

## REVISIÓN TEMÁTICA

# Una revisión de los algoritmos de clasificación para las interfaces cerebro-computadora basadas en EEG: una actualización de 10 años

Para citar este artículo: F Lotte et al 2018 J. Neural Eng. **15** 031005

Ver el [artículo en línea](#) para actualizaciones y mejoras.

## También te puede interesar

- [Brain-computer interfaces based on code modulated visual evoked potentials \(c VEP\): a literature review](#) Víctor Martínez-Cagigal, Jordy Thielen, Eduardo Santamaría-Vázquez et al.
- [Un estudio de los problemas existentes para estimar la tasa de transferencia de información en las interfaces cerebro-computadora en línea](#) Peng Yuan, Xiaorong Gao, Brendan Allison et al.
- [Una inteligencia artificial que aumenta el rendimiento de la interfaz cerebro-computadora simulada](#) Sebastian Olsen, Jianwei Zhang, Ken-Fu Liang et al.

## Revisión temática

# Una revisión de los algoritmos de clasificación para las interfaces cerebro-computadora basadas en EEG: una actualización de 10 años

Lote F1,2<sup>✉</sup>, L Bougrain<sup>3,4</sup>, A Cichocki<sup>2,5,10</sup>, M Clerc<sup>6</sup>, M Congedo<sup>7</sup>, A Rakotomamonjy<sup>8</sup> y F Yger<sup>9</sup>

<sup>1</sup> Inria, LaBRI (CNRS/Univ. Bordeaux/INP), Talence, Francia

<sup>2</sup> Instituto de Ciencias del Cerebro RIKEN, Wakoshi, Japón

<sup>3</sup> Universidad Lorena, Nancy, Francia

<sup>4</sup> Inria Nancy Grand-Est / LORIA, Nancy, Francia

<sup>5</sup> Instituto Skolkovo de Ciencia y Tecnología, Moscú, Rusia

<sup>6</sup> Inria, Universidad Côte d'Azur, Francia Univ.

<sup>7</sup> Grenoble Alpes, CNRS, Grenoble INP, GIPSA-lab, Grenoble, Francia

<sup>8</sup> Universidad Rouen / LITIS, Rouen, Francia

<sup>9</sup> Universidad Paris-Dauphine, Universidad de Investigación PSL / CNRS, LAMSADE, París, Francia

<sup>10</sup> Universidad Nicolaus Copernicus, Torun, Polonia

Correo electrónico: [fabien.lotte@inria.fr](mailto:fabien.lotte@inria.fr)

Recibido el 21 de noviembre de 2017, revisado el 23 de enero de 2018

Aceptado para su publicación el 28 de febrero de 2018

Publicado el 16 de abril de 2018



## Resumen

**Objetivo.** La mayoría de las interfaces cerebro-computadora (BCI) basadas en electroencefalografía (EEG) actuales se basan en algoritmos de aprendizaje automático. Existe una gran diversidad de tipos de clasificadores que se utilizan en este campo, como se describe en nuestro artículo de revisión de 2007. Ahora, aproximadamente diez años después de esta publicación de revisión, se han desarrollado y probado muchos algoritmos nuevos para clasificar las señales de EEG en BCI. Por lo tanto, ha llegado el momento de una revisión actualizada de los algoritmos de clasificación de EEG para BCI. **Acercarse.** Examinamos la literatura de BCI y aprendizaje automático de 2007 a 2017 para identificar los nuevos enfoques de clasificación que se han investigado para diseñar BCI. Sintetizamos estos estudios para presentar dichos algoritmos, informar cómo se usaron para BCI, cuáles fueron los resultados e identificar sus ventajas y desventajas. **Resultados principales.** Descubrimos que los algoritmos de clasificación diseñados recientemente para BCI basados en EEG se pueden dividir en cuatro categorías principales: clasificadores adaptativos, clasificadores de matriz y tensor, aprendizaje de transferencia y aprendizaje profundo, además de algunos otros clasificadores diversos. Entre estos, se demostró que los clasificadores adaptativos son generalmente superiores a los estáticos, incluso con una adaptación no supervisada. El aprendizaje por transferencia también puede resultar útil, aunque los beneficios del aprendizaje por transferencia siguen siendo impredecibles. Los métodos basados en la geometría de Riemann han alcanzado un desempeño de vanguardia en múltiples problemas de BCI y merecen ser explorados más a fondo, junto con los métodos basados en tensores. El análisis discriminante lineal de contracción y los bosques aleatorios también parecen particularmente útiles para configuraciones de muestras de entrenamiento pequeñas. Por otro lado, los métodos de aprendizaje profundo aún no han mostrado una mejora convincente con respecto a los métodos BCI de última generación. **Significado.** Este documento proporciona una descripción general completa de los algoritmos de clasificación modernos utilizados en BCI basados en EEG, presenta los principios de estos métodos y pautas sobre cuándo y cómo usarlos. También identifica una serie de desafíos para avanzar aún más en la clasificación EEG en BCI.

Palabras clave: interfaces cerebro-computadora, electroencefalografía, clasificación, filtrado espacial, aprendizaje profundo, geometría de Riemann, aprendizaje por transferencia

(Algunas figuras pueden aparecer en color solo en la revista en línea)

## 1. Introducción

Una interfaz cerebro-computadora (BCI) puede definirse como un sistema que traduce los patrones de actividad cerebral de un usuario en mensajes o comandos para una aplicación interactiva, siendo esta actividad medida y procesada por el sistema [44, 139, 229].

La actividad cerebral de un usuario de BCI generalmente se mide mediante electroencefalografía (EEG). Por ejemplo, una BCI puede permitir que un usuario mueva un cursor hacia la izquierda o hacia la derecha de la pantalla de una computadora al imaginar movimientos de la mano izquierda o derecha, respectivamente [230]. Dado que hacen posible el control por computadora sin ninguna actividad física, las BCI basadas en EEG prometen revolucionar muchas áreas de aplicaciones, en particular para permitir que los usuarios con discapacidades motoras severas controlen tecnologías de asistencia, por ejemplo, sistemas de entrada de texto o sillas de ruedas [181], como dispositivos de rehabilitación para accidentes cerebrovasculares. pacientes [8], como nuevos dispositivos de entrada de juegos [52], o para diseñar interfaces adaptables humano-computadora que pueden reaccionar a los estados mentales del usuario [237], por nombrar algunos [45, 216].

Para utilizar una BCI, generalmente se requieren dos fases: (1) una fase de entrenamiento fuera de línea durante la cual se calibra el sistema y (2) la fase operativa en línea en la que el sistema puede reconocer patrones de actividad cerebral y traducirlos en comandos. para una computadora [136]. Un sistema BCI en línea es un circuito cerrado, que comienza cuando el usuario produce un patrón de EEG específico (p. ej., utilizando imágenes motoras) y se miden estas señales de EEG. Luego, las señales de EEG generalmente se preprocesan utilizando varios filtros espaciales y espectrales [23], y las características se extraen de estas señales para representarlas en una forma compacta [140]. Finalmente, estas características de EEG se clasifican [141] antes de traducirse en un comando para una aplicación [45] y antes de que se proporcione retroalimentación a los usuarios para informarles si un comando mental específico fue reconocido o no [170].

Aunque actualmente se están realizando muchos esfuerzos para lograr modos de operación sin calibración, actualmente se usa una calibración fuera de línea y es necesaria en la mayoría de las BCI para obtener un sistema confiable. En esta etapa, se calibra el algoritmo de clasificación y se seleccionan las características óptimas de múltiples canales de EEG. Para esta calibración, el usuario debe pregrabar un conjunto de datos de entrenamiento. Las señales de EEG son muy específicas del usuario y, como tales, la mayoría de los sistemas BCI actuales están calibrados específicamente para cada usuario. Este conjunto de datos de entrenamiento contiene señales de EEG registradas mientras el usuario realizaba cada tarea mental de interés varias veces, de acuerdo con las instrucciones dadas.

Hay varios elementos clave en el circuito cerrado de BCI, uno de los cuales son los algoritmos de clasificación, también conocidos como *clasificadores*, que se utilizan para reconocer los patrones de EEG de los usuarios en función de las características de EEG. Hubo, y todavía hay, una gran diversidad de tipos de clasificadores que se utilizan y se han explorado para diseñar BCI, como se presentó en nuestra revisión de 2007 de clasificadores para BCI basados en EEG [141]. Ahora, aproximadamente diez años después de esta revisión inicial

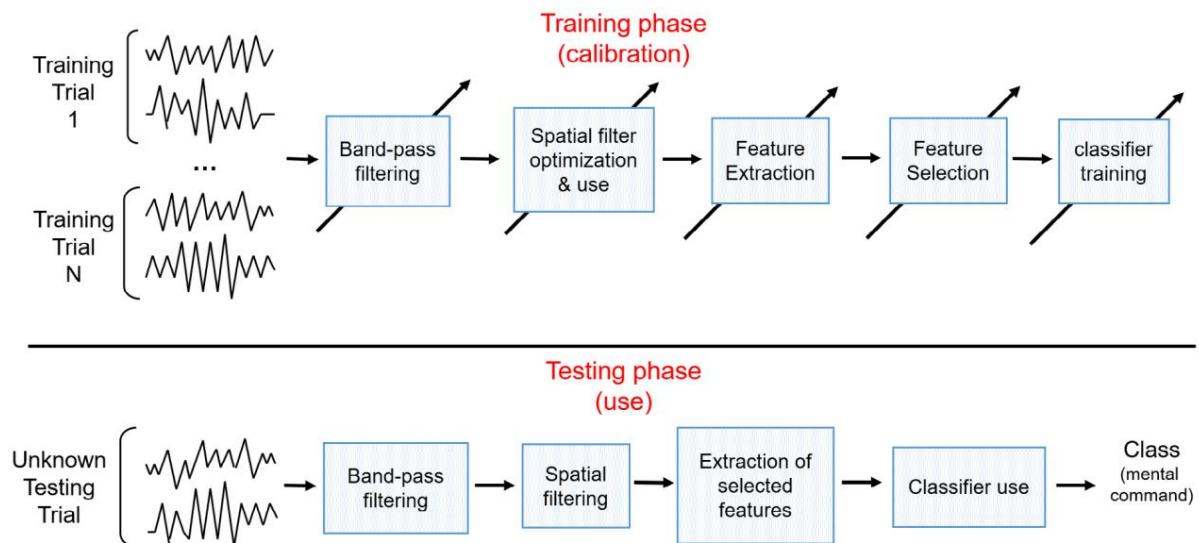
se publicó, se han diseñado y explorado muchos algoritmos nuevos para clasificar las señales de EEG en BCI, y los BCI son más populares que nunca. Por lo tanto, creemos que ha llegado el momento de actualizar esta revisión de los clasificadores de EEG. En consecuencia, en este documento, examinamos la literatura sobre BCI y aprendizaje automático desde 2007 hasta 2017 para identificar qué nuevos algoritmos de clasificación de EEG se han investigado para diseñar BCI y cuáles parecen ser los más eficientes<sup>11</sup>. Tenga en cuenta que también incluimos en la presente revisión métodos de aprendizaje automático para la extracción de características de EEG, en particular para optimizar los filtros espaciales, que se han convertido en un componente clave de los enfoques de clasificación de BCI. Sintetizamos estas lecturas para presentar estos algoritmos, para informar cómo se usaron para BCI y cuáles fueron los resultados. También identificamos sus ventajas y desventajas para proporcionar pautas sobre cómo y cuándo usar un método de clasificación específico, y proponemos algunos desafíos que deben resolverse para permitir un mayor progreso en la clasificación de señales EEG.

Este artículo está organizado de la siguiente forma: La Sección 2 presenta brevemente las técnicas de selección y extracción de características de EEG que se utilizan típicamente, ya que estas características suelen ser la entrada para los clasificadores. También resume las métricas de evaluación del rendimiento del clasificador. Luego, la sección 3.1 brinda un resumen de los clasificadores que se usaron para los BCI basados en EEG hasta 2007, muchos de los cuales todavía se usan en la actualidad, así como los desafíos que enfrentan los métodos de clasificación EEG actuales. La Sección 4 describe el núcleo del documento, ya que revisa los algoritmos de clasificación para BCI que se han explorado desde 2007 para abordar estos diversos desafíos. Estos algoritmos se analizan en la sección 5, donde también proponemos pautas sobre cómo y cuándo usarlos, e identificamos algunos desafíos pendientes. Finalmente, la sección 6 concluye el documento.

## 2. Resumen de extracción y selección de funciones y medidas de rendimiento

El presente documento está dedicado a los métodos de clasificación para BCI. Sin embargo, la mayoría de las canalizaciones de reconocimiento de patrones/ aprendizaje automático y las BCI no son una excepción, no solo usan un clasificador, sino que también aplican técnicas de extracción/selección de características para representar señales EEG de una manera compacta y relevante. En particular para BCI, las señales de EEG generalmente se filtran tanto en el dominio del tiempo (filtro de paso de banda) como en el dominio espacial (filtro espacial) antes de que se extraigan las características de las señales resultantes. Luego, los mejores subconjuntos de características se identifican utilizando la característica

<sup>11</sup> Esta revisión actualizada describe conceptos de clasificación más avanzados y algoritmos que los presentados en la revisión inicial en [141]. Por lo tanto, recomendamos a nuestros lectores nuevos en el campo de la clasificación de EEG que comiencen leyendo [141], ya que ese documento es más accesible y los conceptos que presenta no se explicarán nuevamente en el manuscrito actual.



**Figura 1.** Proceso de clasificación típico en sistemas BCI basados en EEG. La flecha oblicua denota algoritmos que pueden o deben optimizarse a partir de datos. Por lo general, es necesaria una fase de capacitación para identificar los mejores filtros y características y para capacitar al clasificador. Los filtros, las características y el clasificador resultantes se utilizan luego en línea para operar la BCI.

algoritmos de selección, y estas características se utilizan para entrenar un clasificador. Este proceso se ilustra en la figura 1. En este capítulo, analizamos brevemente qué funciones se utilizan normalmente en BCI, cómo seleccionar las funciones más relevantes entre ellas y cómo evaluar la canalización de reconocimiento de patrones resultante.

## 2.1. Extracción de características

Si bien hay muchas formas de representar las señales de EEG (p. ej., [16, 136, 155]), los dos tipos de características más comunes que se utilizan para representar las señales de EEG son las características de potencia de banda de frecuencia y las características de punto de tiempo.

Las características de potencia de banda representan la potencia (energía) de las señales de EEG para una banda de frecuencia dada en un canal dado, promediada durante una ventana de tiempo dada (típicamente 1 segundo para muchos paradigmas BCI). Las características de la potencia de la banda se pueden calcular de varias formas [28, 87] y se utilizan ampliamente para BCI que aprovechan la actividad oscilatoria, es decir, los cambios en las amplitudes del ritmo de EEG. Como tal, las características de potencia de banda son las características estándar de oro para BCI basadas en imágenes motoras y mentales para muchas BCI pasivas que apuntan a decodificar estados mentales como la carga de trabajo mental o las emociones, o para BCI basadas en potencial evocado visual de estado estable (SSVEP).

Las funciones de puntos de tiempo son una concatenación de muestras de EEG de todos los canales. Por lo general, estas características se extraen después de un preprocesamiento, en particular filtrado de paso de banda o de paso bajo y reducción de muestreo. Son las características típicas que se utilizan para clasificar los potenciales relacionados con eventos (ERP), que son variaciones temporales en las amplitudes de las señales EEG sincronizadas en el tiempo con un evento/ estímulo determinado [22, 136]. Estas son las funciones utilizadas en la mayoría de BCI basadas en P300.

Ambos tipos de características se benefician de la extracción después del filtrado espacial [22, 136, 185, 188]. El filtrado espacial consiste en combinar las señales originales del sensor, normalmente de forma lineal, lo que puede dar como resultado una señal con una relación señal/ruido más alta que la de los sensores individuales. El filtrado espacial puede ser independiente de los datos, por ejemplo, basado en consideraciones físicas con respecto a

cómo las señales de EEG viajan a través de la piel y el cráneo, dando lugar a filtros espaciales como el conocido filtro laplaciano [159] o el filtrado espacial basado en solución inversa [18, 101, 124, 173]. Los filtros espaciales también se pueden obtener de manera no supervisada y basada en datos con métodos como el análisis de componentes principales (PCA) o el análisis de componentes independientes (ICA) [98]. Finalmente, los filtros espaciales se pueden obtener de manera basada en datos, con aprendizaje supervisado, que actualmente es uno de los enfoques más populares. Los filtros espaciales supervisados incluyen los bien conocidos patrones espaciales comunes (CSP) [23, 185], dedicados a características de potencia de banda y actividad oscilatoria BCI, y filtros espaciales como xDAWN [188] o filtros espaciales de Fisher [92] para ERP clasificación basada en las características del punto de tiempo. Debido a los buenos resultados de clasificación obtenidos por estos filtros espaciales supervisados en la práctica, se han desarrollado muchas variantes de dichos algoritmos que son más resistentes al ruido o a las señales no estacionarias, utilizando enfoques de regularización, promediación robusta de datos y/o nuevas medidas de divergencia. (p. ej. [143, 187, 194, 211, 233]). De manera similar, se han propuesto extensiones de estos enfoques para optimizar los filtros espectrales y espaciales simultáneamente (por ejemplo, el popular método CSP del banco de filtros (FBCSP) [7] y otros [61, 88, 161]).

Finalmente, algunos enfoques han combinado filtros espaciales controlados físicamente basados en modelos inversos con filtros espaciales controlados por datos (p. ej. [49, 148]).

Si bien el filtrado espacial seguido de la potencia de banda o la extracción de características de puntos de tiempo son, con mucho, las características más comunes utilizadas en las BCI actuales basadas en EEG, debe mencionarse que se han explorado y utilizado otros tipos de características. En primer lugar, un tipo cada vez más utilizado son las funciones de conectividad. Tales características miden la correlación o sincronización entre señales de diferentes sensores y/o bandas de frecuencia. Esto se puede medir utilizando características como la coherencia espectral, los valores de bloqueo de fase o las funciones de transferencia dirigida, entre muchas otras [31, 79, 110, 167, 225, 240]. Los investigadores también han explorado varias medidas de complejidad de la señal de EEG o estadísticas de orden superior como características de las señales de EEG (por ejemplo, [11,

29, 135, 248]). Finalmente, en lugar de usar vectores de características, investigaciones recientes también han explorado cómo representar señales de EEG por matrices de covarianza o por tensores (es decir, arreglos y arreglos multidireccionales, con dos o más dimensiones), y cómo clasificar estas matrices o tensores. directamente [38, 47, 232]. Tales enfoques se discuten en la sección 4.2. Cabe mencionar que cuando se utilizan descomposiciones matriciales o tensoriales, las características resultantes son combinaciones lineales de varios sensores.

datos, puntos temporales o frecuencias (entre otros). Como tales, es posible que no tengan una interpretación física/fisiológica obvia, pero sin embargo resultan útiles para el diseño de BCI.

Finalmente, es interesante notar que varios estudios de BCI han informado que la combinación de varios tipos de características, por ejemplo, puntos de tiempo con potencias de banda o potencias de banda con características de conectividad, generalmente conduce a una mayor precisión de clasificación en comparación con el uso de un solo tipo de característica (por ejemplo, [29, 60, 70, 93, 166, 191]). La combinación de varios tipos de funciones normalmente aumenta la dimensionalidad; por lo tanto, requiere la selección de las características más relevantes para evitar la maldición de la dimensionalidad. Los métodos para reducir la dimensionalidad se describen en la siguiente sección.

## 2.2. Selección de características

Se puede aplicar un paso de selección de características después del paso de extracción de características para seleccionar un subconjunto de características con varios beneficios potenciales [82]. En primer lugar, entre las diversas características que se pueden extraer de las señales de EEG, algunas pueden ser redundantes o no estar relacionadas con los estados mentales a los que se dirige el BCI. En segundo lugar, el número de parámetros que el clasificador tiene que optimizar se correlaciona positivamente con el número de características. Reducir el número de características lleva a que el clasificador optimice menos parámetros. También reduce los posibles efectos del sobreentrenamiento y, por lo tanto, puede mejorar el rendimiento, especialmente si el número de muestras de entrenamiento es pequeño. En tercer lugar, desde el punto de vista de la extracción de conocimiento, si solo se seleccionan y/o clasifican unas pocas características, es más fácil observar qué características están realmente relacionadas con los estados mentales objetivo. En cuarto lugar, un modelo con menos características y, en consecuencia, menos parámetros puede producir predicciones más rápidas para una nueva muestra, ya que debería ser computacionalmente más eficiente. En quinto lugar, se reducirá la recopilación y el almacenamiento de datos. Se han identificado tres enfoques de selección de características [106]: el filtro, el envoltorio y los enfoques integrados. Se han propuesto muchos métodos alternativos para cada enfoque.

Los métodos de filtro se basan en medidas de relación entre cada característica y la clase de destino, independientemente del clasificador que se utilice. El coeficiente de determinación, que es el cuadrado de la estimación del coeficiente de correlación de Pearson, se puede utilizar como criterio de clasificación de características [85]. El coeficiente de determinación también se puede usar para un problema de dos clases, etiquetando las clases como  $-1$  o  $+1$ . Sin embargo, el coeficiente de correlación solo puede detectar dependencias lineales entre características y clases. Para explotar las relaciones no lineales, una solución simple es aplicar un preprocesamiento no lineal, como tomar el cuadrado o el logaritmo de las características. También se pueden utilizar criterios de clasificación basados en la teoría de la información, p.

información entre cada función y la variable objetivo [82, 180]. Muchos enfoques de selección de características de filtro requieren estimaciones de las densidades de probabilidad y la densidad conjunta de la característica y la etiqueta de clase de los datos. Una solución es discretizar las características y las etiquetas de clase. Otra solución es aproximar sus densidades con un método no paramétrico como las ventanas de Parzen [179]. Si las densidades se estiman mediante una distribución normal, el resultado obtenido por la información mutua será similar al obtenido por el coeficiente de correlación. Los enfoques de filtro tienen una complejidad lineal con respecto al número de características. Sin embargo, esto puede conducir a una selección de características redundantes [106].

Los enfoques envolventes y embebidos resuelven este problema a costa de un mayor tiempo de cálculo. Estos enfoques utilizan un clasificador para obtener un subconjunto de características. Los métodos de envoltura seleccionan un subconjunto de características, lo presentan como entrada a un clasificador para entrenamiento, observan el rendimiento resultante y detienen la búsqueda de acuerdo con un criterio de detención o proponen un nuevo subconjunto si no se cumple el criterio. Los métodos integrados integran la selección de características y la evaluación en un proceso único, por ejemplo, en un árbol de decisión [27, 184] o un perceptrón multicapa con daño celular óptimo [37].

La selección de características ha proporcionado mejoras importantes en BCI, por ejemplo, el análisis discriminante lineal paso a paso (método integrado) para P300-BCI [111] y la selección de bandas de frecuencia para imágenes motoras utilizando información mutua máxima (métodos de filtrado) [7]. Mencionemos también la máquina de vectores de soporte para la selección de canales [115], el regresor lineal para la extracción de conocimiento [123], los algoritmos genéticos para la selección de características espectrales [50] y la selección de características basada en P300 [201], o los algoritmos evolutivos para la selección de características . basado en análisis multiresolución [176] (todos son métodos de envoltura).

De hecho, las técnicas metaheurísticas (que también incluyen colonias de hormigas, búsqueda en enjambre, búsqueda tabú y recocido simulado) [152] se utilizan cada vez más para la selección de características en BCI [174] con el fin de evitar la maldición de la dimensionalidad.

Otros métodos populares utilizados en BCI basados en EEG incluyen, en particular, métodos de filtro como la selección de características de máxima relevancia y mínima redundancia (mRMR) [166, 180] o la selección de características R2 [169, 217]. Debe mencionarse que cinco métodos de selección de características, a saber, la clasificación de ganancia de información, la selección de características basada en la correlación, el Alivio (un método de clasificación de características basado en instancias para problemas multiclase), la selección de características basada en la consistencia y la clasificación 1R (clasificación de una regla) tienen sido evaluado en los conjuntos de datos de la competencia BCI III [107]. Entre diez clasificadores, los tres principales métodos de selección de características fueron la selección de características basada en la correlación, la ganancia de información y la clasificación 1R, respectivamente.

