

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

FACULTAD DE INGENIERÍA

71.14 MODELOS Y OPTIMIZACIÓN I

Parciales Resueltos

Autor

Gonzalo BEVIGLIA - 93144



1 de noviembre de 2013

Índice

1. 2013-07-06	2
1.1. A1	2
1.2. A2	2
1.2.1. Objetivo	2
1.2.2. Hipótesis	2
1.2.3. Variables	2
1.3. A3	3
2. 2013-06-08	6
2.1. A1	6
2.2. A2	6
2.2.1. Objetivo	6
2.2.2. Hipótesis	7
2.2.3. Variables	7
2.3. A3	7
3. 2012-12-15	9
3.1. A1	9
3.2. A2	9
3.2.1. Objetivo	9
3.2.2. Hipótesis	9
3.2.3. Variables	9
3.3. A3	10

1. 2013-07-06

1.1. A1

Le Elbor Catenovi quiere determina la manera más económica de nutrir las plantas de su huerta. La cantidad de cada nutriente que las plantas necesitan es conocida. Cada nutriente tiene una concentración mínima y una concentración máxima porcentual (con respecto al peso total de la huerta, que se estima en 150 kg).

Se tienen ciertas condiciones con respecto a cuando se puede usar determinados nutrientes, ya que hay casos en los que muchos nutrientes en su máxima concentración envenenarían la huerta. También se cuenta con una restricción de la cantidad de nutrientes que se pueden conseguir cada mes. Los nutrientes deben ser comprados, por lo que el dinero también es un limitante.

1.2. A2

1.2.1. Objetivo

Determinar las cantidades de cada nutriente a utilizar en la huerta en cada uno de los próximos 3 meses de modo de minimizar los costos y cumplir con las condiciones de nutrición de las plantas. Determinar la cantidad de cada uno de los nutrientes que se debe comprar cada uno de los 3 meses.

1.2.2. Hipótesis

- La estimación del tamaño de la huerta es una buena estimación.
- Las plantas absorben todos los nutrientes por igual.
- Si N, K, P están en su concentración máxima no se puede utilizar Mg ese mes.
- No cuento con posibilidad de pedir un préstamo.
- La disponibilidad que tengo de cada nutriente es igual para todos y se mantiene constante los 3 meses.
- No hay fluctuaciones con respecto al incremento del 20 por ciento por derecho de importación.
- No puedo tener concentraciones mínimas de N, K y P en el mes número 1.
- El porcentaje de rendimiento disminuye el efecto sobre la biomasa. Es decir, si tuviera un rendimiento $R=0.1$, necesitaría 1500 kg para nutrir a las plantas.
- El rendimiento disminuye únicamente pasado un mes. Si se compra algo el primer mes y se utiliza en el último, el rendimiento es de un 70 por ciento.

1.2.3. Variables

- X_{E_i} : Cantidad utilizada del nutriente E en el mes i comprada en ese mismo mes $\left[\frac{kg}{mes} \right]$. $E \in \{N, K, P, \dots, Mo\}$, $i \in \{1, 2, 3\}$
- C_{E_i} : Cantidad comprada del nutriente E en el mes i $\left[\frac{kg}{mes} \right]$. $E \in \{N, K, P, \dots, Mo\}$, $i \in \{1, 2, 3\}$
- EX_{E_i} : Sobrante del nutriente E en el mes i $\left[\frac{kg}{mes} \right]$. $E \in \{N, K, P, \dots, Mo\}$, $i \in \{1, 2, 3\}$
- $Mi_{EX_{E_{i-1}}}$: Cantidad utilizada del nutriente E en el mes i del sobrante del mes $i - 1$ $\left[\frac{kg}{mes} \right]$. $E \in \{N, K, P, \dots, Mo\}$, $i \in \{2, 3\}$
- Y_{E_i} : 1 si se utiliza el nutriente E en el mes i , 0 en caso contrario. $E \in \{P, Ca, \dots, Mo\}$, $i \in \{1, 2, 3\}$
- $Y_{E_{i_{MAX}}}$: 1 si se utiliza el nutriente E en el mes i en su máxima concentración posible, 0 en caso contrario. $E \in \{N, K, P\}$, $i \in \{1, 2, 3\}$
- $Y_{E_{i_{MIN}}}$: 1 si se utiliza el nutriente E en el mes i en su mínima concentración posible, 0 en caso contrario. $E \in \{N, K, P\}$, $i \in \{1, 2, 3\}$

