Material de apoyo Teórica III

Este material apoya a las clases grabadas de centros y mezcla y de armado para esta semana

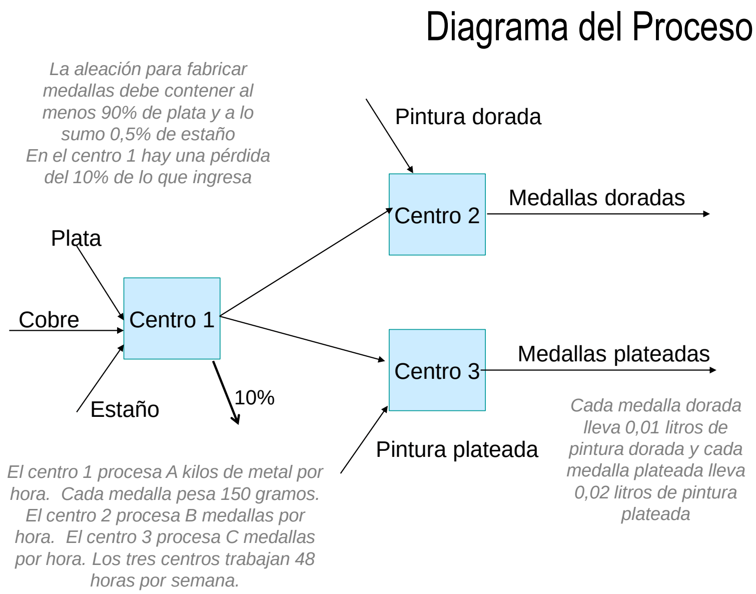
Caso a tratar en la clase teórica grabada

Armado vs Mezcla y otros centros de producción

La empresa “Olimpia” fabrica medallas doradas y plateadas haciendo una aleación de plata, cobre y estaño.
Los metales entran en el centro 1, en ese centro se fabrican medallas y se distribuyen a los centros 2 (donde se pintan de dorado) y 3 (donde se pintan de plateado).
La aleación para fabricar medallas debe contener al menos 90% de plata y a lo sumo 0,5% de estaño.
El centro 1 procesa A kilos de metal por hora. Cada medalla pesa 150 gramos.
En el centro 1 hay una pérdida del 10% de todo lo que ingresa.
El centro 2 procesa B medallas por hora.
El centro 3 procesa C medallas por hora.
Los tres centros (1, 2 y 3) trabajan 48 horas por semana
Cada medalla dorada lleva 0,01 litros de pintura dorada y cada medalla plateada lleva 0,02 litros de pintura plateada.
Se dispone semanalmente de D kilos de plata, E kilos de cobre, F kilos de estaño, G litros de pintura dorada y H litros de pintura plateada.
Los costos de los insumos son: Plata: $P1/kg; Cobre: $P2/kg; Estaño: $P3/kg.; Pintura dorada, $P4/litro; Pintura plateada, $P5/litro.
Las medallas doradas se venden a $A cada una y las medallas plateadas se venden a $T cada una.

NOTA: A, B, C, D, E, F, G, H, $P1, $P2, $P3, $P4, $P5, $A y $T son constantes conocidas

A continuación vemos un diagrama del proceso de producción.



Miremos atentamente este diagrama, percibimos una suerte de flujo de izquierda a derecha que coincide con la transformación física que se va produciendo. Arranco con un lingote de plata y termino, al final, con una medalla pintada. También podríamos imaginar un flujo inverso, es decir comenzar pensando en las medallas que vendo a cambio de dinero y si quiero tener esas medallas voy a tener que comprar pintura y pintarlas, pero para poder pintarlas necesito las medallas, y si tengo que hacer las medallas voy a tener que comprar plata, cobre y estaño para poder hacerlas.

El problema es el mismo pero lo podemos analizar de distinta forma. Tal vez te estés preguntando ¿Cuál es la mejor de las dos? la respuesta es fácil: La mejor es la que te ayude a entender mejor la situación y equivocarte menos al hacer el modelo.

