

## 6.12.

Dadas la tabla óptima directa y dual de un problema de P.L. que consiste en la producción de tres productos ( $X_1$ ,  $X_2$  y  $X_3$ ) a partir de tres recursos de los que se dispone de 12, 12 y 4 unidades respectivamente, se pide:

- Disponiendo de \$ 16 y sabiendo que se puede comprar recurso 1 a \$ 2, recurso 2 a \$ 1 y recurso 3 a \$ 5 cada unidad. ¿Qué es lo más conveniente? Indique claramente: Hipótesis necesarias para el análisis, cómo selecciona la mejor alternativa, por qué lo hace de esa forma
- Para el mismo problema del punto anterior se debe decidir la compra de una máquina. Existen tres alternativas excluyentes:

AIt.	Máquina para producir recurso	Tiempo de amortización	Incrementa la disponibilidad del recurso en	Costo de la máquina
a	1	un año	5 unidades	\$36
b	2	un año	8 unidades	\$140
c	3	un año	10 unidades	\$74

☞ *Aclaración: amortizar significa recuperar una inversión en un tiempo prefijado*

Para financiar la compra se cuenta con una línea de crédito especial con un costo del 20% anual (sobre el valor de la máquina).

Se pide: hipótesis necesarias para el análisis, cuál máquina comprar (si es que conviene alguna). Justificar la respuesta y explicar el criterio de selección utilizado.

☞ *Nota: es un programa mensual*

### Modelo

$$\begin{aligned}
 2X_1 + X_2 + 3X_3 &\leq 12 \\
 X_1 + 2X_2 + 3X_3 &\leq 12 \\
 X_1 - 2X_2 + 3X_3 &\leq 4 \\
 Z = 4X_1 + 5X_2 + 6X_3 &\rightarrow \text{Máx.}
 \end{aligned}$$

### Tabla óptima directa

			4	5	6			
$C_k$	$X_k$	$B_k$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$
4	$X_1$	4	1	0	1	2/3	-1/3	0
5	$X_2$	4	0	1	1	-1/3	2/3	0
	$X_6$	8	0	0	4	-4/3	5/3	1
$Z = 36$			0	0	3	1	2	0

### Tabla óptima dual

			12	12	4			
$B_k$	$Y_k$	$C_k$	$A'_1$	$A'_2$	$A'_3$	$A'_4$	$A'_5$	$A'_6$
12	$Y_1$	1	1	0	4/3	-2/3	1/3	0
12	$Y_2$	2	0	1	-5/3	1/3	-2/3	0
	$Y_6$	3	0	0	-4	-1	-1	1
$Z = 36$			0	0	-8	-4	-4	0

X4 sobrante de R1

X5 sobrante de R2

X6 sobrante de R3

- a) Viendo las tablas optimas podemos ver que el recurso 1 y 2 están saturados. El valor marginal de cada recurso es \$1 y \$2 respectivamente. Por el momento no convendría comprar ninguna unidad de recurso 3 ya que está sobrando.

Una unidad de R1 a \$2 y una unidad de R2 a \$1. En un principio convendría comprar 1 unidad de R2 ya que su VM es mayor.

¿Hasta cuantas unidades de R2 puedo comprar para que siga siendo optimo?

Lo veo con la tabla dual, reemplazando la cantidad de unidades de R2 por una constante y veo que valores puede tomar.

$$4/3 * 12 + r2 * (-5/3) - 4 \leq 0 \rightarrow r2 \geq 36/5$$

$$-2/3 * 12 + r2 * 1/3 \leq 0 \rightarrow r2 \leq 24$$

$$12 * 1/3 + r2 * (-2/3) \leq 0 \rightarrow r2 \geq 6$$

Para que siga siendo optima:  $6 \leq r2 \leq 24$

Como yo ya tengo 12 unidades de R2, compro 12 más subiendo mi funcional en

$12 * 2 = 24$ , alcanzando:  $Z = 60$ .

Pero me siguen quedando  $\$16 - \$12 = \$4$ .

Con estos \$4 no conviene comprar nada, ya que si se compran más de R2 empieza a sobrar, R3 ya está sobrando y el VM de R1 es menor al precio que se lo compra.

- b) Voy a realizar este inciso sin tener en cuenta las compras en a).  
8 unidades más de R2 por mes aumenta el funcional por mes en  $2 * 8 = 16$ , siendo  $Z=52$ .

¿Si tengo 5 unidades más de R1, sigue siendo optimo?

$$4/3 * 17 + 12 * (-5/3) - 4 = -4/3 \leq 0$$

$$-2/3 * 17 + 12 * 1/3 = -22/3 \leq 0$$

$$1/3 * 17 + 12 * (-2/3) = -7/3 \leq 0$$

Sigue siendo optimo y mi funcional mensual aumenta a  $Z = 41$ .

¿Qué pasa si tengo 10 unidades más de R3? (tendría 14)

$$4/3 * 12 + 12 * (-5/3) - 14 = -18$$

La tabla dual sigue siendo óptima, no me cambia la solución.

Este ultimo caso ya se puede descartar, ya que no me suma nada comprar 10 unidades más de R3.

Si compro la máquina a estaría ganando \$5 por mes -> anualmente \$60

El crédito anual que debo pagar es de:  $\$36 \times 1,2 = \$43,2$

Eligiendo esta opción, anualmente se gana  $\$60 - \$43,2 = \$16,8$

Si compro la máquina b estaría ganando \$16 por mes -> anualmente \$192

El crédito anual que debo pagar es de:  $\$140 \times 1,2 = \$168$

Eligiendo esta opción, anualmente se gana  $\$192 - \$168 = \$24$ .

**Entonces, la opción mas rentable es comprar la máquina B.**