Universidade Federal do Ceará
Centro de Tecnologia
Departamento de Engenharia de Teleinformática
Introdução a Teoria da Informação – TI0056

Avaliação Parcial 02

Aluno	Diego Cartaxo Colaço - 385450
	Filipe Tavares Sores - 389240
	Kenneth Brenner dos Anjos Benício – 385468
	Lucas de Souza Abdalah - 385472
Professor	Walter da Cruz Freitas Júnior

Fortaleza, 03 de dezembro de 2018

Sumário

1 Teóricas

1.1 Questão 1

Na figura está representado um canal discreto designado por binary erasure channel (BEC):

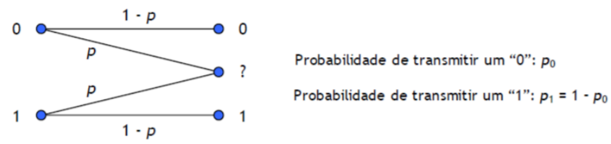

Figura 1: Binary Erasure Channel

1. Determine a informação mútua média do canal quando p_0 = 0,25 e p = 0,1.

   Solução:

   A expressão utilizada para calcular a informação mútua do canal é fornecidade pela seguinte relação:

   $$I(x|y) = H(x) - H(x|y) = H(y) - H(y|x) \tag{1}$$

   Dessa forma, é possível calcular $I(x|y)$ a partir tanto da entropia associada a informação enviada pelo transmissor quanto pela entropia na informação associada a informação recebida pelo receptor. Sendo assim, inicialmente é necessário calcular as entropias da entrada e da saída do canal pela seguinte relação que representa a entropia de uma fonte Z:

   $$H(Z) = \sum_{i=1}^{M} p_i log_2(\frac{1}{p_i}) \tag{2}$$

   Para isso, é necessário calcular a probabilidade da transmissão de cada tipo de bit de informação. No problema aqui abordado, como trata-se um canal simétrico binário basta calcular a probabilidade de transmissão do bit 1 pela seguinte relação uma vez que já seja conhecida as informações sobre a probabilidade de transmissão do bit 0:

   $$p_0 + p_1 = 1 \rightarrow p_1 = 1 - p_0 \rightarrow p_1 = 0.75 \tag{3}$$

   Em seguida, calcula-se as probabilidades associadas a saída em **y** pelas relações abaixo:

   $$p(y = 0) = p_0(1 - p) = 0,225 \tag{4}$$

   $$p(y =?) = p_0 p + p_1 p = 0,1 \tag{5}$$

   $$p(y = 1) = p_1(1 - p) = 0,675 \tag{6}$$

   Em posse desses valores é finalmente possível calcular a entropia média associada a entrada, $H(X)$, e a saída, $H(Y)$, do canal:

$$H(x) = p_0 log_2(\frac{1}{p_0}) + (1-p_0)log_2(\frac{1}{(1-p_0)}) = \frac{1}{4}log_2(4) + \frac{3}{4}log_2(\frac{4}{3}) = 0,811 bits/simb \quad (7)$$

$$H(y) = p_0 log_2(\frac{1}{p_0}) + p_? log_2(\frac{1}{p_?}) + p_1 log_2(\frac{1}{p_1}) \quad (8)$$

$$H(y) = 0,225 log_2(\frac{1}{0,225}) + 0,1 log_2(\frac{1}{0,1}) + 0,675 log_2(\frac{1}{0,675}) = 1,20 bits/simb \quad (9)$$

Por fim, é necessário calcular agora apenas a entropia mútua $H(y|x)$:

$$H(y|x) = \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{N} p(x_i)p(y_j|x_i)log_2(\frac{1}{p(y_j|x_i)}) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} H(y|x) = {} & p(x=0)p(y=0|x=0)log_2(\frac{1}{p(y=0|x=0)}) + p(x=0)p(y=?|x=0)log_2(\frac{1}{p(y=?|x=0)}) \\ & + p(x=0)p(y=1|x=0)log_2(\frac{1}{p(y=1|x=0)}) + p(x=1)p(y=0|x=1)log_2(\frac{1}{p(y=0|x=1)}) \\ & + p(x=1)p(y=?|x=1)log_2(\frac{1}{p(y=?|x=1)}) + p(x=1)p(y=1|x=1)log_2(\frac{1}{p(y=1|x=1)}) \quad (11) \end{aligned}$$

$$H(y|x) = \frac{1}{4}(1-p)log_2(\frac{1}{1-p}) + \frac{1}{4}plog_2\frac{1}{p} + \frac{3}{4}plog_2\frac{1}{p} + \frac{3}{4}(1-p)log_2(\frac{1}{1-p}) = 0,469 bits/simb \quad (12)$$