## 2.3. Medidas de desempeño

Para evaluar el rendimiento de BCI, se debe tener en cuenta que están en juego diferentes componentes del bucle BCI [212].

Con respecto al clasificador solo, la medida de rendimiento más básica es la precisión de la clasificación. Esto es válido solo si las clases están balanceadas [66], es decir, con el mismo número de muestras por clase y si el clasificador es imparcial, es decir, tiene el mismo

rendimiento para cada clase [199]. Si no se cumplen estas condiciones, la métrica Kappa o la matriz de confusión son medidas de desempeño más informativas [66]. El par sensibilidad-especificidad, o precisión, se puede calcular a partir de la matriz de confusión.

Cuando la clasificación depende de un parámetro continuo (por ejemplo, un umbral), a menudo se utilizan la curva característica operativa del receptor (ROC) y el área bajo la curva (AUC).

El rendimiento del clasificador generalmente se calcula fuera de línea en datos pregrabados, utilizando una estrategia de retención: algunos conjuntos de datos se reservan para su uso en la evaluación y no forman parte del conjunto de datos de entrenamiento. Sin embargo, algunos autores también informan medidas de validación cruzada estimadas en datos de entrenamiento, lo que puede sobrevalorar el rendimiento.

La contribución del rendimiento del clasificador al rendimiento general de BCI depende en gran medida de la orquestación de los subcomponentes de BCI. Esta orquestación es muy variable dada la variedad de sistemas BCI (coadaptativos, híbridos, pasivos, autodirigidos o del sistema). Se remite al lector a [212] para una revisión exhaustiva de las estrategias de evaluación en tales contextos de BCI.

### 3. Métodos pasados y desafíos actuales

#### 3.1. Una breve descripción de los métodos utilizados hace diez años.

En nuestra revisión original de algoritmos de clasificación para BCI basados en EEG publicada hace diez años, identificamos cinco familias principales de clasificadores que se habían explorado: clasificadores lineales, redes neuronales, clasificadores bayesianos no lineales, clasificadores de vecinos más cercanos y combinaciones de clasificadores [141].

Los clasificadores lineales reúnen clasificadores discriminantes que utilizan límites de decisión lineales entre los vectores de características de cada clase. Incluyen análisis discriminante lineal (LDA), LDA regularizado y máquinas de vectores de soporte (SVM). Tanto LDA como SVM fueron, y siguen siendo, los tipos de clasificadores más populares para BCI basados en EEG, particularmente para BCI en línea y en tiempo real. La revisión anterior destacó que, en términos de desempeño, SVM a menudo superó a otros clasificadores.

Las redes neuronales (NN) son conjuntos de neuronas artificiales, dispuestas en capas, que se pueden utilizar para aproximar cualquier límite de decisión no lineal. El tipo más común de NN utilizado para BCI en ese momento era el perceptrón multicapa (MLP), que generalmente empleaba solo una o dos capas ocultas. Otros tipos de NN se exploraron de manera más marginal, como el clasificador gaussiano NN o la cuantificación del vector de aprendizaje (LVQ) NN.

Los clasificadores bayesianos no lineales son clasificadores que modelan las distribuciones de probabilidad de cada clase y usan la regla de Bayes para seleccionar la clase para asignar al vector de características actual. Dichos clasificadores incluyen, en particular, clasificadores cuadráticos de Bayes y modelos ocultos de Markov (HMM).

Los clasificadores de vecinos más cercanos asignan una clase al vector de características actual de acuerdo con sus vecinos más cercanos. Dichos vecinos podrían ser vectores de características de entrenamiento o prototipos de clase. Dichos clasificadores incluyen el algoritmo k-vecino más cercano (kNN) o los clasificadores de distancia de Mahalanobis.

Finalmente, las combinaciones de clasificadores son algoritmos que combinan múltiples clasificadores, ya sea combinando sus resultados y/o entrenándolos de manera que maximicen su complementariedad. Combinaciones de clasificadores utilizadas para BCI en ese momento

incluía algoritmos de combinación de impulso, votación o apilamiento.

La combinación de clasificadores parecía estar entre los mejores clasificadores para BCI basados en EEG, al menos en las evaluaciones fuera de línea.

#### 3.2. Retos a los que se enfrentan los métodos actuales de clasificación de señales EEG

Hace diez años, la mayoría de los clasificadores explorados para BCI eran clasificadores más bien estándar utilizados en múltiples problemas de aprendizaje automático. Desde entonces, los esfuerzos de investigación se han centrado en identificar y diseñar métodos de clasificación dedicados a las especificidades de las BCI basadas en EEG. En particular, los principales desafíos que enfrentan los métodos de clasificación para BCI son la baja relación señal-ruido de las señales de EEG [172, 228], su no estacionariedad en el tiempo, dentro o entre usuarios, donde las señales de EEG del mismo usuario varían entre o incluso dentro de las ejecuciones [56, 80, 109, 145, 164, 202], la cantidad limitada de datos de entrenamiento que generalmente está disponible para calibrar los clasificadores [108, 137] y la baja confiabilidad y rendimiento general de los BCI actuales [109, 138, 139, 229].

Por lo tanto, la mayoría de los algoritmos estudiados en los últimos diez años tenían como objetivo abordar uno o más de estos desafíos. Más precisamente, se desarrollaron clasificadores adaptables cuyos parámetros se actualizan incrementalmente en línea para tratar la no estacionariedad del EEG con el fin de rastrear los cambios en las propiedades del EEG a lo largo del tiempo. Los clasificadores adaptativos también se pueden usar para manejar datos de entrenamiento limitados mediante el aprendizaje en línea, lo que requiere menos datos de entrenamiento fuera de línea. Las técnicas de aprendizaje por transferencia tienen como objetivo transferir características o clasificadores de un dominio, por ejemplo, asignaturas o sesiones de BCI, a otro dominio, por ejemplo, otras asignaturas u otras sesiones de la misma asignatura. Como tales, también tienen como objetivo abordar la no estacionariedad dentro o entre sujetos y los datos de entrenamiento limitados al complementar los pocos datos de entrenamiento disponibles con datos transferidos de otros dominios. Finalmente, para compensar la baja relación señal-ruido del EEG y la poca confiabilidad de los BCI actuales, se exploraron nuevos métodos para procesar y clasificar señales en un solo paso al fusionar la extracción de características, la selección de características y la clasificación. Esto se logró mediante el uso de matrices (en particular, métodos de Riemann) y clasificadores de tensores, así como de aprendizaje profundo. Los métodos adicionales explorados se dirigieron específicamente al aprendizaje a partir de una cantidad limitada de datos y al tratamiento de múltiples problemas de clase. Describimos estas nuevas familias de métodos a continuación.

### 4. Nuevos métodos de clasificación EEG desde 2007

#### 4.1. Clasificadores adaptativos

4.1.1. Principios. Los clasificadores adaptativos son clasificadores cuyos parámetros, por ejemplo, los pesos atribuidos a cada característica en un hiperplano discriminante lineal, se reestiman y actualizan de forma incremental a lo largo del tiempo a medida que se dispone de nuevos datos de EEG [200, 202]. Esto permite que el clasificador rastree la distribución de características posiblemente cambiante y, por lo tanto, siga siendo efectivo incluso con señales no estacionarias como un EEG. Los clasificadores adaptativos para BCI se propusieron por primera vez a mediados de la década de 2000, por ejemplo, en [30, 7



[163, 202, 209], y se demostró que eran prometedores en el análisis fuera de línea. Desde entonces, se han propuesto y probado técnicas de adaptación más avanzadas, incluidos experimentos en línea.

Los clasificadores adaptativos pueden emplear tanto la adaptación supervisada como la no supervisada, es decir, con o sin conocimiento de las etiquetas de clase verdaderas de los datos entrantes, respectivamente. Con la adaptación supervisada, se conocen las verdaderas etiquetas de clase de las señales de EEG entrantes y el clasificador se vuelve a entrenar con los datos de entrenamiento disponibles aumentados con estos nuevos datos entrantes etiquetados, o se actualiza basándose únicamente en estos nuevos datos [200, 202]. La adaptación de BCI supervisada requiere un entrenamiento guiado del usuario, para el cual se imponen los comandos de los usuarios y, por lo tanto, se conocen las etiquetas de clase de EEG correspondientes. La adaptación supervisada no es posible con el uso gratuito de BCI, ya que se desconoce la etiqueta verdadera de los datos EEG entrantes. Con la adaptación no supervisada, se desconoce la etiqueta de los datos EEG entrantes. Como tal, la adaptación no supervisada se basa en una estimación de las etiquetas de clase de datos para el reentrenamiento/actualización, como se analiza en [104], o se basa en una adaptación no específica de clase, p. la matriz de covarianza [238] se actualiza en el modelo clasificador. También se ha explorado un tercer tipo de adaptación, entre los métodos supervisados y no supervisados: la adaptación *semisupervisada* [121, 122]. La adaptación semisupervisada consiste en utilizar tanto los datos etiquetados iniciales como los datos entrantes no etiquetados para adaptar el clasificador. Para BCI, la adaptación semisupervisada generalmente se realiza (1) entrenando inicialmente a un clasificador supervisado en los datos de entrenamiento etiquetados disponibles, luego (2) estimando las etiquetas de los datos no etiquetados entrantes con este clasificador, y (3) adaptando/reentrenando el clasificador que utiliza estos datos inicialmente no etiquetados asignados a sus etiquetas estimadas combinados con los datos de entrenamiento etiquetados disponibles conocidos. Este proceso se repite a medida que se encuentran disponibles nuevos lotes de datos de EEG entrantes sin etiquetar.

4.1.2. Lo último. Hasta ahora, la mayoría del trabajo sobre clasificadores adaptativos para BCI se ha basado en la adaptación supervisada. Se exploraron múltiples clasificadores adaptativos fuera de línea, como LDA o análisis discriminante cuadrático (QDA) [200] para BCI basado en imágenes motoras. También se propuso un LDA adaptativo basado en el filtrado de Kalman para rastrear la distribución de cada clase [96]. Para lidiar con etiquetas posiblemente imperfectas en la adaptación supervisada, [236] propuso y evaluó fuera de línea un clasificador bayesiano adaptativo basado en un muestreo Monte Carlo secuencial que modela explícitamente la incertidumbre en las etiquetas observadas. Para BCI basado en ERP, [227] exploró una máquina de vector de soporte adaptativo (SVM) fuera de línea, LDA adaptativo, un clasificador lineal adaptativo basado en gradiente estocástico y algoritmos pasivo-agresivos (PA) en línea. Curiosamente, McFarland y sus colegas demostraron en el análisis fuera de línea de los datos de EEG durante varias sesiones que el reentrenamiento continuo de los pesos de los clasificadores lineales de manera supervisada mejoró el rendimiento de los ritmos sensoriomotores (SMR).

basado en BCI, pero no del deletreador BCI basado en P300 [160]. Sin embargo, los resultados presentados en [197] sugirieron que la adaptación continua era beneficiosa para el deletreador asíncrono P300-BCI, y [227] sugirieron lo mismo para BCI pasivo basado en el P300.

En línea, aún usando adaptación supervisada, tanto LDA adaptativo como QDA han sido explorados con éxito en [222]. En [86], también se usó una red neuronal probabilística adaptativa para la adaptación en línea con una imagen motora-BCI. Este clasificador modela las distribuciones de características de cada clase de forma no paramétrica y las actualiza a medida que se dispone de nuevas pruebas. También se exploraron conjuntos de clasificadores para crear clasificadores adaptativos. En [119], se creó un conjunto dinámico de cinco clasificadores de SVM entrenando un nuevo SVM para cada lote de nuevos ensayos de EEG etiquetados entrantes, agregándolo al conjunto y eliminando el SVM más antiguo. La clasificación se realizó utilizando una suma ponderada de cada salida de SVM. Se demostró en línea que este enfoque es superior a un clasificador estático.

En cuanto a la adaptación supervisada, cabe mencionar que también se propusieron filtros espaciales adaptativos, en particular varias variantes de CSP adaptativo [204, 247], pero también xDAWN adaptativo [227].

La adaptación no supervisada de clasificadores es obviamente mucho más difícil, ya que se desconocen las etiquetas de clase y, por lo tanto, la variabilidad específica de clase. Por lo tanto, se han propuesto métodos no supervisados para estimar las etiquetas de clase de las nuevas muestras entrantes antes de adaptar el clasificador en función de esta estimación. Esta técnica se exploró fuera de línea en [24] y [129], y en línea en [83] para un clasificador LDA y una estimación del modelo de mezcla gaussiana (GMM) de las etiquetas de clase entrantes, con datos de imágenes de motor. Fuera de línea, también se exploraron las medias C difusas (FCM) en lugar de GMM para rastrear las medias de clase y la covarianza para un clasificador LDA [130]. De manera similar, se adaptó un clasificador bayesiano no lineal usando aprendizaje no supervisado o semi-supervisado (es decir, solo se etiquetaron algunos de los ensayos entrantes) usando filtrado de Kalman extendido para rastrear los cambios en los parámetros de distribución de clases con autorregresivo (AR) características [149]. Se propuso y evaluó otra adaptación simple no supervisada del clasificador LDA para datos de imágenes motoras tanto para datos fuera de línea como en línea [219]. La idea era no adaptar incrementalmente todos los parámetros de LDA, sino solo su sesgo, que se puede estimar sin conocer las etiquetas de clase si sabemos que los datos están balanceados, es decir, con el mismo número de intentos por clase en promedio. Este enfoque se amplió al caso de LDA multiclase y se evaluó en un escenario fuera de línea en [132].

La adaptación se puede realizar de acuerdo con las señales de refuerzo (RS), que indican si un ensayo fue clasificado erróneamente por el BCI. Tales señales de refuerzo pueden deducirse de los potenciales relacionados con errores (ErrP), potenciales que aparecen después de un error percibido que puede haber sido cometido por el usuario o la máquina [68]. En [133], se propuso un clasificador de regresión logística incremental, que se actualizaba a lo largo del gradiente de error cuando se juzgaba que un ensayo estaba mal clasificado de acuerdo con la detección de una ErrP. La fuerza de la actualización del clasificador también fue proporcional a la probabilidad de este ErrP. Posteriormente en [131] se propuso un clasificador probabilístico gaussiano que incorpora un RS, en el que las reglas de actualización de la media y la covarianza de cada clase dependen de la probabilidad del RS. Este clasificador podría incorporar así un modo de adaptación supervisado, no supervisado o semisupervisado, según que la probabilidad de la RS sea siempre correcta como 0 o 1 (caso supervisado), uniforme,

es decir, no informativo (caso no supervisado) o con una probabilidad continua con cierta incertidumbre (caso parcialmente supervisado). Usando RS supervisado simulado, este método demostró ser superior al LDA estático y al otro LDA adaptativo supervisado y no supervisado discutido anteriormente [131]. Quedan por realizar evaluaciones con datos del mundo real. También usando ErrP en simulaciones fuera de línea de un potencial adaptativo relacionado con el movimiento (MRP)-BCI, [9] aumentó el conjunto de entrenamiento con ensayos entrantes, pero solo con aquellos que se clasificaron correctamente, según lo determinado por la ausencia de un ErrP siguiente. retroalimentación al usuario. También eliminaron las pruebas más antiguas del conjunto de entrenamiento a medida que se disponía de nuevas pruebas. Luego, los parámetros del clasificador, un SVM incremental, se actualizaron en función del conjunto de entrenamiento actualizado. La adaptación del clasificador basado en ErrP se exploró en línea para la clasificación del potencial evocado visual modulado por código (c-VEP) en [206]. En este trabajo, la etiqueta del ensayo entrante se estimó como la que decide el clasificador si no se detecta ErrP, la etiqueta opuesta en caso contrario (para clasificación binaria). Luego, esta prueba recién etiquetada se agregó al conjunto de entrenamiento, y el clasificador y el filtro espacial, un SVM de una clase y el análisis de correlación canónica (CCA), respectivamente, se volvieron a entrenar con los nuevos datos. Finalmente, [239] demostró que la adaptación del clasificador basada en RS también podría realizarse utilizando la confianza del clasificador, y que dicha adaptación fue beneficiosa para P300-BCI.

Para BCI basado en ERP, se exploró la adaptación semisupervisada con SVM y permitió la calibración de un P300-ortográfico con menos datos en comparación con un clasificador fijo no adaptativo [122, 151]. Este método fue posteriormente probado y validado en línea en [81]. Para P300-BCI, se realizó una adaptación semisupervisada de entrenamiento conjunto en [178]. En este trabajo se utilizaron dos clasificadores: un LDA bayesiano y un LDA estándar. Cada uno fue entrenado inicialmente en el entrenamiento de datos etiquetados y luego se usó para estimar las etiquetas de los datos entrantes no etiquetados. Estos últimos fueron etiquetados con su etiqueta de clase estimada y utilizados como datos de entrenamiento opcionales para volver a entrenar al otro clasificador, de ahí el coentrenamiento. Se demostró que este enfoque semisupervisado fuera de línea conduce a tasas de bits más altas que un método totalmente supervisado, que requiere más datos de entrenamiento supervisados. Por otro lado, la adaptación semisupervisada fuera de línea con un LDA como clasificador falló en los datos de imágenes mentales, probablemente debido a la poca robustez del LDA frente al etiquetado incorrecto [137]. Finalmente, tanto para datos en línea como fuera de línea, [104, 105] propusieron un método probabilístico para estimar de forma adaptativa los parámetros de un clasificador lineal en deletreadores basados en P300, lo que condujo a una reducción drástica en el tiempo de calibración, esencialmente eliminando la necesidad de calibración inicial. Este método aprovechó la estructura específica del deletreador P300 y, en particular, la frecuencia de las muestras de cada clase en cada momento, para estimar la probabilidad de la etiqueta de clase más probable. En un trabajo relacionado, [78] propuso un método genérico para estimar adaptativamente los parámetros del clasificador sin conocer las verdaderas etiquetas de clase mediante la explotación de cualquier estructura que pueda tener la aplicación. La adaptación semisupervisada también se usó fuera de línea para imágenes motoras multiclase con un clasificador de análisis discriminante Kernel (KDA) en [171]. Este método ha demostrado su superioridad sobre los métodos no adaptativos, así como sobre los métodos

**Tabla 1.** Resumen de los métodos de clasificación adaptativa supervisada explorados fuera de línea.

Características del patrón EEG		clasificador	Referencias
Motor	Poder de la banda	LDA adaptable/QDA	[200]
		LDA adaptable	[96]
imágenes motoras	Dimensión fractal	LDA adaptable/QDA	[222]
		NN	[86]
Motor	Poder de la banda	probabilístico adaptativo	[119]
imágenes	CSP	Conjunto SVM dinámico	[204, 247]
Motor	SVM de CSP adaptable		[236]
imágenes	Parámetros AR	Clasificador gaussiano adaptativo	[227]
Motor	Puntos de tiempo	Adaptado LDA/MVS	
ejecución	con adaptativo xDAWN	clasificador PA en línea	

Vidaurre *et al*, también exploraron el entrenamiento coadaptativo, donde tanto la máquina como el usuario están aprendiendo continuamente, mediante el uso de características adaptativas y un clasificador LDA adaptativo [220, 221]. Esto permitió que algunos usuarios que inicialmente no podían controlar el BCI lograran mejores resultados de clasificación que el azar. Este trabajo se perfeccionó más tarde en [64] mediante el uso de una configuración más simple pero totalmente adaptable con calibración automática, que demostró ser eficaz tanto para usuarios sanos como para usuarios con discapacidades [63]. El entrenamiento coadaptativo, utilizando parches CSP adaptativos, demostró ser aún más eficiente [196].

Los enfoques de clasificación adaptable utilizados en BCI se resumen en las tablas 1 y 2, para métodos supervisados y no supervisados, respectivamente.

4.1.3. Pros y contras. Se demostró repetidamente que los clasificadores adaptativos son superiores a los no adaptativos para múltiples tipos de BCI, en particular BCI de imágenes motoras, pero también para algunos BCI basados en ERP. Hasta donde sabemos, los clasificadores adaptativos aparentemente no se han explorado para SSVEP-BCI. Naturalmente, la adaptación supervisada es el tipo de adaptación más eficiente, ya que tiene acceso a las etiquetas reales. No obstante, se ha demostrado que la adaptación no supervisada es superior a los clasificadores estáticos en múltiples estudios [24, 130, 132, 149, 219]. También se puede utilizar para acortar o incluso eliminar la necesidad de calibración [78, 81, 105, 122, 151]. Existe la necesidad de métodos de adaptación no supervisados más robustos, ya que la mayoría de las aplicaciones BCI reales no proporcionan etiquetas y, por lo tanto, solo pueden confiar en métodos no supervisados.

Para la adaptación no supervisada, las señales de recompensa y, en particular, ErrP, se han explotado en varios artículos (por ejemplo, [9, 206, 239]). Sin embargo, tenga en cuenta que la decodificación de ErrP a partir de señales EEG puede ser una tarea difícil. De hecho, [157] demostró que la precisión de decodificación de ErrP se correlacionó positivamente con la precisión de decodificación de P300. Esto significa que las personas que cometen errores en la tarea inicial de BCI (aquí un P300), para quienes la adaptación no supervisada basada en ErrP sería lo más útil,



**Tabla 2.** Resumen de los métodos de clasificación adaptativos no supervisados explorados.

patrón			
EEG	Características	clasificador	Referencias
Motor	Potencia de banda	LDA adaptable	[24, 83, 129]
imágenes		con GMM	
	Potencia de banda	LDA adaptable	[130]
imágenes motoras		con FCM	
	CON	Clasificador gaussiano	[149]
ejecución motora	parámetros	adaptativo	
Motor	Potencia de banda	LDA adaptable	[132, 219]
imágenes			
Motor		Clasificador gaussiano adaptativo de	[131]
imágenes		potencia de banda	
Motor	Potencia de banda	Semi-supervisada	[137]
imágenes		CSP+LDA	
Motor	Potencia de	LDA adaptable	[63, 64, 220, 221]
imágenes	banda adaptativa		
Motor	Adaptado	LDA adaptable	[196]
imágenes	CSP		
	parches		
Encubierto	Potencia de banda	Atención	[133]
incremental		Regresión logística	
Potencia de banda	MRP Incremental	SVM [9]	
c-VEP CCA		Clase única adaptativa	[206]
		MVS	
P300	Puntos de tiempo	SWLDA	[239]
P300	Puntos de tiempo	Semi-supervisado	[81, 122, 151]
		MVS	
P300	Puntos de tiempo	Co-entrenamiento LDA	[178]
P300	Puntos de tiempo	Sin supervisión	[104, 105]
		clasificador lineal	
ErrP	Puntos de tiempo	Clasificador lineal	[78]
		no supervisado	

tienen menos posibilidades de que el ErrP se decodifique correctamente.

Por lo tanto, existe la necesidad de identificar señales de recompensa sólidas.

Solo algunos de los métodos propuestos se utilizaron realmente en línea. Para los métodos no supervisados, uno simple y efectivo que demostró su valor en línea en varios estudios es el LDA adaptativo, propuesto por Vidaurre *et al* [219]. Este y otros métodos que se basan en la adaptación incremental (es decir, actualizar los parámetros de los algoritmos en lugar de volver a optimizarlos por completo) generalmente tienen una complejidad computacional que es lo suficientemente baja como para usarse en línea. Los métodos adaptativos que requieren volver a entrenar completamente al clasificador con nuevos datos entrantes generalmente tienen una complejidad computacional mucho mayor (por ejemplo, volver a entrenar regularmente una SVM desde cero en tiempo real requiere mucha potencia de cómputo) lo que podría impedir que se usen en línea.