- Y_j : 1 si se utilizan j tipos de micronutrientes en el mes 2, 0 en caso contrario. $j \in \{1, \dots, 6\}$
- Y_{PAR} : 1 si se utilizan una cantidad par de micronutrientes en el mes 2, 0 en caso contrario.
- Y_{SAT_i} : 1 si la mezcla esta saturada de N, K, P en el mes i , 0 en caso contrario. $i \in \{1, 2, 3\}$

1.3. A3

Mes 1

Cantidad de nutrientes:

$$X_{N_1} + X_{K_1} + \dots + X_{Mo_1} \leq 150kg$$

Costo de la cantidad comprada:

$$\$NC_{N_1} + \$KC_{K_1} + \dots + \$MoC_{Mo_1} \leq \$CAPITAL$$

Exceso de nutrientes:

$$C_{N_1} - X_{N_1} = EX_{N_1}$$

$$C_{K_1} - X_{K_1} = EX_{K_1}$$

\vdots

$$C_{Mo_1} - X_{Mo_1} = EX_{Mo_1}$$

Disponibilidad de nutrientes:

$$C_{N_1} \leq LIMITE$$

$$C_{K_1} \leq LIMITE$$

\vdots

$$C_{Mo_1} \leq LIMITE$$

Concentración en biomasa:

$$0,02 \leq \frac{X_{N_1}}{150kg} \leq 0,05$$

$$0,02 \leq \frac{X_{K_1}}{150kg} \leq 0,05$$

$$0,003 \leq \frac{X_{P_1}}{150kg} \leq 0,008$$

$$Y_{S_1} 0,01 \leq \frac{X_{S_1}}{150kg} \leq Y_{S_1} 0,01$$

\vdots

$$Y_{Cu_1} 0,000002 \leq \frac{X_{Cu_1}}{150kg} \leq Y_{Cu_1} 0,00002$$

$$\frac{X_{Mo_1}}{150kg} = Y_{Mo_1} 0,000001$$

Utilización máxima de N, K, P:

$$0,05 - M(1 - Y_{N1MIN}) \leq \frac{X_{N_1}}{150kg} \leq 0,05 - m(1 - Y_{N1MAX})$$

$$0,05 - M(1 - Y_{K1_{MAX}}) \leq \frac{X_{K1}}{150kg} \leq 0,05 - m(1 - Y_{K1_{MAX}})$$

$$0,003 - M(1 - Y_{P1_{MAX}}) \leq \frac{X_{P1}}{150kg} \leq 0,008 - m(1 - Y_{P1_{MAX}})$$

$$3Y_{SAT1} \leq Y_{N1_{MAX}} + Y_{K1_{MAX}} + Y_{P1_{MAX}} \leq 2 + Y_{SAT1}$$

$$Y_{SAT1} + Y_{Mg1} \leq 1$$

Concentración mínima de N, K, P:

$$0,02 - M(1 - Y_{N1_{MIN}}) \leq \frac{X_{N1}}{150kg} \leq 0,02 - m(1 - Y_{N1_{MIN}})$$

$$0,02 - M(1 - Y_{K1_{MIN}}) \leq \frac{X_{K1}}{150kg} \leq 0,02 - m(1 - Y_{K1_{MIN}})$$

$$0,003 - M(1 - Y_{P1_{MIN}}) \leq \frac{X_{P1}}{150kg} \leq 0,003 - m(1 - Y_{P1_{MIN}})$$

$$Y_{N1_{MIN}} + Y_{K1_{MIN}} + Y_{P1_{MIN}} \leq 2$$

Mes 2

Cantidad de nutrientes:

$$X_{N2} + 0,7M2_{EX_{N1}} + X_{K2} + 0,7M2_{EX_{K1}} + \dots + X_{Mo2} + 0,7M2_{EX_{Mo1}} \leq 150kg$$