Esto que estamos hablando ¿sirve solamente cuándo tengo un problema de centros? La respuesta es no. Los centros son una abstracción como cualquier otra, una simplificación para entender mejor la situación y modelizar mejor.

Veamos un ejemplo totalmente distinto, tengo que hacer un modelo de un gran centro de salud, perfectamente puedo razonarlos como distintos centros (o módulos o el nombre que más les guste) donde llegan pacientes (personas), suministros (barbijos, batas, remedios, etc.), recursos humanos (médicos, etc.) y donde tienen recursos fijos (tomógrafos, etc.), cada uno de estos centros tiene un horario y una cierta capacidad de atención máxima. Los pacientes se moverán o los llevaran en camilla (es lo mismo) de un centro a otro hasta que finalice el proceso de atención médica y se retiren del sistema en estudio.

Esta estructura de pensamiento ayuda y facilita entender lo que está pasando, podemos trabajar mejor más rápido y equivocarnos menos.
Ya que hablamos de equivocarnos es bueno aclarar que debemos convivir con el error, no podemos hacer un trabajo complejo como un modelo, un programa, etc. sin tener en cuenta que nos vamos a equivocar. Por eso es importante tener orden o método y estructuras que nos ayuden a equivocarnos menos, y que cuando nos equivoquemos nos demos cuenta lo antes posible para poder arreglar el error.

Volvamos a observar el esquema que esta mas arriba y analicen ¿Qué son las flechas que entran y salen de los distintos centros?

Si, a muchas de esas flechas las podemos asociar con variables, es muy fácil ver que las flechas que están en el extremo izquierdo tienen que ver con cuanta plata, cuanto cobre y cuanto estaño voy a necesitar.

Si bien hay flechas que no tienen por qué estar asociadas a variables que nos interesen, por ejemplo la que indica el 10% que se pierde en el Centro 1, y también puede ocurrir que no me alcance con esas variables estas limitaciones no invalidan el hecho que me facilita identificar variables que si voy a necesitar y esto me ayuda a comprender la situación e incluso me dan la oportunidad de poder comenzar a armar el modelo.

Esto último no es menor, les va a pasar muchas veces que no van a saber por donde comenzar, tener algunas variables y con ellas poder armar las primeras ecuaciones de vínculo.

Estamos descubriendo algo importante, podemos comenzar a construir el modelo sin saber como vamos a modelar alguna de sus partes. Un error muy común es creer que no puedo comenzar hasta tener absolutamente todo resuelto en mi mente. Piensen que si esto fuera cierto no existiría el celular que ustedes tienen por dar solo un ejemplo. Comenzar me ayuda a ir entrando en el problema y mi cabeza seguirá trabajando, cada ve mejor, mientras voy haciendo partes del modelo. ¿por dónde comenzar entonces? por donde me sienta más seguro de hacerlo bien es una buena respuesta a esta pregunta.

Hipótesis y supuestos

Volvamos al caso en estudio: hay muchas hipótesis para analizar, es una situación muy simplificada la que me ofrecen y, por lo tanto, hay muchas cosas que no se mencionan. No se habla de gastos de energía, de gastos de personal, de espacios para trabajar, de desperdicios de pintura (¿quién pinta algo sin desperdiciar pintura?), de demandas máximas o mínimas, etc. Todos estos elementos son objeto de hipotésis y supuestos, Por ejemplo, debemos suponer que los gastos de energía son insignificantes, o bien son una constante y por lo tanto no afectan los resultados. También en esta situación voy a ceder todo lo que fabrique, mi hipótesis de producción igual ventas me permite usar una sola variable para las dos cosas, si trabajara con stocks tendría que tener una variable para producción y otra para ventas. ¿Se ve cómo las hipótesis me están ayudando a razonar el trabajo que tengo que hacer?

Analizar las hipótesis me ayuda a delimitar el universo de estudio, el universo donde funciona el modelo que voy a construir. También me ayuda a ir entendiendo la situación cada vez con maá claridad.