Sin embargo, claramente se necesitan más estudios en línea para determinar cómo se debe realizar la adaptación en la práctica, con un usuario al tanto. Esto es particularmente importante para la imaginaria mental BCI en la que está involucrado el aprendizaje humano [147, 170]. De hecho, debido a que el usuario se está adaptando a la BCI aprendiendo cómo realizar tareas de imágenes mentales para que el clasificador las reconozca, la adaptación puede no siempre ayudar e incluso puede ser confusa para el usuario, ya que puede conducir a

a la retroalimentación que cambia continuamente. Es posible que tanto el aprendizaje automático como el humano no converjan necesariamente en una solución adecuada y estable. En [168] se propuso un modelo teórico reciente de este problema de dos alumnos, e indicó que la adaptación demasiado rápida o demasiado lenta puede ser perjudicial para el aprendizaje del usuario. Por lo tanto, existe la necesidad de diseñar clasificadores adaptativos que aseguren y favorezcan el aprendizaje humano.

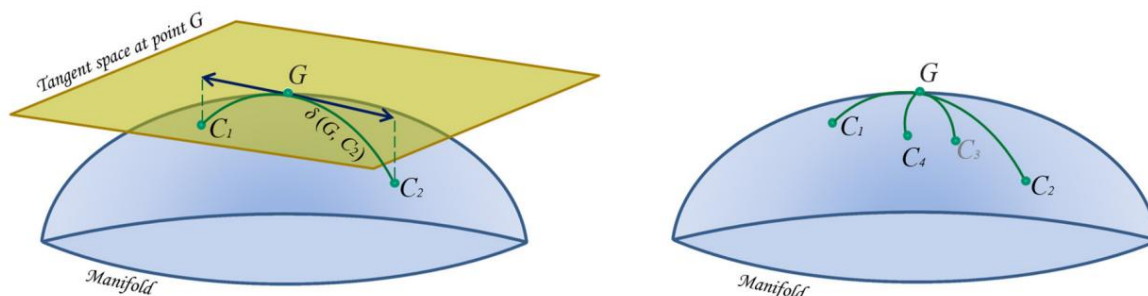
## 4.2. Clasificación de matrices y tensores EEG

### 4.2.1. Clasificación basada en la geometría de Riemann.

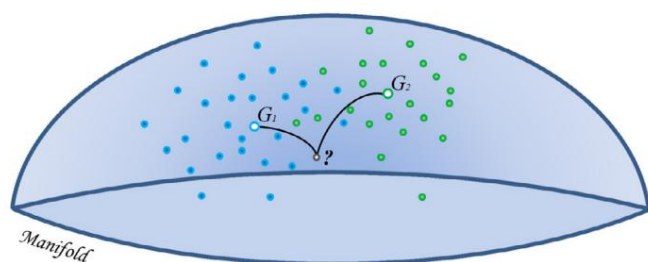
Principios. La introducción de la geometría de Riemann en el campo de BCI ha desafiado algunas de las convenciones adoptadas en los enfoques de clasificación clásicos; en lugar de estimar filtros espaciales y/o características seleccionadas, la idea de un clasificador de geometría riemanniana (RGC) es mapear los datos directamente en un espacio geométrico equipado con una métrica adecuada. En dicho espacio, los datos se pueden manipular fácilmente para varios propósitos, como promediar, suavizar, interpolar, extrapolar y clasificar. Por ejemplo, en el caso de los datos de EEG, el mapeo implica calcular alguna forma de *matriz de covarianza* de los datos. El principio de este mapeo se basa en la suposición de que la potencia y la distribución espacial de las fuentes de EEG se pueden considerar fijas para un estado mental dado y dicha información se puede codificar mediante una matriz de covarianza.

La geometría de Riemann estudia espacios curvos suaves que pueden aproximarse local y linealmente. El espacio curvo se denomina *variedad* y su aproximación lineal en cada punto es el *espacio tangente*. En una variedad de Riemann, el espacio tangente está equipado con un producto interno (métrico) que varía suavemente de un punto a otro. Esto da como resultado una noción no euclidiana de distancia entre dos puntos cualesquiera (por ejemplo, cada punto puede ser una prueba) y una noción consiguiente de centro de masa de cualquier número de puntos (figura 2). Por lo tanto, en lugar de utilizar la distancia euclidiana, llamada distancia *extrínseca*, se utiliza una distancia *intrínseca*, que se adapta a la geometría de la variedad y, por tanto, a la forma en que se han mapeado los datos [47, 232].

Entre las variedades de matriz más comunes utilizadas para aplicaciones BCI, encontramos la variedad de matrices Hermitianas o definidas positivas simétricas (SPD) [19] cuando se trata de matrices de covarianza estimadas a partir de ensayos de EEG, y las variedades de Stiefel y Grassmann [62] cuando se trata de con subespacios o matrices ortogonales. Varios problemas de aprendizaje automático pueden extenderse fácilmente a esas variedades aprovechando sus restricciones geométricas (es decir, *aprendizaje en variedad*). Además, los problemas de optimización se pueden formular específicamente en dichos espacios, lo que está dando lugar a varios métodos nuevos de optimización ya la solución de nuevos problemas [2]. Aunque está relacionado, el aprendizaje múltiple, que consiste en intentar ubicar empíricamente el subespacio no lineal en el que se define un conjunto de datos, tiene un concepto diferente y no se tratará en este documento. Para ilustrar estas nociones, considere el caso de las matrices SPD. El cuadrado de la distancia intrínseca entre dos matrices SPD  $C_1$  y  $C_2$  tiene una expresión de forma cerrada dada por



**Figura 2.** Representación esquemática de una variedad de Riemann. Los ensayos de EEG están representados por puntos. Izquierda: Representación del espacio tangente en el punto  $G$ . El camino más corto en la variedad que se basa en dos puntos  $C_1$  y  $C_2$  se denomina geodésica y su longitud es la distancia riemanniana entre ellos. Las curvas de las variedades que pasan por un punto se representan en el espacio tangente como líneas rectas (aproximación local). Derecha:  $G$  representa el centro de masa (media) de los puntos  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  y  $C_4$ . Se define como el punto que minimiza la suma de la distancia al cuadrado entre él y los cuatro puntos. El centro de masa se usa a menudo en los RGC como representante de una clase determinada.



**Figura 3.** Esquema del clasificador de distancia mínima a la media de Riemann (RMDM) para un problema de dos clases. A partir de los datos de entrenamiento, se calcula un centro de masa para cada clase ( $G_1$  y  $G_2$ ). A continuación, se asigna una prueba sin etiquetar (signo de interrogación) a la clase cuyo centro de masa es el más cercano,  $G_1$  en este ejemplo. El RMDM funciona de la misma manera para cualquier dimensión de los datos, cualquier número de clases y cualquier paradigma BCI. No requiere filtrado espacial ni selección de características, ni ajuste de parámetros (ver texto).

$$\tilde{d}_2(C_1, C_2) = \sqrt{\frac{1}{n} \log_2 \frac{\lambda_n(C_1 + C_2)}{\lambda_n(C_1) \lambda_n(C_2)}}, \quad (1)$$

donde  $\lambda_n(M)$  denota el  $n$ -ésimo valor propio de la matriz  $M$ . Para  $C_1$  y  $C_2$  SPD, esta distancia es no negativa, simétrica y es igual a cero si y solo si  $C_1 = C_2$ . Curiosamente, cuando  $C_1$  y  $C_2$  son las medias de dos clases, los vectores propios de la matriz  $(C_1 + C_2)$

se utilizan para definir filtros CSP, mientras que sus valores propios se utilizan para calcular su distancia de Riemann [47]. Usando la distancia en la ecuación (1), el centro de masa  $G$  de un conjunto  $\{C_1, \dots, C_K\}$  de  $K$  matrices SPD (figura 3), también llamada *media geométrica*, es la única solución para la siguiente optimización problema

$$\underset{G}{\text{Argumentando}} \sum_k \tilde{d}_2(C_k, G). \quad (2)$$

Como se discutió a fondo en [47], esta definición es análoga a la definición de la media aritmética  $1/K \sum C_k$ , que es la solución del problema de optimización euclidiana en lugar de la de Riemann. A diferencia de la media aritmética, la media geométrica no tiene una solución de forma cerrada. En [48] se presenta un algoritmo iterativo rápido y robusto para calcular la media geométrica.

Los métodos RGC más simples permiten la clasificación inmediata de los ensayos (asignados a través de alguna forma de matriz de covarianza) mediante métodos simples del vecino más cercano, utilizando exclusivamente la

distancia riemanniana (ecuación (1)), y posiblemente con la noción de media geométrica (2). Por ejemplo, el clasificador de distancia mínima a la media de Riemann (RMDM) [15, 13] calcula una media geométrica para cada clase utilizando datos de entrenamiento y luego asigna una prueba sin etiquetar a la clase correspondiente a la media más cercana (figura 3). Otra clase de RGC consiste en métodos que proyectan los puntos de datos a un espacio tangente seguido de una clasificación, y luego utilizan clasificadores estándar como LDA, SVM, regresión logística, etc. [13, 14]. Estos métodos aprovechan tanto la geometría de Riemann como la posibilidad de ejecutar funciones de decisión complejas utilizando clasificadores dedicados. Un enfoque alternativo es proyectar los datos en el espacio tangente, filtrar los datos allí (por ejemplo, por LDA) y mapear los datos nuevamente en el colector para finalmente llevar a cabo el RMDM.

Lo último. Como se describió anteriormente, los clasificadores riemannianos operan directamente en la variedad (p. ej., el RMDM) o mediante la proyección de los datos en el espacio tangente. Se ha demostrado que los RGC simples en el colector son competitivos en comparación con los clasificadores de última generación utilizados en BCI, siempre que la cantidad de electrodos no sea muy grande, lo que proporciona una mejor robustez al ruido y mejores capacidades de generalización. tanto en usuarios sanos [13, 46, 100] como en poblaciones clínicas [158]. Los RGC basados en la proyección del espacio tangente claramente superaron a los otros métodos de vanguardia en términos de precisión [13, 14], como lo demuestra el primer lugar que obtuvieron en cinco concursos internacionales recientes de datos de modelado predictivo de BCI, según se informó. en [47]. Para una revisión completa de los enfoques riemannianos en BCI, el lector puede consultar [47, 232]. Los diversos enfoques que utilizan clasificadores de geometría de Riemann para BCI basados en EEG se resumen en la tabla 3.

Pros y contras. Como se destaca en [232], los procedimientos de procesamiento de los enfoques riemannianos como RMDM son más simples e involucran menos etapas que los enfoques más clásicos.

Además, los clasificadores de Riemann se aplican igualmente bien a todos los paradigmas de BCI (p. ej., BCI basados en imágenes mentales, ERP y SSVEP); solo difiere la forma en que los puntos de datos se mapean en la variedad SPD (ver [47] para más detalles). Además, a diferencia de la mayoría de los métodos de clasificación, el enfoque RMDM no tiene parámetros, es decir, no requiere ningún parámetro.

**Tabla 3.** Resumen de clasificadores de geometría de Riemann para BCI basado en EEG.

Características del patrón EEG		clasificador	Referencias
Motor imágenes	Covarianza de paso de banda	RMDM	[13, 46]
	Covarianza de paso de banda	Espacio tangente + LDA	[13, 231]
Motor imágenes	Covarianza de paso de banda	SVM Riemanniano	[14]
P300	covarianza especial	RMDM	[46]
P300	covarianza especial	RMDM	[15]
P300	covarianza especial	RMDM	[158]
SSVEP	Covarianza de paso de banda	RMDM	[34, 100]

sintonización, por ejemplo mediante validación cruzada. Por lo tanto, la geometría de Riemann proporciona nuevas herramientas para construir modelos de predicción simples, más robustos y precisos.

Se han propuesto varias razones para recomendar el uso de la geometría de Riemann. Debido a su naturaleza logarítmica, la distancia de Riemann es robusta a valores extremos, es decir, ruido. Además, la distancia de Riemann intrínseca para matrices SPD es invariable tanto a la inversión de matriz como a cualquier transformación lineal invertible de los datos, por ejemplo, cualquier mezcla aplicada a las fuentes de EEG no cambia las distancias entre las matrices de covarianza observadas. Estas propiedades explican en parte por qué los métodos de clasificación de Riemann proporcionan una buena capacidad de generalización [224, 238], lo que permitió a los investigadores establecer ERP-BCI adaptables sin calibración utilizando estrategias de aprendizaje de transferencia de sujeto a sujeto y de sesión a sesión [6].

Curiosamente, como se ilustra en [94], es posible no solo interpolar a lo largo de las geodésicas (figura 2) en las variedades SPD, sino también extrapolar (por ejemplo, pronosticar) sin salir de la variedad y respetando las restricciones geométricas. Por ejemplo, en [99] se ha utilizado la interpolación para aumentar los datos mediante la generación de matrices de covarianza artificiales a lo largo de las geodésicas, pero también se podría haber utilizado la extrapolación. A menudo, la interpolación de Riemann es más relevante que su contraparte euclidiana, ya que no sufre el llamado *efecto de expansión* [232]. Este efecto describe el hecho de que una interpolación euclidiana entre dos matrices SPD no involucra el determinante de la matriz como debería (es decir, el determinante de la interpolación euclidiana puede exceder al determinante de las matrices interpoladas). En el espíritu de [231], el determinante de una matriz de covarianza puede considerarse como el volumen del politopo descrito por la columna de la matriz. Así, una distancia inmune al efecto de hinchamiento respetará la forma del politopo a lo largo de las geodésicas.

Como indica la ecuación (1), calcular la distancia riemanniana entre dos matrices SPD implica sumar aritmética logarítmica al cuadrado, lo que puede causar problemas numéricos; los valores propios más pequeños de la matriz  $C_1$  y  $C_2$  tienden hacia cero como el número de electrodos aumenta y/o el tamaño de la ventana para estimar  $C_1$  y  $C_2$  disminuye, haciendo que la operación logarítmica

mal condicionado y numéricamente inestable. Además, tenga en cuenta que cuanto mayores sean las dimensiones, mayor será la distancia propensa al ruido. Además, los enfoques riemannianos suelen tener una gran complejidad computacional (p. ej., crecen cúbicamente con el número de electrodos para calcular tanto la media geométrica como la distancia riemanniana). Por estas razones, cuando el número de electrodos es grande con respecto al tamaño de la ventana, se recomienda reducir las dimensiones de las matrices de entrada.

Para este propósito se pueden utilizar métodos clásicos no supervisados como PCA o métodos supervisados como CSP. Recientemente, también se han investigado métodos de reducción de dimensionalidad inspirados en Riemann [94, 95, 189].

Curiosamente, algunos enfoques han tratado de cerrar la brecha entre los enfoques riemannianos y los paradigmas más clásicos incorporando algo de geometría riemanniana en enfoques como CSP [12, 233]. CSP fue el estándar de oro anterior y se basa en un paradigma diferente a la geometría de Riemann. Se espera que tomar lo mejor de esos dos paradigmas gane mayor solidez al comprimir la información.

4.2.2. Otros clasificadores matriciales.

Principios. Como se mencionó anteriormente, la tubería de clasificación en BCI generalmente implica el filtrado espacial de las señales de EEG seguido de la clasificación de los datos filtrados. Esto da como resultado la optimización independiente de varios conjuntos de parámetros, concretamente para los filtros espaciales y para el clasificador final. Por ejemplo, la función de decisión típica del clasificador lineal para un BCI de actividad oscilatoria sería la siguiente:

$$f(\mathbf{X}, \mathbf{w}, \mathbf{S}) = \sum_i \text{wilog}(\text{var}(\mathbf{p}_i^T \mathbf{X})) + w_0 \tag{3}$$

donde  $\mathbf{X}$  es la matriz de señales EEG,  $\mathbf{w} = [w_0, w_1, \dots, w_N]$  es el vector de peso del clasificador lineal y  $\mathbf{S} = [s_1, s_2, \dots, s_N]$  es una matriz de filtro espacial si. Optimizar  $w$  y  $s$  por separado puede conducir a soluciones subóptimas, ya que los filtros espaciales no consideran la función objetivo del clasificador. Por lo tanto, además de RGC, varios autores han demostrado que es posible formular este problema de optimización dual como uno solo, donde los parámetros de los filtros espaciales y el clasificador lineal se optimizan simultáneamente, con el potencial de obtener un rendimiento mejorado. El principio clave de estos enfoques es aprender clasificadores (ya sean clasificadores vectoriales lineales o clasificadores matriciales) que usan directamente matrices de covarianza como entrada, o su versión vectorizada. A continuación presentamos brevemente estos enfoques.

Lo último. En [214], los datos de EEG se representaron como una matriz de covarianza aumentada  $A$ , que contenía como términos diagonales de bloques tanto el término de primer orden  $X$ , es decir, el curso temporal de la señal, como términos de segundo orden las matrices de covarianza de las pruebas de EEG filtradas por paso de banda. en varias bandas de frecuencia. El clasificador aprendido es, por lo tanto, una matriz de pesos  $\mathbf{W}$  (en lugar de un vector), con la función de decisión  $f(\mathbf{A}, \mathbf{W}) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{W} + b$ . Debido a la gran dimensionalidad de la matriz de covarianza aumentada, es necesario un término de regularización de la matriz con dichos clasificadores, por ejemplo, para obtener pesos espaciales o temporales escasos.

Tenga en cuenta que este enfoque se puede aplicar tanto a ERP como a BCI basado en oscilaciones, ya que los términos de primer orden capturan la variación temporal y las matrices de covarianza capturan las variaciones de potencia de banda de las señales de EEG.

Siguiendo ideas similares en paralelo, [65] representó este problema de aprendizaje en el espacio tensorial mediante la construcción de tensores de matrices de covarianza específicas de banda de frecuencia, que luego se pueden clasificar utilizando también un clasificador lineal, siempre que se utilice la regularización adecuada.

Finalmente, [190] demostró que la ecuación (3) se puede reescribir de la siguiente manera, si eliminamos la transformación logarítmica:

$$f(\ddot{y}, w\ddot{y}) = \text{vec}(\ddot{y})^T w\ddot{y} + \quad (4)$$

con  $w\ddot{y} = \text{matriz de covarianza de } \ddot{y}$  siendo el EEG de rancia, y  $\text{vec}(M)$  siendo la vectorización de la matriz  $M$ . Por lo tanto, la ecuación (3) puede optimizarse directamente en el espacio de matrices de covarianza vectorizadas optimizando los pesos  $w\ddot{y}$ . Aquí también, debido a la gran dimensionalidad de  $\text{vec}(\ddot{y})$ , es necesaria una regularización adecuada, y [190] exploró diferentes enfoques para hacerlo.

Todos estos diferentes enfoques demostraron un mayor rendimiento que los métodos básicos CSP+LDA en conjuntos de datos de imágenes motoras [65, 190, 214]. Esto sugiere que tales formulaciones pueden ser alternativas valiosas a las tuberías CSP+LDA estándar.

Pros y contras. Al optimizar simultáneamente filtros espaciales y clasificadores, tales formulaciones generalmente logran mejores soluciones que la optimización independiente de conjuntos individuales de componentes. Su principal ventaja es, por lo tanto, un mayor rendimiento de clasificación. Sin embargo, esta formulación se produce a expensas de un mayor número de clasificadores de peso debido al alto aumento en la dimensionalidad de las características de entrada (matriz de covarianza con  $(N_c \ddot{y} (N_c + 1))/2$  valores únicos versus sus valores  $N_c$  cuando se usa solo el potencia de banda de los canales).

Por lo tanto, es necesaria una regularización adecuada. Queda por evaluar cómo funcionan estos métodos para diversas cantidades de datos de entrenamiento, ya que están destinados a sufrir más severamente la maldición de la dimensionalidad que los métodos más simples con menos parámetros. Estos métodos tampoco se han utilizado en línea hasta la fecha. Desde el punto de vista de la complejidad computacional, tales métodos son más exigentes que los métodos tradicionales dado su mayor número de parámetros, como se mencionó anteriormente.

Por lo general, también requieren una fuerte regularización, lo que puede hacer que su calibración sea más larga. Sin embargo, dado que sus funciones de decisión son lineales, deberían ser fácilmente aplicables en escenarios en línea. Sin embargo, queda por ver si se pueden calibrar lo suficientemente rápido para su uso en línea y cuál será su rendimiento para los datos en línea.

#### 4.2.3. Extracción de características y clasificación mediante tensores.

Los tensores representan naturalmente los datos de EEG y las descomposiciones y factorizaciones de tensores de orden superior están emergiendo como herramientas prometedoras (pero aún no muy bien establecidas y aún no exploradas por completo) para el análisis de datos de EEG; particularmente para tareas de extracción, agrupamiento y clasificación de características en BCI [38–40, 42, 43].

El concepto de tensorización se refiere a la generación de tensores estructurados de orden superior (matrices multidireccionales) a partir de formatos de datos de orden inferior, especialmente datos EEG de series temporales representados como vectores u organizados como matrices. Este es un paso esencial antes de la extracción y clasificación de características de tensores (múltiples vías) [41, 42, 182].

El orden de un tensor es el número de modos, también conocidos como formas o dimensiones (p. ej., para datos EEG BCI: espacio (canales), tiempo, frecuencia, sujetos, pruebas, grupos, condiciones, wavelets, diccionarios). En el escenario más simple, las señales EEG multicanal se pueden representar como un tensor de tercer orden que tiene tres modos físicos: espacio (canal)  $\times$  tiempo  $\times$  frecuencia.

En otras palabras,  $S$  canales de EEG que se registran en  $T$  muestras de tiempo, pueden producir  $S$  matrices de espectrogramas de tiempo-frecuencia  $F \times T$  dimensionales apilados en un tensor de tercer orden  $F \times T \times S$  dimensional. Para múltiples ensayos y múltiples sujetos, los conjuntos de datos de EEG se pueden representar de forma natural mediante tensores de orden superior: por ejemplo, para un tensor de quinto orden: espacio  $\times$  tiempo  $\times$  frecuencia  $\times$  ensayo  $\times$  sujeto.

Cabe señalar que casi todos los algoritmos básicos de aprendizaje automático basados en vectores y matrices para la extracción y clasificación de características se han extendido o pueden extenderse o generalizarse a tensores. Por ejemplo, la SVM para la clasificación se ha generalizado naturalmente a la máquina de soporte de tensor (TSM), Kernel TSM y TSM de rango superior. Además, el método LDA estándar se ha generalizado al análisis discriminante de Fisher de tensor (TFDA) y/o al análisis discriminante de orden superior (HODA) [41, 183]. Además, las representaciones tensoriales de datos BCI suelen ser muy útiles para mitigar el problema del tamaño de muestra pequeño en la selección discriminativa de subespacios, porque la información sobre la estructura de los datos suele ser inherente a los tensores y es una restricción natural que ayuda a reducir el número de parámetros de características desconocidos en la descripción de un modelo de aprendizaje. En otras palabras, cuando el número de mediciones de entrenamiento de EEG es limitado, se espera que las máquinas de aprendizaje basadas en tensores funcionen mejor que las correspondientes máquinas de aprendizaje basadas en vectores o matrices, ya que las representaciones vectoriales están asociadas con problemas como la pérdida de información para datos estructurados y over-fitting para datos de alta dimensión.

Lo último. Para garantizar que los conjuntos de datos reducidos contengan la máxima información sobre los datos EEG de entrada, podemos aplicar métodos de descomposición de tensor restringidos. Por ejemplo, esto podría lograrse sobre la base de descomposiciones de tensores ortogonales o no negativos (matrices múltiples), o análisis discriminante de orden superior (multilineal) (HODA), en el que los datos de entrada se consideran como tensores en lugar de vectores o vectores más convencionales. representaciones matriciales. De hecho, los modelos de descomposición tensorial, especialmente PARAFAC (también llamado descomposición CP), TUCKER, Tucker jerárquico (HT) y tren tensorial (TT) son herramientas sofisticadas alternativas para problemas de extracción de características al capturar estructuras multilineales y de múltiples aspectos en conjuntos de datos de orden superior a gran escala [39, 183]. Usando este tipo de enfoque, primero descomponemos los datos de múltiples vías usando descomposiciones TUCKER o CP, generalmente imponiendo restricciones específicas (suavidad, escasez, no negatividad), para recuperar factores base y características significativas de matrices de factores (componentes). . Por ejemplo, wavelets/diccionarios



**Tabla 4.** Resumen de clasificadores de tensor para BCI basado en EEG.

Patrón EEG	Características/Métodos	clasificador	Referencias
Motor	Mapa topográfico,	LDA/HODA [183]	
imágenes	TFR, Connect.		
P300	PCA multilínea	SVM/TSM [223]	
P300	Tine-space-freq.	HODA [175]	
SSVEP	TCCA, MsetCCA, LDA [243–246]		
	bayesiano		

nos permiten representar los datos a menudo de una manera más eficiente, es decir, de una manera dispersa con diferentes perfiles de dispersión [43, 183].