Costo de la cantidad comprada:

$$1,2\$NC_{N2} + 1,2\$KC_{K2} + \dots + 1,2\$MoC_{Mo2} \leq \$CAPITAL$$

Exceso de nutrientes:

$$C_{N2} - X_{N2} + EX_{N1} - M2_{EX_{N1}} = EX_{N2}$$

$$C_{K2} - X_{K2} + EX_{K1} - M2_{EX_{K1}} = EX_{K2}$$

\vdots

$$C_{Mo2} - X_{Mo2} + EX_{Mo1} - M2_{EX_{Mo1}} = EX_{Mo2}$$

Disponibilidad de nutrientes:

$$C_{N2} \leq LIMITE$$

$$C_{K2} \leq LIMITE$$

\vdots

$$C_{Mo2} \leq LIMITE$$

Concentración en biomasa:

$$0,02 \leq \frac{X_{N2} + 0,7M2_{EX_{N1}}}{150kg} \leq 0,05$$

$$0,02 \leq \frac{X_{K2} + 0,7M2_{EX_{K1}}}{150kg} \leq 0,05$$

$$0,003 \leq \frac{X_{P2} + 0,7M2_{EX_{P1}}}{150kg} \leq 0,008$$

$$Y_{S2} 0,01 \leq \frac{X_{S2} + 0,7M2_{EX_{S1}}}{150kg} \leq Y_{S2} 0,01$$

$$\vdots$$

$$Y_{Cu_2} 0,000002 \leq \frac{X_{Cu_2} + 0,7M2_{EX_{Cu_1}}}{150kg} \leq Y_{Cu_2} 0,00002$$

$$\frac{X_{Mo_2} + 0,7M2_{EX_{Mo_1}}}{150kg} = Y_{Mo_2} 0,000001$$

Utilización máxima de N, K, P:

$$0,05 - M(1 - Y_{N2_{MIN}}) \leq \frac{X_{N_2} + 0,7M2_{EX_{N_1}}}{150kg} \leq 0,05 - m(1 - Y_{N2_{MAX}})$$

$$0,05 - M(1 - Y_{K2_{MAX}}) \leq \frac{X_{K_2} + 0,7M2_{EX_{K_1}}}{150kg} \leq 0,05 - m(1 - Y_{K2_{MAX}})$$

$$0,003 - M(1 - Y_{P2_{MAX}}) \leq \frac{X_{P_2} + 0,7M2_{EX_{P_1}}}{150kg} \leq 0,008 - m(1 - Y_{P2_{MAX}})$$

$$3Y_{SAT_2} \leq Y_{N2_{MAX}} + Y_{K2_{MAX}} + Y_{P2_{MAX}} \leq 2 + Y_{SAT_2}$$

$$Y_{SAT_2} + Y_{Mg_2} \leq 1$$

Cantidad par de micronutrientes

$$Y_{Fe_2} + Y_{Mn_2} + Y_{B_2} + Y_{Zn_2} + Y_{Cu_2} + Y_{Mo_2} = Y_1 + 2Y_2 + 3Y_3 + 4Y_4 + 5Y_5 + 6Y_6$$

$$Y_1 + Y_2 + \dots + Y_6 \leq 1$$

$$Y_{PAR} \leq Y_2 + Y_4 + Y_6 \leq 3Y_{PAR}$$

$$Y_{PAR} \leq Y_{S_2}$$

Mes 3

Cantidad de nutrientes:

$$X_{N_3} + 0,7M3_{EX_{N_2}} + X_{K_3} + 0,7M3_{EX_{K_2}} + \dots + X_{Mo_3} + 0,7M3_{EX_{Mo_2}} \leq 150kg$$

