

# Trabajo Práctico I

## *Modelos y Optimización I (71.14)*

### Integrantes

---

Nombre y Apellido	Mail	Padrón
Nasif, Francisco José	fnasif@fi.uba.ar	101044
Jacinto, Renzo	rjacinto@fi.uba.ar	100627
Biló, Lucas	lbilo@fi.uba.ar	103252

# Índice

---

<b>Resolución de la problemática</b>	<b>2</b>
Problemática	2
Objetivo	2
Supuestos e Hipótesis	3
Variables	3
Modelo matemático (Programación Lineal Continua)	4
Restricciones	4
Funcional (objetivo)	4
Solución óptima por Software (GLPK)	5
Código	5
Resultado	6
<b>Análisis resultado óptimo</b>	<b>7</b>

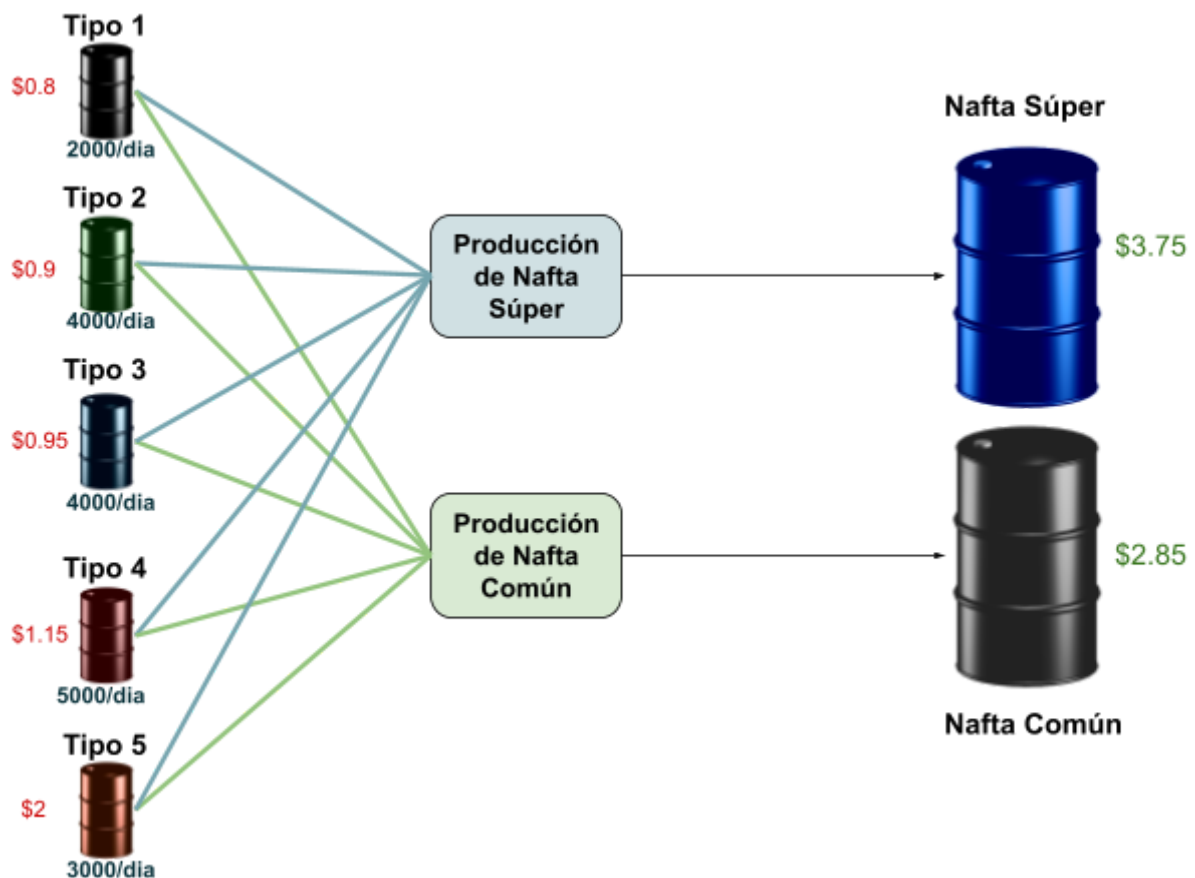
## Resolución de la problemática

### Problemática

Para producir dos tipos de nafta (común y super) se mezclan cinco tipos de gasolina cruda (Tipo 1, 2, 3, 4 y 5). Se tiene información sobre la cantidad disponible por día, la potencia de performance y el costo de los barriles de gasolina cruda (para cada tipo).