Además, para aumentar el rendimiento de la clasificación BCI, podemos aplicar dos o más representaciones de tiempo-frecuencia o la misma transformada de frecuencia pero con dos o más configuraciones de parámetros diferentes. Diferentes transformadas de frecuencia (o diferentes wavelets madre) nos permiten obtener diferentes representaciones de tensores dispersos con varios perfiles de dispersidad y alguna información complementaria. Para señales EEG multicanal, podemos generar un bloque de al menos dos tensores, que se pueden concatenar como un solo tensor de datos: espacio  $\times$  tiempo  $\times$

frecuencia  $\times$  ensayo [43, 182, 183].

El problema clave en la representación de tensor es la elección de una representación de tiempo-frecuencia (TFR) o transformada de frecuencia adecuada y la selección de los parámetros de transformación correspondientes óptimos, o casi óptimos. Al explotar varias TFR, posiblemente con diferentes configuraciones de parámetros adecuadamente seleccionadas para los mismos datos, podemos mejorar potencialmente la precisión de clasificación de BCI debido a información adicional (parcialmente redundante). Dichos enfoques se han implementado, por ejemplo, para imágenes motoras (IM) BCI mediante el empleo de diferentes wavelets complejas de Morlet (Gabor) para conjuntos de datos de EEG con 62 canales [183]. Para tales conjuntos de datos, los autores seleccionaron diferentes wavelets de Morlet complejas con dos parámetros de frecuencia de ancho de banda diferentes  $f_b = 1$  Hz y  $f_b = 6$  Hz para la misma frecuencia central  $f_c = 1$  Hz. Para cada wavelet madre, los autores construyeron un tensor de cuarto orden: 62 canales  $\times$  23 intervalos de frecuencia  $\times$  50 marcos de tiempo  $\times$  120 ensayos para datos de EEG de entrenamiento y prueba. El bloque de datos del tensor de entrenamiento se puede concatenar como el tensor de quinto orden: 62 canales  $\times$  23 contenedores de frecuencia  $\times$  50 marcos de tiempo  $\times$  2 ondulaciones  $\times$  120 ensayos.

Se utilizó el algoritmo HODA para estimar las bases discriminantes. Se seleccionaron las cuatro características más significativas para clasificar los datos y condujeron a una precisión mejorada superior al 95 %. Por lo tanto, parece que al aplicar la descomposición de tensores para tensores de datos adecuadamente construidos, se puede lograr una mejora considerable del rendimiento en comparación con los enfoques estándar para los paradigmas BCI de imágenes motoras [183, 223] y P300 [175].

En este enfoque, la transformación de datos con un diccionario tiene como objetivo descorrelacionar los datos sin procesar y expresarlos en un dominio disperso. Diferentes diccionarios (transformaciones) contribuyen a obtener diferentes representaciones dispersas con varios perfiles de dispersión. Además, el aumento de la dimensionalidad para crear muestras con modos adicionales mejoró el rendimiento.

En resumen, las descomposiciones tensoriales con bases no negativas, ortonormales o discriminantes mejoraron la clasificación

precisión para el conjunto de datos BCI en casi un 10%. En la tabla 4 se proporciona una comparación de todos los métodos mencionados.

Desde la perspectiva del análisis de tiempo-frecuencia, las descomposiciones de tensor son muy atractivas, incluso para un solo canal, porque simultáneamente toman en cuenta la información temporal y espectral y la variabilidad y/o consistencia de las representaciones de tiempo-frecuencia (TFR) para ensayos y/o subanálisis. proyectos Además, proporcionan vínculos entre varias variables latentes (ocultas) (por ejemplo, componentes temporales, espectrales y espaciales) a menudo con significados e interpretaciones físicas o fisiológicas [40, 183].

Además, el análisis de correlación canónica estándar (CCA) se generalizó a CCA de tensor y CCA multiconjunto y se aplicó con éxito a la clasificación de SSVEP para BCI [242, 243, 245, 246]. El análisis de correlación canónica de tensor (TCCA) y su modificación, el análisis de correlación canónica multiconjunto (MsetCCA) han sido uno de los métodos más eficientes para el reconocimiento de frecuencia en SSVEP-BCI. El método MsetCCA aprende múltiples transformaciones lineales que implementan un filtrado espacial conjunto para maximizar la correlación general entre las variables canónicas y, por lo tanto, extrae las características comunes de SSVEP de múltiples conjuntos de datos de EEG registrados en la misma frecuencia de estímulo. Las señales de referencia optimizadas se forman mediante la combinación de características comunes y se basan completamente en datos de entrenamiento. Un extenso estudio experimental con datos de EEG demostró que el tensor y el método MsetCCA mejoran la precisión de reconocimiento de la frecuencia SSVEP en comparación con el método CCA estándar y otros métodos existentes, especialmente para una pequeña cantidad de canales y una ventana de tiempo corta. Los resultados superiores indican que el método del tensor MsetCCA es un candidato muy prometedor para el reconocimiento de frecuencia en BCI basados en SSVEP [243].

Pros y contras. En resumen, los avances recientes en las tecnologías BCI han generado cantidades masivas de datos cerebrales que exhiben alta dimensionalidad, modalidad múltiple (por ejemplo, modos físicos como frecuencia o tiempo, múltiples técnicas o condiciones de imágenes cerebrales) y múltiples acoplamientos como datos de conectividad funcional. En virtud de su naturaleza multidireccional, los tensores brindan herramientas poderosas y prometedoras para el análisis BCI y la fusión de datos masivos combinados con una columna vertebral matemática para el descubrimiento de estructuras de datos complejas ocultas (espacio-tiempo-frecuencia) subyacentes [42, 183].

Otra de sus ventajas es que, utilizando la tensorización y la descomposición de tensores de bajo rango, pueden comprimir de manera eficiente grandes datos multidimensionales en matrices de factores de bajo orden y/o tensores centrales que generalmente representan características reducidas.

Los métodos de tensor también pueden analizar bloques de ensayos vinculados (acoplados) representados como matrices a gran escala en forma de tensores para separar los componentes comunes/correlacionados de los independientes/no correlacionados en los datos brutos de EEG observados.

Finalmente, vale la pena mencionar que las descomposiciones de tensor son técnicas emergentes no solo para la extracción/extracción de características. selección y clasificación BCI, sino también para reconocimiento de patrones, agrupamiento multidireccional, representación dispersa, fusión de datos, reducción de dimensionalidad, codificación y separación multilínea de fuentes cerebrales ciegas (MBSS). Potencialmente, pueden proporcionar servicios de frecuencia-tiempo-espacio multicanal y multitema convenientes.



representaciones dispersas, rechazo de artefactos, extracción de características, agrupamiento multidireccional y seguimiento de coherencia [39, 40].

En el lado negativo, la complejidad de los métodos de tensor suele ser mucho mayor que los métodos estándar de aprendizaje automático matricial y vectorial. Además, dado que los métodos de tensor están emergiendo como herramientas potenciales para la extracción y clasificación de características, los algoritmos existentes no siempre están maduros y aún no están completamente optimizados. Por lo tanto, todavía se necesitan algunos esfuerzos para optimizarlos y probarlos para conjuntos de datos a gran escala de la vida real.

#### 4.3. Transferencia de aprendizaje

4.3.1. Principios. Una de las principales hipótesis en el aprendizaje automático es que los datos de entrenamiento, en los que se entrena el clasificador, y los datos de prueba, en los que se evalúa el clasificador, pertenecen al mismo espacio de características y siguen la misma distribución de probabilidad. En muchas aplicaciones, como la visión por computadora, la ingeniería biomédica o las interfaces cerebro-computadora, esta hipótesis a menudo se viola. Para BCI, normalmente ocurre un cambio en la distribución de datos cuando los datos se adquieren de diferentes sujetos y en varias sesiones de tiempo.

El aprendizaje de transferencia tiene como objetivo hacer frente a los datos que violan esta hipótesis al explotar el conocimiento adquirido mientras se aprende una tarea determinada para resolver una tarea diferente pero relacionada. En otras palabras, el aprendizaje de transferencia es un conjunto de metodologías consideradas para mejorar el rendimiento de un clasificador aprendido entrenado en una tarea (también denominado dominio) en función de la información obtenida mientras aprende otra tarea. Naturalmente, la eficacia del aprendizaje por transferencia depende en gran medida de lo bien relacionadas que estén las dos tareas. Por ejemplo, es más relevante realizar transferencias de aprendizaje entre dos tareas de ortografía P300 realizadas por dos sujetos diferentes que entre una tarea de ortografía P300 y una tarea de imaginación motora realizada por el mismo sujeto.

El aprendizaje por transferencia es importante, especialmente en situaciones en las que existen abundantes datos etiquetados para una tarea determinada, denominada dominio de origen, mientras que los datos son escasos o costosos de adquirir para la segunda tarea, denominada dominio de destino.

De hecho, en tales casos, la transferencia de conocimiento del dominio de origen al dominio de destino actúa como un sesgo o como un regulador para resolver la tarea de destino. Proporcionamos una descripción más formal del aprendizaje por transferencia basada en la encuesta de Pan *et al* [177].

Más formalmente, un dominio está definido por un espacio de características  $X$  y una distribución de probabilidad marginal  $P(X)$  donde la variable aleatoria  $X$  toma el valor  $X$ . El espacio de características está asociado con un espacio de etiquetas  $Y$  y están vinculados a través de una distribución de probabilidad conjunta  $P(X, Y)$  con  $Y = y$  y  $Y$ . Una tarea se define mediante un espacio de etiquetas  $Y$  y una función predictiva  $f(\cdot)$  que depende de la distribución de probabilidad desconocida  $P(X, Y)$ . Para una tarea dada, el objetivo es aprender la función  $f(\cdot)$  basada en pares de ejemplos  $\{x_i, y_i\}_{i=1}^n$  donde  $x_i \in X$  y  $y_i \in Y$ .

Defina los dominios de origen y destino como respectivamente  $DS = \{X_S, P_S(X)\}$  y  $DT = \{X_T, P_T(X)\}$  y las tareas de origen y destino como  $TS = \{Y_S, f_S(\cdot)\}$   $TT = \{Y_T, f_T(\cdot)\}$ , respectivamente. Por lo tanto, dada la estimación de  $f_T(\cdot)$  entrenada basada únicamente en la información de la tarea objetivo, el objetivo del aprendizaje de transferencia es mejorar esta estimación explotando el conocimiento obtenido de  $DS$  y  $TS$  con  $DS = DT$  o  $TS = TT$ . Tenga en cuenta que

$DS = DT$  ocurre cuando los espacios de características  $X_S$  y  $X_T$  son diferentes o cuando las distribuciones marginales  $P_S(X)$  y  $P_T(X)$  no son iguales. De manera similar,  $TS = TT$  indica que los espacios de etiquetas son

diferentes o las funciones predictivas son diferentes.

Para la última situación, esto se reduce a situaciones donde las dos probabilidades condicionales difieren:  $P_S(y_S|x_S) = P_T(y_T|x_T)$ .

Según el entorno de aprendizaje y los dominios y tareas, existen varias situaciones aplicables al aprendizaje por transferencia. Por ejemplo, el aprendizaje de transferencia homogéneo se refiere a casos en los que  $X_S = X_T$ , y la adaptación del dominio se refiere a situaciones en las que las distribuciones de probabilidad marginal o las distribuciones de probabilidad condicional no coinciden en el dominio de origen y de destino.

Los entornos en los que los datos etiquetados están disponibles tanto en el dominio de origen como en el de destino, y  $TS = TT$ , se denominan aprendizaje de transferencia inductiva. En BCI, este puede ser el caso cuando el dominio y la tarea de origen están relacionados con los potenciales evocados visuales P300, mientras que el dominio y la tarea objetivo involucran el P300 auditivo.

potenciales evocados. Por el contrario, el aprendizaje por transferencia transductiva se refiere a situaciones en las que las tareas son similares pero los dominios son diferentes.

diferente. Un caso particular es el problema de adaptación de dominios cuando el desajuste en los dominios es causado por el desajuste en las distribuciones de probabilidad condicional o marginal. En BCI, el aprendizaje por transferencia transductiva es la situación más frecuente, ya que suele ocurrir variabilidad entre sujetos o variabilidad de sesión a sesión. Para más categorizaciones en el aprendizaje por transferencia, remitimos al lector a la encuesta de Pan *et al* [177].

Existe una avalancha de métodos e implementaciones para resolver un problema de aprendizaje por transferencia, que dependen de situaciones específicas y la aplicación de un dominio. Para el aprendizaje por transferencia homogéneo, que es la situación más frecuente que se encuentra en las BCI, existen esencialmente tres estrategias principales. Si las distribuciones de los dominios no coinciden, una estrategia posible es aprender la transformación de los datos del dominio de origen o de destino para corregir el desajuste de la distribución [134, 203]. Si el tipo de desajuste se produce en la distribución marginal, entonces un método posible para compensar el cambio en la distribución es considerar un esquema de reponderación [208].

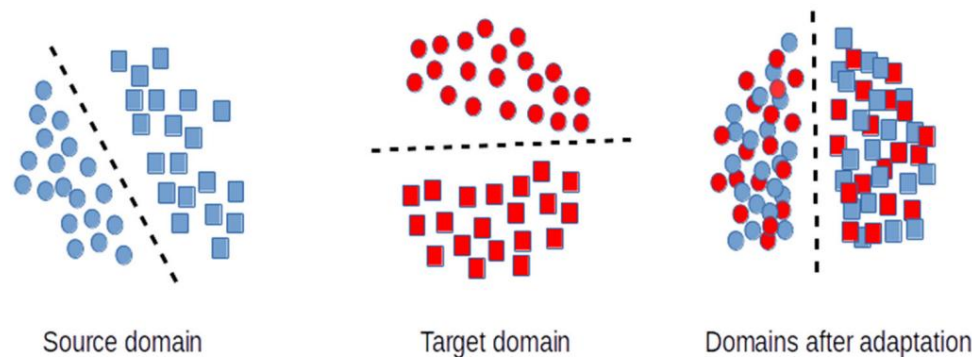
Muchos enfoques de aprendizaje por transferencia también se basan en encontrar una representación de características comunes para los dos (o más) dominios. Como la representación, o el espacio latente recuperado, es común a todos los dominios, las muestras etiquetadas del dominio de origen y de destino pueden usarse para entrenar un clasificador general [53, 177]. Una estrategia clásica es considerar enfoques cuyo objetivo es localizar representaciones en las que coincidan los dominios.

Otra tendencia para el aprendizaje por transferencia es considerar métodos que aprenden una transformación de los datos para que su distribución

los botones coinciden. Estas transformaciones pueden ser lineales, basadas, por ejemplo, en métodos kernel [76, 241] o no lineales, mediante el uso de una estrategia de transporte óptima [51].

Tenga en cuenta que el aprendizaje de transferencia no siempre puede producir un mejor rendimiento en una tarea específica  $TT$ . Los resultados teóricos [55] en la adaptación del dominio y el aprendizaje de transferencia muestran que la mejora en el rendimiento en  $TT$  solo se puede lograr si las tareas de origen y destino no son muy diferentes. Por lo tanto, se debe realizar un análisis cuidadoso de qué tan bien se relacionan las tareas antes de considerar

métodos de aprendizaje por transferencia. Los métodos de aprendizaje por transferencia se ilustran en la figura 4.



**Figura 4.** Ilustrando el objetivo de la adaptación del dominio. Izquierda: dominio de origen con muestras etiquetadas. Medio: dominio de destino (con etiquetas y función de decisión en aras de la claridad). Un clasificador entrenado en el dominio de origen tendrá un desempeño deficiente. Derecha: una técnica de adaptación de dominio buscará una transformación de representación común o un mapeo de dominios para hacer coincidir las distribuciones de dominio de origen y destino.

4.3.2. Lo último. En los últimos años, el aprendizaje por transferencia ha ganado mucha atención para mejorar la clasificación BCI. La investigación de BCI se ha centrado en el aprendizaje por transferencia transductiva, en el que las tareas son idénticas entre el origen y el destino. Las imágenes motoras han sido el paradigma más utilizado para probar los métodos de aprendizaje por transferencia, probablemente debido a la disponibilidad de conjuntos de datos de BCI Competitions [4, 10, 35, 67, 97, 102, 103, 143]. Algunos estudios consideraron otros paradigmas como el P300-ortografía [74, 151, 218] y paradigmas de atención visual y espacial [165]. También se organizó recientemente un desafío de transferencia de aprendizaje sobre un conjunto de datos de potencial de error [1].

En lugar de considerar los dominios de origen y de destino uno a uno, una estrategia generalizada es realizar análisis de conjunto, en los que se analizan conjuntamente muchas sesiones pregrabadas, de temas posiblemente diferentes. Esto aborda un problema bien conocido de escasez de datos, especialmente cuando se trata de datos etiquetados, propensos al sobreajuste.

Existen muchos métodos para combinar características y clasificadores dentro de conjuntos [205]. Una primera preocupación al considerar conjuntos es garantizar la calidad de las características y clasificadores del dominio de origen. La selección de funciones también es relevante en este contexto (consulte la sección 2.2) para eliminar los valores atípicos. Se han utilizado muchos métodos para seleccionar características relevantes del conjunto, por ejemplo, información mutua [186], precisión de clasificación [143] o métodos de inducción de escasez.

Un segundo desafío importante es hacer frente a la variabilidad de los datos entre sujetos o sesiones. Los métodos de clasificación adaptativa son a veces aplicables en el contexto del aprendizaje por transferencia. Aunque el objetivo de la clasificación adaptativa, como se explica en la sección 4.1, es actualizar clasificadores y no transferir datos, el aprendizaje de transferencia puede beneficiarse de la clasificación adaptativa para actualizar clasificadores cuya inicialización es independiente del sujeto. Este enfoque ha sido propuesto para la clasificación P300 por Lu *et al.* [151]. La geometría de Riemann también puede aumentar la robustez con respecto a la variabilidad entre sujetos y entre sesiones, como se demostró en varios estudios [46, 238].

Una línea de investigación particularmente fructífera se ha centrado en la construcción de filtros espaciales basados en datos de conjuntos. Los patrones espaciales comunes (CSP) y los filtros espaciales en general pueden aprender rápidamente sobre los datos de entrenamiento apropiados, pero no funcionan bien con una gran cantidad de datos heterogéneos registrados

otras asignaturas u otras sesiones [46]. Una estrategia de regularización en este caso es efectiva [103]. Un enfoque más relevante es regularizar directamente la función objetivo CSP en lugar de las matrices de covarianza [143]. En este sentido, Blankertz *et al.* [21] han propuesto un CSP invariante (iCSP), que regulariza la función objetivo del CSP de una manera que disminuye la influencia del ruido y los artefactos. Fazli *et al.* [67] construyeron un clasificador independiente del sujeto para la detección de la imaginación del movimiento. Primero extrajeron un conjunto de características (filtros espaciales y de frecuencia) y luego aplicaron clasificadores LDA en todos los temas. Compararon varias formas de combinar estos clasificadores para clasificar los datos de un nuevo sujeto: simplemente promediar sus resultados (empaquetado) funciona adecuadamente, pero es superado por una escasa selección de características relevantes.

De hecho, las representaciones dispersas son relevantes cuando se aplican a conjuntos de datos provenientes de múltiples sesiones o temas. El diccionario de representaciones de formas de onda/topografías/tiempo-frecuencia, del que se derivan las representaciones dispersas, se puede construir de manera que abarque un espacio que maneje naturalmente la variabilidad de la sesión o del sujeto. Los métodos que inducen escasez caen en la categoría de 'representación de características invariantes'. Los diccionarios se pueden predefinir, pero para representar mejor los datos en estudio, se pueden calcular utilizando métodos basados en datos. El aprendizaje por diccionario es un método basado en datos que adapta alternativamente el diccionario de funciones representativas y los coeficientes de la representación de datos con el diccionario. El aprendizaje del diccionario se ha utilizado para revelar la variabilidad entre ensayos en las señales neurofisiológicas [91]. Morioka *et al.* [165] propusieron aprender un diccionario de filtros espaciales, que luego se adapta al sujeto objetivo. Este método tiene la ventaja de tener en cuenta las especificidades del sujeto objetivo, a través de su EEG en estado de reposo. Cho *et al.* [35] también aprovechan los datos de la sesión objetivo mediante la construcción de filtros espaciotemporales que se superponen mínimamente con los patrones de ruido, una extensión del iCSP de Blankertz [21].

Un método aún más sofisticado para abordar la adaptación de las características al dominio es modelar su variabilidad a lo largo de las sesiones de los sujetos. Los modelos bayesianos capturan la variabilidad a través de sus parámetros de modelo. Estos modelos generalmente se implementan en un contexto de aprendizaje de tareas múltiples, donde un conjunto de tareas  $TS = \{YS, fS(\cdot)\}$  se aprende conjuntamente del dominio fuente (etiquetado). Para las BCI, 'una tarea' suele ser una

Tabla 5. Resumen de métodos de aprendizaje por transferencia para BCI.

patrón EEG	Características / Método	Clasificador/Transferencia	Referencias
Motor imágenes	CSP + banda energía	MVS lineal	[103, 143]
Motor imágenes	Conjunto de características escasas	sujeto a sujeto LDA	[67]
Motor imágenes		Pescador LDA	[35]
Motor imágenes	Superficie laplaciano	sesión a sesión LDA, multitarea bayesiana	[4, 97]
Motor imágenes	PCSP	sujeto a sujeto LDA, modelo bayesiano	[102]
Motor imágenes	CSP + banda energía	multitema LDA	[10]
Visual, atención espacial	Aprendizaje de diccionario de filtros espaciales	sesión a sesión MVS lineal	[165]
P300	Puntos de tiempo	sujeto a sujeto Mezcla de clasificadores bayesianos	[218]
P300	Puntos de tiempo	Pescador LDA	[151]
P300	x AMANECER	multitema LDA, transporte óptimo sesión a sesión	[74]

sesión de grabación, ya sea para uno o varios temas.

Por lo tanto, se han construido modelos bayesianos para características en dominios espectrales [4], espaciales [102] y, recientemente, en dominios combinados espaciales y espectrales [97]. La combinación de un modelo bayesiano y el aprendizaje a partir de la proporción de etiquetas (LLP) se ha propuesto recientemente en [218].

Otro método de adaptación de dominio interesante es transportar realmente las características de los datos de destino al dominio de origen. Una vez transportados al dominio de origen, los datos de destino se pueden clasificar con el clasificador existente entrenado en los datos de origen. Arvaneh *et al* [10] aplican este enfoque a la transferencia de sesión a sesión para imágenes motoras BCI, mediante la estimación de una transformación lineal de los datos de destino que minimiza la distancia de Kullback-Leibler entre la fuente y las distribuciones de destino transformadas. Recientemente, la transferencia de datos P300 de sesión a sesión se ha logrado utilizando una transformada no lineal obtenida al resolver un problema de transporte óptimo [74]. El transporte óptimo es adecuado para la adaptación de dominios, ya que sus algoritmos se pueden utilizar para transportar distribuciones de probabilidad de un dominio a otro [51]. Estos diversos trabajos se resumen en la tabla 5.

