

# Modelos y Optimización I

Resolución de un ejercicio en LINDO

Interpretación del resultado

# Ejercicio 2.2

- “Copani”, una compañía dedicada a la minería, explota tres yacimientos (Sierra Alta, Sierra Chica y El Abra), de cada uno de los cuales obtiene un mineral que contiene cuatro metales: Cobre, Estaño, Manganeso y Zinc. Con estos cuatro metales, y siguiendo las especificaciones que pueden verse en el cuadro que figura a continuación, Copani elabora dos aleaciones: A y B.

| Aleación | Especificaciones             |
|----------|------------------------------|
| A        | Como máximo 80% de Cobre     |
|          | Como máximo 30% de Estaño    |
|          | Como mínimo 50% de Zinc      |
| B        | Entre 40% y 60% de Estaño    |
|          | Como mínimo 30% de Manganeso |
|          | Como máximo 70% de Zinc      |

- La proporción de cada metal que está en el mineral depende del yacimiento del cual proviene ese mineral. La siguiente tabla indica esos datos, así como los costos de extracción de mineral:

| Mineral      | Máximo Disponible (toneladas) | Porcentaje de Metal |        |           |      |       | Costo \$/Tonelada |
|--------------|-------------------------------|---------------------|--------|-----------|------|-------|-------------------|
|              |                               | Cobre               | Estaño | Manganeso | Zinc | Otros |                   |
| Sierra Alta  | 1000                          | 20                  | 10     | 30        | 30   | 10    | 10                |
| Sierra Chica | 2000                          | 10                  | 20     | 30        | 30   | 10    | 40                |
| El Abra      | 3000                          | 5                   | 5      | 70        | 20   | 0     | 50                |

- La aleación A se vende a \$A por tonelada y la aleación B a \$B por tonelada. Con la información indicada, ¿Qué es lo mejor que puede hacer “Copani”?

# Planteo analítico

- Objetivo: Determinar la cantidad de minerales a extraer de cada mina y la cantidad de aleación a vender para maximizar la ganancia.
- Hipótesis:
  - No hay costos de procesamiento.
  - El mineral no utilizado para las aleaciones es desperdicio.
  - Las aleaciones están formadas sólo por los metales especificados.

# Planteo Analítico

- Variables utilizadas:
  - A, B: Cantidad de cada aleación a producir [ton]
  - Msa, Msc, Mab: Cantidad de mineral a extraer de cada mina [ton]
  - Cu, Zn, Sn, Mn: Cantidad total de cada metal utilizada [ton]
  - SnA: Cantidad de estaño utilizada en la aleación A [ton] (Idem SnB, ZnA, ZnB)

# Planteo analítico - Modelo

- Objetivo:

$$Z(\max) = \$A \cdot A + \$B \cdot B - 10 M_{sa} - 40 M_{sc} - 50 M_{ab}$$

- Minerales:

$$Cu \leq 0.2 M_{sa} + 0.1 M_{sc} + 0.05 M_{ab}$$

$$Sn \leq 0.1 M_{sa} + 0.2 M_{sc} + 0.05 M_{ab}$$

$$Mn \leq 0.3 M_{sa} + 0.3 M_{sc} + 0.7 M_{ab}$$

$$Zn \leq 0.3 M_{sa} + 0.3 M_{sc} + 0.2 M_{ab}$$

$$Zn = Z_{na} + Z_{nb}$$

$$Sn = S_{na} + S_{nb}$$

# Planteo analítico - Modelo

## ■ Proporciones:

$$\text{Cu} \leq 0.8 A$$

$$\text{Sna} \leq 0.3 A$$

$$\text{ZnA} \geq 0.5 A$$

$$0.4 B \leq \text{Snb} \leq 0.6 B$$

$$\text{Mn} \geq 0.3 B$$

$$\text{ZnB} \leq 0.7 B$$

$$A = \text{Cu} + \text{Sna} + \text{Zna}$$

$$B = \text{Snb} + \text{Mn} + \text{Znb}$$

## ■ Disponibilidades:

$$\text{Msa} \leq 1000$$

$$\text{Msc} \leq 2000$$

$$\text{Mab} \leq 3000$$

# Pasaje a LINDO

- Se deben reescribir las ecuaciones en formato estándar:
  - Todas las variables con sus coeficientes a la izquierda y una constante a la derecha.
  - Calcular todos los coeficientes. El LINDO no acepta \*, / ó ( )
  - Reemplazar las constantes por sus valores.
  - Los nombres de variables deben comenzar con una letra y no tener más de 8 caracteres.