Por fim, basta aplicar a expressão para o cálculo da informação mútua:

$$I(x|y) = H(x) - H(x|y) = H(y) - H(y|x) = 1,20 - 0,469 = 0,731 bits/simb \quad (13)$$

2. Determine a capacidade do canal se p = 0,25.

Solução:

A capacidade do canal especifíca a máxima taxa de transmissão de bits de um sinal de tal forma que possa ocorrer a transmissão a uma taxa de erro arbitrariamente pequena. Em posse dessas informações, a capacidade do canal é facilmente obtida pela seguinte expressão segundo [4] para o caso de um canal simétrico binário:

$$C = maxI(x|y) = \max_x(H(y) - H(y|x)) = \max_x H(y) - H(p, 1-p) = 1-p \quad (14)$$

Sendo assim:

$$C = 1 - 0,25 = 0,75 bits \quad (15)$$

1.2 Questão 2

Imagine uma máquina de escrever com 26 teclas:

1. Se ao carregar numa tecla a letra correspondente é escrita, determine a capacidade C em bits/letra.
   Solução:

   Supondo que as 26 letras compõem o alfabeto x do transmissor e os 26 resultados possíveis na chegada do receptor compõem o alfabeto de y, é possível, segundo [4], calcular a capacidade para o canal ruidoso de uma máquina de escrever pela seguinte relação:

   $$maxI(x|y) = \max_x(H(y) - H(y|x)) = \max_x H(y) - 1 = log_2(26) - 1 = log_2(13) \tag{16}$$

   Entretanto, nesse momento o ruído não é considerado de modo que a equação acima pode ser reescrita apenas como:

   $$C = log_2(26) = 4,7bits \tag{17}$$

2. A máquina está avariada, ou seja, ao carregar numa tecla a letra correspondente, ou a seguinte, é escrita (isto é, A → A ou B, ..., Z → Z ou A). Quanto vale a nova capacidade?
   Solução:

   Assumindo que a probabilidade de transição dessa máquina de escrever seja igual a $p = \frac{1}{2}$ é possível modelar matematicamente a avaria da máquina por meio de um canal ruidoso de modo que a expressão anteriormente utilizada para a capacidade torna-se:

   $$maxI(x|y) = \max_x(H(y) - H(y|x)) = \max_x H(y) - 1 = log_2(26) - 1 = log_2(13) \tag{18}$$

   Dessa forma, é possível obter o seguinte valor para a capacidade do canal:

   $$C = log_2(26) - 1 = 3,7bits \tag{19}$$

1.3 Questão 3

Os inventores de um dado código de canal de taxa 0,50 reclamam que com o seu código e com um canal AWGN conseguem obter uma probabilidade de erro negligenciável a 0,5 dB do limite de Shannon. Qual é o menor valor da razão $\frac{E_b}{N_0}$, em dB, permitida pelo código?

Solução:

A taxa de código R_C é o quociente da quantidade de bits antes e depois da codificação, logo se $R_C = 0,5$, isso indica que a cada um bit de informação é necessário enviar mais um bit de redundância. Em seguida, o problema aponta que o objetivo é estar a 0,5dB do limite de Shannon, mas qual é o limite?

A primeira consideração a ser observada é que há um canal AWGN, Ruído Branco Aditivo Gaussiano Branco em português, logo se a entrada $X(t)$ é um processo estacionário, de média nula e banda limitada em B Hz (ruído também limitado em banda), o modelo do sistema é: $Y_k = X_k + N_k,\ k = 1, 2, \ldots, K$, tendo densidade espectral de potência $\frac{N_0}{2}$. Fazendo manipulações com equações descritas a partir de (25), tem-se que "existe um valor limite para $\frac{E_b}{N_0}$ abaixo do qual não pode haver comunicação sem erros, qualquer seja o ritmo de transmissão." *Freitas Jr., W. C.* [3]. Então se T é a duração de cada bit, $R = \frac{1}{T} bits/s$:

