

MODELOS Y OPTIMIZACION I

6 Hojas

Parcial 1ra. Oportunidad - TEMA 1 (15111-1)

23 de mayo de 2015

Apellido y nombre: [REDACTED] Nro. de Padrón: [REDACTED]

Turno de T.P.: (día y horario) Mañana Tarde Noche Ayudante/s: [REDACTED]

Pregunta	A1	A2	A3	B1	B2	B3	Total
Puntaje	5	10	50	10	10	15	100
Mínimos		7	25		15		60
Calificación	5	10	47	10	10	15	97
Supervisión							

Corrigió: [REDACTED]

Supervisó: [REDACTED]

A El Bebe, escritor bohemio, llegó a los 500 cuentos escritos, por eso se decidió a juntarlos por temas y editarlos en cuatro libros para presentar en la primera exposición del libro de su pueblo natal.

A los libros los piensa titular "Cuentos de mi pueblo" (LIBRO 1), "Historias de amor" (LIBRO 2), "Vivencias en bar" (LIBRO 3) y "Temas varios" (LIBRO 4).

Tiene que hacer la separación de los cuentos para ver en cuál libro los incluye teniendo en cuenta que el 55% son historias de amor vividas en el bar, el 40% son cuentos que transcurren en el bar del pueblo, el 20% son de amor y el 35% son temas varios. Cada cuento "i" tiene C_i páginas. Se requiere que los 4 libros tengan + - 10% de diferencia en cantidad de páginas entre ellos.

El Bebe tiene que enviar a la imprenta la cantidad de ejemplares de los libros a imprimir (máximo 1000 ejemplares), y quiere que los ejemplares de LIBRO 1 y LIBRO 2 sean entre el 70% y 75% del total de los ejemplares. De los otros dos libros se debe imprimir la misma cantidad de ejemplares. Si la cantidad de páginas de un libro es igual o menor a LIMITE_PAG, imprimir cada ejemplar de ese libro costará \$IMPR_EJ; de lo contrario imprimir cada ejemplar costará $1,1 \cdot \$IMPR_EJ$. El pago a la imprenta se hace el día de la exposición, al finalizar la misma.

La exposición se desarrollará un día, en tres turnos: Mañana, Tarde y Noche.

El Bebe decidió que entre los Turnos Mañana y Tarde debe vender como mínimo el 65% del total de las ventas del día.

En el Turno Noche quiere vender como mínimo 15 combos promocionales de tres LIBROS donde no puede estar en el mismo combo los dos más vendidos. El combo se vende en un paquete (3x1) a \$COMBO.

Se deben poder solventar los gastos de la exposición. Por las entradas ya vendidas tiene ENT\$. Cada ejemplar del LIBRO 1 lo va a vender a \$EJEM1, los del LIBRO 2 a \$EJEM2, los del LIBRO 3 a \$EJEM3, y los del LIBRO 4 a \$EJEM4.

Se quiere reunir \$90.000 con la exposición. Si no se llega a esa cifra habrá que entregar los ejemplares no vendidos de LIBRO 3 y LIBRO 4 a la escuela del barrio (al menos 10 ejemplares de cada uno) a un costo de \$DONACION_EJ por ejemplar.

C_i , \$COMBO, LIMITE_PAG, \$IMPR_EJ, \$EJEM1, \$EJEM2, \$EJEM3, \$EJEM4, \$DONACION_EJ son constantes conocidas.

¿Qué es lo mejor que se puede hacer con esta información?

A1 Caracterizar la situación problemática en cinco renglones o mediante un gráfico.

A2 Objetivo del problema, completo y claro. Hipótesis y supuestos.

A3 Modelo matemático de programación lineal y variables utilizadas para la resolución. Indicar claramente qué función cumple cada ecuación. Tener en cuenta que **si el modelo no es lineal, este punto se anulará**.

B1 Dado el planteo inicial $\text{MAX}(Z) \ 2X_1 + 2X_2$ con las restricciones

$A \cdot X_1 + B \cdot X_2 \geq 60$

$C \cdot X_1 + D \cdot X_2 \leq E$

(resolver cada punto en forma independiente)

$X_1 + F \cdot X_2 \leq G$.