# Pasaje a LINDO

## ■ Ejemplos:

$$Cu \leq 0.2 Msa + 0.1 Msc + 0.05 Mab$$

$$\rightarrow Cu - 0.2 Msa - 0.1 Msc - 0.05 Mab \leq 0$$

$$A = Cu + Sna + Zna$$

$$\rightarrow A - Cu - Sna - Zna = 0$$

$$0.4 B \leq Snb \leq 0.6 B$$

$$\rightarrow Snb - 0.4 B \geq 0$$

$$Snb - 0.6 B \leq 0$$

$$Msa \leq 1000$$

$$\rightarrow Msa \leq 1000$$



# Pasaje a LINDO

- El objetivo:
  - No puede incluir constantes.
  - No incluir  $Z = \dots$
  - Debe ser la primera línea del modelo
  - Colocar MAX (o min), las variables con sus coeficientes y ST (subject to = sujeto a)
  - A continuación, las restricciones.
  - El modelo finaliza con END (No es imprescindible)

# El modelo en LINDO

C:\AMISDOC~1\FACULTAD\7114\100-2.LTX

! HIPOTESIS  
!  
! NO HAY COSTOS DE PROCESAMIENTO.  
! EL MINERAL SOBRANTE ES DESPERDICIO.  
! LAS ALEACIONES ESTAN FORMADAS SOLO POR LOS METALES ESPECIFICADOS.

MAX 200 A + 300 B - 10 MSA - 40 MSC - 50 MAB

SUBJECT TO

! SOSTENER METALES

COBRE) 0.2 MSA + 0.1 MSC + 0.05 MAB - CU >= 0  
ESTAÑO) 0.1 MSA + 0.2 MSC + 0.05 MAB - SN >= 0  
MANGAN) 0.3 MSA + 0.3 MSC + 0.7 MAB - MN >= 0  
ZINC) 0.3 MSA + 0.3 MSC + 0.2 MAB - ZN >= 0  
SN - SNA - SNB = 0  
ZN - ZNA - ZNB = 0

! PROPORCIONES

CU - 0.8 A <= 0  
SNA - 0.3 A <= 0  
ZNA - 0.5 A >= 0  
MN - 0.3 B >= 0  
SNB - 0.4 B >= 0  
SNA - 0.6 B <= 0  
ZNB - 0.7 B <= 0

! ALEACIONES

A - CU - SNA - ZNA = 0  
B - MN - SNB - ZNB = 0

! DISPONIBILIDADES

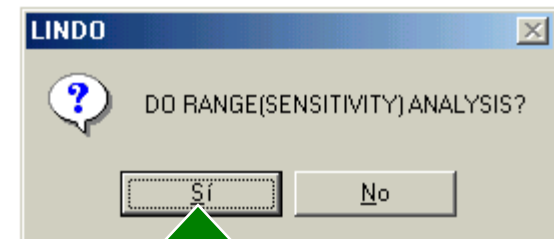
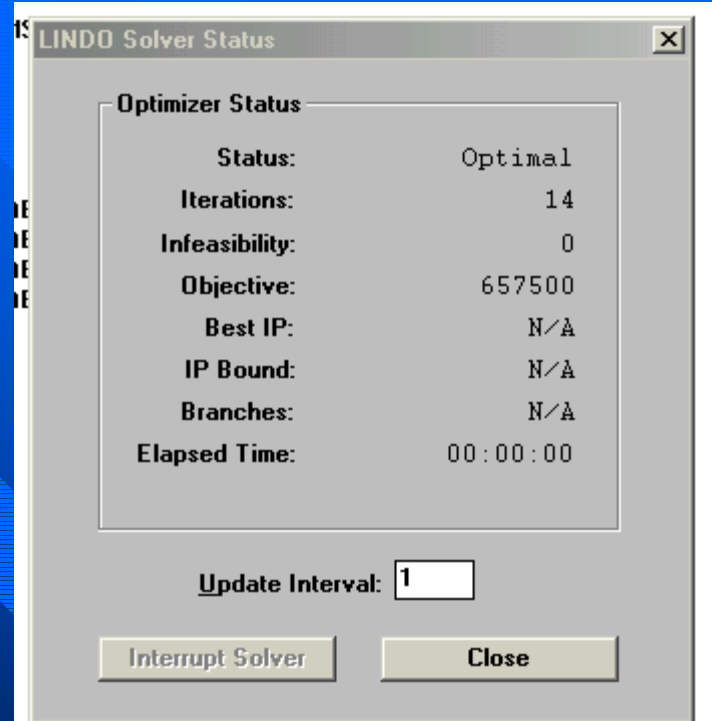
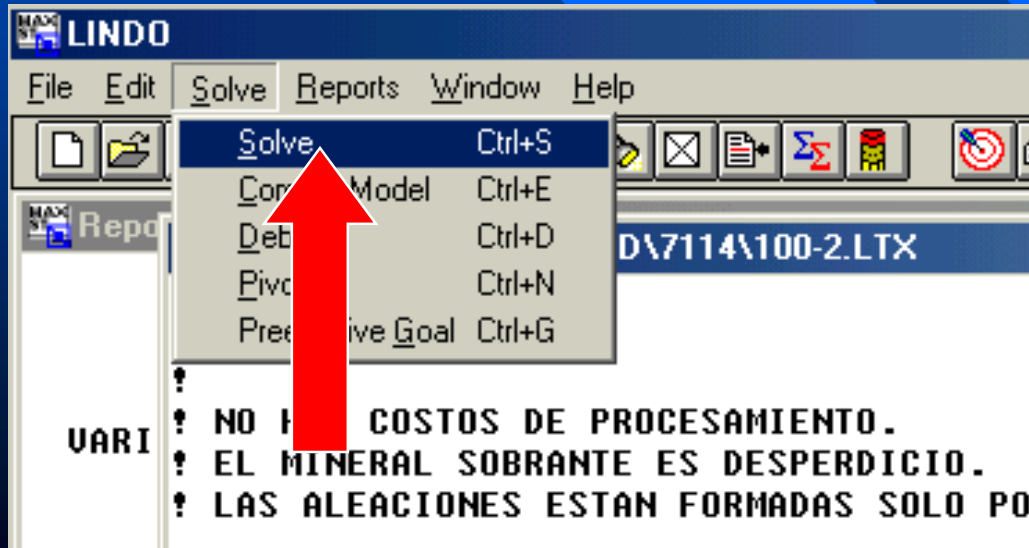
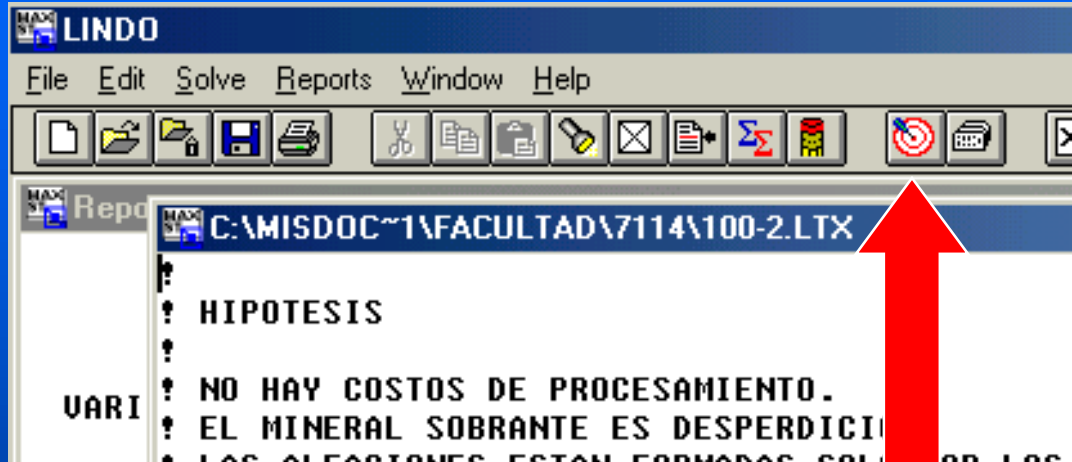
MSA <= 1000  
MSC <= 2000  
MAB <= 3000