$$\frac{P}{N} = \frac{E_b/T}{N_0 B} = \frac{E_b}{N_0}\frac{R}{B} \tag{20}$$

De acordo com a equação da capacidade de canal e com o resultado obtido em (20):

$$C = Blog_2\left(1 + \frac{P}{N}\right) \tag{21}$$

$$C = Blog_2\left(1 + \frac{E_b}{N_0}\frac{R}{B}\right) \tag{22}$$

Sendo $R \leq C$, consequentemente:

$$\frac{R}{B} \leq \frac{C}{B} = log_2\left(1 + \frac{E_b}{N_0}\frac{R}{B}\right) \tag{23}$$

Tendo uma banda ilimitada, $B \to \infty$:

$$\frac{R}{B} \leq log_2\left(1 + \frac{E_b}{N_0}\frac{R}{B}\right) = \frac{ln\left(1 + \frac{E_b}{N_0}\frac{R}{B}\right)}{ln(2)} \approx \frac{\frac{E_b}{N_0}\frac{R}{B}}{ln(2)} \tag{24}$$

Então, conclui-se que o limite para o quociente apresentado é

$$\frac{E_b}{N_0} \geq ln(2)$$

Logo, o limite de Shannon é:

$$ln(2) = -1,59dB$$

Então o menor valor da razão em dB proposto pelo código é:

$$-1,59dB + 0,5dB = -1,09dB$$

1.4 Questão 4

Um sinal digital binário é transmitido através de um canal gaussiano de largura de banda 20kHz. O débito binário do sinal é 10kbits/s e a sua energia por bit vale $E_b = 0,1$ mJ no receptor. O ruído introduzido pelo canal tem a mesma densidade espectral de potência de ruído branco que, depois de atravessar um canal com largura de banda equivalente de ruído de 30 kHz, apresenta uma potência de 75 mW.

1. Calcule a relação sinal-ruído SNR, em dB.

   Solução:

   Para calcular a SNR é necessário obter a potência do sinal digital binário P_{BDS} e a potência P_N do ruído. Sendo o canal gaussiano limitado em faixa e potência, P_{BDS} de transmissão é relacionada à energia por bit $E_b = 0,1mJ$ e ao débito binário $D_R = 10kbps$.

   "O número total de símbolos binários transmitidos por unidade de tempo - débito binário de dados (data rate)." *Ricardo, M.* [6].

$$P_{BDS} = E_b D_R \tag{25}$$

$$P_{BDS} = \left(0,1\ \frac{mJ}{bits}\right)(10\ kbits/s) \tag{26}$$

Observe que a energia pode ser reescrito como Potência x Unidade de Tempo (Ws). De forma que:

$$P_{BDS} = \left(0,1 * 10^{-}3\ \frac{Ws}{bits}\right)\left(10 * 10^{3}\ bits/s\right) = 1W \tag{27}$$

Qual a importância do ruído ter a mesma Densidade Espectral de Potência (DSP) de ruído branco atravessando esse canal de banda $B_{WN} = 30kHz$, com potência $P_{WN} = 75mW$? Observar a relação do desvio padrão com a Potência do Ruído. Estabelecendo um sinal $X(t)$ estocástico estacionário, de média nula e limitado em banda, tem-se que a autocorrelação R_X do sinal é dada por:

$$R_X(\tau) = E\{X^*(t)X(t+\tau)\} \tag{28}$$

Já a variância (σ_X^2) é:

$$\sigma_X^2 = E\{|X(t) - \mu_X|^2\} = E\{|X(t)|^2\} - |\mu_X|^2 \tag{29}$$

Observe que, consequentemente, a potência P_X desse sinal é dada por (30) e a equação referente à variância pode ser rescrita em (31):

$$P_X = E\{|X(t)|^2\} = R_X(0) \tag{30}$$

$$\sigma_X^2 = R_X(0) - |\mu_X|^2 \tag{31}$$

Por fim, se a média μ_X é nula e $R_X(0) = P_X$, a Potência P_X é definida simplesmente pela variância.

$$\sigma^2 = P_X \tag{32}$$

No problema estudado, temos que:

$$\sigma^2 = N_0 B \tag{33}$$

Rescrevendo com as informações desenvolvidas e fornecidas pelo problema ($\sigma^2 = P_{WN},\ B = B_{WN}$)

