

5.8.

Dados el enunciado de un problema de Programación Lineal y las tablas inicial y final de su resolución por el método Simplex, se pide:

- Obtener el rango de variación del coeficiente C_2 sin que cambie la estructura de la solución óptima. Detallar los cálculos realizados.
- Graficar la variación de X_2 , Y_2 y del funcional al variar la disponibilidad del recurso materia prima entre 9 y 20 kilogramos. Indicar el valor de las pendientes diciendo en qué parte de la tabla se encuentran.
- ¿A qué valor total resulta conveniente vender a una empresa interesada, disponibilidades del recurso materia prima en una cantidad de 4 kilos por semana? Detallar claramente y justificar los cálculos.
- Graficar la curva de oferta del producto B para C_2 entre cero e infinito

Enunciado

Se trata de una empresa que desea establecer el plan de producción para sus tres productos A, B y C sujeto a las restricciones de producción total mínima (4 un. por semana), disponibilidad de mano de obra (24 hh. por semana) y disponibilidad de materia prima (10 kg. por semana). Los coeficientes son pesos de utilidad unitaria.

			2	8	6				-M
C_K	X_K	B_K	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	μ
-M	μ	4	1	1	1	-1	0	0	1
	X_5	24	1	4	2	0	1	0	0
	X_6	10	1	2	4	0	0	1	0
$Z = -4M$			-M-2	-M-8	-M-6	M	0	0	0

Tabla Inicial

			2	8	6			
C_K	X_K	B_K	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
8	X_2	5	1/2	1	2	0	0	1/2
	X_4	1	-1/2	0	1	1	0	1/2
	X_5	4	-1	0	-6	0	1	-2
$Z = 40$			2	0	10	0	0	4

Tabla Óptima

- Obtener el rango de variación del coeficiente C_2 sin que cambie la estructura de la solución óptima. Detallar los cálculos realizados.

Es un problema de máximo $\rightarrow Z_j - C_j \geq 0$.

$$C_2 * \frac{1}{2} - 2 \geq 0 \rightarrow C_2 \geq 4$$

$$C_2 * 2 - 6 \geq 0 \rightarrow C_2 \geq 3$$

$$C_2 * \frac{1}{2} \geq 0 \rightarrow C_2 \geq 0$$

$$C_2 \geq 4$$

- b- Graficar la variación de X_2 , Y_2 y del funcional al variar la disponibilidad del recurso materia prima entre 9 y 20 kilogramos. Indicar el valor de las pendientes diciendo en qué parte de la tabla se encuentran.

Debo obtener la tabla optima del dual para ver la variación de recursos.

$X_1 = 0$	$Y_4 = 2$
$X_2 = 5$	$Y_5 = 0$
$X_3 = 0$	$Y_6 = 10$
$X_4 = 1$	$Y_1 = 0$
$X_5 = 4$	$Y_2 = 0$
$X_6 = 0$	$Y_3 = 4$

			-4	24	10			
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	A6
10	Y3	4	-1/2	2	1	0	-1/2	0
	Y4	2	1/2	1	0	1	-1/2	0
	Y6	10	-1	6	0	0	-2	1
Z=40			-1	-4	0	0	-5	0

¿Dentro de que valores de disponibilidad de MP sigue siendo optimo?

			-4	24	B3			
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	A6
B3	Y3	4	-1/2	2	1	0	-1/2	0
	Y4	2	1/2	1	0	1	-1/2	0
	Y6	10	-1	6	0	0	-2	1
Z = 4 * B3			-1/2 * B3 + 4	2 * B3 - 24	0	0	-1/2 * B3	0

$$-1/2 * b_3 + 4 \leq 0 \rightarrow b_3 \geq 8$$

$$2 * b_3 - 24 \leq 0 \rightarrow b_3 \leq 12$$

$$-1/2 * b_3 \leq 0 \rightarrow b_3 \geq 0$$

$$8 \leq b_3 \leq 12$$

Me piden entre $9 \leq b_3 \leq 20$ y esta tabla solo me contempla entre $9 \leq b_3 \leq 12$.

Entonces, reemplazo $b_3 = 12$ para ver que sucede con la tabla.