Costo de la cantidad comprada:

$$1,2^2\$NC_{N_3} + 1,2^2\$KC_{K_3} + \dots + 1,2^2\$MoC_{Mo_3} \leq \$CAPITAL$$

Exceso de nutrientes:

$$C_{N_3} - X_{N_3} + EX_{N_2} - M3_{EX_{N_2}} = EX_{N_2}$$

$$C_{K_3} - X_{K_3} + EX_{K_2} - M3_{EX_{K_2}} = EX_{K_2}$$

$$\vdots$$

$$C_{Mo_3} - X_{Mo_3} + EX_{Mo_2} - M3_{EX_{Mo_2}} = EX_{Mo_3}$$

Disponibilidad de nutrientes:

$$C_{N_3} \leq LIMITE$$

$$C_{K_3} \leq LIMITE$$

\vdots

$$C_{Mo_3} \leq LIMITE$$

Concentración en biomasa:

$$0,02 \leq \frac{X_{N_3} + 0,7M3_{EX_{N_2}}}{150kg} \leq 0,05$$

$$\begin{aligned}
0,02 &\leq \frac{X_{K_3} + 0,7M3_{EX_{K_2}}}{150kg} \leq 0,05 \\
0,003 &\leq \frac{X_{P_3} + 0,7M3_{EX_{P_2}}}{150kg} \leq 0,008 \\
Y_{S_3} 0,01 &\leq \frac{X_{S_3} + 0,7M3_{EX_{S_2}}}{150kg} \leq Y_{S_3} 0,01 \\
&\vdots \\
Y_{Cu_3} 0,000002 &\leq \frac{X_{Cu_3} + 0,7M3_{EX_{Cu_2}}}{150kg} \leq Y_{Cu_3} 0,00002 \\
\frac{X_{Mo_3} + 0,7M3_{EX_{Mo_2}}}{150kg} &= Y_{Mo_3} 0,000001
\end{aligned}$$

Utilización máxima de N, K, P:

$$\begin{aligned}
0,05 - M(1 - Y_{N3_{MIN}}) &\leq \frac{X_{N_3} + 0,7M3_{EX_{N_2}}}{150kg} \leq 0,05 - m(1 - Y_{N3_{MAX}}) \\
0,05 - M(1 - Y_{K3_{MAX}}) &\leq \frac{X_{K_3} + 0,7M3_{EX_{K_2}}}{150kg} \leq 0,05 - m(1 - Y_{K3_{MAX}}) \\
0,003 - M(1 - Y_{P3_{MAX}}) &\leq \frac{X_{P_3} + 0,7M3_{EX_{P_2}}}{150kg} \leq 0,008 - m(1 - Y_{P3_{MAX}}) \\
3Y_{SAT_3} &\leq Y_{N3_{MAX}} + Y_{K3_{MAX}} + Y_{P3_{MAX}} \leq 2 + Y_{SAT_3} \\
Y_{SAT_3} + Y_{Mg_3} &\leq 1
\end{aligned}$$

Funcional

$$Z_{MIN} = \sum_{i=1}^3 (1,2)^{i-1} \sum_{E \in \{N, K, P, \dots, Mo\}} \$EC_{E_i}$$

2. 2013-06-08

2.1. A1

La dirección nacional de migraciones necesita que el jefe de operaciones reorganice los turnos de trabajo de sus oficiales para disminuir los costos. Se debe poder atender a la cantidad de personas que se estima que lleguen a migraciones en cada turno de cada día de la semana. Los oficiales pueden trabajar uno o dos turnos por día, bajando su rendimiento si es que trabajan dos turnos. Se le dará un bono al jefe de operaciones si logra gastar menos de determinado dinero.

2.2. A2

2.2.1. Objetivo

Determinar la cantidad de oficiales que trabajar en cada turno realizando cada una de las tareas de modo maximizar el bono que obtendrá el jefe de operaciones, cumpliendo con el requisito de atender a las personas que se estima lleguen a migraciones.

