6.1.

Partiendo del ejercicio 5.8, se pide responder las siguientes preguntas (Las cuatro son independientes entre sí):

a- ¿Qué utilidad unitaria mínima deberá tener un producto D para que sea conveniente producirlo, sabiendo que por unidad requiere 4 horas hombre de mano de obra, 3 kilos de materia prima y no está incluido dentro de la restricción de producción mínima conjunta? Detallar todos los cálculos.

b- Determinar si altera o no la estructura de la solución óptima el hecho de incorporar un nuevo proceso con coeficientes tecnológicos de 4, 2 y 3 para A, B y C respectivamente, con una disponibilidad de 11. Si la altera ¿cómo queda la solución óptima? Justificar la respuesta detallando los cálculos.

c- Determinar si altera o no la estructura de la solución óptima el hecho de incorporar un nuevo proceso con coeficientes tecnológicos de 3, 3 y 3 para A, B y C respectivamente, con una disponibilidad de 14. Si la altera ¿cómo queda la solución óptima? Justificar la respuesta detallando los cálculos.

d- ¿Qué consumo máximo de mano de obra deberá un producto E para que sea conveniente producirlo, sabiendo que por unidad requiere 2 kilos de materia prima, está incluido dentro de la restricción de producción mínima conjunta y se vende a 8 pesos por unidad? Detallar todos los cálculos realizados.

Tabla Inicial

			2	8	6				-M
C_K	X_K	B_K	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	μ
-M	μ	4	1	1	1	-1	0	0	1
	X_5	24	1	4	2	0	1	0	0
	X_6	10	1	2	4	0	0	1	0
Z = -4M			-M-2	-M-8	-M-6	M	0	0	0

Tabla Óptima

			2	8	6			
C_K	X_K	B_K	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
8	X_2	5	1/2	1	2	0	0	1/2
	X_4	1	-1/2	0	1	1	0	1/2
	X_5	4	-1	0	-6	0	1	-2
Z = 40			2	0	10	0	0	4

DUAL:

			-4	24	10			
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	A6
10	Y3	4	-1/2	2	1	0	-1/2	0
	Y4	2	1/2	1	0	1	-1/2	0
	Y6	10	-1	6	0	0	-2	1
Z =40			-1	-4	0	0	-5	0

a) Con el nuevo producto, las ecuaciones del problema quedarían así:

A + B + C >= 4

A + 4*B + 2*C + 4*D <= 24

A + 2*B + 4*C + 3*D <= 10

Producto D:

- 4 horas hombre x unidad
- 3 Kg de materia prima x unidad

Horas hombre = X5, Kg de materia prima = X6.

Calculo el Lucro cesante:

Recurso_i * VM_i

- 4 hh/un * 0 $/hh + 3 kg/un * 4 $/kg = 12 $/un

Busco la matriz de cambio de base. Esta matriz estará integrada por los vectores u, X5, X6 en la tabla optima, ya que estos son los canónicos en la tabla inicial. Luego a esta matriz la multiplico por el vector del producto a agregar.

0	0	1/2		0		3/2
-1	0	1/2	X	4	=	3/2
0	1	-2		3		-2

Agrego este vector que obtuve en la tabla del óptimo.

			2	8	6				$D
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7
8	X2	5	½	1	2	0	0	½	3/2
	X4	1	-1/2	0	1	1	0	½	3/2
	X5	4	-1	0	-6	0	1	-2	-2
	Z = 40		2	0	10	0	0	4	12 - $D

Se debe cumplir que: 12-$D >= 0 para que la tabla siga siendo optima.

12 >= $D

Reemplazo $D = 12 y tengo una solución alternativa, hago entrar a A7.

			2	8	6				12
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7
8	X2	5	½	1	2	0	0	½	3/2
	X4	1	-1/2	0	1	1	0	½	3/2
	X5	4	-1	0	-6	0	1	-2	-2
	Z = 40		2	0	10	0	0	4	0

Entra A7 y sale X4.

			2	8	6				12
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7

8	X2	4	1	1	1	-1	0	0	0
12	X7	2/3	-1/3	0	2/3	2/3	0	1/3	1
	X5	16/3	-5/3	0	-14/3	4/3	1	-4/3	0
Z = 40			2	0	10	0	0	4	0

Si la utilidad del producto D es 12 no se pierde nada en producirlo, por lo tanto, su utilidad mínima para que rinda fabricarlo es 12.

b) Las restricciones quedan:

A + B + C >= 4

A + 4*B + 2*C + 4*D <= 24

A + 2*B + 4*C + 3*D <= 10

4*A + 2*B + 3*C <= 11

¿Esta restricción nueva se cumple con la cantidad que estamos fabricando?