Además para cada nafta producida se tiene que:

- *Nafta super*
  - Potencia de al menos 95
  - Precio venta de 3.75 \$/barril
  - Se requiere producir al menos 8000 barriles por día
- *Nafta común*
  - Potencia de al menos 85
  - Precio venta de 2.85 \$/barril



## Objetivo

Determinar cuántos barriles producir de nafta (súper y común) por día maximizando la ganancia (venta - costos) producida teniendo en cuenta las restricciones de producción mínima para la nafta súper, las de potencia para cada tipo de nafta y la disponibilidad de barriles de gasolina cruda

## Supuestos e Hipótesis

- Todos los barriles producidos son vendidos
- No hay inflación
- Se pueden pedir los barriles que se requieran de gasolina cruda obviamente teniendo en cuenta sus restricciones
- La disponibilidad de los barriles de gasolina cruda es una disponibilidad máxima.
- Los costos de los barriles de gasolina cruda están expresados en \$
- No existen costos de mezclar la gasolina cruda o están contemplados
- No ocurren fallas, ni se pierde calidad al mezclar la gasolina cruda
- La potencia de los distintos tipos de gasolina cruda está expresada en unidades de potencia
- Se pueden mezclar partes fraccionarias de barriles para la gasolina cruda, ya que sería como utilizar partes de un barril (cuenta 1 si el barril está lleno, si es una fracción es el contenido que tiene ese barril)
  - *Por ejemplo: 1.5 sería usar 1 barril y medio*
  - Por ende como cada barril tiene el mismo volumen si yo mezclo X barriles de cualquier tipo voy a obtener X barriles de nafta.
    - *Por ejemplo: Mezclo 5 barriles de Tipo 1 con 0.5 barriles de Tipo 2 y 3.2 barriles de Tipo 4 para obtener nafta súper, entonces se obtendrán 8.7 barriles*
- Todos los barriles (los producidos de nafta y los de gasolina cruda) tienen la misma medida en volumen. Lo cual la potencia que tendrán las naftas súper y común producidas se calcula como

$$Potencia = \frac{\sum_{i=1}^5 Pot(i) * Cant\_Utilizada(i)}{Cant\_Total\_Nafta}$$

- Donde i representa a cada tipo de gasolina cruda
- Como estamos en PLC, y al utilizar esta fórmula hay una división entre dos variables, para agregarlo en las restricciones la *Cant\_Total\_Nafta* “pasa” multiplicando a la potencia que es una constante pedida (95 para súper y 85 para común)
- En palabras: diremos que el promedio ponderado de la potencia de las distintos tipos de gasolina cruda que participan de la mezcla debe ser

al menos 85 y 95 unidades para la nafta común y súper, respectivamente.

- Las cantidades de cada gasolina cruda que tendrá cada nafta es como se ve en el gráfico, se tomaran ciertas cantidades de barriles para cada tipo de nafta (en fracciones se podrá utilizar y será como usar cierta parte del barril y la otra parte dejarla o utilizarla) y luego suponemos que se puede mezclar todos los contenidos de todos los barriles a usar para poder mezclarlos y luego de ahí dividir en barriles de nafta obtenidos
- Con respecto al punto anterior entonces podemos decir que se pueden mezclar todas las gasolinas crudas en un cierto lugar para luego dividirlos en el tipo de nafta obtenido (esto también ayuda al punto que habla de la Potencia para realizar ese cálculo)

## Variables

- **NS:** *Barriles de nafta súper producidos por día [barriles/día]*
- **NC:** *Barriles de nafta común producidos por día [barriles/día]*
- **GCi:** *Barriles de gasolina cruda de Tipo i utilizadas por día [barriles/día]*
- **GCi\_NS:** *Barriles de gasolina cruda de Tipo i utilizadas para la producción de nafta súper [barriles/día]*
- **GCi\_NC:** *Barriles de gasolina cruda de Tipo i utilizadas para la producción de nafta común [barriles/día]*