4.3.3. Pros y contras. Como se informó en los estudios citados anteriormente, el aprendizaje por transferencia es fundamental en el rendimiento de decodificación de sesión a sesión y de sujeto a sujeto. Esto es esencial para poder lograr un verdadero modo de operación BCI sin calibración en el futuro, lo que a su vez mejoraría la usabilidad de BCI.

y aceptación. De hecho, es bien sabido en la comunidad que la sesión de calibración puede resultar excesivamente agotadora para los usuarios clínicos, cuyos recursos cognitivos son limitados, y molesta en general para los usuarios sanos. Como comentan Sanelli *et al* [195], recibir comentarios desde el comienzo de su experiencia con BCI es muy motivador y atractivo para los usuarios novatos.

El aprendizaje de transferencia puede proporcionar a los usuarios una BCI de rendimiento adecuado, antes de aplicar estrategias coadaptativas. Con este espíritu, el aprendizaje por transferencia se puede utilizar para inicializar una BCI utilizando datos de otros sujetos para un usuario inexperto y datos de otras sesiones para un usuario conocido. En cualquier caso, tal inicialización es subóptima, por lo que tal enfoque implica adaptar el clasificador durante la sesión, un tema que hemos discutido en la sección 4.1. Por lo tanto, el aprendizaje de transferencia y la adaptabilidad deben ir de la mano para lograr el objetivo final de un modo de operación sin calibración [46].

Aunque subóptimo en general, el aprendizaje por transferencia es sólido por definición. Por ejemplo, el aprendizaje por transferencia de sujeto a sujeto puede producir mejores resultados en comparación con la calibración específica del sujeto si esta última es de baja calidad [15]. Esto es particularmente útil en entornos clínicos, donde obtener una buena calibración a veces es prohibitivo [158].

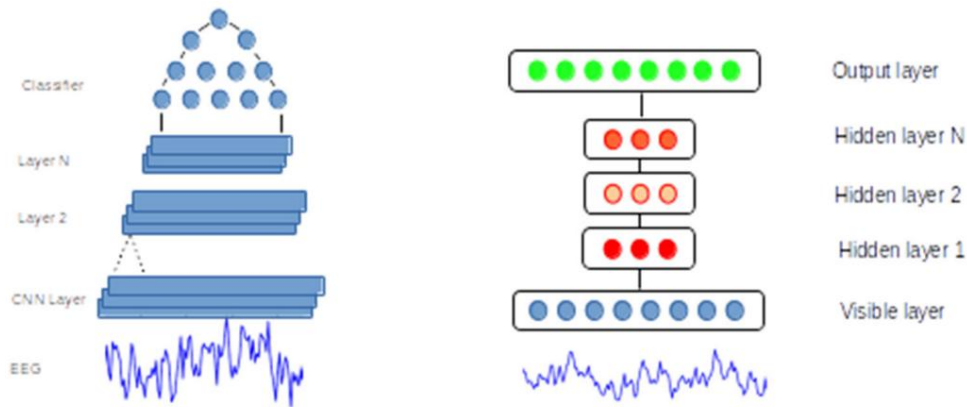
Como hemos visto, el enfoque de buscar espacios invariantes para realizar la clasificación en entornos de aprendizaje por transferencia es atractivo teóricamente y ha mostrado resultados prometedores al explotar la geometría de Riemann; sin embargo, se corre el riesgo de desechar parte de la información que es relevante para la decodificación. De hecho, en lugar de hacer frente a la variabilidad de los datos entre sesiones, como formulamos anteriormente, puede ser más inteligente esforzarse por beneficiarse de la variabilidad en el conjunto para clasificar mejor la sesión de destino. La idea sería diseñar clasificadores capaces de representar múltiples sesiones o temas.

La combinación de transferencia de aprendizaje y clasificadores adaptativos representa un tema a la vanguardia de la investigación actual en BCI. Se espera que reciba una atención cada vez mayor en los próximos años, lo que conducirá a una nueva generación muy buscada de BCI sin calibración.

Muy pocos de los métodos presentados de transferencia de aprendizaje se han utilizado todavía en línea, pero el poder computacional no es una limitación, porque estos métodos no requieren recursos computacionales extensos y pueden ejecutarse en computadoras de escritorio simples. Para los métodos cuyas fases de aprendizaje pueden llevar mucho tiempo (como los métodos que inducen escasez o el aprendizaje de diccionarios), este aprendizaje debe realizarse con anticipación para que la adaptación a un nuevo tema o sesión sea eficiente en el tiempo [165].

4.4. Aprendizaje profundo

El aprendizaje profundo es un algoritmo específico de aprendizaje automático en el que las características y el clasificador se aprenden de forma conjunta directamente a partir de los datos. El término aprendizaje profundo es acuñado por la arquitectura del modelo, que se basa en una cascada de módulos de extracción de características entrenables y no linealidades. Debido a tal cascada, las características aprendidas generalmente se relacionan con niveles crecientes de conceptos. Discutimos en esta sección los dos enfoques de aprendizaje profundo más populares para BCI: redes neuronales convolucionales y máquinas de Boltzmann restringidas.



**Figura 5.** Arquitecturas de ejemplo de dos marcos de aprendizaje profundo. Izquierda: redes neuronales convolucionales. Los bloques azules se refieren a los resultados de la señal de entrada convolutiva con varios filtros diferentes. Derecha: máquinas Boltzmann restringidas apiladas. Las capas ocultas se entrenan por capas y la red completa se puede ajustar de acuerdo con la tarea en cuestión.

#### 4.4.1. Principios.

Una breve introducción sobre las máquinas Boltzmann restringidas. Una máquina de Boltzmann restringida (RBM) es un campo aleatorio de Markov (MRF) [120] asociado con un gráfico bipartito no dirigido. Está compuesto por dos conjuntos de unidades:  $m$  visibles  $V = (V_1, \dots, V_m)$  y  $n$  ocultas  $H = (H_1, \dots, H_n)$ . Las unidades visibles se utilizan para representar datos de entrada, variables observadas. Para el tipo usual de GBR como los discutidos en este documento, las unidades se consideran variables aleatorias que toman valores binarios  $(\mathbf{v}, \mathbf{h})$  y  $\mathbf{W}$  es una matriz cuyas entradas  $w_{ij}$

son los pesos asociados a la conexión entre la unidad  $v_i$

y  $h_j$ . La probabilidad conjunta de una configuración dada  $(\mathbf{v}, \mathbf{h})$  puede modelarse de acuerdo con la probabilidad  $p(\mathbf{v}, \mathbf{h}) = \frac{1}{Z} e^{-\mathbf{E}(\mathbf{v}, \mathbf{h})}$  = siendo la función de energía  $\mathbf{E}(\mathbf{v}, \mathbf{h})$

$$\mathbf{E}(\mathbf{v}, \mathbf{h}) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{v} + \mathbf{b} \cdot \mathbf{h} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{h}$$

donde  $\mathbf{a}$  y  $\mathbf{b}$  son vectores de peso de sesgo. Tenga en cuenta que  $Z$  es un factor de normalización para que  $p(\mathbf{v}, \mathbf{h})$  sume uno para todas las configuraciones posibles. Debido a la propiedad del gráfico bipartito no dirigido, las variables ocultas (con respecto a las visibles) son independientes dadas las visibles (ocultas) que conducen a:

$$p(\mathbf{v}|\mathbf{h}) = \prod_{i=1}^m p(v_i|h) \quad p(\mathbf{h}|\mathbf{v}) = \prod_{j=1}^n p(h_j|v)$$

y las distribuciones marginales sobre las variables visibles se pueden obtener fácilmente como [69]:

$$p(\mathbf{v}) = \frac{1}{Z} \sum_{\mathbf{h}} e^{-\mathbf{E}(\mathbf{v}, \mathbf{h})}$$

Por lo tanto, al optimizar todos los parámetros del modelo  $(\mathbf{W}, \mathbf{b}, \mathbf{a})$ , es posible modelar la distribución de probabilidad de las variables observables. Otras propiedades de RBMs así como conexiones de RBM con redes neuronales estocásticas se detallan en [69, 90]

Para aprender la distribución de probabilidad de los datos de entrada, los RBM generalmente se entrenan de acuerdo con un procedimiento denominado aprendizaje de divergencia contrastiva [89]. Este procedimiento de aprendizaje se basa en un gradiente ascendente de la verosimilitud logarítmica de los datos de entrenamiento. La derivada del log-verosimilitud de una entrada  $\mathbf{v}$  se puede derivar fácilmente [69] y la media de esta derivada sobre el conjunto de entrenamiento conduce a la regla:

$$\frac{\partial L(\mathbf{W}|\mathbf{v})}{\partial w_{ij}} = \langle v_i h_j \rangle - v_i h_j$$

donde  $\langle \cdot \rangle$  es el promedio sobre los datos de referencia y el modelo de referencia

con los dos corchetes respectivamente indicando la expectativa sobre  $p(\mathbf{h}|\mathbf{v})q(\mathbf{v})$  y sobre el modelo  $(p(\mathbf{v}, \mathbf{h}))$  siendo  $q$  la distribución empírica de las entradas. Mientras que el primer término de este gradiente es tratable, el segundo tiene una complejidad exponencial. La divergencia contrastiva tiene como objetivo aproximar este gradiente usando un procedimiento de cadena de Gibbs que calcula el estado binario de  $\mathbf{h}$  usando  $p(\mathbf{h}|\mathbf{v})$  y luego obteniendo una estimación de  $\mathbf{v}$

usando  $p(\mathbf{v}|\mathbf{h})$  [89]. Existen otros métodos para aproximar el gradiente de log-verosimilitud de RBM que pueden conducir a mejores soluciones, así como métodos para aprender con variables continuas [17, 213].

El procedimiento anterior permite aprender un modelo generativo de las entradas utilizando una capa simple de RBM. Se puede obtener una estrategia de aprendizaje profundo apilando varios RBM con las unidades ocultas de una capa utilizadas como entradas de las capas subsiguientes. Cada capa generalmente se entrena de manera codiciosa [90] y se puede realizar un ajuste fino según el objetivo final del modelo. Un RBM se ilustra en la figura 5 (izquierda).

Breve introducción a las redes neuronales convolucionales. Una red neuronal convolucional (ConvNet o CNN) es una red neuronal feedforward (una red en la que la información fluye unidireccionalmente desde la entrada a las capas ocultas y la salida) que tiene al menos una capa convolucional [71, 117, 117]. Tal capa convolucional asigna su entrada a una salida a través de un operador de convolución. Supongamos que la entrada es una señal 1D  $\{x_n\}$  con  $N$  muestras, su convolución a través de un filtro 1D  $\{h_m\}$  de tamaño  $M$  viene dada por:

$$y(n) = \sum_{m=0}^{M-1} x(n-m)h(m) \quad \text{para } n=0, \dots, N-M$$

Esta ecuación se puede extender a dimensiones más altas aumentando el número de sumas de acuerdo con las dimensiones. También se pueden usar varios filtros de forma independiente en operaciones de convolución que conducen a un mayor número de canales en la salida. Esta capa convolucional suele ir seguida de no linealidades [75] y posiblemente de una capa de agrupación



que agregan la información local de la salida en un solo valor, generalmente a través de un operador promedio o máximo [25].

Las arquitecturas estándar de ConvNet generalmente apilan varias de estas capas (convolución + no linealidad (+ agrupación)) seguidas de otras capas, generalmente completamente conectadas, que actúan como una capa de clasificación. Tenga en cuenta, sin embargo, que algunas arquitecturas utilizan todas las capas convolucionales como capas de clasificación. Dadas algunas arquitecturas, los parámetros de los modelos son los pesos de todos los filtros utilizados para la convolución y los pesos de las capas totalmente conectadas.

Los ConvNets generalmente se entrenan de manera supervisada resolviendo un problema empírico de minimización de riesgos de la forma:

$$\mathbf{w}^* = \underset{\mathbf{w}}{\text{min}} \frac{1}{n} \sum_i L(y_i, \mathbf{f}_w(\mathbf{x}_i)) + \tilde{y}(\mathbf{w})$$

donde  $\{\mathbf{x}_i, y_i\}$  son los datos de entrenamiento,  $\mathbf{f}_w$  es la función de predicción relacionada con ConvNet,  $L(\cdot, \cdot)$  es una función de pérdida que mide cualquier discrepancia entre las etiquetas verdaderas de  $y_i$  y  $\mathbf{f}_w(\mathbf{x}_i)$ , y  $\tilde{y}$  es una función de regularización de los parámetros de ConvNet. Debido a la forma específica de la pérdida global (pérdida promedio sobre las muestras individuales), el descenso de gradiente estocástico y sus variantes son los medios más populares para optimizar ConvNets profundas. Además, la arquitectura feedforward de  $\mathbf{f}_w(\cdot)$  permite el cálculo del gradiente en cualquier capa dada utilizando la regla de la cadena. Esto se puede realizar de manera eficiente utilizando el algoritmo de retropropagación [193].

En varias aplicaciones de dominio, las ConvNet han tenido mucho éxito porque pueden aprender las funciones más relevantes para la tarea en cuestión. Sin embargo, sus actuaciones dependen en gran medida de sus arquitecturas y sus hiperparámetros de aprendizaje. En la figura 5 (derecha) se ilustra una ConvNet.

4.4.2. Lo último. Se han explorado las redes neuronales profundas (DNN) para todos los tipos principales de sistemas BCI basados en EEG; es decir, P300, SSVEP, imágenes motoras y BCI pasivo (para detección de emociones y carga de trabajo). También se han estudiado para patrones de EEG menos utilizados, como los potenciales corticales lentos (SCP) o los potenciales evocados visuales de inicio de movimiento (MVEP). Cabe mencionar que todos estos estudios se realizaron fuera de línea.

Con respecto a BCI basado en P300, Cecotti *et al* publicaron el primer artículo que exploró CNN para BCI [32]. Su red constaba de dos capas convolucionales, una para aprender filtros espaciales y la otra para aprender filtros temporales, seguidas de una capa completamente conectada. También exploraron conjuntos de tales CNN. Esta red superó a los ganadores de la competencia BCI en el conjunto de datos de ortografía P300 utilizado para la evaluación. Sin embargo, un conjunto de SVM obtuvo un rendimiento ligeramente mejor que el enfoque de CNN.

Permaneciendo con la clasificación P300, pero esta vez en el contexto del paradigma de visualización rápida en serie (RSVP), [156] exploró otra CNN con una capa de convolución espacial, dos capas de convolución temporal y dos capas densas completamente conectadas. También utilizaron rectificación de unidades lineales, Dropout y regularización espacio-temporal en las capas de convolución. Esta red fue reportada como más precisa

que un clasificador LDA-PCA espacialmente ponderado, en un 2%. Sin embargo, no se comparó con ningún otro clasificador. Cabe mencionar que en este documento, como en la mayoría de los documentos de BCI sobre aprendizaje profundo, la arquitectura no se justifica ni se compara con diferentes arquitecturas, aparte del hecho de que se informó que la arquitectura funciona bien.

Para SSVEP, [113] también exploró una CNN con una capa convolucional espacial y una temporal que usaba características de potencia de banda de dos canales EEG. Esta CNN obtuvo un rendimiento similar al de un MLP de tres capas o al de un clasificador basado en análisis de correlación canónica (CCA) con datos kNN registrados de usuarios estáticos. Sin embargo, superó a ambos en datos de EEG ruidosos registrados por un usuario en movimiento. Sin embargo, los clasificadores que se compararon con la CNN no eran lo último en clasificación SSVEP (por ejemplo, CCA no se usó con ningún armónico del estímulo SSVEP conocido por mejorar el rendimiento ni con más canales).

Para la clasificación SCP, [59] exploró una máquina de aprendizaje extremo profundo (DELM), que es un ELM multicapa con la última capa siendo un Kernel ELM. La estructura de la red, su número de unidades, las características de entrada y los hiperparámetros no estaban justificados. Dicha red obtuvo un rendimiento más bajo que los ganadores de la competencia BCI para el conjunto de datos utilizado y no fue significativamente mejor que un ELM estándar o un ELM multicapa.

Para MVEP, [153] utilizó una red de creencias profundas (DBN) compuesta por tres RBM. La dimensionalidad de las características de entrada, los puntos de tiempo de EEG, se redujo mediante la detección comprimida (CS). Este enfoque DBN+CS superó al enfoque SVM que no usaba ni DBN ni CS.

Con respecto a las BCI pasivas, Yin *et al* exploraron las DNN tanto para la carga de trabajo como para las clasificaciones de emociones [234, 235]. En [234], utilizaron DBN adaptativo, compuesto por varios codificadores automáticos (AE) apilados, para la clasificación de la carga de trabajo. La adaptación se realizó reentrenando la primera capa de la red utilizando datos entrantes etiquetados con su clase estimada. En comparación con kNN, MLP o SVM, la red propuesta superó a todas las que no tenían selección de canales, pero obtuvo un rendimiento similar con la selección de características. Como suele ser el caso en los documentos de DNN para BCI, el enfoque propuesto no se comparó con el estado del arte, por ejemplo, con métodos basados en FBCSP. En [235], se estudió otra DBN compuesta por AE apilados. Este DNN era, sin embargo, un multimodal con AE separados para señales de EEG y otras señales fisiológicas. Las capas adicionales fusionaron los dos tipos de características. Este enfoque pareció superar a los clasificadores de la competencia y publicó resultados utilizando la misma base de datos. Sin embargo, los datos utilizados para realizar la selección del modelo de la DNN propuesta y determinar su estructura fueron todos los datos, es decir, incluyeron los datos de prueba, lo que sesgó los resultados.

Varios estudios han explorado DNN para la clasificación de imágenes motoras tanto con DBN como con CNN [150, 198, 207, 210]. Se exploró una DBN en [150] para clasificar las características de BP de dos canales de EEG. La red superó a FBCSP y al ganador de la competencia BCI, pero solo cuando utilizó una estructura arbitraria cuya selección no estaba justificada. Al eliminar o agregar una sola neurona, esta red exhibió un rendimiento más bajo que FBCSP o el ganador de la competencia, lo que generó dudas sobre su confiabilidad y la elección de su estructura inicial. Otro DBN se usó en [207] para la clasificación de imágenes motoras,



**Tabla 6.** Resumen de trabajos que utilizan aprendizaje profundo para BCI basado en EEG.

patrón EEG	Características	clasificador	Referencias
SCP	No especificado	OLMO profundo	[59]
inicio de movimiento VEP	Puntos de tiempo de EEG	DBN	[153]
SSVEP	Banda de poder	CNN	[113]
P300	tiempo de EEG	CNN	[32]
P300	puntos tiempo de EEG	CNN	[156]
Imágenes de motor	Potencia de banda	DBN	[150]
imaginación motora/ Ejecución	EEG sin procesar	CNN	[198]
Imágenes de motor	Potencia de banda	DBN [207]	
Imágenes de motor	Potencia de banda	CNN+DBN [210]	
Carga de trabajo	Potencia de banda	DBN adaptable [234]	
emociones	Potencia de banda	DBN [235]	
	+ paso por cero		
	+entropía		
ErrP, P300,	tiempo de EEG	CNN	[116]
MRCP, imágenes motoras	puntos		

pero fue superado por un simple clasificador CSP+LDA.

Sin embargo, los autores propusieron un método para interpretar lo que la red aprendió y sus decisiones, lo que proporcionó información útil sobre las posibles causas neurofisiológicas de las clasificaciones erróneas. En [210] se exploró una combinación de CNN y DBN. Usaron una CNN cuya salida se usó como entrada a un SAE de seis capas. En comparación con solo una CNN, una DBN o una SVM, el enfoque CNN+DBN parecía ser el más efectivo. No se comparó con los ganadores de la competencia BCI en este conjunto de datos, ni con otros métodos de vanguardia como la geometría de Riemann y FBCSP. El último estudio para explorar DNN para imágenes motoras es el de Schirrmester *et al* [198]. Este estudio debe ser especialmente elogiado ya que, a diferencia de la mayoría de los artículos mencionados anteriormente, se exploran y presentan varias estructuras de DNN, todas cuidadosamente justificadas y no arbitrarias, y las redes se comparan rigurosamente con los métodos más avanzados.

Exploraron CNN superficial (una convolución temporal, una convolución espacial, cuadratura y agrupación media, una capa softmax), CNN profunda (convolución temporal, convolución espacial, luego tres capas de convolución estándar y una capa softmax), una CNN híbrida superficial + profunda (es decir, su concatenación) y NN residual (convolución temporal, convolución espacial, 34 capas residuales y capa softmax). Tanto la CNN profunda como la superficial superaron significativamente al FBCSP, mientras que la CNN híbrida y la NN residual no lo hicieron. La CNN superficial fue la más efectiva con +3.3% de precisión de clasificación sobre FBCSP. Los autores también propusieron métodos para interpretar lo que la red ha aprendido, lo que puede proporcionar conocimientos neurofisiológicos útiles.

Finalmente, un estudio exploró una CNN genérica, compacta, con pocas capas y parámetros, para la clasificación de

múltiples patrones de EEG, a saber, P300, potenciales corticales relacionados con el movimiento (MRCP), ErrP e imágenes motoras. Esta red superó a otra CNN (la de [156] mencionada anteriormente) y a XDAWN + BDA, así como a RCSP+LDA para la clasificación de sujeto a sujeto. Sin embargo, los parámetros (número de filtros y banda de paso utilizada) para xDAWN y RCSP no se especifican, pero serían subóptimos si usaran la misma banda que para la CNN. El método tampoco se compara con los métodos más avanzados (FBCSP o Riemannian). La comparación con los métodos existentes es, por lo tanto, de nuevo poco convincente.

Un resumen de los métodos que utilizan el aprendizaje profundo para EEG clasificación en BCI se enumeran en la tabla 6.

4.4.3. Pros y contras. Las DNN tienen el potencial de aprender tanto características efectivas como clasificadores simultáneamente a partir de datos de EEG sin procesar. Dada su eficacia en otros campos, las DNN ciertamente parecen prometedoras para conducir a mejores características y clasificadores y, por lo tanto, a una clasificación EEG mucho más sólida. Sin embargo, hasta ahora, la gran mayoría de los estudios publicados sobre DNN para BCI basados en EEG han sido bastante poco convincentes a la hora de demostrar su relevancia real y su superioridad en la práctica con respecto a los métodos de BCI de última generación. De hecho, muchos estudios no compararon la DNN estudiada con los métodos BCI de última generación o realizaron comparaciones sesgadas, ya sea con parámetros subóptimos para los competidores de última generación o con elecciones injustificadas de parámetros para la DNN, que nos impide descartar el ajuste manual de estos parámetros con conocimiento del equipo de prueba. Por lo tanto, es necesario garantizar que estos problemas se resuelvan en futuras publicaciones sobre DNN para BCI. Una excepción interesante es el trabajo en [198], que demostró de manera rigurosa y convincente que una CNN poco profunda podría superar a FBCSP. Esto sugiere que la principal limitación de DNN para BCI basada en EEG es que dichas redes tienen una gran cantidad de parámetros, lo que requiere una gran cantidad de ejemplos de entrenamiento para calibrarlos.

Desafortunadamente, los conjuntos de datos y experimentos típicos de BCI tienen cantidades muy pequeñas de ejemplos de entrenamiento, ya que no se puede pedir a los usuarios de BCI que realicen millones o incluso miles de comandos mentales antes de usar BCI. De hecho, se ha demostrado fuera del campo de BCI que las DNN son en realidad subóptimas y se encuentran entre los peores clasificadores con conjuntos de entrenamiento relativamente pequeños [36]. Desafortunadamente, solo se encuentran disponibles pequeños conjuntos de entrenamiento para diseñar BCI. Esto puede explicar por qué las redes poco profundas, que tienen muchos menos parámetros, son las únicas que han resultado útiles para BCI. En el futuro, por lo tanto, es necesario diseñar NN con pocos parámetros u obtener aplicaciones BCI con bases de datos de entrenamiento muy grandes, por ejemplo, para la clasificación de múltiples temas.