Objetivo

El objetivo en este problema es muy fácil; recuerden las tres preguntas que vimos mas arriba:

¿Qué voy a hacer?

Determinar las cantidades a producir y vender de medallas doradas y plateadas.

¿Cuándo?

La semana que viene

¿Para qué?

Ganar la mayor cantidad de dinero posible.

En otras situaciones puede ocurrir que determinar el objetivo les tome mucho mas trabajo. tanto puede ser porque se les ocurre mas de uno y no saben cual seria mejor, como puede suceder que no se les ocurra ninguno.

Variables

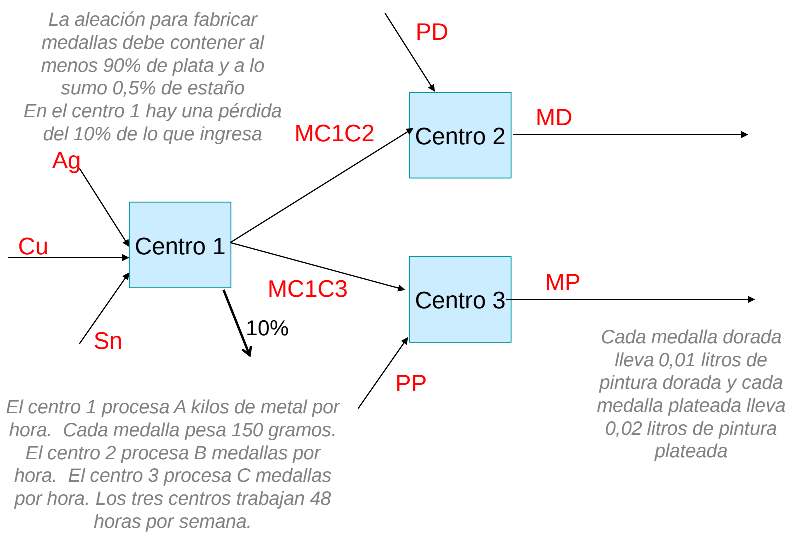
Son fáciles de encontrar en este caso, siguiendo las flechas de mi diagrama empiezo a encontrar varias. Más adelante vamos a ver casos en que algunas variables las encontramos en seguida y otras nos cuesta mas verlas.

Modelo desarrollado en el video 3

Una posible solución:

Definición de variables:
Ag: cantidad usada de Plata (kg/sem)
Cu: cantidad usada de Cobre (kg/sem)
Sn: cantidad usada de Estaño (kg/sem)
MC1Cj: Medallas que salen del C1 y van al Cj (medallas/sem)
PP: cantidad usada de Pintura plateada (litros/sem)
PD: cantidad usada de Pintura dorada (litros/sem)
MP: cantidad fabricada de Medallas plateadas (medallas/sem)
MD: cantidad fabricada de Medallas doradas (medallas/sem)

Veamos las variables a utilizar en la producción de medallas



Son muy importantes las variables MC1C2 y MC1C3 porque son las que conectan un centro con el otro, porque la manera de plantear el problema es centro por centro, pero necesitamos las variables de conexión a fines de que quede todo como parte de un mismo modelo y no como 3 modelos desconectados.

Centro 1

¡Típico centro de mezcla!

Relación Entrada/Salida (E/S):
0,9 (Ag + Cu + Sn) = 0,150 (MC1C2 + MC1C3)
Disponibilidad de Materia Prima:
Ag $\leq$ D Cu $\leq$ E Sn $\leq$ F
Mezcla a la entrada:
Ag $\geq$ 0,9 (Ag + Cu + Sn) Sn $\leq$ 0,005 (Ag + Cu + Sn)

Tenemos dos inecuaciones porque tenemos dos condiciones de mezcla. Como ejercicio piensen cómo serían las restricciones de su trago preferido (el mío era gintonic) van a comprobar que son muchas más.

Un error común es pensar que el porcentaje de cada componente tiene que ser una variable del problema y esto nos lleva inevitablemente a multiplicar variables y, si recuerdan los principios de la programación lineal sabrán que eso no se debe hacer dado que nos saca de programación lineal y nos impide usar los algoritmos y soft disponibles para programación lineal.