Sin generar ninguna tabla, dar valores a A, B, C, D, E, F y G, y graficar, de modo que: a.- Haya un vértice que sea Punto Degenerado. b.- Tenga una solución alternativa óptima. c.- Sea un problema incompatible.

B2- Para la siguiente tabla óptima, graficar la curva de oferta del producto 1 (X_1).

			50	85						-M	-M
C_k	X_k	B_k	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	μ_6	μ_7
0	X6	50	0	0	1	0	0	1	0	-1	0
0	X4	700	0	0	-20	1	0	0	-10	0	10
0	X5	370	0	0	-1	0	1	0	-1	0	1
85	X2	430	0	1	1	0	0	0	1	0	-1
50	X1	570	1	0	0	0	0	0	-1	0	1
		Z=65050	0	0	85	0	0	0	35	M	M-35

B3- Obtener la tabla óptima del Dual en base a la tabla óptima del directo.

Explique los pasos y enuncie los casos particulares que encuentre en todo el ejercicio.

$$4X_1 - 2X_2 \leq 4$$

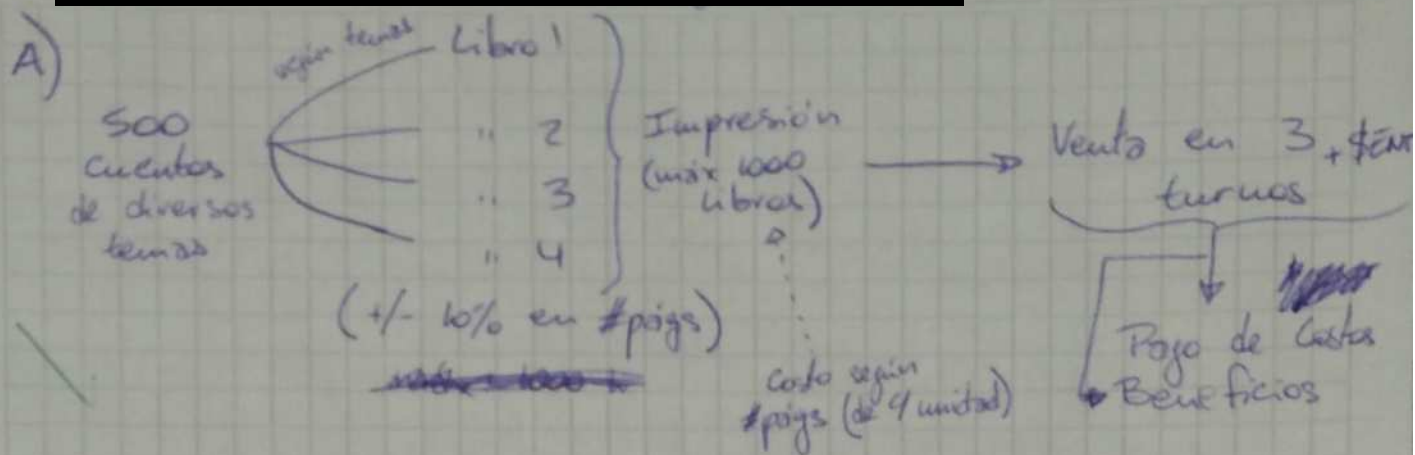
$$4X_1 + 2X_2 \leq 8$$

$$X_1 + X_2 \geq 1$$

$$Z(\text{Max}) = 8X_1 + 4X_2$$

C	X	B	A1	A2	A3	A4	A5
0	X5	3	1	0	0	0,5	1
4	X2	4	2	1	0	0,5	0
0	X3	12	8	0	1	1	0
	Z=16		0	0	0	2	0

$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$



El problema tiene una parte de mezcla (cómo combino los cuentos para hacer los libros) y una de producción (cuántos hago) atada a restricciones financieras (beneficio mínimo, dinero disponible).