Utilizando os dados fornecidos pelo problema temos que:

$$N_0 = \frac{P_{WN}}{B_{WN}} \tag{34}$$

$$N_0 = \frac{75mW}{30KHz} = 2.5 * 10^{-6} W/Hz \tag{35}$$

Visto que o N_0 será o mesmo, obtém-se a potência do ruído P_N na banda B_{BDS} do sinal utilizando novamente a equação (33):

$$P_N = N_0 B_{BDS} \tag{36}$$

$$P_N = (2.5 * 10^{-6} W/Hz) * (20kHz) = 0,05W \tag{37}$$

Tendo as informações de (27) e (37) é possível calcular a SNR:

$$SNR = \frac{P_{BDS}}{P_N} = \frac{1W}{0,05W} = 20 \tag{38}$$

Por fim, convertendo para dB:

$$10 * log(SNR) = 10 * log(20) \rightarrow 13,01dB \tag{39}$$

2. Qual é a capacidade do canal, em kbits/s?

Solução:
A capacidade do canal é calculada a partir da relação sinal ruído e a banda de transmissão, logo utilizando o valor de SNR obtido no item anterior, temos que:

$$C = B_{BDS} * log_2(1 + SNR) \tag{40}$$

$$C = (20kHz) * log_2(21) \tag{41}$$

Logo:

$$C = 87,846\ kbits/s$$

2 Simulação

2.1 Questão 5

O canal de comunicação faz a ponte entre transmissor e receptor no envio da informação, mas por imperfeições e/ou limitações nos meios de transmissão o canal introduz no sinal transmitido erros que devem ser mitigados. A mitigação desses erros se dá, por exemplo, por meio da codificação de canal que introduz redundância de forma controlada com o objetivo de detectar e corrigir os erros introduzidos pelo canal de comunicação. Nesse trabalho pretende-se transmitir a imagem *lena.jpg* com resolução 512×512 em escala de cinza (grayscale 0-255) em diversas situações de um canal de comunicação com e sem a utilização de um codificador de canal. Usando um codificador de comprimento fixo codificar a imagem *lena.jpg*. O seu programa deve:

1. Acrescentar o canal BSC em função do erro binário p_e. Comparar as imagens, original e a decodificada, para os seguintes valores de $p_e = \{0\%, 25\%, 50\%, 75\% \text{ e } 100\%\}$. Comente os resultados obtidos e suas conclusões.

Solução:

```
lena = imread('lenaTest2.jpg'); %adquire imagem Lena como matriz
tam = size(lena); %obter tamanho da matriz da imagem
lena_v = double(reshape(lena,tam(1)*tam(2),1)); %reordena a matriz como um vetor
lena_b = de2bi(lena_v,8); %converte de decimal para binário
tam_b = size(lena_b); %obtem tamanho da nova matriz com dados em binário
pe = 0:.25:1; %vetor com probabilidades de erro de canal pe
bsc_im = zeros([tam_b length(pe)]); %pré alocando array com imagens pós passagem pelo canal
for p = 1:length(pe) %laço para passagens do canal aumentando gradativamente o a probabilidade de eerro de transmissão
    bsc_im(:,:,p) = bsc(lena_b,pe(p)); %função que simula canal bsc com para um erro pe
end
for p = 1:length(pe) %laço para vizualir resultados
    im = uint8(reshape(bi2de(bsc_im(:,:,p)),tam)); %transformando imagens para seu formato otiginal
    figure %plotando resultados
    imshow(im)
    xlabel(['$p_e = ' num2str(pe(p)*100)  '\%$' ],'Interpreter','Latex','FontSize',18) %legenda
    saveas(gcf,[num2str(pe(p)*100) 'errolena.pdf']) %salvando arquivo
end
```

A medida que a probabilidade de erro p_e aumenta é possível ver existe uma tendência da inversão das cores da imagem, porém a noção de ruído não aumenta linearmente com o erro. Visto que, uma simples "inverção" dos bits da ultima imagem nos forneceria a primeira, pode-se afirmar que o canal não prejudicaria a qualidade da transmissão. Mas, quando o erro se aproxima da faixa de 50% é possível identificar a imagem mais ruidosa. Esse comportamento revela que quanto "mais aleatório" for o canal ou mais equiprováveis forem as chances de erro mais ruído teremos. Assim, também quando visualizamos a entropia e a capacidade de um canal BSC, figuras (3) e (4), vemos que a medida que a probabilidade p_e se aproxima de 50% temos uma capacidade muito reduzida do canal e um valor máximo de entropia, o que nos permite concluir que para uma qualidade satisfatória de transmissão o canal deve ser de baixa entropia, ou haver uma codificação de canal eficiente para "contornar" o ruído.

