

Numerisk Lineær Algebra F2021

Opgavesæt 1

Opgave 1.1. Installér python samt pakkerne NumPy og Matplotlib. Tjek at du kan køre nogle eksempler fra Notesæt 1, samt at versionsoplysning er ikke alt for forskelligt fra den givet i Python afsnittet i Notesæt 1.

Opgave 1.2. Ifølge google bor du 2,2 km fra universitet og dit fitbit fortæller at du går 6,2 km/h, som er ikke så langsomt. Hvor lang tid tager det dig til at komme hen til universitet? Giv maksimums- og minimumsværdier til én decimal.

Opgave 1.3. I et simpelt elektrisk kredsløb har du et AAA batteri, som yder en spænding omkring $V = 1,5 \text{ V}$, og en resistor med modstand $R = 20 \text{ ohm} \pm 5 \%$. Den elektriske strøm I igennem R er givet ved Ohms lov $V = R \cdot I$ og den elektriske effekt P er $P = V \cdot I$. Vælg en realistisk størrelse for usikkerheden i værdien V , og bestem derefter de mulige ekstreme værdier for I og P .

Opgave 1.4. (a) Giv eksempler i python, hvor (i) $a * (b + c)$ er forskelligt fra $a*b + a*c$ og (ii) $a*(b/c)$ er forskelligt fra $(a*b)/c$. Bonus opnås hvis du kan bruge de samme a , b og c i begge del.

(b) Find frem til den mindste positive `float` a i python, således at $a+1.0$ giver det samme som a .

(c) Afgør om

```
1.0 - np.finfo(float).eps
```

er den største `float` mindre end 1.0 .

Opgave 1.5. Softmax funktionen fra machine learning er givet ved

$$\text{softmax}(x, y) = \left(\frac{e^x}{e^x + e^y}, \frac{e^y}{e^x + e^y} \right).$$

Giv en matematisk omskrivningen der kan beregne $\text{softmax}(x, y)$ uden overflow. Generalisér til $\text{softmax}(x_0, x_1, \dots, x_{n-1})$ som har i 'te koordinat

$$\frac{e^{x_i}}{e^{x_0} + e^{x_1} + \dots + e^{x_{n-1}}}.$$

Opgave 1.6. (a) Lav en to-dimensional figur, som kan plottes med Matplotlib. Vis derefter effekten af matricen

$$A = \begin{bmatrix} 2,0 & -1,0 \\ -1,0 & 2,0 \end{bmatrix}$$

på den.

(b) Brug din figur til at afgøre hvilke af følgende udsagn er gyldige:

- (i) en rotation efterfulgt af en anden rotation er en rotation,
- (ii) en spejling efterfulgt af en anden spejling er en spejling,
- (iii) en spejling efterfulgt af en anden rotation er en spejling,
- (iv) en spejling efterfulgt af en anden spejling er en rotation.

For de udsagn der er sand, giv en matematisk begrundelse.

(c) Hvad sker der hvis du gentager transformationen fra del (a) flere gange, dvs. hvis du kikker på figurerne svarende til $v \mapsto Av$, $v \mapsto A(Av)$, $v \mapsto A(A(Av))$, ...?

Andrew Swann