Objetivo: Determinar cuántos libros de cada tipo imprimir y la composición de los mismos (qué cuentos van a cada libro) para maximizar el beneficio en el tiempo disponible (un día de expo. y un tiempo indeterminado previo para la edición/impression).

Hipótesis:

- Los costos de edición, depósito y transporte de libros son despreciables o están incluidos en?
- La ~~cantidad~~ ^{demandada} de libros sueltos de cada tipo y la ~~cantidad~~ ^{demandada} de combos vendidos son constantes (según la cantidad de gente que compró entradas). Puede no satisfacerse.
- Puede no donar ningún libro a la escuela, pero ^{si supera los \$20k} ~~ben~~ otro caso debe donar al menos 20 libros (10 del 3º y 10 del 4º).

- ✓ • Puede no imprimir libros de algún tipo.
- ✓ • Todo cuento debe estar en un y solo un tipo de libro, y éste debe ser acorde a su tema (en temas varios, puede ir cualquiera sin importar que haya un libro específico de ese tema).
- ✓ • Los combos solo se arman y venden a la noche (estilo liquidación).
- ✓ • Para definir qué libros forman el combo, se consideran los ^{totales} ventas ~~el~~ final del día que también incluyen lo vendido en el combo mismo.
- ✓ • Si no se llega a los \$90000 y no quedan ~~de~~ siquiera 10 libros de los tipos 3 y 4 para donar, no hay solución posible.

Constantes:

Las constantes que define el enunci. las escribo con minúscula

INPR: #total de libros impresos

$y_{\text{pag } i} = 1$ si el libro i supera límite-pag

$y_{\text{vendido } 1i} = 1$ si el libro i es ~~el~~ ^{el} más vendido

$y_{\text{vendido } 2i} = 1$ " " " " " " " 2º más vendido.

$y_{K_i} = 1$ si el libro i está en el combo y es de los 2 más vendidos

CIL_i : costo de impresión de ^{los} libros i (todas)

$y_{i>l} = 1$ si vendo más del libro i que del l
 $i = 1, \dots, 4; l = 1, \dots, 4$
 $i \neq l$

Funcional:

$$Z_{\max} = \text{INGRESOS} - \text{COSTOS}$$

Restricciones:

Máx 1000 libros impresos: $\sum_{i=1}^4 IL_i \leq 1000$

No dono libros 1 ni 2: $\frac{1}{\text{don } 1} = 0, \quad \frac{1}{\text{don } 2} = 0$

Vendo y dono ~~esto~~

~~esto~~ lo impreso: $IL_i \geq VL_i + DON_i$

Si dono, al menos 10 de ese tipo: $10 \frac{1}{\text{don } i} \leq DON_i \leq 11 \frac{1}{\text{don } i}$

Cont. pág. x libro: $PL_i = \sum_{j=1}^{500} c_j C_{ij}$, $\forall i$

% cuenta en 1 libro: $\sum_{i=1}^4 C_{ij} = 1$, $\forall j$

Distinción x tema:

$C_{ij} = 0$, $i = 1, 2, 3$ (el ~~caso~~ 4 es temas varios)
 $\forall j$ / el cuento ~~j~~ no trata del tema ~~c~~
 esto es constante

Demandas: $\sum_{k=\text{tem}}^{\text{tn}} VL_{ik} \leq d_{li}$, $\forall i$

$CO \leq dc$

Si dono, dono de tipo 3 y tipo 4: $\frac{1}{\text{don } 3} = \frac{1}{\text{don } 4}$

Def. INPR: \checkmark $INPR = \sum_{i=1}^4 IL_i$

Restric. impresión: \checkmark ~~$IL_1 + IL_2$~~ $0,7 INPR \leq IL_1 + IL_2 \leq 0,75 INPR$
 \checkmark $IL_3 = IL_4$

Diferencias en # págs (+10%) \checkmark $0,9 P_i \leq P_l \leq 1,1 P_i$, $i=1,2,3,4$
 $l=1,2,3,4$

c. Supera limite_pag? \checkmark $(limite_pag + 1) / pag_i \leq P_i \leq limite_pag + \eta / pag_i$