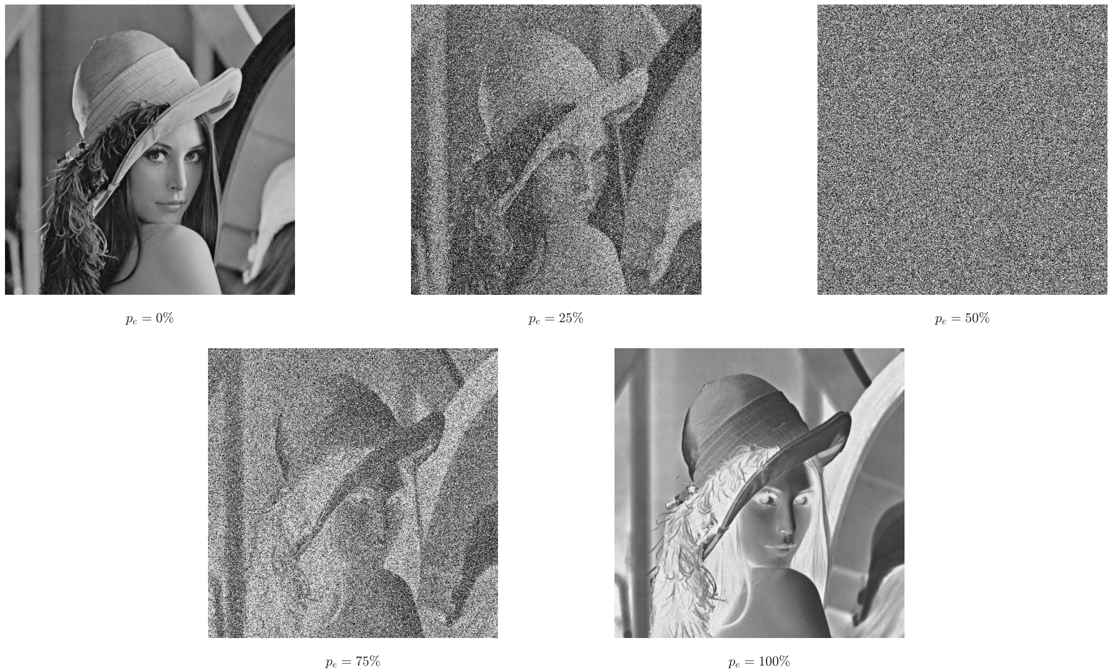

Figura 2: Transmissão da Imagem pelo canal BSC com probabilidade de erro p_e.

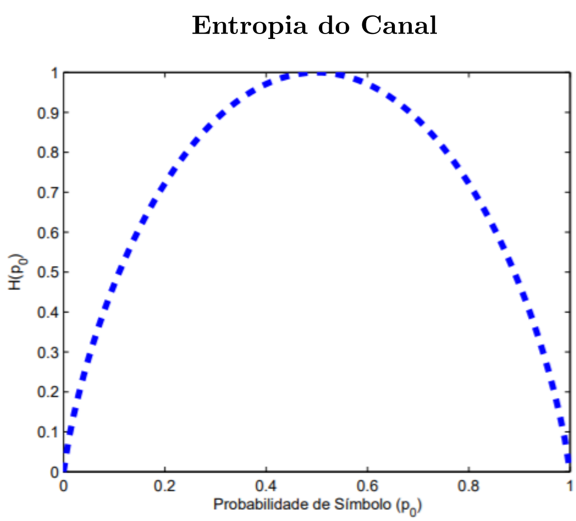

Figura 3: Notas de Aula (TI0056)