Con  $i = 1, 2, 3, 4, 5$

## Modelo matemático (Programación Lineal Continua)

### Restricciones

#### Disponibilidad máxima de barriles

- $GC1 \leq 2000$  [barriles/día]
- $GC2 \leq 4000$  [barriles/día]
- $GC3 \leq 4000$  [barriles/día]
- $GC4 \leq 5000$  [barriles/día]
- $GC5 \leq 3000$  [barriles/día]

#### Barriles de gasolina cruda

- $GC1 = GC1\_NS + GC1\_NC$
- $GC2 = GC2\_NS + GC2\_NC$
- $GC3 = GC3\_NS + GC3\_NC$
- $GC4 = GC4\_NS + GC4\_NC$
- $GC5 = GC5\_NS + GC5\_NC$

#### Producción mínima de nafta súper

- $NS \geq 8000$  [barriles/día]

### Naftas producidas

- **Nafta Súper**
  - **Potencia**
    - $95 * NS \leq 70 * GC1\_NS + 80 * GC2\_NS + 85 * GC3\_NS + 90 * GC4\_NS + 99 * GC5\_NS$
  - **Cantidad de barriles**
    - $NS = GC1\_NS + GC2\_NS + GC3\_NS + GC4\_NS + GC5\_NS$
- **Nafta Común**
  - **Potencia**
    - $85 * NC \leq 70 * GC1\_NC + 80 * GC2\_NC + 85 * GC3\_NC + 90 * GC4\_NC + 99 * GC5\_NC$
  - **Cantidad de barriles**
    - $NC = GC1\_NC + GC2\_NC + GC3\_NC + GC4\_NC + GC5\_NC$

### Funcional (objetivo)

$Z \text{ (Máximo)} = NS * 3.75 + NC * 2.85 - GC1 * 0.8 - GC2 * 0.9 - GC3 * 0.95 - GC4 * 1.15 - GC5 * 2 \text{ [$/dia]}$

## Solución óptima por Software (GLPK)

### Código

Para la búsqueda de la solución óptima utilizamos el software GLPK y el código que representa nuestro modelo en el mismo es el siguiente:

```
1  /*** VARIABLES ***/
2  var NS >= 0;
3  var NC >= 0;
4
5  var GC1 >= 0;
6  var GC2 >= 0;
7  var GC3 >= 0;
8  var GC4 >= 0;
9  var GC5 >= 0;
10
11 var GC1_NS >= 0;
12 var GC2_NS >= 0;
13 var GC3_NS >= 0;
14 var GC4_NS >= 0;
15 var GC5_NS >= 0;
16
17 var GC1_NC >= 0;
18 var GC2_NC >= 0;
19 var GC3_NC >= 0;
20 var GC4_NC >= 0;
21 var GC5_NC >= 0;
22
23 /*** FUNCIONAL (OBJETIVO) ***/
24 maximize z : 3.75 * NS + 2.85 * NC - 0.8 * GC1 - 0.9 * GC2 - 0.95 * GC3 - 1.15 * GC4 - 2 * GC5;
25
26 /*** RESTRICCIONES ***/
27 /* Gasolina cruda */
28 s.t. gc1: GC1 = GC1_NS + GC1_NC;
29 s.t. gc2: GC2 = GC2_NS + GC2_NC;
30 s.t. gc3: GC3 = GC3_NS + GC3_NC;
31 s.t. gc4: GC4 = GC4_NS + GC4_NC;
32 s.t. gc5: GC5 = GC5_NS + GC5_NC;
33
34 s.t. max_gc1: GC1 <= 2000;
35 s.t. max_gc2: GC2 <= 4000;
36 s.t. max_gc3: GC3 <= 4000;
37 s.t. max_gc4: GC4 <= 5000;
38 s.t. max_gc5: GC5 <= 3000;
39
40 /* Nafta súper */
41 s.t. demandaNS: NS >= 8000;
42 s.t. potNS: 95 * NS <= 70 * GC1_NS + 80 * GC2_NS + 85 * GC3_NS + 90 * GC4_NS + 99 * GC5_NS;
43 s.t. ns: NS = GC1_NS + GC2_NS + GC3_NS + GC4_NS + GC5_NS;
44
45 /* Nafta común */
46 s.t. nc: NC = GC1_NC + GC2_NC + GC3_NC + GC4_NC + GC5_NC;
47 s.t. potNC: 85 * NC <= 70 * GC1_NC + 80 * GC2_NC + 85 * GC3_NC + 90 * GC4_NC + 99 * GC5_NC;
48
49 end;
```

## Resultado

Al correr el código visto anteriormente en el software de GLPK, del mismo se obtuvo que es incompatible, osea que no tiene solución. De todos modos en el próximo apartado se analiza este resultado.