¿ 4 * 0 + 2 * 5 + 0*C <= 11 ?

SE CUMPLE.

Se puede agregar esta restricción y NO va a alterar la solución óptima que teníamos.

c) Las restricciones quedan:

A + B + C >= 4

A + 4*B + 2*C + 4*D <= 24

A + 2*B + 4*C + 3*D <= 10

3*A + 3*B + 3*C <= 14

¿Esta restricción nueva se cumple con la cantidad que estamos fabricando?

¿ 3 * 0 + 3 * 5 + 0*C <= 14 ?

NO SE CUMPLE.

Entonces, con esta restricción nueva NO podemos seguir fabricando lo mismo, nuestra solución va a cambiar. Debo agregar esta inecuación al dual, para eso busco la matriz de cambio de base y la multiplico por el vector nuevo.

En el dual inicial los canónicos son las 3 variables artificiales. Como los vectores artificiales y los de las variables slacks son linealmente independientes, la matriz de cambio de base está integrada por los vectores -Y4, -Y5 y -Y6 en la tabla optima.

0	1/2	0		3		3/2
-1	1/2	0	X	3	=	-3/2
0	2	-1		3		3

Agrego este nuevo vector al dual.

			-4	24	10				14
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7
10	Y3	4	-1/2	2	1	0	-1/2	0	3/2
	Y4	2	1/2	1	0	1	-1/2	0	-3/2
	Y6	10	-1	6	0	0	-2	1	3
Z =40			-1	-4	0	0	-5	0	1

Como sabíamos, esta tabla no es óptima. Entra Y7 y sale Y3

			-4	24	10				14
Ck	Xk	Bk	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7
14	Y7	8/3	-1/3	4/3	2/3	0	-1/3	0	1
	Y4	6	0	3	1	1	0	0	0
	Y6	2	0	2	-2	0	-1	1	0
Z = 112/3			-14/3	-16/3	-2/3	0	-14/3	0	0

Con la nueva restricción el funcional disminuyo.

d) Con el nuevo producto, las ecuaciones del problema quedarían así:

$$A + B + C + E >= 4$$

$$A + 4*B + 2*C + X*E <= 24$$

$$A + 2*B + 4*C + 2*E <= 10$$

El producto B consume la misma cantidad de materia prima que E y las unidades se venden al mismo precio también. Entonces, puedo decir que el máximo consumo permitido de horas para E es 4 (igual que B).

Si es mayor a 4, no conviene ya que pondríamos todos nuestros recursos en fabricar B.

Si es igual a 4, tenemos solución alternativa.

Si es menor a 4, no fabricamos B y fabricamos E.

(Todo esto teniendo en cuenta que el único producto que estamos fabricando es el B)

Quiero agregar Producto E:

- 1 de demanda mínima conjunta x unidad
- C horas hombre x unidad
- 2 Kg de materia prima x unidad

Demanda mínima conjunta = X4, Horas hombre = X5, Kg de materia prima = X6.

Ya había calculado la matriz de cambio de base previamente, el vector de E es: (1 C 2)

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ -1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ C \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ C-4 \end{pmatrix}$$

Introduzco el producto en la tabla óptima:

			2	8	6				**8**
Ck	**Xk**	**Bk**	**A1**	**A2**	**A3**	**A4**	**A5**	**A6**	**A7(E)**
8	X2	5	1/2	1	2	0	0	1/2	**1**
-	X4	1	-1/2	0	1	1	0	1/2	**0**
-	X5	4	-1	0	-6	0	1	-2	**C-4**
Z = 40			**2**	**0**	**10**	**0**	**0**	**4**	**0**

Acá tengo una solución óptima alternativa, independientemente de la cantidad de mano de obra que consuma, así que sin importar el valor de C, una solución alternativa al programa de producción actual, sería producir el producto E.

Lo que sí cambiaría dependiendo del valor C, es el plan de producción, ya que dependiendo de C, se pueden dar estas situaciones

- **C-4 <= 0** → tita invalido, entra X7y sale X2.
- 4/(C-4) > 5 → entra X7 y sale X2 ---> **C < 4.8**
- 4/(C-4) < 5 → entra X7 y sale X5 ---> C > 4.8

si C <= 4 o C < 4.8, sale X2 de la base, entonces:

si C < 4.8, entonces en el otro plan de producción ya no produzco B, solo E.(porque X2 sale de la base)

si C > 4.8, entonces en el nuevo plan de producción se produce cierta cantidad de B y de E, y se agota el recurso X5 (mano de obra).