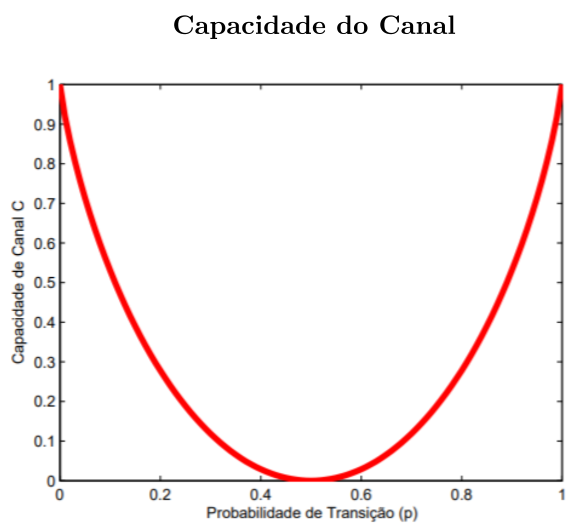

Figura 4: Notas de Aula (TI0056)

2. Com a finalidade de melhorar o desempenho do sistema de comunicação proposto, implemente o código de repetição de taxa $R_c = \frac{1}{n+1}$. Para uma taxa de erro igual a 25%, monte a curva da taxa de erro de bit (BER) no receptor em escala logarítmica versus o tamanho da palavra código ($n = \{2, 4, 8, 10, 12, 14, 16\}$). Comente os resultados obtidos e suas conclusões.

Solução:

```
lena = imread('lenaTest2.jpg');  %adquire imagem Lena como matriz
tam = size(lena); %obter tamanho da matriz da imagem
lena_v = double(reshape(lena,tam(1)*tam(2),1)); %reordena a matriz como um vetor
lena_b = de2bi(lena_v,8)'; %converte de decimal para binário
tam_b = size(lena_b); %obtem tamanho da nova matriz com dados em binário
lena_b = reshape(lena_b,[tam_b(1)*tam_b(2) 1]); %ajusta os bits para ficarem todos em uma coluna
tam_b = size(lena_b); %adquire as novas dimensões do vetor binário
pe = .25; %probabilidade de erro
ber = []; %pré alocando vetor com resultados ber
for n = 2:2:16 %laço para simulaçoes aumentando gradualmente o número de bits repetidos
    lena_n = repmat(lena_b,[1 n+1]); %repete os bits
    tam_n = size(lena_n); %adquire novas dimensões
    bsc_im = bsc(lena_n,pe); %simula canal bsc para um erro pe
    v_erro = sum(bsc_im,2); %soma cada bloco de bits repetidos
    resp = lena_n(:,1); %pré alocando resposta
    for p = 1:tam_n(1) %laço para corrigir os bits
        if v_erro(p) > (n+1)/2 %se a maioria dos bits de cada bloco for 1, resposta igual a 1
            resp(p,1) = 1;
        else %se a maioria dos bits de cada bloco for 0, resposta igual a 0
            resp(p,1) = 0;
        end
    end
    ber = [ber sum(abs(lena_b-resp),1)/tam_b(1)*100]; %calcula a ber
    figure %plotando imagem resultante
    im = uint8(bi2de(reshape(resp,[8 (tam_n(1))/8])')); %colocando no formato original
    im = reshape(im,tam); %colocando no formato original
    imshow(im)
    xlabel(['n = ' num2str(n) ', ' ' BER = ' num2str(ber(end)) '$\%$' ' e $p_e=25\%$' ],'Interpreter','Latex','FontSize',14) %legenda
    saveas(gcf,['pe25' 'n' num2str(n) 'lena.pdf']) %salvando arquivo
end
figure %plotando ber
loglog(2:2:16,ber./100)
ylabel('BER','Interpreter','Latex','FontSize',14)
xlabel('$n$','Interpreter','Latex','FontSize',14)
grid on
saveas(gcf,'berxvsn.pdf')
```

Como se pode perceber ao observar as imagens, a medida que aumentamos o número de repetições o ruído começa a diminuir significativamente. Assim, menos poluída fica a imagem da mulher a medida que o ruído diminui. Isso é obviamente uma consequência da diminuição da taxa de erro de bit, a BER. O que indica que a medida que se aumenta o número de repetições para cada bit menores as chances de se obter uma interpretação errada.

Porém, como ilustrado na figura (7), para uma taxa de erro de 1,25% ainda ficam claramente perceptíveis as falhas de reprodução, sendo que foram necessárias 16 repetições para esse resultado. Portanto, esse tipo de solução só seria interessante para situações onde não houvesse a necessidade de grande qualidade de imagem e que os dados não fossem muito grandes, pois caso o contrário o sistema seria lento e facilmente sobrecarregado.

