

Aflevering 5

Lucas Bagge

Vi skal se hvordan vi kan flytte en figur i planen til en standard position.
Betragt et ottetalsfigur i planen givet ved

$$(3 \cos(t), \sin(2t)), \quad \text{for } 0 \leq t \leq 2\pi.$$

Vi vil danne nogle datapunkter der ligge tæt på en drejet version af denne figur.

(a) Plot kurven i python.

a)

I den første del af opgaven skal vi tage de angivende funktioner:

$$(3\cos(t), \sin(2t)), \text{ for } 0 \leq t \leq 2\pi$$

Moduler Hertil vil jeg hente 'numpy' og matplotlib modulerne.

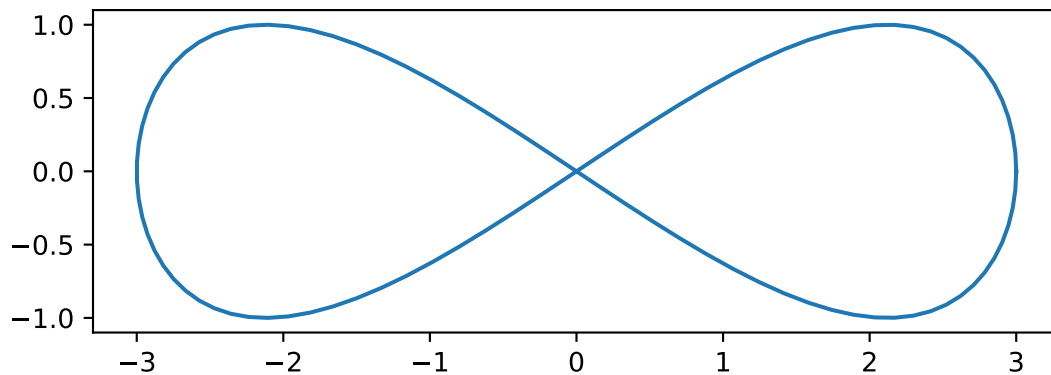
```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

Nu kan jeg således danne vores punkter til figuren.

```
theta = np.linspace(0, 2*np.pi, 100)
x = 3 * np.cos(theta)
y = np.sin(2*theta)
eight = np.array([x, y])
```

Herefter kan vi plotte det.

```
fig, ax = plt.subplots()
ax.set_aspect('equal')
ax.plot(*eight)
plt.show()
```



(b) Brug

```
rng = np.random.default_rng()
theta = rng.uniform(...)
```

til at vælge en tilfældig vinkel θ mellem $\pi/10$ og $9\pi/10$. Drej kurven med rotationsmatricen $R = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$ og plot resultatet.

b)

Allerede først vil jeg angive de to funktioner som er oplyst i opgave teksten:

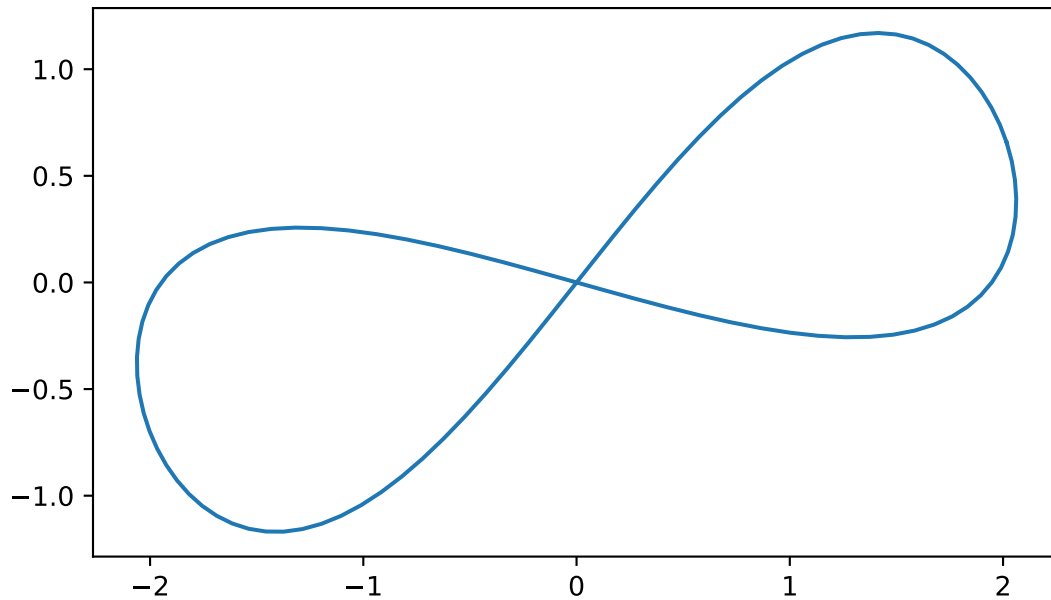
```
rng = np.random.default_rng()
theta2 = rng.uniform(low = 0, high = 1)
```

Herefter definerer jeg min rotationsmatrice:

```
c = np.cos(np.pi/10)
s = np.sin(9*np.pi/10)
R = np.array([[c * theta2, -s * theta2], [s * theta2, c * theta2]])
```

```
fig, ax = plt.subplots()
ax.set_aspect('equal')
ax.plot(*R @ eight))

plt.show()
```



- (c) For et rimeligt stort n , f.eks. $n = 1000$, dan en $(2 \times n)$ -matrix hvis søjler er tilfældige punkter fra den drejede kurve. Ved hjælp af

```
rng.normal(0.0, 0.1, (2,n)),
```

eller noget lignende, tilføj støj til alle indgange til at få en matrix A . Plot punkterne i resultatet.

d

- (d) For hver række i A , træk middelværdien fra, og dermed dan en ny matrix B hvor hver række har middelværdi 0. Der må gerne anvendes `np.mean()`.

d

- (e) Brug python til at beregne singularværdidekomponeringen $B = U\Sigma V^T$ af B . Angiv $U \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ og singularværdierne.

d

- (f) Beskriv hvordan singularværdierne og de venstre singularvektorer for B er relateret til den oprindelige figur.
- (g) Vis hvordan den ortogonale matrix U kan bruges til at flytte figuren givet ved B , så den ligger tæt på den oprindelige ottetalsfigur.

d