2.2.2. Hipótesis

- Los costos especificados se mantienen constantes, no hay inflación
- Solo baja el rendimiento de los oficiales que trabajan atendiendo la ventanilla. Los oficiales que trabajen en orden no sufren pérdida de rendimiento con respecto a la relación PERSONAS_POR_OFICIAL.
- Los oficiales pueden, en el mismo día, atender la ventanilla en un turno y colaborar con el orden en otro.
- Los 100 oficiales disponibles son diarios, un oficial trabaja más de un día de la semana.
- Se puede hacer que un oficial trabaje los 7 días de la semana, siempre y cuando no trabaje más de dos turnos en un día.
- Los días Sabados y Domingos, el aumento en el salario es sobre el base. Si además trabajara en el turno tres, se aplicarían ambos aumentos.
- Al jefe solo le importa optimizar los puestos para obtener el bono. Si no es posible obtener el bono, no le importará si se minimizan los costos para migraciones o no.

2.2.3. Variables

- DIA_{Fi} : Cantidad de oficiales cumpliendo con la función F en el turno i [oficiales]. $F \in \{O, A\}, i \in \{1, 2, 3\}, DIA \in \{DO, LU, \dots, SA\}$
- $DIA_{Fi_{K+1}}$: Cantidad de oficiales cumpliendo con la función F en el turno i y la función K en el turno $i + 1$ [oficiales]. $F, K \in \{O, A\}, i \in \{1, 2, 3\}, DIA \in \{DO, LU, \dots, SA\}$
- $COSTO_{DIA}$: Costo asociado al día DIA $\left[\frac{\$}{día}\right]$. $DIA \in \{DO, LU, \dots, SA\}$.
- Y_{B1} : 1 si el jefe gasta menos de 1 millon de pesos, 0 en caso contrario.
- Y_{B2} : 1 si el jefe gasta entre 1 millon y 1.5 millones de pesos, 0 en caso contrario.
- Y_{B0} : 1 si el jefe gasta más de 1.5 millones, 0 en caso contrario.

2.3. A3

Domingo

Turno 1:

$$360DO_{A1} + 360DO_{A1O2} + 360DO_{A1A2} \geq DO1$$

$$DO_{O1} + DO_{O1O2} + DO_{O1A2} \geq \frac{DO1}{PPO}$$

Turno 2:

$$360(DO_{A2} + DO_{A2O3} + DO_{A2A3}) + 360 \cdot 0,9(DO_{O1A2} + DO_{A1A2}) \geq DO2$$

$$DO_{O2} + DO_{O1O2} + DO_{A1O2} + DO_{O2O3} + DO_{O2A3} \geq \frac{DO2}{PPO}$$

Turno 3:

$$360DO_{A3} + 360 \cdot 0,9(DO_{O2A3} + DO_{O2A3}) \geq DO3$$

$$DO_{O3} + DO_{O2O3} + DO_{A2O3} \geq \frac{DO3}{PPO}$$

Disponibilidad oficiales:

$$100 \geq DO_{A1} + 2DO_{A1A2} + DO_{A2} + DO_{A2A3} + DO_{A3} + DO_{O1} + DO_{O1O2}$$

$$+DO_{O2} + DO_{O2O3} + DO_{O3} + DO_{A1O2} + DO_{A2O3} + DO_{O1A2} + DO_{O2A3})$$

Costo Domingo:

$$COSTO_{DO} = 1,5\$SALARIO(DO_{A1} + 2DO_{A1A2} + DO_{A2} + 2,5DO_{A2A3} + 1,5DO_{A3} + DO_{O1} + 2DO_{O1O2} \\ + DO_{O2} + 2,5DO_{O2O3} + DO_{O3} + 2DO_{A1O2} + 2,5DO_{A2O3} + 2DO_{O1A2} + 2,5DO_{O2A3})$$