Ventas mañana y tarde $\geq 65\%$ \checkmark $\sum_{i=1}^4 \sum_{k=tm}^{tt} VL_{ik} \geq 0,65 \sum_{i=1}^4 VL_i$

Def. Ventas totales de 1 libro: $\sum_{k=tm}^{tt} VL_{ik} \leq VL_i \leq \sum_{k=tm}^{tt} VL_{ik} + \eta / combo_i$

$$\sum_{k=tm}^{tt} VL_{ik} + CO - \eta (1 - 1/combo_i) \leq VL_i \leq \sum_{k=tm}^{tt} VL_{ik} + CO$$

Min IS Combos: $CO \geq K$

~~Def. 1~~
~~¿Círculos son los dos libros vendidos?~~

~~$\sum_{i=1}^4 \text{vendido}_i = 1$~~

~~$\sum_{i=1}^4 \text{vendido}_i = 1$~~

~~$VL_i + \eta (1 - \text{vendido}_i) \geq VL_l$~~

~~$i=1,2,3,4$
 $l=1,2,3,4$~~

~~$VL_l \leq VL_i + \eta$~~

~~$VL_l - \eta \text{vendido}_l \leq$~~

Conformación del Combo : $\sum_{i=1}^4 \gamma_{\text{combo } i} = 3$

$\sum_{i=1}^4 \gamma_{vci} = 1$

Costos x tipo libro : $CIL_i = \text{impr.ej} \cdot (1 + \text{ort.} \cdot \gamma_{\text{pag } i})$

el funcional trata de que sea 0

Beneficio objetivo : $\text{INGRESOS} - \text{COSTOS} \geq 90\,000 - \text{DONACION} \cdot \sum_{i=1}^4 \gamma_{\text{don } i}$

→ DONA!

Def. ingresos : $\text{INGRESOS} = \text{ent} + \text{ejem} \cdot \sum_{k=\text{tun}}^{\text{tt}}$

NUNCA VA A TOMAR VALOR

$\text{INGRESOS} = \text{ent} + \sum_{i=1}^4 (\text{ejem}_i \cdot \sum_{k=\text{tun}}^{\text{tt}} VL_{ik}) + \text{combo} \cdot \text{CO}$

Costos de impr de 4 tipo de libro

$\text{impr.ej} \cdot IL_i \leq CIL_i \leq \text{impr.ej} \cdot IL_i + \eta / \gamma_{\text{pag } i}$

$1,1 \cdot \text{impr.ej} \cdot IL_i - \eta (1 - \gamma_{\text{pag } i}) \leq CIL_i$

el funcional se encarga de minimizar los

Def. Costos totales : $\text{COSTOS} = \sum_{i=1}^4 (CIL_i + \text{donacion.ej} \cdot \text{DON}_i)$

Def γ_{vci}

$2 \gamma_{vci} \leq \gamma_{\text{combo } i} + \gamma_{\text{vendido } 1i} \leq \gamma_{vci} + 1$

nunca son los 2 igual a 1

$2 \gamma_{vci} \leq \gamma_{\text{combo } i} + \gamma_{\text{vendido } 1i} + \gamma_{\text{vendido } 2i} \leq \gamma_{vci} + 1$

Def $y_{i>l}$:

$$VL_i - \pi y_{i>l} \leq VL_l \quad \begin{matrix} i=1 \dots 4 \\ l=1 \dots 4 \end{matrix} \quad i \neq l$$

Def: $y_{vendido1i}$

$$\sum_{i=1}^4 y_{vendido1i} = 1$$

$$3 y_{vendido1i} \leq \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^4 y_{i>l} \leq y_{vendido1i} + 2$$

Def $y_{vendido2i}$:

$$\sum_{i=1}^4 y_{vendido2i} = 1$$

$$2 y_{vendido2i} \leq \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^4 y_{i>l} \leq y_{vendido2i} + 2$$

$$y_{vendido2i} + y_{vendido1i} \leq 1$$

Impide que quede el mismo libro como 1º y 2º

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & A x_1 + B x_2 \geq 60 \\ & C x_1 + D x_2 \leq E \\ & x_1 + F x_2 \leq G \end{aligned}$$

