

# MAP2419 – INTRODUÇÃO AO TRABALHO DE FORMATURA

Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo  
(IME-USP)

## Projeto

### Um abordagem estocástica do Modelo Lorenz 80

**Orientador:**

Prof. Dr. Breno Raphaldini Ferreira da  
Silva

brenorfs@gmail.com

*IME-USP*

**Aluno:**

Lucas Amaral Taylor

NUSP: 13865062

lucasamtaylor@usp.br

*IME-USP*

# Introdução

Em janeiro de 2025, o aluno Lucas Amaral Taylor cursou a disciplina **MAP5007 - Ondas em Fluidos Geofísicos**, oferecida no programa de verão do Instituto de Matemática e Estatística (IME-USP), ministrada pelo Prof. Dr. Breno Raphaldini Ferreira da Silva. A disciplina teve como objetivo apresentar conceitos básicos da dinâmica de fluidos geofísicos por meio de uma abordagem matemática (Sistema Janus - USP, 2025).

Ao final da disciplina, o aluno realizou um seminário com o tema “*Um breve estudo do Modelo Lorenz 80*”, cujo objetivo foi apresentar os aspectos gerais do modelo geofísico desenvolvido por Edward Norton Lorenz no artigo “*Attractor Sets and Quasi-Geostrophic Equilibrium*” (Lorenz, 1980). Os arquivos do seminário estão disponíveis publicamente no repositório do *GitHub* (Taylor, 2025).

O presente trabalho de conclusão de curso é uma extensão desse estudo prévio. Em novembro de 2021, foi publicado o artigo “*Stochastic Rectification of Fast Oscillations on Slow Manifold Closures*” (Chekroun et al., 2021), que propõe uma abordagem estocástica para sistemas lentos-rápidos, utilizando métodos da física estatística. Para tal, emprega-se o modelo de Lorenz 80 como caso de estudo e, particularmente, o método de Mori-Zwanzig, que, sucintamente, é um método da física estatística que separa a dinâmica de um sistema em partes relevantes e irrelevantes por meio de operadores de projeção.

Um dos aspectos fundamentais do método de Mori-Zwanzig é que, ao projetar a dinâmica de um sistema sobre um subespaço de variáveis relevantes, os efeitos das variáveis descartadas não desaparecem. Eles são incorporados na dinâmica efetiva na forma de dois termos adicionais: um termo markoviano, que representa a influência dos estados passados, e um termo de ruído, que traduz a variabilidade não resolvida.

Neste trabalho, serão abordados o arcabouço teórico necessário para a compreensão do método de Mori-Zwanzig, sua construção e suas propriedades. Além disso, realizaremos simulações computacionais utilizando a linguagem Julia e, em especial, a biblioteca *SciML: Open Source Software for Scientific Machine Learning*, que oferece ferramentas para o tratamento de equações diferenciais estocásticas.

Como extensão do trabalho apresentado por Chekroun et al. (2021), também exploraremos diferentes estruturas e características do ruído, investigando como sua modelagem impacta a dinâmica efetiva do modelo de Lorenz 80. A intenção é avaliar se abordagens alternativas ou complementares para a representação do ruído podem enriquecer ou aperfeiçoar os resultados obtidos na formulação estocástica do sistema.

Por fim, ressalta-se que este trabalho integra conhecimentos em análise, equações diferenciais ordinárias, equações diferenciais parciais, álgebra linear, estatística, física e computação. Esses tópicos estão diretamente alinhados com a formação do curso de Bacharelado em Matemática Computacional com habilitação em Métodos Matemáticos. Dessa forma, o trabalho de conclusão de curso configura-se como uma atividade de caráter transversal e interdisciplinar, abrangendo de maneira integrada os conteúdos desenvolvidos ao longo da graduação.

## Objetivos

1. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis.
  - (a) Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi.
  - (b) Morbi auctor lorem non justo.
2. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis.
  - (a) Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi.
  - (b) Morbi auctor lorem non justo.
3. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis.
  - (a) Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi.
  - (b) Morbi auctor lorem non justo.

## Metodologia

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

## Cronograma

Mês	Atividade
Abril	Definição de tema, orientador e seleção das principais referências.
Maio	Introdução ao formalismo de Mori-Zwanzig; Introdução à linguagem Julia;
Junho	Nulla malesuada porttitor diam.
Julho	Quisque ullamcorper placerat ipsum.
Agosto	Fusce mauris.
Setembro	Suspendisse vel felis.
Outubro	Conclusão da monografia
Novembro	Revisão, tradução e apresentação

## Referências

- Chekroun, M. D., H. Liu e J. C. McWilliams (jun. de 2017). “The emergence of fast oscillations in a reduced primitive equation model and its implications for closure theories”. Em: *Computers & Fluids* 151, pp. 3–22. ISSN: 0045-7930. DOI: 10.1016/j.compfluid.2016.07.005. URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.compfluid.2016.07.005>.
- Chekroun, M. D., H. Liu e J. C. McWilliams (nov. de 2021). “Stochastic rectification of fast oscillations on slow manifold closures”. Em: *Proceedings of the National Academy of Sciences* 118.48. ISSN: 1091-6490. DOI: 10.1073/pnas.2113650118. URL: <http://dx.doi.org/10.1073/pnas.2113650118>.
- Julia contributors (2024). *The Julia Programming Language*. <https://julialang.org/>. Disponível em: acesso em 23 maio 2025.
- Lorenz, E. N. (1980). “Attractor Sets and Quasi-Geostrophic Equilibrium”. Em: *Journal of Atmospheric Sciences* 37.8, pp. 1685–1699. DOI: 10.1175/1520-0469(1980)037<1685:ASAQGE>2.0.CO;2. URL: [https://journals.ametsoc.org/view/journals/atsc/37/8/1520-0469\\_1980\\_037\\_1685\\_asaqge\\_2\\_0\\_co\\_2.xml](https://journals.ametsoc.org/view/journals/atsc/37/8/1520-0469_1980_037_1685_asaqge_2_0_co_2.xml).
- Sistema Janus - USP (2025). *Ondas em Fluidos Geofísicos*. <https://uspdigital.usp.br/janus/componente/disciplinasOferecidasInicial.jsf?action=3&sgldis=MAP5007>. Disponível em: acesso em 08 maio 2025.
- Taylor, L. A. (2025). *Lorenz80: Estudo do modelo de Lorenz (1980)*. <https://github.com/lucasamtaylor01/Lorenz80>. Disponível em: acesso em 08 maio 2025.