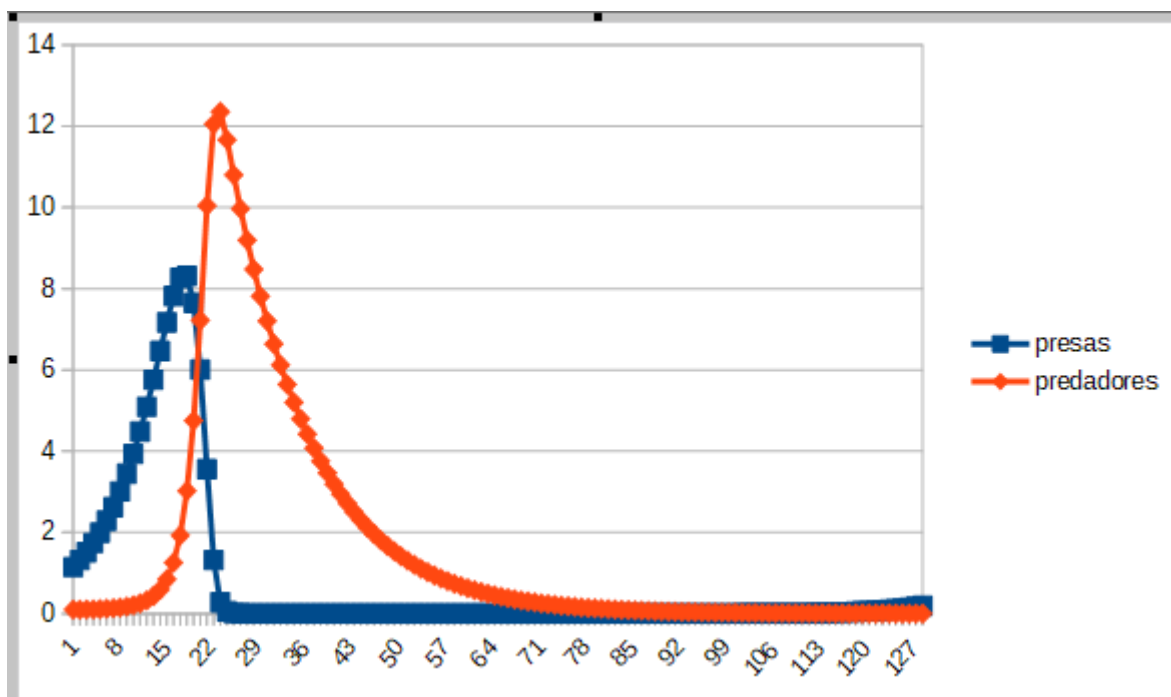
Lucas@DESKTOP-8DINTHR:/mnt/c/Users/Lucas/Desktop/jooj/pitao/Calculo Numerico/projetos/pro
Solução com 512 subintervalos: P1(t) = 0.0023483416899262757, P2(t) = 5.084387746625891
```

c)

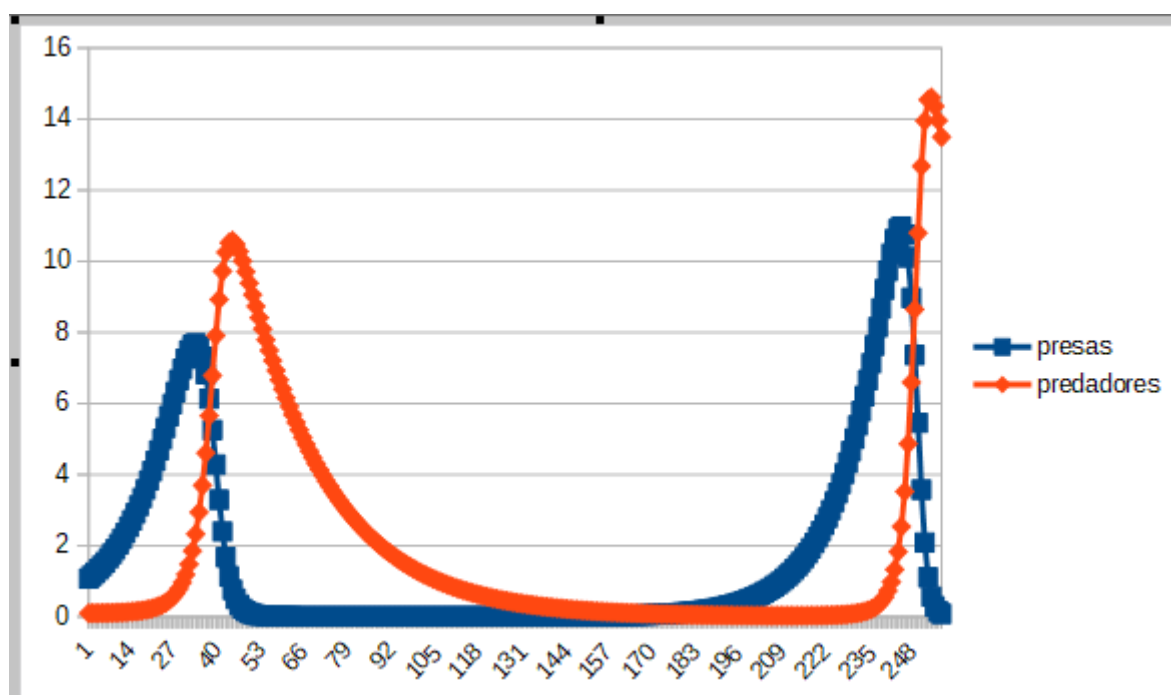
64 Intervalos:



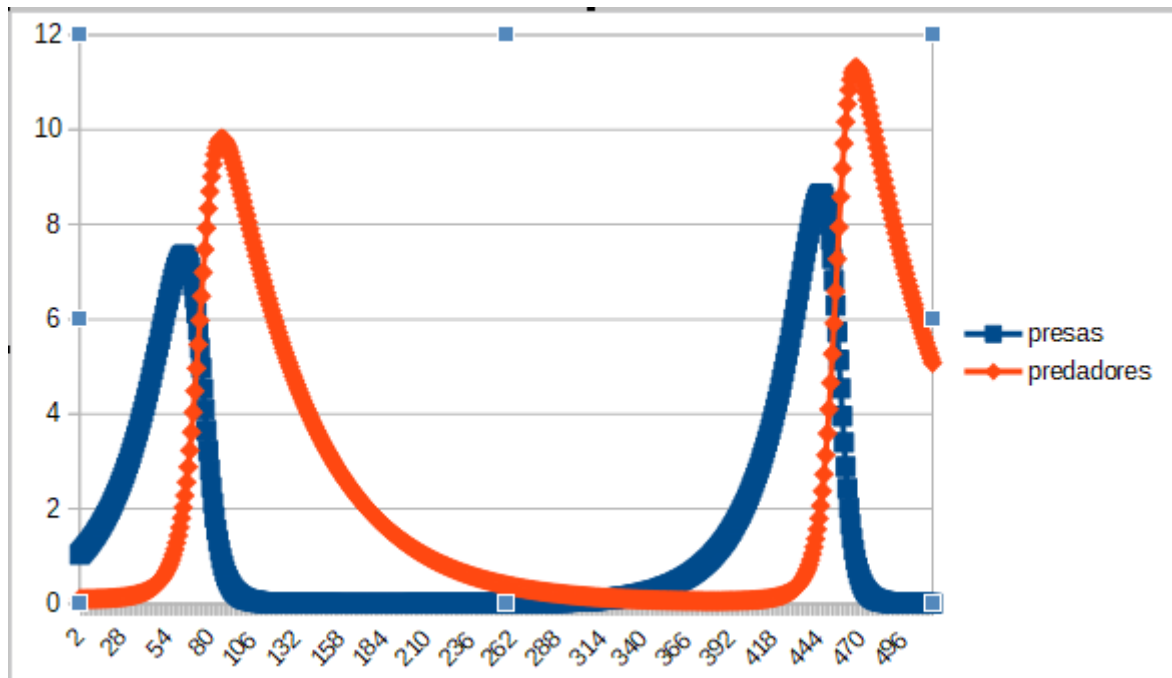
128 Intervalos:



256 Intervalos:



512 Intervalos:



Podemos ver que inicialmente as populações crescem quase que igualmente, até um ponto onde a população das presas para de crescer, devido ao alto número de predadores, alguns momentos após, a população dos predadores também para de crescer devido ao baixo número de presas. A população de presas então só volta a crescer após a população de predadores diminuir até quase 0, após isso o ciclo visto nos primeiros momentos começa a se repetir. Podemos ver também que um baixo número de intervalos no Método de Euler esconde esse crescimento da população nos momentos finais do nosso intervalo.

Referências

- [1] Cálculo Numérico: Aspectos Teóricos e Computacionais, 2ª edição, Márcia A. Gomes Ruggiero e Vera Lúcia da Rocha Lopes
- [2] <https://docs.python.org/3/library/math.html>
- [3] https://pt.wikipedia.org/wiki/Equa%C3%A7%C3%A3o_de_Lotka-Volterra
- [4] <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1504/1504.06244.pdf>