Incisos a y b, en la pág. detrás del ej 33

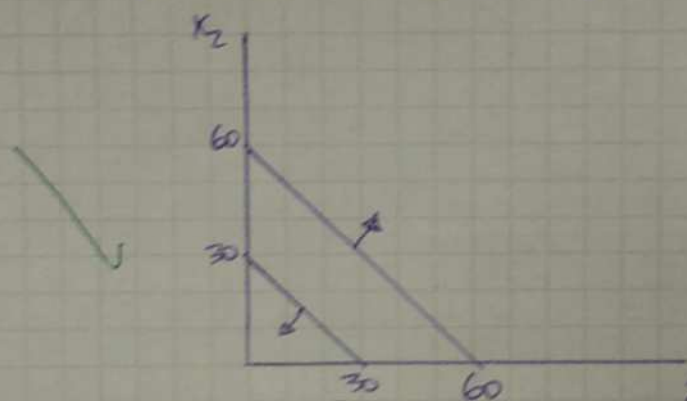
$$Z_{\text{MAX}} = Z x_1 + Z x_2$$

c) Incompatible:

~~Por ejemplo, $C=1, D=1$~~

$\left. \begin{aligned} A &= C \\ B &= D \\ E &< 60 \end{aligned} \right\}$ Da un probl. incompatible por la 1ª y la 2ª restric.

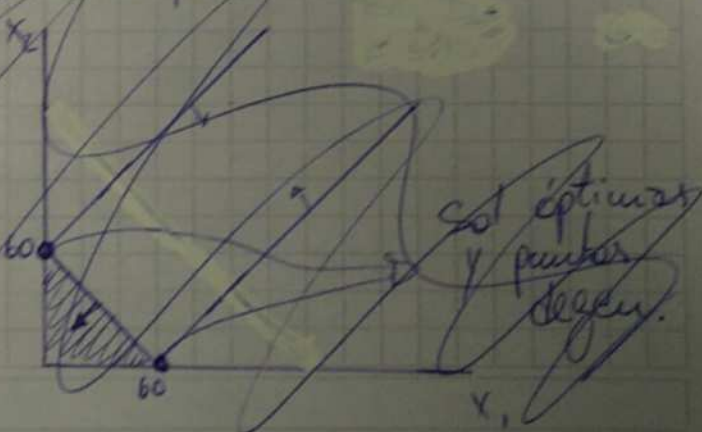
Gráfico para $A=B=C=D=1, E=30$
(sin la 3ª restric.)



~~a y b) Sol. Alt. y puntos degener.~~

~~$F=1$
 $G=60$
 $E=60$
 $C=1$
 $D=-1$~~

Gráfico para

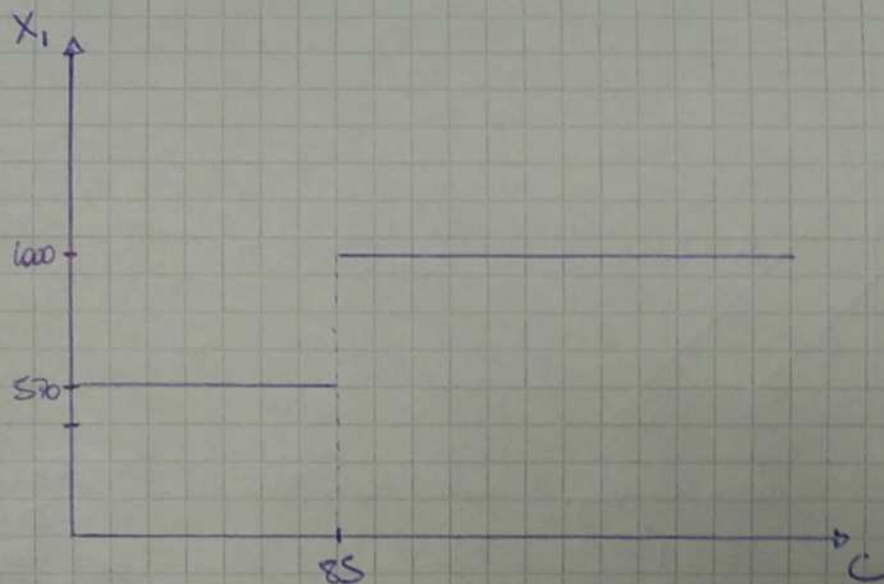


B2)