Por si alguno no visualiza el producto de variables les mostramos como seria: me quedaría ~~(Ag / (Ag+Cu+Sn)) = % de Ag, siendo Ag, Cu, Sn, %de Ag~~ todas ellas variables. (lo tachamos para que no se les ocurra repetirlo en un modelo lineal porque no lo es)

Capacidad productiva:
(Ag + Cu + Sn) (KG/SEM) $\leq$ A (KG/H) 48 (H/SEM)

Centro 2

Aquí no hay mezcla

Relación Entrada/Salida (E/S):
MC1C2 = MD
Uso de pintura:
PD (L/sem) = 0,01 (L/Medalla) MD (Medalla/sem)
Disponibilidad de Pintura dorada:
PD (L/sem) $\leq$ G (L/sem)
Capacidad productiva:
(MC1C2) (Medalla/sem) $\leq$ B (Medalla/H) 48 (H/sem)

Noten que contar con un rotulo al lado de cada ecuación facilita comprender y revisar el trabajo hecho, una de las ventajas de los rótulos de cada ecuación es que me ayudan a darme cuenta mas rápido cuando he cometido un error, con todas las ventajas que eso tiene.

El centro 3 es similar al centro 2, cuando tengo centros que son similares un buen control es asegurarse que todos tengan la misma cantidad de ecuaciones.

Centro 3

Aquí tampoco hay mezcla

Relación Entrada/Salida (E/S):
MC1C3 = MP
Uso de pintura:
PP (L/sem) = 0,02 (L/Medalla) MP (Medalla/sem)
Disponibilidad de Pintura plateada:
PP (L/sem) $\leq$ H (L/sem)
Capacidad productiva:
(MC1C3) (Medalla/sem) $\leq$ C (Medalla/H) 48 (H/sem)

SEGUNDA PARTE:

Al problema anterior le agregamos lo siguiente:

En vez de venderlas de manera individual, las medallas doradas y plateadas se venden en dos tipos de presentación llamadas “Alfa” y “Beta”.

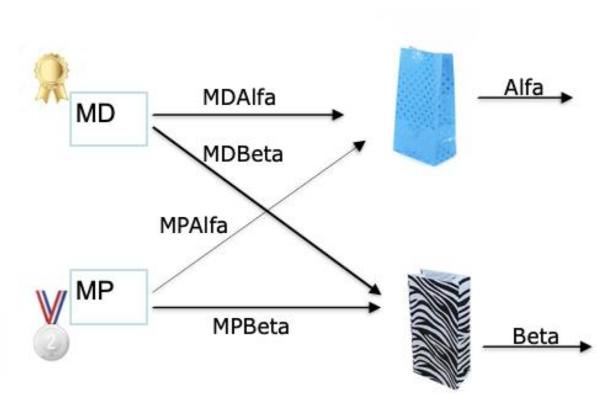
La presentación “Alfa” consiste en vender 3 medallas doradas y 2 plateadas en una bolsita. Cada bolsita de “Alfa” se vende a $A1 y su demanda al fin de la semana será de A2 bolsitas.

La presentación “Beta” tiene también 5 medallas en una bolsita (4 plateadas y 1 dorada). Cada bolsita de “Beta” se vende a $T1 y su demanda al fin de la semana será de T2 bolsitas.

NOTA: $A1, A2, $T1, T2 son constantes conocidas

Como no me dicen si las demandas son de igual, de máximo o de mínimo voy a adoptar la hipótesis de que son de máximo.

Podemos armar un diagrama con los agregados al modelo. No vamos a hacer un nuevo modelo, no se justifica d ninguna manera. Conviene decir que cuando agrego algo al modelo, trato de modificar lo menos posible lo existente, para evitar generar errores en lo que ya tengo hecho.



Una vez más las flechas me ayudan a identificar variables, MD y MP son variables que ya tenía en la modelización anterior.