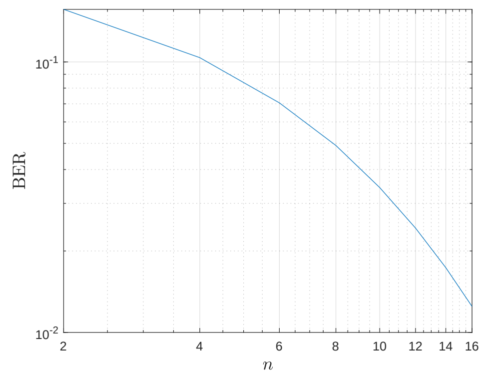

Figura 5: Variação da BER a com o crescimento de repetições do código

n = 2, BER = 15.6432% e $p_e = 25\%$

n = 4, BER = 10.3694% e $p_e = 25\%$

n = 6, BER = 7.0562% e $p_e = 25\%$

n = 8, BER = 4.9094% e $p_e = 25\%$

Figura 6: Transmissão da Imagem por Canal BSC com $p_e = 25\%$, Utilizando Códigos de Repetição.

n = 10, BER = 3.4312% e $p_e = 25\%$

n = 12, BER = 2.4303% e $p_e = 25\%$

n = 14, BER = 1.7352% e $p_e = 25\%$

n = 16, BER = 1.2475% e $p_e = 25\%$

Figura 7: Transmissão da Imagem por Canal BSC com $p_e = 25\%$, Utilizando Códigos de Repetição.

3. Considerando uma probabilidade de erro de $p_e = 45\%$ e usando um código de repetição, qual deve ser o máximo valor para a taxa do código de tal forma que se tenha uma probabilidade de erro desprezível no receptor. De acordo com a taxa encontrada, compare as imagens original, a não codificada e a codificada. Comente os resultados obtidos e suas conclusões.

Solução:

```
lena = imread('lenaTest2.jpg'); %adquire imagem Lena como matriz
tam = size(lena); %obter tamanho da matriz da imagem
lena_v = double(reshape(lena,tam(1)*tam(2),1)); %reordena a matriz como um vetor
lena_b = de2bi(lena_v,8)'; %converte de decimal para binário
tam_b = size(lena_b); %obtem tamanho da nova matriz com dados em binário
lena_b = reshape(lena_b,[tam_b(1)*tam_b(2) 1]); %ajusta os bits para ficarem todos em
    uma coluna
tam_b = size(lena_b); %adquire as novas dimensões do vetor binário
pe = .25; %probabilidade de erro
C = 1 + pe*log(pe)/log(2) + (1-pe)*log(1-pe)/log(2); %calcual a capacidade do canal
    BSC
n = ceil(1/C); %determina n para R_c = 1/n
tax = 1/n; %determina R_c máxima código ideal
lena_n = repmat(lena_b,[1 n+1]); %repetindo bits
tam_n = size(lena_n); %adquire novo tamanho dos dados
bsc_im = bsc(lena_n,pe); %obtem resultado após passar pelo canal BSC com erro pe =
    25%
```

```
v_erro = sum(bsc_im,2);  %soma cada bloco de bits repetidos
resp = lena_n(:,1); %pré alocando resposta
for p = 1:tam_n(1) %laço para corrigir os bits
    if v_erro(p) > (n+1)/2 %se a maioria dos bits de cada bloco for 1, resposta igual a 1
        resp(p,1) = 1;
    else %se a maioria dos bits de cada bloco for 0, resposta igual a 0
        resp(p,1) = 0;
    end
end
ber = sum(abs(lena_b-resp),1)/tam_b(1)*100; %calcula ber
figure %gera imagem
im = uint8(bi2de(reshape(resp,[8 (tam_n(1))/8])')); %colaca imagem no formato original
im = reshape(im,tam); %colaca imagem no formato original
imshow(im)
xlabel(['n = ' num2str(n) ', ' ' BER = ' num2str(ber(end)) '$\%$' ' e $p_e = 25\%$'],'Interpreter','Latex','FontSize',18) %legenda
saveas(gcf,['nidealpe25lena.pdf']) %salvando arquivo
ber_op = 999; %pré alocando ber para verificação manual
n = 2; %realocando valor de repetições
while ber_op > 10^(-5) %laço para determinar solução com R_c = 1/n com BER < 10^(-5)
    lena_n = repmat(lena_b,[1 n+1]); %repetindo bits
    tam_n = size(lena_n); %adquire novo tamanho dos dados
    bsc_im = bsc(lena_n,pe); %obtem resultado após passar pelo canal BSC com erro pe = 25%
    v_erro = sum(bsc_im,2);  %soma cada bloco de bits repetidos
    resp = lena_n(:,1); %pré alocando resposta
        for p = 1:tam_n(1) %laço para corrigir os bits
            if v_erro(p) > (n+1)/2 %se a maioria dos bits de cada bloco for 1, resposta igual a 1
                resp(p,1) = 1;
            else %se a maioria dos bits de cada bloco for 0, resposta igual a 0
                resp(p,1) = 0;
            end
        end
    ber_op = sum(abs(lena_b-resp),1)/tam_b(1) %calcula ber
    n = n + 2 %incrementa número de repetições
end
figure %gera imagem
im = uint8(bi2de(reshape(resp,[8 (tam_n(1))/8])')); %colaca imagem no formato original
im = reshape(im,tam); %colaca imagem no formato original
imshow(im)
xlabel(['n = ' num2str(n-2) ', ' ' BER = ' num2str(ber_op*100) '$\%$' ' e $p_e = 25\%$'],'Interpreter','Latex','FontSize',18) %legenda
saveas(gcf,['n' num2str(n-2) 'pe25lena.pdf']) %salvando arquivo
```