C_k	X_k	B_k	C A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7
0	X_6	50	0	0	1	0	0	1	0
0	X_4	700	0	0	-20	1	0	0	-10
0	X_5	370	0	0	-1	0	1	0	-1
85	X_2	430	0	1	1	0	0	0	1
C	X_1	570	1	0	0	0	0	0	-1

$$36550 + 570 \cdot C \quad 0 \quad 0 \quad 85 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 85 - 80C \uparrow$$

0	X_6	50	0	0	1	0	0	1	0
0	X_4	5000	0	10	-10	1	0	0	0
0	X_5	800	0	1	0	0	1	0	0
0	X_7	430	0	1	1	0	0	0	1
C	X_1	1000	1	1	1	0	0	0	0
1000 C			0	$1000C - 85$	C	0	0	0	0



INDICAR QUE PASA EN 85

- B3) • Relaciono C y X con una y (en enunciado)
 • Por cada X que no está en la base orig.,
 pongo su y corresp. en la base dual ($1/2$ e $1/4$)

C	y	B	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	
8	$1/2$	2	-1	1	$-1/2$	0	$-1/2$	Hay un PUNTO DEGEN. como consec. de la SOL. ALT. del problema orig.
0	$1/4$	0	-8	0	-1	1	-2	
		16	-12	0	-3	0	-4	

- Los coefs del nuevo funcional (de mín) son ~~los~~ los valores independ. de las restric (0 en las slack).
 - Para la restric. originalmente de \geq , la multiplico primero por -1 , quedando así de \leq y con término indep. $= -1$.
- El valor que toman las ~~las~~ y de la base es el valor marginal o costo de oport. de su X asociada. (y viceversa, para complet. los nuevos $Z_j - C_j$, pero aquí cambiados de signo por estar pasando de un func. de máx. a uno de mín).
- Los valores restantes de la tabla son opuestos a los de la tabla orig. en la pos. en que se "cruza" el par de variables X asociado a las y correspondientes. ~~La y que aquí es~~
 (según lo anotado en la tabla del enunciado).

continuación B1)

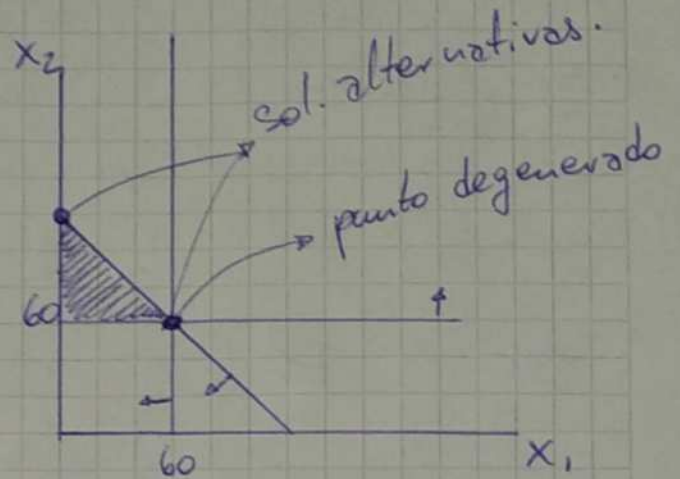
a) b) Punto degenerado y
Sol. Alternativas.

$$A = D = 0$$

$$B = C = F = 1$$

$$E = 60$$

$$G = 120$$



TE SOBRO HOJA PARA
HACERLOS SEPARADOS!!