			-4	24	12				
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	A6	Tita
12	Y3	4	-1/2	2	1	0	-1/2	0	2
	Y4	2	1/2	1	0	1	-1/2	0	2
	Y6	10	-1	6	0	0	-2	1	5/3
Z = 48			-2	0	0	0	-6	0	

Se obtiene una solución óptima alternativa, por ende, debe entrar Y2 y salir Y6.

			-4	24	12			
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	A6
12	Y3	2/3	-1/6	0	1	0	1/6	-1/3
	Y4	1/3	2/3	0	0	1	-1/6	-1/6
24	Y2	5/3	-1/6	1	0	0	-1/3	1/6
Z = 48			-2	0	0	0	-6	0

Entonces ahora veo en que rangos puede variar b_3 para que esta tabla siga siendo optima.

$$2/3 * b_3 + 24 * -1/6 + 4 \leq 0 \rightarrow b_3 \leq 0$$

$$B_3 * 1/6 + 24 * -1/3 \leq 0 \rightarrow b_3 \leq 48$$

$$B_3 * -1/3 + 24 * 1/6 \leq 0 \rightarrow b_3 \geq 12$$

$$12 \leq b_3 \leq 48$$

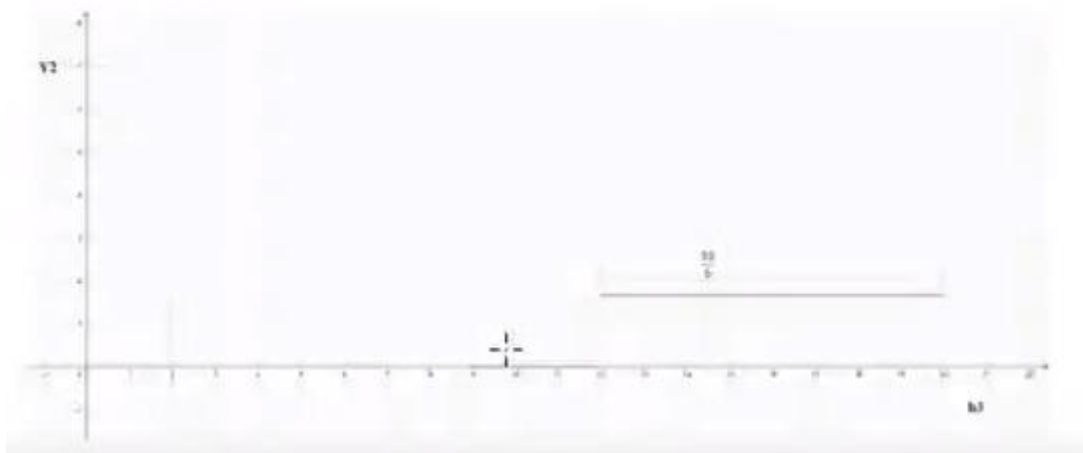
Ahora con esta tabla si puedo ver que pasa si $9 \leq b_3 \leq 20$.