Para determinar a taxa máxima do código é aquela que tem valor igual ou menor a capacidade do canal. Assim, assumindo que os bits de entrada são equiprováveis, a capacidade do canal é de:

$$C = 1 + p_e \ln(p_e) + (1 - p_e)\ln(1 - p_e) \approx 0,1887$$

Portanto a taxa máxima de um código que possa reduzir arbitrariamente teria uma taxa máxima $R_C =$ 0,1887, o que se fosse aplicado a um código de repetição simples seria a taxa de 1/6. Porém, essa taxa indica que algum código com essa taxa é capaz de reduzir arbitrariamente o erro, não que essa seja a ideal para o código de repetição.

Para determinar a taxa em um código de repetição foi feito um laço até que a BER atingisse um valor mínimo ideal para transmissão de imagens. Assim, chegou-se que para um canal BSC com probabilidade de erro de 25%, o número mínimo ideal de repetições é de 62.

Se aplicarmos ambas as taxas ao código de repetição teremos sim melhoras em relação a imagem não codificada, porém fica claro nas figuras (8) e (9), porém com 6 repetições o resultado está longe de ter um ruído desprezível, o que não ocorre para 62 repetições onde o ruído é imperceptível. Portanto fica nítido mais uma vez que o código de repetição não é eficiente para esse tipo de problema, pois demanda muitos recursos para resultados não proporcionalmente eficientes.

$p_e = 0\%$

$p_e = 25\%$

Figura 8: Transmissão da Imagem pelo canal BSC com probabilidade de erro $p_e = 25\%$.

$p_e = 0\%$

n = 6, BER = 7.0674% e $p_e = 25\%$

n = 62, BER = 0.00076294% e $p_e = 25\%$

Figura 9: Transmissão da Imagem pelo canal BSC com probabilidade de erro $p_e = 25\%$, $n = 6$ e $n = 62$.

Referências

[1] John G. Proakis and Masoud Salehi *Digital Communications*, 5th edition, New York (2008).

[2] Simon Haykin *Communication Systems* , 4th edition, New York (2014).

[3] Freitas Jr., W. C. *Notas de Aula de TI0056* (2018)

[4] Bouda, J. *Lecture 9 - Channel Capacity.* (2010) Disponível em: `https://www.fi.muni.cz/~xbouda1/teaching/2010/IV111/lecture9.pdf`

[5] Devarney, Bob *et al.A Tutorial on the Decibel.* (Desconhecido) Disponível em: `http://www.arrl.org/files/file/Instructor%20resources/A%20Tutorial%20on%20the%20Dec-N0AX.pdf`

[6] Ricardo, M. *Transmissão de Dados* (2002) Disponível em: `https://web.fe.up.pt/~mricardo/02_03/cdrc1/teoricas/transmissao_v5.pdf`