También vale la pena señalar que hasta ahora los DNN solo se exploraron fuera de línea para BCI. Esto se debe a sus largos tiempos de entrenamiento. De hecho, la complejidad computacional de DNN es generalmente muy alta, tanto para entrenamiento como para prueba. La calibración puede demorar horas o días en las computadoras estándar actuales y las pruebas, según la cantidad de capas y neuronas, también pueden ser muy exigentes. Como resultado, es posible que se necesiten herramientas informáticas de alto rendimiento, por ejemplo, varias tarjetas gráficas potentes, para usarlas en la práctica. Para aplicaciones BCI en línea prácticas, el clasificador debe ser entrenado en un máximo de unos minutos para permitir el uso práctico (los usuarios de BCI no pueden esperar media hora o más cada vez que deseen utilizar el

**Tabla 7.** Resumen de enfoques multitiqueta (y multiclase relacionados) para BCI basada en EEG.

patrón EEG	Características	clasificador	Referencias
Imágenes motoras (8 clases)	Poder de la banda	LDA	[127]
Imágenes motoras (8 clases)	Poder de la banda	Geometría de Riemann	[128]
Tareas mentales (4 clases)	Poder de la banda	cSVM	[57]
Imágenes motoras (4 clases)	Poder de la banda	(Relación entre potencias de banda)	[114, 192]
Imágenes motoras (7 clases)	Poder de la banda	MVS	[226]
Imágenes motoras (4 clases)	Poder de la banda	(Asignación a la velocidad)	[162]

BCI). Por lo tanto, se requeriría un entrenamiento rápido de un DNN para BCI. Otra alternativa sería diseñar DNN que no requieran ningún tipo de formación específica, es decir, una DNN universal.

#### 4.5. Otros clasificadores nuevos

##### 4.5.1. Clasificadores multitiqueta.

**Principios.** Para clasificar más de dos tareas mentales, se pueden utilizar dos enfoques principales para obtener una función de clasificación multiclase [215]. El primer enfoque consiste en estimar directamente la clase utilizando técnicas multiclase como árboles de decisión, perceptrones multicapa, clasificadores naive Bayes o k-vecinos más cercanos. El segundo enfoque consiste en descomponer el problema en varios problemas de clasificación binaria [5]. Esta descomposición se puede lograr de diferentes maneras usando (i) clasificadores uno contra uno por pares [20, 84], (ii) clasificadores uno contra el resto (o uno contra todos) [20, 84], (iii) clasificadores jerárquicos similares a un árbol de decisión binario y (iv) clasificadores de etiquetas múltiples [154, 215]. En el último caso, se asocia un subconjunto distinto de  $L$  etiquetas (o propiedades) a cada clase [58]. La clase pronosticada se identifica según la distancia más cercana entre las etiquetas pronosticadas y cada subconjunto de etiquetas que definen una clase.

Lo último. La cantidad de comandos proporcionados por BCI basados en imágenes motoras depende de la cantidad de estados de imágenes mentales que el sistema puede detectar. Esto, a su vez, está limitado por la cantidad de partes del cuerpo que los usuarios pueden imaginar moviéndose de una manera que genere patrones de EEG claros y distintos. Los enfoques de etiquetas múltiples pueden resultar útiles para detectar tareas de imágenes motoras combinadas, es decir, imaginación de dos o más partes del cuerpo al mismo tiempo [125, 192, 226], con cada parte del cuerpo correspondiente a una sola etiqueta (indicando si esa parte del cuerpo se utilizó). De hecho, en comparación con el enfoque estándar, este enfoque tiene la ventaja de aumentar considerablemente el número de estados mentales diferentes utilizando el mismo número de partes del cuerpo:  $2P$  en comparación con  $P$ , donde  $P$  es el número de partes del cuerpo. Por lo tanto, se investigaron los patrones de EEG durante tareas de imágenes motoras simples y combinadas para confirmar la separabilidad de siete clases diferentes de imágenes motoras para BCI [126, 226, 249]. Con el fin de lograr un control 3D continuo, se adoptaron imágenes motoras de ambas manos para complementar el conjunto de instrucciones en una imagen motora simple basada en extremidades: BCI para subir (y descansar para bajar)

[114, 192]. La señal de control arriba/abajo fue la suma invertida de amplitudes espectrales autorregresivas izquierda y derecha calculadas para cada uno de los electrodos y contenedores de frecuencia de 3 Hz.

Otro método convirtió la regresión ordinal circular en un enfoque de clasificación de etiquetas múltiples para controlar una silla de ruedas simulada, utilizando el conjunto de datos IIIa de la tercera competencia BCI, con como tareas motoras la imaginación de los movimientos de la mano izquierda, la mano derecha, el pie y la lengua [57]. Se han comparado enfoques multiclase y multitiqueta para discriminar los comandos de altura a partir de la combinación de tres tareas de imágenes motoras (mano izquierda, mano derecha y pies) para controlar un brazo robótico [125].

Un primer método utilizó un clasificador único aplicado a las características concatenadas relacionadas con cada fuente de actividad (C3, Cz, C4), con una fuente para cada miembro involucrado. Un segundo enfoque consistió en un árbol jerárquico de tres clasificadores binarios para inferir la decisión final. El tercer enfoque fue una combinación de los dos primeros enfoques. Todos los métodos utilizaron el algoritmo CSP para la extracción de características y el análisis discriminante lineal (LDA) para la clasificación. Todos los métodos fueron validados y comparados con los métodos clásicos uno contra uno (OVO) y uno contra el resto (OVR). Los resultados obtenidos con el método jerárquico fueron similares a los obtenidos con los enfoques OVO y OVR. El rendimiento obtenido con el primer enfoque (clasificador único) y el último (clasificador jerárquico combinado) fue el mejor para todos los sujetos.

Los diversos enfoques de etiquetas múltiples explorados se mencionan en la tabla 7.

**Pros y contras.** Por lo tanto, los enfoques multiclase y multitiqueta apuntan a reconocer más de dos comandos. En ambos casos, el aumento resultante en el número de clases reconocidas potencialmente proporciona al usuario una mayor cantidad de comandos para interactuar más rápidamente con el sistema, sin necesidad de un menú desplegable, por ejemplo. El enfoque de múltiples etiquetas puede hacer que el aprendizaje sea más corto y menos agotador, ya que requiere aprender solo una pequeña cantidad de etiquetas. Las múltiples combinaciones posibles de estas etiquetas conducen a un gran número de clases y, por lo tanto, a más comandos. Además, el enfoque de etiquetas múltiples permite la redundancia en las etiquetas que describen una clase, lo que puede conducir a una mejor separación de clases. Por lo general, el número de etiquetas a producir es menor que el número de clases. Finalmente, en comparación con los métodos estándar, los enfoques multiclase y multitiqueta suelen tener una menor complejidad computacional, ya que pueden compartir parámetros, por ejemplo, utilizando un perceptrón multicapa o descriptores de clase (especialmente si no se introduce redundancia).

Sin embargo, puede haber una falta de relación entre el significado de una etiqueta y la orden mental correspondiente, por ejemplo, imágenes de dos manos para subir. Esto puede generar una mayor carga de trabajo mental y por lo tanto fatiga. Por lo tanto, es necesario elegir cuidadosamente el mapeo entre mental

**Tabla 8.** Resumen de clasificadores que se pueden entrenar con una cantidad limitada de datos.

patrón EEG	Características	Referencias del clasificador	
P300	Puntos de tiempo	sLDA	[142]
P300	Puntos de tiempo	sLDA	[22]
P300	Puntos de tiempo	RF	[3]
P300	Covarianza especial RMDM	[46]	
P300	Covarianza especial RMDM	[15]	
Imágenes de motor CSP + potencia de banda RF			[54]
Imágenes de motor CSP + potencia de banda sLDA			[137]
Imágenes de motor Covarianza de paso de banda RMDM		[14, 46]	
SSVEP	Covarianza de paso de banda RMDM	[100]	

comandos y etiquetas correspondientes. Finalmente, los errores de clasificación siguen siendo, por supuesto, posibles. En particular, el conjunto de etiquetas estimadas a veces puede no corresponder a ninguna clase, y varias clases pueden estar a la misma distancia, lo que provoca confusión de clases.

#### 4.5.2. Clasificadores que se pueden entrenar a partir de pocos datos.

**Principios.** Como se discutió anteriormente, la mayoría de los BCI basados en EEG están actualmente optimizados para cada tema. De hecho, se ha demostrado que esto conduce en general a rendimientos de clasificación sustancialmente más altos que los clasificadores independientes del sujeto. Los sistemas típicos de BCI se pueden optimizar utilizando solo unos pocos datos de entrenamiento, normalmente de 20 a 100 intentos por clase, ya que no se puede pedir a los sujetos que produzcan los mismos comandos mentales miles de veces antes de recibir un BCI funcional. Además, la recopilación de estos datos de entrenamiento lleva tiempo, lo que es un inconveniente para los sujetos, por lo que una BCI ideal requeriría un tiempo de calibración lo más breve posible. Esto requiere clasificadores que puedan calibrarse utilizando la menor cantidad posible de datos de entrenamiento. A continuación presentamos aquellos clasificadores que demostraron ser efectivos para este propósito. Se basan en el uso de estimadores estadísticos dedicados a tamaños de muestra pequeños o en dividir las características de entrada entre varios clasificadores para reducir la dimensionalidad, reduciendo así la cantidad de datos de entrenamiento que necesita cada clasificador.

Lo último. Los tres clasificadores principales que han demostrado ser efectivos con pocos datos de entrenamiento y, por lo tanto, efectivos para el diseño de BCI basado en EEG, son el clasificador LDA de contracción [22, 137, 142], el bosque aleatorio [3, 54] y el de Riemann. clasificadores [47, 232].

La contracción LDA (sLDA), es un clasificador LDA estándar en el que las matrices de covarianza relacionadas con la clase utilizadas en su optimización se regularizaron mediante la contracción [22]. De hecho, las matrices de covarianza estimadas a partir de pocos datos tienden a tener valores propios extremos más grandes que la distribución de datos reales, lo que lleva a estimaciones de covarianza deficientes. Esto puede resolverse reduciendo las matrices de covarianza  $\hat{\mathbf{y}}$  como  $\hat{\mathbf{y}} = \hat{\mathbf{y}} \hat{\mathbf{y}} \mathbf{I}$ , siendo  $\mathbf{I}$  la matriz de identidad y  $\hat{\mathbf{y}}$  el parámetro de regularización. Curiosamente, existen soluciones analíticas para determinar automáticamente el mejor valor de  $\hat{\mathbf{y}}$  (ver [118]). Se ha demostrado que el clasificador sLDA resultante es superior al clasificador LDA estándar.

para BCI, tanto para BCI basado en ERP [22] como para BCI de actividad oscilatoria [137]. También se ha demostrado que dicho clasificador se puede calibrar con muchos menos datos que LDA para lograr el mismo rendimiento [137, 142]. Por ejemplo, para imágenes mentales BCI, se ha demostrado que un sLDA obtiene un rendimiento similar con diez pruebas de entrenamiento por clase que un LDA estándar con 30 pruebas de entrenamiento por clase, reduciendo efectivamente el tiempo de calibración tres veces [137].

Los clasificadores de bosque aleatorio (RF) son conjuntos de varios clasificadores de árboles de decisión [26]. La idea detrás de este clasificador es seleccionar aleatoriamente un subconjunto de las características disponibles y entrenar un clasificador de árbol de decisión sobre ellas, luego repetir el proceso con muchos subconjuntos de características aleatorias para generar muchos árboles de decisión, de ahí el nombre de bosque aleatorio. La decisión final se toma combinando los resultados de todos los árboles de decisión. Debido a que cada árbol solo usa un subconjunto de las características, es menos sensible a la maldición de la dimensionalidad y, por lo tanto, requiere menos datos de entrenamiento para ser efectivo. Fuera de la investigación de BCI, entre varios clasificadores y en varios problemas y dominios de clasificación, los algoritmos de bosque aleatorio se encontraron a menudo entre los clasificadores más precisos, incluidos los problemas con pequeños conjuntos de datos de entrenamiento [26, 36]. Los RF se utilizaron con éxito incluso en línea tanto para BCI basado en ERP [3] como para BCI de imágenes motoras [54]. Superaron a los diseños basados en clasificadores LDA para imágenes motoras BCI [54].

Los clasificadores riemannianos se han discutido en la sección 4.2.1.

Por lo general, un clasificador riemanniano simple como el RMDM requiere menos datos de entrenamiento en comparación con enfoques de filtrado óptimos como el CSP para imágenes motoras [46] y xDAWN para P300 [15]. Esto se debe a la robustez de la distancia de Riemann, que la media geométrica hereda directamente, como se analiza en [47]. Se pueden obtener estimaciones medias aún más robustas calculando medianas riemannianas o medias riemannianas recortadas. La contracción y otras estrategias de regularización también se pueden aplicar a un marco riemanniano para mejorar la estimación de matrices de covarianza cuando se considera una pequeña cantidad de puntos de datos [100]. Estos métodos se resumen en la tabla 8.

**Pros y contras.** sLDA, RF y RMDM son clasificadores simples que son fáciles de usar en la práctica y brindan buenos resultados en general, incluso en línea. Por lo tanto, recomendamos su uso. sLDA y RMDM no tienen hiperparámetros, lo que los hace muy convenientes de usar. Se ha demostrado que sLDA es superior a LDA tanto para ERP como para BCI basado en actividad oscilatoria en varios conjuntos de datos [22, 137]. Por lo tanto, no hay razón para usar LDA clásico; en su lugar, se debe preferir sLDA.

RMDM funciona tan bien como CSP+LDA para BCI basado en actividad oscilatoria [13, 46], así como xDAWN+LDA pero mejor que un LDA paso a paso en muestras de tiempo para BCI basado en ERP [15, 46] y mejor que CCA para SSVEP [100]. Tenga en cuenta que debido a que LDA es un clasificador lineal, puede ser subóptimo en el caso futuro hipotético cuando haya grandes cantidades de datos de entrenamiento disponibles. RF, por otro lado, es un clasificador no lineal que puede ser efectivo tanto con conjuntos de entrenamiento pequeños como grandes [36]. RMDM también es no lineal y funciona bien con conjuntos de entrenamiento pequeños y grandes [46]. En términos de complejidad computacional, mientras que RF puede ser más

más exigente que RMDM o sLDA, ya que utiliza muchos clasificadores, todos ellos son métodos bastante simples y rápidos, y todos se han utilizado en línea con éxito en computadoras estándar.

## 5. Discusión y pautas

Con base en los numerosos artículos examinados en este manuscrito, identificamos algunas pautas sobre si se deben usar varios tipos de métodos de clasificación y, de ser así, cuándo y cómo parece ser relevante hacerlo.

También identificamos una serie de preguntas de investigación abiertas que merecen ser respondidas para diseñar mejores métodos de clasificación para hacer que BCI sea más confiable y utilizable.

Estas pautas y preguntas de investigación abiertas se presentan en las dos secciones siguientes.

### 5.1. Resumen y pautas

De acuerdo con los diversos estudios examinados en este documento, extraemos las siguientes pautas para elegir métodos de clasificación apropiados para el diseño de BCI:

- En términos de desempeño de la clasificación, los enfoques de clasificación adaptativa, tanto para clasificadores como para filtros espaciales, deben preferirse a los estáticos. Este debería ser el caso incluso si solo es posible una adaptación no supervisada para la aplicación de destino.
- Las redes de aprendizaje profundo no parecen ser efectivas hasta la fecha para la clasificación de señales EEG en BCI, dados los datos de entrenamiento limitados disponibles. Las redes neuronales convolucionales poco profundas son más prometedoras.
- Siempre se debe usar el análisis discriminante lineal de contracción (sLDA) en lugar del LDA clásico, ya que es más efectivo y más sólido para datos de entrenamiento limitados.
- Cuando hay muy pocos datos de entrenamiento disponibles, se deben usar clasificadores de transferencia de aprendizaje, sLDA, distancia mínima de Riemann a la media (RMDM) o bosques aleatorios.
- Cuando las tareas son similares entre los sujetos, se puede considerar la adaptación del dominio para mejorar el desempeño del clasificador. Sin embargo, se debe tener cuidado con la efectividad del aprendizaje por transferencia, ya que a veces puede disminuir el rendimiento.
- Los clasificadores de geometría de Riemann (RGC) son muy prometedores y se consideran el estado actual de la técnica para múltiples problemas de BCI, en particular, Motor imagery, P300 y clasificación SSVEP. Deben aplicarse y explorarse más a fondo para aumentar su eficacia.
- Los enfoques de tensores están surgiendo y, como tales, también pueden ser prometedores, pero actualmente requieren más investigación para ser aplicables en la práctica, en línea, y para evaluar su desempeño en comparación con otros métodos de vanguardia.

### 5.2. Preguntas abiertas de investigación y desafíos.

Además de las pautas, nuestra encuesta también nos permitió identificar una serie de desafíos sin resolver o preguntas de investigación y puntos que deben abordarse. Estos desafíos y preguntas se presentan a continuación.

- Muchos de los métodos de clasificación examinados en este documento se han evaluado solo fuera de línea. Sin embargo, una aplicación BCI real es fundamentalmente en línea. Por lo tanto, existe la necesidad de estudiar y validar estos métodos de clasificación también en línea, para garantizar que sean lo suficientemente eficientes desde el punto de vista computacional para usarse en tiempo real, que puedan calibrarse lo suficientemente rápido para que sean cómodos de usar y para garantizar que puedan resistir la vida real. Ruido en las señales de EEG. De hecho, la evaluación en línea de los clasificadores debería ser la norma y no la excepción, ya que tiene relativamente poco valor estudiar clasificadores para BCI si no se pueden usar en línea.
- El aprendizaje por transferencia y la adaptación del dominio pueden ser componentes clave para una BCI sin calibración. Sin embargo, en esta etapa, se deben realizar varios esfuerzos antes de que puedan usarse de forma rutinaria. Entre los esfuerzos, el acoplamiento de funciones avanzadas como matrices de covarianza y algoritmos de adaptación de dominio puede mejorar aún más la capacidad de invariancia de los sistemas BCI.
- También hay varios desafíos abiertos que, una vez resueltos, podrían hacer que los clasificadores de geometría de Riemann fueran aún más eficientes. Una sería diseñar un estimador estable de la mediana de Riemann para hacer que los clasificadores RMDM sean más robustos a los valores atípicos que cuando se usa la media de Riemann. Otra sería trabajar en RMDM multimodal, con múltiples modos por clase, no solo uno, lo que podría mejorar potencialmente su efectividad. Finalmente, existe la necesidad de métodos para evitar matrices de covarianza mal condicionadas o matrices de rango bajo, ya que estas podrían causar fallas en RGC.
- Si bien los enfoques de aprendizaje profundo se están quedando atrás en el rendimiento de BCI, principalmente debido a la falta de grandes conjuntos de datos de entrenamiento, pueden ser muy relevantes para la adaptación de dominio de extremo a extremo [73] o para aumentar los conjuntos de datos mediante el uso de redes antagónicas generativas [77].
- Los clasificadores y toda la canalización de procesamiento de señales/aprendizaje automático no son las únicas consideraciones en el diseño de un sistema BCI. En particular, el usuario también debe ser considerado y atendido para garantizar comunicaciones eficientes entre el cerebro y la computadora [33, 112, 144]. Como tal, los futuros clasificadores BCI deben diseñarse para garantizar que los usuarios puedan entender la retroalimentación del clasificador y puedan aprender un control BCI efectivo a partir de él [146].

## 6. Conclusión

En este manuscrito, hemos examinado los enfoques de clasificación de EEG que se han desarrollado y evaluado entre 2007 y 2017 para diseñar sistemas BCI. Los numerosos enfoques que se exploraron se pueden dividir en cuatro categorías principales: clasificadores adaptativos, clasificadores de matriz y tensor, métodos de aprendizaje por transferencia y aprendizaje profundo. Además, se identificaron algunos métodos misceláneos fuera de estas categorías, en particular el prometedor LDA de contracción y los clasificadores de bosques aleatorios.

En general, nuestra revisión reveló que los clasificadores adaptativos, tanto supervisados como no supervisados, superan a los estáticos en general. Los clasificadores de matriz y tensor también son muy prometedores.