$$Y_2 = 5/3$$

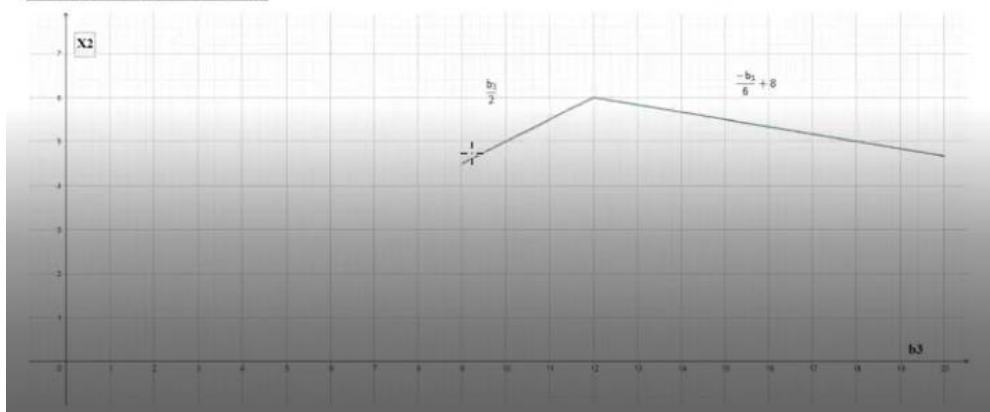
$$X_2 = -1/6 * b_3 - 8$$

$$Z = 2/3 * b_3 + 40$$

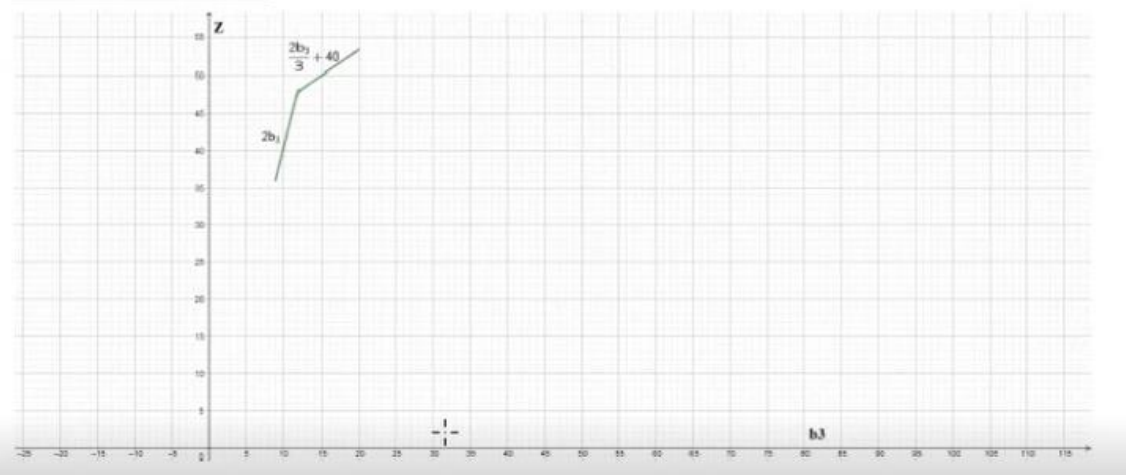
Variación de Y_2 vs b_3



Variación de X_2 vs b_3



Variación de Z vs b3



d)

Para calcular la curva de oferta para X2 que corresponde al producto B haciendo variar C2, lo que hago primero es calcular el rango de variaciones para C2 (hecho en el punto a):

- Reemplazar los límites del borde del rango en la tabla óptima.
- Calcular nuevamente el rango para esa nueva tabla
- Repetir estos 2 pasos

Para la primer tabla óptima calculamos en el punto a que el rango de variaciones es $C2 \geq 4$.

Y que por lo cual en este rango la cantidad siempre se mantendrá constante en 5

Por ende entonces reemplazo C2 por 4 en la tabla óptima y veo que sucede

			2	4	6			
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	A6
4	X2	5	1/2	1	2	0	0	1/2
	X4	1	-1/2	0	1	1	0	1/2
	X5	4	-1	0	-6	0	1	-2
$Z = 5 * 4 = 20$			$(4 / 2) - 2 = 0^*$	0	$2 * 4 - 6 = 2$	0	0	$(4 / 2) = 2$

Como se ve, tiene soluciones alternativas ya que tiene una variable que su $z_j - c_j$ es nulo y no se encuentra en la base, esa variable es X1 entonces para ver hago que la misma entre a la base y lo hará por X2 ya que es la única que puede salir porque los demás dan tita inválidos.

- $2F1 \rightarrow F1$
- $F2 + (1/2)F1 \rightarrow F2$
- $F3 + F1 \rightarrow F3$

			2	4	6			
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	A6
2	X1	10	1	2	4	0	0	1
	X4	6	0	1	3	1	0	1
	X5	14	0	2	-2	0	1	-1
Z = 20			0	0*	2	0	0	2

Reemplazando el 4 por C2, se obtiene que

			2	C2	6			
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	A6
2	X1	10	1	2	4	0	0	1
	X4	6	0	1	3	1	0	1
	X5	14	0	2	-2	0	1	-1
Z = 20			0	4-C2	2	0	0	2

Esta tabla es válida para el siguiente rango y además en este rango $X_2 = 0$

$$4 - C_2 \geq 0 \rightarrow C_2 \leq 4$$

Entonces la gráfica de X_2 según varía C_2 es:

- $X_2 = 5$ para $C_2 \geq 4$
- $X_2 = 0$ para $0 \leq C_2 < 4$

