

## 5.1.

Basándose en el ejercicio 4.2.:

- a- Plantear y resolver su problema dual.
- b- Obtener su tabla óptima del dual a partir de su tabla óptima directa.
- c- Comparar las tablas óptimas duales obtenidas en a- y en b-.

## 4.2.

$$\begin{aligned} -2 X_1 + X_2 &\leq 2 \\ X_1 - X_2 &\leq 2 \\ X_1 + X_2 &\leq 5 \\ Z = 10 X_1 + 3 X_2 &\rightarrow \text{Máx.} \end{aligned}$$

Armo la matriz de correspondencia entre variables.

	X1	X2		
Y1	-2	1	X3	2
Y2	1	-1	X4	2
Y3	1	1	X5	5
	Y4	Y5		
	10	3		

X1: Cantidad de producto 1 = Y4: Costo de oportunidad producto 1

X2: Cantidad de producto 2 = Y5: Costo de oportunidad producto 2

X3: Sobrante recurso 1 = Y1: Valor marginal recurso 1

X4: Sobrante recurso 2 = Y2: Valor marginal recurso 2

X5: Sobrante recurso 3 = Y3: Valor marginal recurso 3

### a) Planteo dual.

Como el directo es de maximización, se debe plantear uno de minimización.

Inecuaciones:

$$\begin{aligned} -2 Y_1 + Y_2 + Y_3 &\geq 10 \\ Y_1 - Y_2 + Y_3 &\geq 3 \\ Z(\text{MIN}) &= 2 Y_1 + 2 Y_2 + 5 Y_3 \end{aligned}$$

Ecuaciones:

$$\begin{aligned} -2 Y_1 + Y_2 + Y_3 - Y_4 + u_1 &= 10 \\ Y_1 - Y_2 + Y_3 - Y_5 + u_2 &= 3 \\ Z(\text{MIN}) &= 2 Y_1 + 2 Y_2 + 5 Y_3 + 0 Y_4 + 0 Y_5 + M \cdot u_1 + M \cdot u_2 \end{aligned}$$

Resolución del problema dual:

**Tabla inicial:**

			2	2	5	0	0	M	M	
Ck	Yk	Bk	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	U1	U2	Tita
M	U1	10	-2	1	1	-1	0	1	0	10
M	U2	3	1	-1	1	0	-1	0	1	3
$Z = 13M$			$-M - 2$	-2	$2M - 5$	$-M$	$-M$	0	0	

Entra: Y3 y sale: U2

			2	2	5	0	0	M	M	
Ck	Yk	Bk	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	U1	U2	Tita
M	U1	7	-3	2	0	-1	1	1	-1	$7/2$
5	Y3	3	1	-1	1	0	-1	0	1	-
$Z = 7M + 15$			$-3M + 3$	$2M - 3$	0	$-M$	$M - 5$	0	$-2M + 5$	

Entra: Y2 y sale: U1

			2	2	5	0	0	M	M
Ck	Yk	Bk	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	U1	U2
2	Y2	$7/2$	$-3/2$	1	0	$-1/2$	$1/2$	$1/2$	$-1/2$
5	Y3	$13/2$	$-1/2$	0	1	$-1/2$	$-1/2$	$1/2$	$1/2$
$Z = 79/2$			$-15/2$	0	0	$-7/2$	$-3/2$	$7/2 - M$	$3/2 - M$

La tabla de arriba es la solución dual.

b) Tabla óptima directa:

			10	3	0	0	0
<b>C</b>	<b>X</b>	<b>B</b>	<b>X1</b>	<b>X2</b>	<b>X3</b>	<b>X4</b>	<b>X5</b>
0	X3	$15/2$	0	0	1	$3/2$	$1/2$
10	X1	$7/2$	1	0	0	$1/2$	$1/2$
3	X2	$3/2$	0	1	0	$-1/2$	$1/2$
$Z = 79/2$			0	0	0	0	0

Las variables que están en la base en la tabla óptima del dual son aquellas cuya variable relacionada en el directo no estaba en la base en la tabla óptima del directo.

El valor que toman las variables en la óptima del dual es igual al  $z_j - c_j$  de su variable relacionada del directo.

En la tabla optima del directo no están en la base X4 ni X5 → en el dual deben estar Y2 e Y3

			2	2	5	0	0	M	M
Ck	Yk	Bk	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	U1	U2
2	Y2	7/2	-3/2	1	0	-1/2	1/2	1/2	-1/2
5	Y3	13/2	-1/2	0	1	-1/2	-1/2	1/2	1/2
Z = 79/2			-15/2	0	0	-7/2	-3/2	7/2 - M	3/2 - M

U1 es Y4 invertido de signo, son linealmente independientes (mismo con U2 y Y5).

Los Bk los obtuve de:

$$2 Y1 + Y2 + Y3 - Y4 + u1 = 10$$

$$Y1 - Y2 + Y3 - Y5 + u2 = 3$$

Donde Y1, Y4, Y5, U1 y U2 = 0

c) Las tablas obtenidas son iguales.