## Análisis resultado óptimo

---

### Factores productores del resultado

#### Demanda mínima de nafta súper

Es el que más restringe a que no se encuentre una solución, ya que:

1. Al tener esta restricción indirectamente estás “obligando” a tomar como mínimo 8000 barriles de gasolina cruda cuando quizás se necesitaban menos por la restricción de la potencia.
2. Cómo “obligas” a que como mínimo se tomen 8000 barriles de gasolina cruda, estás “gastando” esos barriles que se podían usar para producir nafta común que quizás era más rentable ya que se sabe que hay una disponibilidad máxima por día

### Soluciones para obtener un resultado

Poniéndonos del lado de la empresa, las únicas variables que podemos “tocar” desde nuestro lugar serían:

- Los precios de las naftas se podrían aumentar o disminuir dependiendo de lo que se busque
- Pedir más barriles de gasolina cruda al proveedor, osea aumentar la disponibilidad de barriles de cada tipo de gasolina cruda
- Podríamos proponerle menos cantidad de barriles de nafta súper por día con el cliente

*Para probar estos “retoques” lo hacemos sobre el código y vemos que resultado arroja*

#### Precios de las naftas

Dejando fijo todo y retocando solo los precios está claro que lo que hay que hacer es aumentarlos ya que todo lo que se va a producir se va a vender y esto aumentará el beneficio.

Aumentando a números muy grandes los precios pudimos notar que sigue dando como resultado incompatible, lo cual quiere decir que a priori solo retocando el precio no influye en el resultado ya que las otras restricciones impiden la producción de las nafta lo cual no llegan a venderse que es donde impacta este factor.

Claramente no es un factor determinante en el resultado.



### Disponibilidades diarias de barriles de gasolinas cruda

Dejando fijo todo y pidiendo más barriles de gasolina cruda para cada tipo y analizando los resultados para cada caso pudimos notar que si pedimos 1445 barriles de Tipo 5 más (sumados a los 3000 anteriores son 4445), el modelo tiene solución con una ganancia de **29.897,95 \$/día** y entre más barriles de este tipo se pidan más ganancia se obtendrá (a partir de la antes mencionada).

Se podría haber deducido que al ser la gasolina que más potencia otorga es la que más se utilizaría para producir la nafta súper y por ende se iban a necesitar muchos más barriles.

Pedir más barriles de los otros tipos no afectan en la solución y seguirá siendo incompatible.

Aquí además mostramos una tabla con los valores de las variables

Variable	Valor <i>[barriles/día]</i>
NS	8000
NC	6891
GC1	1446
GC2	4000
GC3	6000
GC4	5000
GC5	4445
GC1_NS	0
GC2_NS	0
GC3_NS	1
GC4_NS	3554
GC5_NS	4445
GC1_NC	0
GC2_NC	1446
GC3_NC	3999
GC4_NC	1446
GC5_NC	0

### Proponer menor cantidad de barriles de nafta súper

Dejando fijo todo y reduciendo la demanda de nafta súper que el cliente precisa pudimos notar que si en vez de entregarle 8000 barriles por día le entregamos 5400 barriles, entonces el modelo tiene solución con una ganancia de **28.580 \$/día** y entre menos barriles acordemos más ganancia vamos a obtener (a partir de los valores nombrados antes).

Esto sería sólo una proposición al cliente, si no acepta optariamos por ver las otras opciones disponibles para que haya una solución factible.

Y los valores de cada variable son:

<b>Variable</b>	<b>Valor</b> <i>[barriles/día]</i>
NS	5400
NC	9200
GC1	0
GC2	2600
GC3	4000
GC4	5000
GC5	3000
GC1_NS	0
GC2_NS	0
GC3_NS	0
GC4_NS	2400
GC5_NS	3000
GC1_NC	0
GC2_NC	2600
GC3_NC	4000
GC4_NC	2600
GC5_NC	0