- [20] Bishop M C 2006 *Reconocimiento de patrones y aprendizaje automático* (Berlín: Springer)
- [21] Blankertz B, Kawanabe M, Tomioka R, Hohlefeld F, . Nikulin V y Müller K R 2008 Patrones espaciales comunes invariantes: aliviar las no estacionariedades en la interfaz cerebro-computadora *Avances en el procesamiento de información neuronal Sistemas* vol 20 (Cambridge, MA: MIT Press)
- [22] Blankertz B, Lemm S, Treder M, Haufe S y Muller KR 2010 Análisis de ensayo único y clasificación de los componentes de ERP: un tutorial *NeuroImage* 56 814–25
- [23] Blankertz B, Tomioka R, Lemm S, Kawanabe M y Müller K R 2008 Optimización de filtros espaciales para un análisis sólido de ensayo único de EEG *IEEE Signal Proc. revista* 25 41–56
- [24] Blumberg J, Rickert J, Waldert S, Schulze-Bonhage A, Aertsen A y Mehring C 2007 Clasificación adaptativa para interfaces cerebro computadora *29th Annual Int. Conf. de la Sociedad de Ingeniería en Medicina y Biología del IEEE* págs. 2536–9
- [25] Boureau Y L, Bach F, LeCun Y y Ponce J 2010 Aprendizaje de funciones de nivel medio para el reconocimiento *Conferencia IEEE sobre visión artificial y reconocimiento de patrones* págs. 2559–66
- [26] Breiman L 2001 Bosques aleatorios *Mach. Aprender.* **45** 5–32
- [27] Breiman L, Friedman JH, Olshen RA y Stone CJ 1984 *Árboles de clasificación y regresión* (Monterey, CA: Wadsworth y Brooks)
- [28] Brodu N, Lotte F y Lécuyer A 2011 Estudio comparativo de las técnicas de extracción de potencia de banda para la clasificación de imágenes motoras *IEEE Symp. sobre inteligencia computacional, algoritmos cognitivos, mente y cerebro*, págs. 1–6
- [29] Brodu N, Lotte F y Lécuyer A 2012 Exploración de dos características novedosas para interfaces cerebro-computadora basadas en EEG: cumulantes multifractales y complejidad predictiva *Neurocomputación* **79** 87–94
- [30] Butterfield A, Ferrez P y Millan J 2006 Hacia una BCI robusta: potenciales de error y aprendizaje en línea *IEEE Trans. Sistema neural. rehabilitación Ing.* **14** 164–8
- [31] Caramia N, Lotte F y Ramat S 2014 Optimización de pares de filtros espaciales para clasificación EEG basada en sincronización de fase *Int. Conf. sobre procesamiento de audio, voz y señales*
- [32] Cecotti H y Graser A 2011 Redes neuronales convolucionales para la detección de P300 con aplicación a interfaces cerebro-computadora *IEEE Trans. Patrón Anal. Mach. Intel.* **33** 433–45
- [33] Chavarriaga R, Fried-Oken M, Kleih S, Lotte F y Scherer R 2017 Rumbo a nuevas costas! superación de obstáculos en el diseño de BCI *Interfaces cerebro-computadora* 4 60–73 [34] Chevallier S, Kalunga E, Elemy Q B y Yger F 2018 Clasificación de Riemann para cerebro BCI basado en SSVEP– *Manual de interfaces informáticas: tecnología y Theoretical Advances* ed C Nam *et al* (Londres: Taylor & Francisco)
- [35] Cho H, Ahn M, Kim K y Chan Jun S 2015 transferencia de sesión a sesión en una interfaz cerebro-computadora con adquisición de ruido de fondo en el sitio *J. Neural Eng.* **12** 066009
- [36] Chongsheng Z, Changchang L, Xiangliang Z y George A 2017 Una comparación actualizada de algoritmos de clasificación de última generación *Expert Syst. aplicación* **82** 128–50
- [37] Cibas T, Soulié F F, Gallinari P y Raudys S 1994 *Variable Selección con daño celular óptimo* (Londres: Springer) págs. 727–30
- [38] Cichocki A 2011 Descomposiciones de tensores: ¿un nuevo concepto en el análisis de datos cerebrales? *J. Soc. instrumento Ing. Control.* 58 507–16
- [39] Cichocki A, Lee N, Oseledets I, Phan A H, Zhao Q y Mandic D 2016 Redes de tensores para la reducción de la dimensionalidad y la optimización a gran escala: parte 1 de rango bajo Descomposiciones tensoriales encontradas. *Tendencias Mach. Aprender.* **9** 249–429
- [40] Cichocki A, Mandic D, Lathauwer L D, Zhou G, Zhao Q, Caiafa C y Phan A H 2015 Descomposiciones tensoriales para aplicaciones de procesamiento de señales: del análisis de componentes bidireccional al multidireccional *IEEE Signal Process. revista* **32** 145–63
- [41] Cichocki A, Phan A H, Zhao Q, Lee N, Oseledets I, Sugiyama M y Mandic D 2017 Redes de tensores para reducción de dimensionalidad y optimizaciones a gran escala. Parte 2 Aplicaciones y perspectivas de futuro *Encontrado. Tendencias Mach. Aprender.* **9** 431–673
- [42] Cichocki A, Washizawa Y, Rutkowski T, Bakardjian H, Phan A H, Choi S, Lee H, Zhao Q, Zhang L y Li Y 2008 BCI no invasivos: descomposiciones de matrices de procesamiento de señales multidireccionales *Computadora* **41**
- [43] Cichocki A, Zdunek R, Phan A y Amari S 2009 *Factorizaciones de matriz y tensor no negativas: Aplicaciones al análisis exploratorio de datos de múltiples vías y Separación ciega de fuentes* (Nueva York: Wiley)
- [44] Clerc M, Bougrain L y Lotte F 2016 *Cerebro-Computadora Interfaces 1: Fundamentos y Métodos* (Nueva York: Wiley)
- [45] Clerc M, Bougrain L y Lotte F 2016 *Cerebro-Computadora Interfaces 2: Tecnología y aplicaciones* (Nueva York: Wiley)
- [46] Congedo M 2013 *EEG Source Analysis* (Grenoble: Univ. Grenoble-Alpes)
- [47] Congedo M, Barachant A y Bhatia R 2017 Geometría riemanniana para interfaces cerebro-computadora basadas en EEG; una cartilla y una revisión *Brain-Comput. Interfaces* **4** 155–74
- [48] Congedo M, Barachant A y Kharati K 2016 Clasificación de matrices de covarianza utilizando un kernel basado en riemann para aplicaciones BCI *IEEE Trans. Proceso de señal.* **sesenta y cinco** 2211–20
- [49] Congedo M, Lotte F y Lécuyer A 2006 Clasificación de la intención de movimiento por soluciones inversas electromagnéticas filtradas espacialmente *Phys. Medicina. Biol.* **51** 1971–89
- [50] Corralejo R, Hornero R y Álvarez D 2011 Selección de características utilizando un algoritmo genético en una interfaz cerebro-computadora basada en imágenes motoras *Anual Int. Conf. de la Sociedad de Ingeniería en Medicina y Biología del IEEE*, págs. 7703–6
- [51] Courty N, Flamary R, Tuia D y Rakotomamonjy A 2017 Transporte óptimo para la adaptación del dominio *IEEE Trans. Patrón Anal. Mach. Intel.* 39 1853–65
- [52] Coyle D, Principe J, Lotte F y Nijholt A Invitado de 2013 editorial: interfaces de juegos de computadora cerebrales/neuronales e interacción *IEEE Trans. computar Intel. Juegos de IA* **5** 77–81
- [53] Daumé H III 2007 Adaptación de dominio frustrantemente fácil *Proc. de la Asociación Lingüística Computacional*
- [54] David S, Reinhold S, Josef F y Müller-Putz G R 2016 Bosques aleatorios en interfaces cerebro-computadora de ritmo sensoriomotor no invasivo: un clasificador no lineal práctico y conveniente *Biomed.. Eng./ Biomed. tecnología* 61 77–86
- [55] David S B, Lu T, Luu T y Pál D 2010 Imposibilidad teoremas para la adaptación del dominio *Proc. de la 13 Int. Conf. sobre inteligencia artificial y estadística* , págs. 129–36
- [56] del Millán J 2004 Sobre la necesidad del aprendizaje en línea en el cerebro– interfaces informáticas *Proc. 2004 IEEE Internacional. Conf. conjunta en Neural Networks* vol 4 (IEEE) pp 2877–82
- [57] Devlaminck D, Waegeman W, Bauwens B, Wyns B, Santens P y Otte G 2010 De la regresión ordinal circular a la clasificación multilabel *Aprendizaje de preferencias: ECML/ PKDD-10 Tutorial y Taller* p 15
- [58] Dietterich TG y Bakiri G 1995 Resolución de problemas de aprendizaje multiclase a través de códigos de salida de corrección de errores *J. Artif. En t. Res.* 2 263–86
- [59] Ding S, Zhang N, Xu X, Guo L y Zhang J 2015 Máquina de aprendizaje extremo profundo y su aplicación en la clasificación EEG *Math. Problema Ing.* **2015** 129021

- [60] Dornhege G, Blankertz B, Curio G y Müller K 2004 Aumento de las tasas de bits en clasificaciones de ensayo único de EEG no invasivas mediante combinación de características y paradigmas de clases múltiples *IEEE Trans. biomedicina Ing.* **51** 993-1002
- [61] Dornhege G, Blankertz B, Krauledat M, Losch F, Curio G y Müller K R 2006 Optimización combinada de filtros espaciales y temporales para mejorar la interfaz cerebro-computadora *IEEE Trans. biomedicina Ing.* **53** 2274-81
- [62] Edelman A, Tomás A y Smith ST 1998 La geometría de los algoritmos con restricciones de ortogonalidad *SIAM J. Matrix Anal. aplicación* **20** 303-53
- [63] Faller J, Scherer R, Costa U, Opisso E, Medina J y Müller Putz G R 2014 Una interfaz cerebro-computadora coadaptativa para usuarios finales con discapacidad motora grave *PloS One* **9** e101168
- [64] Faller J, Vidaurre C, Solis-Escalante T, Neuper C y Scherer R 2012 Autocalibración y adaptación recurrente: hacia un plug and play en línea ERD-BCI *IEEE Trans. Sistema neural. rehabilitación Ing.* **20** 313-9
- [65] Farquhar J 2009 Un espacio de características lineales para el aprendizaje simultáneo de filtros espacio-espectrales en BCI *Neural Netw.* **22** 1278-1285
- [66] Fatourehchi M, Ward R, Mason S, Huggins J, Schlogl A y Birch G 2008 Comparación de métricas de evaluación en aplicaciones de clasificación con conjuntos de datos desequilibrados *Int. Conf. sobre aprendizaje automático y aplicaciones* (IEEE) págs. 777-82
- [67] Fazli S, Popescu F, Danóczy M, Blankertz B, Müller K R y Grozea C 2009 Clasificación del estado mental independiente del sujeto en ensayos individuales *Neural Netw.* **22** 1305-12
- [68] Ferrez P y Millán J 2008 Potenciales de EEG relacionados con errores generados durante la interacción cerebro-computadora simulada *IEEE Trans. biomedicina Ing.* **55** 923-9
- [69] Fischer A e Igel C 2012 Una introducción a las máquinas restringidas de Boltzmann *Progreso en el reconocimiento de patrones, análisis de imágenes, visión artificial y aplicaciones, CIARP 2012, Lecture Notes in Computer Science* vol 7441, ed L Alvarez, M Mejail, L Gomez, J Jacobo (Berlín: Springer) págs. 14-36
- [70] Frey J, Appriou A, Lotte F y Hachet M 2015 Clasificación de señales de EEG durante la visualización estereoscópica para estimar el confort visual *Inteligencia computacional y neurociencia* 2016 2758103
- [71] Fukushima K y Miyake S 1982 Neocognitron: un yo organización del modelo de red neuronal para un mecanismo de reconocimiento de patrones visuales *Competencia y Cooperación en Neural Nets* (Berlín: Springer) págs. 267-85
- [72] Gan J 2006 BCI autoadaptable basado en aprendizaje no supervisado *3º Int. Taller de interfaz cerebro-computadora*
- [73] Ganin Y, Ustinova E, Ajakan H, Germain P, Larochelle H, Laviolette F, Marchand M y Lempitsky V 2016 Dominio de entrenamiento contradictorio de redes neuronales *J. Mach. Aprender. Res.* **17** 1-35
- [74] Gayraud N T, Rakotomamonjy A y Clerc M 2017 Transporte óptimo aplicado al aprendizaje de transferencia para la detección de P300 *7th Graz Brain-Computer Interface Conf.*
- [75] Glorot X, Bordes A y Bengio Y 2011 Redes neuronales de rectificador disperso profundo *Proc. del 14 Int. Conf. sobre inteligencia artificial y estadística*, págs. 314-23
- [76] Gong B, Shi Y, Sha F y Grauman K 2012 Flujo geodésico núcleo para la adaptación de dominios no supervisados *IEEE Conf. sobre visión artificial y reconocimiento de patrones*, págs. 2066-73
- [77] Goodfellow I, Pouget-Abadie J, Mirza M, Xu B, Warde Farley D, Ozair S, Courville A y Bengio Y 2014 Generative adversarial nets *Advances in Neural Information Processing Systems* pp 2672-80
- [78] Grizou J, Iturrate I, Montesano L, Oudeyer PY y Lopes M 2014 Control basado en BCI sin calibración AAAI pp 1213-20
- [79] Grosse-Wentrup M 2009 Comprensión de los patrones de conectividad cerebral durante las imágenes motoras para la interfaz cerebro-computadora *Avances en el procesamiento de información neuronal Sistemas* vol 21
- [80] Grosse-Wentrup M 2011 ¿Cuáles son las causas del rendimiento? variación en la interfaz cerebro-computadora? *En t. j Bioelectromagnético.* **13** 115-6
- [81] Gu Z, Yu Z, Shen Z y Li Y 2013 Un semi en línea interfaz cerebro-computadora supervisada *IEEE Trans. biomedicina Ing.* **60** 2614-23
- [82] Guyon I y Elisseeff A 2003 Una introducción a la selección de características y variables *J. Mach. Aprender. Res.* **3** 1157-82
- [83] Hasan B A S y Gan J Q 2012 Hangman BCI: An Interfaz cerebro-computadora adaptativa sin supervisión y a su propio ritmo para jugar *Comput. Biol. Medicina.* **42** 598-606
- [84] Hastie T y Tibshirani R 1997 Clasificación por acoplamiento por pares *Avances en sistemas de procesamiento de información neuronal Conf. (Denver, CO, EE. UU., 1997)* vol. 10 págs. 507-13
- [85] Hastie T, Tibshirani R y Friedman J 2001 *Los elementos del aprendizaje estadístico* (Berlín: Springer)
- [86] Hazrati M K y Erfanian A 2010 Un EEG en línea basado interfaz cerebro-computadora para controlar el agarre de la mano utilizando una red neuronal probabilística adaptativa *Med. Ing. física* **32** 730-9
- [87] Herman P, Prasad G, McGinnity T y Coyle D 2008 Análisis comparativo de enfoques espectrales para la extracción de características para la clasificación de imágenes motoras basadas en EEG *IEEE Trans. Sistema neural. rehabilitación Ing.* **16** 317-26
- [88] Higashi H y Tanaka T 2013 Diseño simultáneo de bancos de filtros FIR y patrones espaciales para la clasificación de señales EEG *IEEE Trans. biomedicina Ing.* **60** 1100-10
- [89] Hinton G E 2002 Productos de entrenamiento de expertos minimizando la divergencia contrastiva *Neural Comput.* **14** 1771-800
- [90] Hinton G E, Osindero S y Teh Y W 2006 Un algoritmo de aprendizaje rápido para redes de creencias profundas *Neural Comput.* **18** 1527-54
- [91] Hitziger S, Clerc M, Sailliet S, Benar C y Papadopoulos T 2017 Aprendizaje de forma de onda adaptable: un marco para modelar la variabilidad en señales neurofisiológicas *IEEE Trans. Proceso de señal.* **65** 4324-38
- [92] Hoffmann U, Vesin J y Ebrahimi T 2006 Filtros espaciales para la clasificación de potenciales relacionados con eventos *European Symp. en Redes Neuronales Artificiales*
- [93] Höhne J, Holz E, Staiger-Sälzer P, Müller K R, Kübler A y Tangermann M 2014 Imágenes motoras para pacientes con discapacidad motora severa: evidencia de la interfaz cerebro-computadora como solución de control superior *PLOS One* **9** e104854
- [94] Horev I, Yger F y Sugiyama M 2015 Análisis de componentes principales consciente de la geometría para matrices definidas positivas simétricas *M. Mach Learn* **106** 493-522
- [95] Horev I, Yger F y Sugiyama M 2016 Análisis del subespacio estacionario consciente de la geometría *ACML*
- [96] Hsu W Y 2011 Clasificación de imágenes motoras basadas en EEG mediante selección de segmento activo mejorada y clasificador adaptativo *Comput. Biol. Medicina.* **41** 633-9
- [97] Jayaram V, Alamgir M, Altun Y, Scholkopf B y Grosse Wentrup M 2016 Transferencia de aprendizaje en interfaces cerebro-computadora *IEEE Comput. Intel. revista* **11** 20-31
- [98] Kachenoura A, Albera L, Senhadji L y Comon P 2008 ICA: una herramienta potencial para los sistemas BCI *IEEE Signal Process. revista* **25** 57-68
- [99] Datos de Kalunga E, Knight S y Bartholomew Q 2015 aumento en el espacio de Riemann para interfaces cerebro-computadora *ICML Workshop on Statistics, Machine Aprendizaje y neurociencia (Stamfords 2015)*
- [100] Kalunga E, Knight S, Barthelemy Q, Djouani K y Monacelli E 2016 Online BCI basado en SSVEP usando geometría riemanniana *Neurocomputación* **191** 55-68

- [101] Kamousi B, Liu Z y He B 2005 Clasificación de tareas de imágenes motoras para aplicaciones de interfaz cerebro-computadora mediante dos análisis de dipolos equivalentes *IEEE Trans. Sistema neural. rehabilitación Ing.* **13** 166–71
- [102] Kang H y Choi S 2014 Patrones espaciales comunes bayesianos para la clasificación EEG de múltiples sujetos *Neural Netw.* **57** 39–50
- [103] Kang H, Nam Y y Choi S 2009 Compuesto común patrón espacial para la transferencia de sujeto a sujeto *IEEE Signal Process. Letón.* **dieciséis** 683–6
- [104] Kindermans P J, Schreuder M, Schrauwen B, Müller K R y Tangermann M 2014 Mejora del cerebro de entrenamiento cero–. interfaces de computadora mezclando estimadores de modelos *PLoS One* **9** e102504
- [105] Kindermans PJ, Tangermann M, Müller KR y Schrauwen B 2014 Integración de detención dinámica, transferencia de aprendizaje y modelos lingüísticos en un ortógrafo erp adaptativo de capacitación cero *J. Neural Eng.* **11** 035005
- [106] Kohavi R y John G H 1997 Wrappers para la selección de subconjuntos de características *Artif. Intel.* **97** 273–324 (Relevancia)
- [107] Koprinka I 2010 *Feature Selection for Brain-Computer Interfaces* (Berlín: Springer) págs. 106–17
- [108] Krauledat M, Schröder M, Blankertz B y Müller K R 2007 Reducción del tiempo de calibración para interfaces cerebro-computadora: un enfoque de agrupación *Avances en sistemas de procesamiento de información neuronal* vol 19, ed B Scholkopf et al (Cambridge, MA: MIT Press)
- [109] Krusienski D, Grosse-Wentrup M, Galán F, Coyle D, Miller K, Forney E y Anderson C 2011 Problemas críticos en el procesamiento de señales de interfaz cerebro-computadora de última generación *J. Neural Eng.* **8** 025002
- [110] Krusienski D, McFarland D y Wolpaw J 2012 Valor de las características de amplitud, fase y coherencia para una interfaz cerebro-computadora basada en el ritmo sensoriomotor *Brain Res. toro.* **87** 130–4
- [111] Krusienski D, Sellers E, Cabestaing F, Bayoudh S, McFarland D, Vaughan T y Wolpaw J 2006 Una comparación de técnicas de clasificación para el delecteo P300 *J. Neural Eng.* **3** 299–305
- [112] Kübler A, Holz EM, Riccio A, Zickler C, Kaufmann T, Kleih S C, Staiger-Sälzer P, Desideri L, Hoogerwerf E J y Mattia D 2014 El diseño centrado en el usuario como perspectiva novedosa para evaluar la usabilidad de las aplicaciones controladas por BCI *PLoS One* **9** e112392
- [113] Kwak N S, Müller K R y Lee S W 2017 Una red neuronal convolucional para la clasificación de potenciales evocados visuales en estado estacionario en un entorno ambulatorio *PloS One* **12** e0172578
- [114] LaFleur K, Cassady K, Doud A, Shades K, Rogin E y He B 2013 Control de cuadricóptero en un espacio tridimensional utilizando una interfaz cerebro-computadora basada en imágenes motoras no invasivas *J. Neural Eng.* **10** 046003
- [115] Lal T, Schröder M, Hinterberger T, Weston J, Bogdan M, Birbaumer N y Schölkopf B 2004 Selección de canal de vector de soporte en BCI *IEEE TBME* **51** 1003–10
- [116] Lawhern V J, Solon A J, Waytowich N R, Gordon S M, Hung C P y Lance B J 2016 EEGNet: una red convolucional compacta para interfaces cerebro-computadora basadas en EEG ([arXiv: 1611.08024](https://arxiv.org/abs/1611.08024))
- [117] LeCun Y, Boser B, Denker JS, Henderson D, Howard RE, Hubbard W y Jackel L D 1989 Retropropagación aplicada al reconocimiento de código postal escrito a mano *Neural Comput.* **1** 541–51
- [118] Ledoit O y Wolf M 2004 Un estimador bien condicionado para matrices de covarianza de gran dimensión *J. Multivariate Anal.* **88** 365–411
- [119] Li J y Zhang L 2010 Adaptación bilateral y neurofeedback para el sistema de interfaz cerebro computadora *j. Neurosci. Métodos* **193** 373–9
- [120] Li S Z 2009 *Modelado de campo aleatorio de Markov en imagen Análisis* (Berlín: Springer)
- [121] Li Y y Guan C 2008 Reextracción de características conjuntas y clasificación utilizando un algoritmo de máquina de vector de soporte semisupervisado iterativo *Mach. Aprender.* **71** 33–53
- [122] Li Y, Guan C, Li H y Chin Z 2008 Un semiautoaprendizaje algoritmo SVM supervisado y su aplicación en un sistema de delecteo de interfaz cerebro-computadora basado en EEG *Pattern Recogn. Letón.* **29** 1285–94
- [123] Liang N y Bougrain L 2012 Descodificación de la flexión de los dedos a partir de señales ECoG específicas de banda en humanos *Front. Neurosci.* **6** 91
- [124] Lindgren J T 2017 ¿Como es arriba, es abajo? Hacia comprensión de modelos inversos en BCI *J. Neural Eng.* **15** 012001
- [125] Lindig-León C 2017 Clasificación multilabel de EEG imágenes de motor combinadas basadas implementadas para el control 3D de un brazo robótico. (Clasificación multietiqueta a partir de señales EEG de imaginaciones motoras combinadas: aplicación al control 3D de un brazo robótico) *Tesis doctoral* Universidad de Lorraine, Nancy, Francia
- [126] Lindig-León C and Bougrain L 2015 Comparison of ritmos sensoriomotors en señales EEG durante imágenes motoras simples y combinadas sobre los hemisferios contra e ipsilateral *37th Annual Int. Conf. de la Sociedad de Ingeniería en Medicina y Biología del IEEE (Milán, Italia)*
- [127] Lindig-León C and Bougrain L 2015 A multilabel método de clasificación para la detección de imágenes motoras combinadas *IEEE Int. Conf. sobre Sistemas, Hombre y Cibernética*
- [128] Lindig-León C, Gayraud N, Bougrain L and Clerc M 2016 Clasificación jerárquica utilizando geometría de Riemann para sistemas BCI basados en imágenes motoras *Reunión BCI (Asilomar, CA, EE. UU., 2016)*
- [129] Liu G, Huang G, Meng J, Zhang D y Zhu X 2010 GMM mejorado con inicialización de parámetros para la adaptación no supervisada de la interfaz cerebro-computadora *Int. J. Número. Métodos Biomédico. Ing.* **26** 681–91
- [130] Liu G, Zhang D, Meng J, Huang G y Zhu X 2012 Adaptación no supervisada del procesamiento de señales de electroencefalograma basado en el algoritmo fuzzy C-means *Int. j Adaptar. Proceso de la señal de control.* **26** 482–95
- [131] Llera A, Gómez V y Kappen H J 2012 Clasificación adaptativa en interfaces cerebro-computadora usando señales de refuerzo *Neural Comput.* **24** 2900–23
- [132] Llera A, Gómez V y Kappen H J 2014 Clasificación multiclas adaptativa para interfaces cerebro computadora *Neural Comput.* **26** 1108–27
- [133] Cauce A, van Gerven M A, Gómez V, Jensen O and Kappen H J 2011 Sobre el uso de potenciales de error de interacción para interfaces cerebro-computadora adaptativas *Neural Netw.* **24** 1120–7
- [134] Long M, Wang J, Ding G, Sun J y Yu P S 2013 Transferencia aprendizaje de características con adaptación de distribución conjunta *Proc. del IEEE Int. Conf. en Computer Vision* págs. 2200–7
- [135] Lotte F 2012 Una nueva función y filtro espacial óptimo asociado para la clasificación de señales EEG: longitud de forma de onda *Int. Conf. sobre reconocimiento de patrones*, págs. 1302–5
- [136] Lotte F 2014 Un tutorial sobre técnicas de procesamiento de señales EEG para el reconocimiento del estado mental en interfaces cerebro-computadora *Guía para la interfaz de música cerebro-computadora* (Berlín: Springer) pp 133–61
- [137] Lotte F 2015 Enfoques de procesamiento de señales para minimizar o suprimir el tiempo de calibración en interfaces cerebro-computadora basadas en actividad oscilatoria *Proc. IEEE103* \_ 871–90
- [138] Lotte F 2016 Hacia interfaces cerebro-ordenador basadas en electroencefalografía utilizables *Tesis de habilitación* Habilitación para supervisar la investigación (HDR) Univ Bordeaux