Lunes

Turno 1:

$$360LU_{A1} + 360LU_{A1O2} + 360LU_{A1A2} \geq LU1$$

$$LU_{O1} + LU_{O1O2} + LU_{O1A2} \geq \frac{LU1}{PPO}$$

Turno 2:

$$360(LU_{A2} + LU_{A2O3} + LU_{A2A3}) + 360 \cdot 0,9(LU_{O1A2} + LU_{A1A2}) \geq LU2$$

$$LU_{O2} + LU_{O1O2} + LU_{A1O2} + LU_{O2O3} + LU_{O2A3} \geq \frac{LU2}{PPO}$$

Turno 3:

$$360LU_{A3} + 360 \cdot 0,9(LU_{O2A3} + LU_{O2A3}) \geq LU3$$

$$LU_{O3} + LU_{O2O3} + LU_{A2O3} \geq \frac{LU3}{PPO}$$

Disponibilidad oficiales:

$$100 \geq LU_{A1} + 2LU_{A1A2} + LU_{A2} + LU_{A2A3} + LU_{A3} + LU_{O1} + LU_{O1O2}$$

$$+LU_{O2} + LU_{O2O3} + LU_{O3} + LU_{A1O2} + LU_{A2O3} + LU_{O1A2} + LU_{O2A3})$$

Costo Lunes:

$$COSTO_{LU} = \$SALARIO(LU_{A1} + 2LU_{A1A2} + LU_{A2} + 2,5LU_{A2A3} + 1,5LU_{A3} + LU_{O1} + 2LU_{O1O2}$$

$$+LU_{O2} + 2,5LU_{O2O3} + LU_{O3} + 2LU_{A1O2} + 2,5LU_{A2O3} + 2LU_{O1A2} + 2,5LU_{O2A3})$$

\vdots

Decisión

$$0 \leq \sum_{DIA \in \{DO, \dots, SA\}} COSTO_{DIA} \leq 1000000 + M(1 - Y_{B1})$$

$$1000001Y_{B2} \leq \sum_{DIA \in \{DO, \dots, SA\}} COSTO_{DIA} \leq 1500000 + M(1 - Y_{B2})$$

$$1500001Y_{B0} \leq \sum_{DIA \in \{DO, \dots, SA\}} COSTO_{DIA} \leq MY_{B0}$$

$$Y_{B0} + Y_{B1} + Y_{B2} = 1$$

Funcional

$$Z_{MAX} = 50000Y_{B1} + 25000Y_{B2}$$

3. 2012-12-15

3.1. A1

Le Elbor necesita planificar un viaje. Cuenta con una serie de destinos que debe visitar si o si, y unas fechas en las que tiene que estar en determinados lugares. A su vez, cada tramo entre las ciudades tiene un costo. En cada ciudad se hospeda una cantidad de días conocido, y el costo de estadía del hotel también es conocido. Cuenta con una ciudad opcional, que puede no visitar si no llega para ver a su novia. A su vez se le presentan un par de promociones, válidas en situaciones específicas. Le Elbor debe decidir como planea su viaje para minimizar sus gastos.

3.2. A2

3.2.1. Objetivo

Determinar el orden en que Le Elbor visitará cada una de las ciudades de manera de maximizar la diferencia entre el adelanto de su sueldo y lo que le costará el viaje cumpliendo con las fechas que tiene fijadas. Decidir si visitará la Quebrada de Humahuaca en una fecha que se cruce con su novia.

3.2.2. Hipótesis

- Los costos de los hoteles se mantienen constantes, no hay inflación.
- Los costos H_i son por día.
- La duración de los viajes entre las ciudades no afecta a la resolución del problema.
- Si decide tomar la promoción del tour de 3 ciudades, el día de menos que pasa en MDQ no se le cobra.
- El amigo le paga el viaje más largo, de ser este alguno relativo a la Quebrada de Humahuaca, el amigo le da el dinero vaya o no vaya a ese destino.
- La decisión de ir o no la QH con la novia será totalmente monetaria, sin ninguna ponderación subjetiva.
- El viaje se extenderá del 1 al 31 de enero, dejándole tiempo para descansar hasta el 6 de febrero.