Tenemos que separar las medallas doradas y plateadas en las que van para Alfa y las que van para Beta

Entonces tenemos que definir más variables:

MPAlfa: cantidad de medallas plateadas usadas para armar bolsas de tipo Alfa (medallas/sem)
MPBeta: cantidad de medallas plateadas usadas para armar bolsas de tipo Beta (medallas/sem)
MDAlfa: cantidad de medallas doradas usadas para armar bolsas de tipo Alfa (medallas/sem)
MDBeta: cantidad de medallas doradas usadas para armar bolsas de tipo Beta (medallas/sem)
Alfa: cantidad de bolsas de tipo Alfa armadas (bolsas/sem)
Beta: cantidad de bolsas de tipo Beta armadas (bolsas/sem)

<u>División medallas doradas y plateadas para Alfa y Beta:</u>
MP = MPAlfa + MPBeta
MD = MDAlfa + MDBeta

<u>Demanda de bolsa Alfa</u>
Alfa (bolsas/sem) $\leq$ A2 (bolsas/sem)

(si suponemos demanda máxima, en el caso en el cual supongamos demanda mínima hay que poner $\geq$)

Demanda de bolsa Beta
Beta (bolsas/sem) $\leq$ T2 (bolsas/sem)
(si suponemos demanda máxima, en el caso en el cual supongamos demanda mínima hay que poner $\geq$)

Bolsas Alfa y Beta a vender

Este proceso es un armado

¿Por qué este proceso es un armado?

Porque puedo discriminar en el producto final (bolsas) los elementos que la componen (medallas)

En el armado es muy importante asegurar que cada componente esté presente en el producto final en la cantidad requerida

Si tuviéramos un problema en el cual hay que armar muñecos y cada muñeco tiene 1 cabeza, 1 torso, 2 piernas y 2 brazos, no podemos sumar la cantidad de piezas y decir que el muñeco tiene que tener 6 de esas piezas, porque podría armar un muñeco con 3 cabezas y 3 piernas. Tenemos que poner una restricción para el componente cabeza que asegure que hay una cabeza por muñeco, otra que asegure que hay un torso por muñeco, otra que asegure que hay dos brazos por muñeco y una que asegure que hay dos piernas por muñeco.

Por eso hay que poner una restricción por componente

Armado de bolsa Alfa
MDAlfa (medallas/sem) = 3 (medallas/bolsa) Alfa (bolsas/sem)
MPAlfa (medallas/sem) = 2 (medallas/bolsa) Alfa (bolsas/sem)

Armado de bolsa Beta
MDBeta (medallas/sem) = 1 (medallas/bolsa) Beta (bolsas/sem)
MPBeta (medallas/sem) = 4 (medallas/bolsa) Beta (bolsas/sem)

Un error muy común es plantear una ecuación de este tipo:

$$\text{Alfa} = 3\ \text{MDAlfa} + 2\ \text{MPAlfa}$$

Antes de seguir analicen las unidades de cada lado, a la izquierda tienen bolsitas Alfa por semana pero a la derecha tienen un conglomerado de unidades diversas, me doy cuenta que vengo mal.

Ahora voy a usar el mismo ejemplo que antes supongo que quiero hacer 100 bolsitas me va a quedar: 100 = 3*300 + 2*200

Es decir que ni las unidades ni los valores son coherentes, vengo muy mal.

Todavía nos falta la función objetivo (también llamado Z)

Como tenemos algunas cosas que representan ganancias y otras que representan costos, podemos armar una función lineal de beneficio (ganancias – costos):

MAX Z = $A1 Alfa + $T1 Beta - $P1 Ag - $P2 Cu - $P3 Sn - $P4 PD - $P5 PP

¿Qué nos queda de esta clase?

- Supuestos básicos necesarios para formular un modelo matemático lineal con variables continuas (del material impreso, parte 1)
- Modelización matemática de centros de producción (de este material impreso y de las dos partes de la clase)
- Modelización matemática de Mezcla y Armado (de este material impreso y de las dos partes de la clase)