- [139] Lotte F, Bougrain L y Clerc M 2015 Interfaces cerebro-computadora basadas en electroencefalografía (EEG) *Wiley Encyclopedia on Electrical and Ingeniería Electrónica* (Nueva York: Wiley)
- [140] Lotte F y Congedo M 2016 *EEG Feature Extraction* (Nueva York: Wiley) págs. 127–43
- [141] Lotte F, Congedo M, Lécuyer A, Lamarche F y Arnaldi B 2007 Una revisión de algoritmos de clasificación para interfaces cerebro-computadora basadas en EEG *J. Neural Eng.* **4** R1–13
- [142] Lotte F y Guan C 2009 Un cerebro eficiente basado en P300–interfaz de computadora con tiempo de calibración mínimo *Aprendizaje automático asistido para personas con discapacidades Symp.*
- [143] Lotte F y Guan C 2011 Regularización espacial común patrones para mejorar los diseños BCI: teoría unificada y nuevos algoritmos *IEEE Trans. biomedicina Ing.* **58** 355–62
- [144] Lotte F y Jeunet C 2015 Hacia una BCI mejorada basada en principios de aprendizaje humano *3ra Int. Conferencia de invierno sobre interfaces cerebro-computadora.*
- [145] Lotte F y Jeunet C 2017 La precisión de la clasificación en línea es una métrica deficiente para estudiar el aprendizaje de usuarios de BCI basado en imágenes mentales: una demostración experimental y nuevas métricas *Int. Conf. interfaz cerebro-computadora.*
- [146] Lotte F, Jeunet C, Mladenovic J, N'Kaoua B y Pillette L 2018 *Signal Processing and Machine Learning for Brain-Machine Interfaces* ed T Toshihisa y M Arvaneh (Stevenage, Reino Unido: Instituto de Ingeniería y Tecnología (IET) )
- [147] Lotte F, Larrue F y Mühl C 2013 Defectos en los protocolos actuales de entrenamiento humano para interfaces cerebro-computadora espontáneas: lecciones aprendidas del diseño instruccional *Front. Neurociencia Humana.* **7**
- [148] Lotte F, Lécuyer A y Arnaldi B 2009 FuRIA: una inversa Algoritmo de extracción de características basado en soluciones utilizando la teoría de conjuntos difusos para interfaces cerebro-computadora *IEEE Trans. Proceso de señal.* **57** 3253–63
- [149] Lowne D, Roberts SJ y Garnett R 2010 Clasificación dinámica no estacionaria secuencial con escasa retroalimentación *Reconocimiento de patrones.* **43** 897–905
- [150] Lu N, Li T, Ren X y Miao H 2017 Un esquema de aprendizaje profundo para la clasificación de imágenes motoras basado en máquinas de Boltzmann restringidas *IEEE Trans. Sistema neural. rehabilitación Ing.* **25** 566–76
- [151] Lu S, Guan C y Zhang H 2009 Cerebro no supervisado interfaz de computadora basada en información entre sujetos y adaptación en línea *IEEE Trans. Sistema neural. rehabilitación Ing.* **17** 135–45
- [152] Luke S 2013 *Fundamentos de metaheurísticas* (Lulu) (<https://cs.gmu.edu/~sean/book/metaheuristics/Essentials.pdf>)
- [153] Ma T, Li H, Yang H, Lv X, Li P, Liu T, Yao D y Xu P 2017 La extracción de características VEP BCI de inicio de movimiento basadas en aprendizaje profundo y detección comprimida *J. Neurosci. Métodos* **275** 80–92
- [154] Madjarov G, Kocev D, Gjorgjevikj D y Džeroski S 2012 Una extensa comparación experimental de métodos para el aprendizaje *multietiqueta Pattern Recogn.* **45** 3084–104 (*Best Papers of Iberian Conf. on Pattern Recognition and Image Analysis*)
- [155] Makeig S, Kothe C, Mullen T, Bigdely-Shamlo N, Zhang Z y Kreutz-Delgado K 2012 Procesamiento de señales en evolución para interfaces cerebro-computadora *Proc. IEEE* **100** 1567–84
- [156] Manor R y Geva A B 2015 Red neuronal convolucional para presentación visual en serie rápida de múltiples categorías BCI *Front. computar Neurosci.* **9**
- [157] Margaux P, Emmanuel M, Sébastien D, Olivier B y Jérémie M 2012 Evaluación objetiva y subjetiva de la corrección de errores en línea durante la ortografía basada en P300 *Adv. Computación humana. Obrar recíprocamente.* **2012** 4
- [158] Mayaud L *et al* 2016 Interfaz cerebro-computadora para el comunicación de pacientes agudos: un estudio de viabilidad y un ensayo controlado aleatorio que compara el rendimiento con participantes sanos y un dispositivo de asistencia tradicional *Brain-Comput. Interfaces* **3** 197–215
- [159] McFarland DJ, McCane LM, David SV y Wolpaw JR 1997 Selección de filtro espacial para comunicación basada en EEG *Electroencefalograma. clin. Neurofisiol.* **103** 386–94
- [160] McFarland D, Sarnacki W y Wolpaw J 2011 ¿Deberían adaptarse continuamente los parámetros de un algoritmo de traducción BCI? *J. Neurosci. Métodos* **199** 103–7
- [161] Meng J, Yao L, Sheng X, Zhang D y Zhu X 2015 Optimización simultánea de características espectrales espaciales basadas en información mutua para la clasificación EEG *IEEE Trans. biomedicina Ing.* **62** 227–40
- [162] Meng J, Zhang S, Bekyo A, Olsoe J, Baxter B y He B 2016 control basado en electroencefalograma no invasivo de un brazo robótico para tareas de alcance y agarre - informes científicos **6** 38565
- [163] Millán J, Renkens F, Mourinho J y Gerstner W 2004 Control no invasivo accionado por el cerebro de un robot móvil por EEG humano *IEEE Trans. biomedicina Ing.* **51** 1026–33
- [164] Mladenovic J, Mattout J, Lotte F 2017 Un marco genérico para el entrenamiento BCI basado en EEG adaptativo, *manual de operación de interfaces cerebro-computadora* ed C Nam *et al* (Londres: Taylor & Francis)
- [165] Morioka H, Kanemura A, Hirayama JI, Shikauchi M, Ogawa T, Ikeda S, Kawanabe M e Ishii S 2015 Aprendiendo un diccionario común para la decodificación de transferencia de sujeto con calibración en reposo *NeuroImage* **111** 167–78
- [166] Mühl C, Jeunet C y Lotte F 2014 Estimación de la carga de trabajo basada en EEG en contextos afectivos *Front. Neurosci.* **8** 114
- [167] Mullen T, Kothe C, Chi YM, Ojeda A, Kerth T, Makeig S, . Cauwenberghs G y Jung T P 2013 Modelado en tiempo real y visualización 3D de la dinámica y la conectividad de la fuente usando EEG portátil *Int. anual. Conf. de la Sociedad de Ingeniería en Medicina y Biología del IEEE* vol 2013 pp 2184–7
- [168] Müller JS, Vidaurre C, Schreuder M, Meinecke FC, von Büna P y Müller K R 2017 Un modelo matemático para el problema de dos estudiantes *J. Neural Eng.* **14** 036005
- [169] Müller K R, Krauledat M, Dornhege G, Curio G y Blankertz B 2004 Técnicas de aprendizaje automático para interfaces cerebro-computadora *Biomed. Tecnología* **49** 11–22
- [170] Neuper C y Pfurtscheller G 2010 Capítulo Entrenamiento con neuroretroalimentación para el control de BCI *Interfaces cerebro-computadora: Revolucionando la interacción humano-computadora* ed B Graimann, G Pfurtscheller y B Allison (Berlín: Springer) pp 65–78
- [171] Nicolas-Alonso L F, Corralejo R, Gomez-Pilar J, Álvarez D y Hornero R 2015 Clasificación semisupervisada adaptativa para reducir la no estacionariedad entre sesiones en interfaces cerebro-computadora basadas en imágenes motoras multiclasa *Neurocomputación* **159** 186–96
- [172] Niedermeyer E y da Silva F L 2005 *Electroencefalografía: principios básicos, aplicaciones clínicas y campos relacionados* 5.ª edición (Filadelfia, PA: Lippincott Williams & Wilkins)
- [173] Noirhomme Q, Kitney R y Macq B 2008 Reconstrucción de fuente de EEG de prueba única para la interfaz cerebro-computadora *IEEE Trans. biomedicina Ing.* **55** 1592–601
- [174] Nurse E S, Karoly P J, Grayden D B y Freestone DR 2015 Una interfaz cerebro-computadora (BCI) generalizable que utiliza el aprendizaje automático para el descubrimiento de características *PLoS One* **10** 1–22
- [175] Onishi A, Phan A, Matsuoka K y Cichocki A 2012 Clasificación de tensores para la interfaz cerebro-computadora basada en P300 *IEEE Int. Conf. sobre Acústica, Habla y Procesamiento de Señales* (IEEE) págs. 581–4



- [176] Ortega J, Asensio-Cubero J, Gan J Q y Ortiz A 2016 Clasificación de tareas de imágenes motoras para BCI con análisis multirresolución y selección de características multiobjetivo *Biomed. Ing. En línea* **15** (Suplemento 1)
- [177] Pan S J y Yang Q 2010 Una encuesta sobre el aprendizaje de transferencia *IEEE Trans. Saber Ing. de datos* **22** 1345–59
- [178] Panicker RC, Puthusserypady S y Sun Y 2010 Adaptación en las interfaces cerebro-computadora P300: un enfoque de entrenamiento conjunto de dos clasificadores *IEEE Trans. biomedicina Ing.* **57** 2927–35
- [179] Parzen E 1962 Sobre la estimación de una función de densidad de probabilidad y modo *Ann. Matemáticas. Estadística* **33** 1065–76
- [180] Peng H, Long F y Ding C 2005 Selección de funciones basada en información mutua: criterios de dependencia máxima, relevancia máxima y redundancia mínima *IEEE Trans. Patrón Anal. Mach. Intel.* **27** 1226–38
- [181] Pfurtscheller G, Müller-Putz G, Scherer R y Neuper C 2008 Rehabilitación con sistemas de interfaz cerebro-computadora *IEEE Comput.* **41** 58–65
- [182] Phan A, Cichocki A, Tichavský P, Zdunek R y Lehky S 2013 De componentes básicos a patrones estructurales complejos *IEEE Int. Conf. sobre Acústica, Habla y Procesamiento de Señales* (IEEE) págs. 3228–32
- [183] Phan A H y Cichocki A 2010 Descomposiciones de tensor para la extracción y clasificación de características de conjuntos de datos de alta dimensión Aplicación de la *teoría no lineal*. 1 37–68
- [184] Quinlan J R 1986 Inducción de árboles de decisión *Mach. Aprender.* 1 81–106
- [185] Ramoser H, Muller-Gerking J y Pfurtscheller G 2000 Filtrado espacial óptimo de EEG de prueba única durante el movimiento de la mano imaginado *IEEE Trans. rehabilitación Ing.* **8** 441–6
- [186] Ray A M *et al* 2015 Una interfaz cerebro-computadora basada en patrones independientes del sujeto *Front. Comportamiento Neurosci.* **9**
- [187] Rivet B, Cecotti H, Phlypo R, Bertrand O, Maby E y Mattout J 2010 Selección del sensor de EEG mediante filtrado espacial disperso en la interfaz cerebro-computadora de ortografía P300 *Annual Int. Conf. de la Sociedad de Ingeniería en Medicina y Biología del IEEE* (IEEE) pp 5379–82
- [188] Rivet B, Souloumiac A, Attina V y Gibert G 2009 Algoritmo xDAWN para mejorar los potenciales evocados: aplicación a la interfaz cerebro-computadora *IEEE Trans. biomedicina Ing.* **56** 2035–43
- [189] Rodrigues P, Bouchard F, Congedo M y Jutten C 2017 Reducción de la dimensionalidad para la clasificación BCI usando geometría de Riemann *7th Graz Brain-Computer Interface Conf. (Graz, Austria, septiembre de 2017)*
- [190] Roijendijk L, Gielen S y Farquhar J 2016 Clasificación de matrices de covarianza de sensor regularizadas: una alternativa a CSP *IEEE Trans. Sistema neural. rehabilitación Ing.* **24** 893–900
- [191] Roy R N, Charbonnier S, Campagne A y Bonnet S 2016 Estimación eficiente de la carga de trabajo mental utilizando funciones de EEG independientes de la tarea *J. Neural Eng.* **13** 026019
- [192] Royer A S, Doud A J, Rose ML y He B 2010 Control EEG de un helicóptero virtual en un espacio tridimensional utilizando estrategias de control inteligente *IEEE Trans. Sistema neural. Rehabilitado. Señor.* **18** 581–9
- [193] Rumelhart DE *et al* 1988 Representaciones de aprendizaje por errores de retropropagación *Cogn. Modelo.* 5 1
- [194] Samek W, Kawanabe M y Müller K R 2014 Marco basado en divergencia para algoritmos de patrones espaciales comunes *IEEE Rev. Biomed. Ing.* **7** 50–72
- [195] Sannelli C, Vidaurre C, Müller K R y Blankertz B 2011 Parches CSP: un conjunto de filtros espaciales optimizados. un estudio de evaluación *J. Neural Eng.* **8** 025012
- [196] Sannelli C, Vidaurre C, Müller K R y Blankertz B 2016 Aumento de conjuntos de filtros espaciales adaptativos Rendimiento de BCI: una evaluación en línea *J. Neural Eng.* **13** 046003
- [197] Schettini F, Aloise F, Aricò P, Salinari S, Mattia D y Cincotti F 2014 Algoritmo de autocalibración en una interfaz asíncrona cerebro-computadora basada en P300 J. *Ing. neural.* **11** 035004
- [198] Schirrmester R T, Springenberg J T, Fiederer L D J, Glasstetter M, Eggensperger K, Tangermann M, Hutter F, Burgard W y Ball T 2017 Aprendizaje profundo con redes neuronales convolucionales para decodificación y visualización de EEG *Human Brain Mapp.*
- [199] Schlögl A, Kronegg J, Huggins J y Mason S G 2007 Capítulo: Criterios de evaluación en la investigación BCI *Hacia Interfaz cerebro-computadora* (Cambridge, MA: MIT prensa) págs. 327–42
- [200] Schlögl A, Vidaurre C y Müller K R 2010 Adaptativo métodos en la investigación BCI-un tutorial introductorio *Cerebro-Interfaces informáticas* (Berlín: Springer) págs. 331–55
- [201] Seno BD, Matteucci M y Mainardi L 2008 Un algoritmo genético para la extracción automática de características en la detección de P300 *IEEE Int. Conf. conjunta sobre redes neuronales* págs. 3145–52
- [202] Shenoy P, Krauledat M, Blankertz B, Rao R y Müller K R 2006 Hacia una clasificación adaptativa para BCI *J. Neural Eng.* **3** R13
- [203] Si S, Tao D y Geng B 2010 Bregman basado en la divergencia regularización para el aprendizaje subespacial de transferencia *IEEE Trans. Saber Ing. de datos* **22** 929–42
- [204] Song X, Yoon S C y Perera V 2013 Patrón espacial común adaptativo para la clasificación de EEG de prueba única en BCI *Int de múltiples sujetos. Conferencia IEEE/EMBS. sobre ingeniería neuronal* págs. 411–4
- [205] Soria-Frisch A 2012 Una revisión crítica sobre el uso de conjuntos para BCI *Hacia la práctica cerebro-computadora Interfaces (Biológica, Física Médica y Biomédica ) Ingeniería* ed B Z Allison *et al* (Berlín: Springer) pp 41–65
- [206] Spüler M, Rosenstiel W y Bogdan M 2012 en línea adaptación de una interfaz cerebro-computadora (BCI) c-VEP basada en potenciales relacionados con errores y aprendizaje no supervisado *PloS One* **7** e51077
- [207] Sturm I, Lapuschkin S, Samek W y Müller K R 2016 Redes neuronales profundas interpretables para la clasificación EEG de ensayo único *J. Neurosci. Métodos* **274** 141–5
- [208] Sugiyama M, Nakajima S, Kashima H, Buenau P V y Kawanabe M 2008 Estimación de importancia directa con selección de modelos y su aplicación a la adaptación de cambio de covariables *Avances en sistemas de procesamiento de información neuronal* pp 1433–40
- [209] Sykacek P, Roberts S J y Stokes M 2004 Adaptive BCI basado en el filtrado bayesiano kalman variacional: una evaluación empírica *IEEE Trans. biomedicina Ing.* **51** 719–29
- [210] Tabar Y R y Halici U 2016 Un nuevo enfoque de aprendizaje profundo para la clasificación de señales de imágenes motoras EEG *J. Neural Eng.* **14** 016003
- [211] Thiyam DB, Cruces S, Olias J y Cichocki A 2017 Optimización de divergencias alfa-beta log-det y su aplicación en el filtrado espacial de movimientos de imágenes motoras de dos clases *Entropía* **19** 89
- [212] Thomas E, Dyson M y Clerc M 2013 Un análisis de evaluación del rendimiento para bci basado en imágenes motoras *j. Ing. neural.* **10** 031001
- [213] Tieleman T 2008 Entrenamiento de máquinas Boltzmann restringidas usando aproximaciones al gradiente de probabilidad *Proc. del 25 Int. Conf. sobre aprendizaje automático* (ACM) págs. 1064–71
- [214] Tomioka R y Müller K R 2010 A regularizado marco discriminativo para el análisis de EEG con



- aplicación a la interfaz cerebro-computadora *Neuroimage* **49** 415–32
- [215] Tsoumakas G y Katakis I 2007 Clasificación multilabel: una descripción general *Int. J. Minería de almacenamiento de datos* **3** 1–13
- [216] van Erp J, Lotte F y Tangermann M 2012 Interfaces cerebro-computadora: más allá de las aplicaciones médicas *IEEE Comput.* **45** 26–34
- [217] Vaughan T, McFarland D, Schalk G, Sarnacki W, Krusienski D, Sellers E y Wolpaw J 2006 El programa de investigación y desarrollo de Wadsworth BCI: en casa con BCI *IEEE Trans. Sistema neural. rehabilitación Ing.* **14** 229–33
- [218] Verhoeven T, Hübner D, Tangermann M, Müller K R, Dambre J y Kindermans P J 2017 Verdadera interfaz cerebro-computadora de entrenamiento cero: un estudio en línea *J. Neural Eng.* **14** 036021
- [219] Vidaurre C, Kawanabe M, Von Bunau P, Blankertz B y Muller K 2011 Hacia la adaptación no supervisada de LDA para interfaces cerebro-computadora *IEEE Trans. biomedicina Ing.* **58** 587–97
- [220] Vidaurre C, Sannelli C, Müller K R y Blankertz B 2011 Calibración coadaptativa para mejorar la eficiencia de BCI *J. Neural Eng.* **8** 025009
- [221] Vidaurre C, Sannelli C, Müller K R y Blankertz B 2011 Calibración coadaptativa basada en aprendizaje automático para interfaces cerebro-computadora *Neural Comput.* **23** 791–816
- [222] Vidaurre C, Schlögl A, Cabeza R, Scherer R y Pfurtscheller G 2007 Estudio de análisis discriminante adaptativo en línea para interfaces cerebro-computadora basadas en EEG *IEEE Trans. biomedicina Ing.* **54** 550–6
- [223] Washizawa Y, Higashi H, Rutkowski T, Tanaka T y Cichocki A 2010 Tensor basado en extracción simultánea de características y ponderación de muestras para clasificación EEG *Int. Conf. sobre Procesamiento de Información Neural, ICONIP 2010: Procesamiento de Información Neural. Modelos y aplicaciones* (Berlín: Springer) págs. 26–33
- [224] Waytowich N, Lawhern V, Bohannon A, Ball K y Lance B 2016 Aprendizaje de transferencia espectral usando geometría de la información para una interfaz cerebro-computadora independiente del usuario *Fronte. Neurosci.* **10** 430
- [225] Wei Q, Wang Y, Gao X y Gao S 2007 Medidas de acoplamiento de amplitud y fase para la extracción de características en una interfaz cerebro-computadora basada en EEG *J. Neural Eng.* **4** 120
- [226] Yi W, Qiu S, Qi H, Zhang L, Wan B y Ming D 2013 Comparación de características EEG y clasificación de imágenes motoras de extremidades simples y compuestas *J. Neuroeng. rehabilitación* **10** 106
- [227] Woehrle H, Krell M M, Straube S, Kim S K, Kirchner EA y Kirchner F 2015 Un filtro espacial adaptativo para la detección de prueba única independiente del usuario de potenciales relacionados con eventos *IEEE Trans. biomedicina Ing.* **62** 1696-705
- [228] Wolpaw J, Birbaumer N, McFarland D, Pfurtscheller G y Vaughan T 2002 Interfaces cerebro-computadora para comunicación y control *Clin. Neurofisiol.* **113** 767–91
- [229] Wolpaw J y Wolpaw E 2012 *Interfaces cerebro-computadora: Principios y práctica* (Oxford: Oxford University Press)
- [230] Wolpaw J R, McFarland D J, Neat G W y Forneris CA 1991 Una interfaz cerebro-computadora basada en EEG para el control del cursor *Electroencephalogr. clin. Neurofisiol.* **78** 252–9
- [231] Yger F 2013 Una revisión de kernels en matrices de covarianza para aplicaciones BCI *IEEE Int. Taller sobre aprendizaje automático para el procesamiento de señales*, págs. 1–6
- [232] Yger F, Berar M y Lotte F 2017 Enfoques riemannianos en interfaces cerebro-computadora: una revisión *IEEE Trans. Sistema neural. rehabilitación Ing.* **25** 1753–62
- [233] Yger F, Lotte F y Sugiyama M 2015 Promedio de matrices de covarianza para la clasificación de señales EEG basadas en el CSP: un estudio empírico *23ª Conferencia Europea de Procesamiento de Señales*. págs. 2721–5
- [234] Yin Z y Zhang J 2017 Clasificación entre sesiones de Niveles de carga de trabajo mental utilizando EEG y un modelo de aprendizaje profundo adaptativo *Biomed. Proceso de señal. Mando* **33** 30–47
- [235] Yin Z, Zhao M, Wang Y, Yang J y Zhang J 2017 Reconocimiento de emociones utilizando señales fisiológicas multimodales y un modelo de aprendizaje profundo conjunto *Comput. Métodos Programas Biomed.* **140** 93–110
- [236] Yoon JW, Roberts SJ, Dyson M y Gan JQ 2009 Clasificación adaptativa para sistemas de interfaz cerebro-computadora utilizando muestreo secuencial de monte carlo *Neural Netw.* **22** 1286–94
- [237] Zander T y Kothke C 2011 Hacia interfaces pasivas cerebro-computadora: aplicación de tecnología de interfaz cerebro-computadora a sistemas hombre-máquina en general *J. Neural Eng.* **8** 025005
- [238] Zanini P, Congedo M, Jutten C, Said S y Berthoumieu Y 2017 Transferencia de aprendizaje: un marco de geometría de Riemann con aplicaciones para interfaces cerebro-computadora *IEEE Trans. biomedicina Ing.*
- [239] Zeyl T, Yin E, Keightley M y Chau T 2016 Parcialmente Adaptación supervisada del deletreador P300 para una posible optimización del tiempo de estímulo: la confianza del objetivo es superior a la puntuación potencial relacionada con el error como una etiqueta incierta *J. Neural Eng.* **13** 026008
- [240] Zhang H, Chavarriaga R and Millán JyDyR 2015 Patrones discriminantes de conectividad cerebral de monitoreo del desempeño en niveles promedio y de prueba única *NeuroImage* **120** 64–74
- [241] Zhang K, Zheng V, Wang Q, Kwok J, Yang Q y Marsic I 2013 Cambio de covariables en el espacio de hilbert: una solución a través de núcleos sorrogados *Int. Conferencia sobre Machine Learning* págs. 388–95
- [242] Zhang Y, Zhou G, Jin J, Wang M, Wang X y Cichocki A 2013 Análisis de correlación canónica multivía regularizado L1 para BCI *IEEE Trans* basado en SSVEP . *Sistema neural. Rehabilitado. Señor.* **21** 887–96
- [243] Zhang Y, Zhou G, Jin J, Wang X y Cichocki A 2014 Reconocimiento de frecuencia en BCI basado en SSVEP mediante análisis de correlación canónica multiconjunto *Int. J. Neural Syst.* **24** 1450013
- [244] Zhang Y, Zhou G, Jin J, Wang X y Cichocki A 2015 Optimización de patrones espaciales con bandas de filtro dispersas para la interfaz cerebro-computadora basada en imágenes motoras *J. Neurosci. Métodos* **255** 85–91
- [245] Zhang Y, Zhou G, Jin J, Zhang Y, Wang X y Cichocki A 2017 Análisis de correlación canónica multidireccional bayesiano disperso para el reconocimiento de patrones de EEG *Neurocomputación* **225** 103–10
- [246] Zhang Y, Zhou G, Zhao Q, Onishi A, Jin J, Wang X y Cichocki A 2011 Análisis de correlación canónica multivía para el reconocimiento de componentes de frecuencia en BCI basado en SSVEP *Procesamiento de información neuronal* (Berlín: Springer)
- [247] Zhao Q, Zhang L, Cichocki A y Li J 2008 Incremental algoritmo de patrón espacial común para BCI *IEEE Int. Conf. conjunta en Redes Neuronales*
- [248] Zhou S M, Gan J Q y Sepúlveda F 2008 Clasificación tareas mentales basadas en características de estadísticas de orden superior de señales EEG en la interfaz cerebro-computadora *Inf. ciencia* **178** 1629-1640
- [249] Zhou Z, Wan B, Ming D y Qi H 2010 Una técnica novedosa para la medición de sincronía de fase a partir del potencial imaginario motor complejo de la acción combinada del cuerpo y las extremidades *J. Neural Eng.* **7** 046008