3.2.3. Variables

- Y_{ij} : 1 si va de la ciudad i a la ciudad j , 0 si no va. $i, j \in \{MDQ, R, \dots, QH\}$
- Y_{QH} : 1 si visita la QH, 0 si no.
- U_i : Orden en el que visita la ciudad i . $i \in \{MDQ, R, \dots, QH\}$
- T_i : Tiempo acumulado al llegar a la ciudad i [dias]. $i \in \{MDQ, R, \dots, QH\}$
- W_{ij} : 1 si visita la ciudad i antes que la j , 0 si no. $i \in \{MDQ, R, \dots, QH\}$
- Y_{MICRO} : 1 si toma la promoción de las 3 ciudades, 0 si no.
- Y_{PAR} : 1 si llega a Rosario un día par, 0 si no.
- Y_{R_k} : 1 si llega a Rosario el día k , 0 sino. $k \in [1 : 31]$.
- C_{MAX} : Costo del viaje más caro [€].
- M_{ij} : 1 si C_{ij} es el máximo, 0 si no. $i, j \in \{MDQ, R, \dots, QH\}$

3.3. A3

Unicidad:

$$\sum_{i \in \{R, \dots, MDQ\} - \{QH\}} Y_{ij} = 1, \forall j \in \{R, \dots, MDQ\} - \{QH\}, i \neq j$$

$$\sum_{j \in \{R, \dots, MDQ\} - \{QH\}} Y_{ij} = 1, \forall i \in \{R, \dots, MDQ\} - \{QH\}, i \neq j$$

$$Y_{ii} = 0 \forall i$$

Camino a QH:

$$\sum_{i \in \{R, \dots, MDQ\} - \{QH\}} Y_{iQH} = 1, \forall i \neq j$$

$$\sum_{j \in \{R, \dots, MDQ\} - \{QH\}} Y_{QHj} = 1, \forall i \neq j$$

Subtours:

$$U_i - U_j + 10Y_{ij} \leq 9, \forall i, j \in \{R, \dots, MDQ\}, i \neq j$$

Orden:

$$U_j \geq U_i + MW_{ij} \forall i, j \in \{R, \dots, MDQ\}$$

$$U_i \geq U_j + M(1 - W_{ij}) \forall i, j \in \{R, \dots, MDQ\}$$

Días acumulados:

$$T_i = \sum_{i \in \{R, \dots, MDQ\}} D_i W_{ij}, \forall j \in \{R, \dots, MDQ\}, i \neq j$$

Día de llegada a CP:

$$T_{CP} \leq 8$$

Día de llegada a BC:

$$T_{BC} \leq 12$$

Día de llegada a QH:

$$T_{QH} + D_{QH} Y_{QH} \geq 21 - M(1 - Y_{QH})$$

Día de llegada a Rosario:

$$T_R = \sum_{i=1}^{31} i Y_{R_i}$$

$$Y_{PAR} \leq \sum_{i=1}^{15} Y_{R_{2i}} \leq 15 Y_{PAR}$$

Promoción de ciudades:

$$2Y_{MICRO} \leq Y_{MDQ \text{ PV}} + Y_{PV \text{ PM}} \leq 1 + Y_{MICRO}$$

Costo de viaje máximo:

$$C_{ij} \leq C_{MAX} \leq C_{ij} + M(1 - M_{ij}), \forall i, j \in \{R, \dots, MDQ\}$$

$$\sum_{i, j \in \{R, \dots, MDQ\}} M_{ij} = 1$$

Funcional

$$\begin{aligned} Z_{MAX} = & \$SUELDO - \sum_{j \in \{R, \dots, MDQ\}} \sum_{i \in \{R, \dots, MDQ\}} C_{ij} Y_{ij} - \sum_{i \in \{R, \dots, MDQ\}} H_i D_i \\ & + Y_{MICRO}(\$MICRO + H_{MDQ}) + Y_{PAR} D_R \frac{H_R}{2} + C_{MAX} \end{aligned}$$