Cualquier línea que comience con ! es un comentario

Constantes. Aquí supuse \$A=200 y \$B=300

Encabezado de filas

# Correr el modelo



# Resultado

Reports Window

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 14

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 657500.0

| VARIABLE | VALUE       | REDUCED COST |
|----------|-------------|--------------|
| A        | 2050.000000 | 0.000000     |
| B        | 1625.000000 | 0.000000     |
| MSA      | 1000.000000 | 0.000000     |
| MSC      | 2000.000000 | 0.000000     |
| MAB      | 3000.000000 | 0.000000     |
| CU       | 550.000000  | 0.000000     |
| SN       | 650.000000  | 0.000000     |
| MN       | 975.000000  | 0.000000     |
| ZN       | 1500.000000 | 0.000000     |
| SNA      | 0.000000    | 550.000000   |
| SNB      | 650.000000  | 0.000000     |
| ZNA      | 1500.000000 | 0.000000     |
| ZNB      | 0.000000    | 200.000000   |

| ROW     | SLACK OR SURPLUS | DUAL PRICES |
|---------|------------------|-------------|
| COBRE)  | 0.000000         | -200.000000 |
| ESTAÑO) | 0.000000         | -750.000000 |
| MANGAN) | 2025.000000      | 0.000000    |
| ZINC)   | 0.000000         | -200.000000 |
| 6)      | 0.000000         | -750.000000 |
| 7)      | 0.000000         | -200.000000 |
| 8)      | 1090.000000      | 0.000000    |
| 9)      | 615.000000       | 0.000000    |
| 10)     | 475.000000       | 0.000000    |
| 11)     | 487.500000       | 0.000000    |
| 12)     | 0.000000         | -750.000000 |
| 13)     | 975.000000       | 0.000000    |
| 14)     | 1137.500000      | 0.000000    |
| 15)     | 0.000000         | 200.000000  |
| 16)     | 0.000000         | 0.000000    |
| 17)     | 0.000000         | 165.000000  |
| 18)     | 0.000000         | 190.000000  |
| 19)     | 0.000000         | 37.500000   |

Vértices analizados hasta  
llegar al óptimo

Valor del Z en el vértice  
óptimo

Valor de cada variable en el  
óptimo

Encabezados de las filas. Si  
no hay, las numera a partir  
de 2 (La fila 1 es el objetivo)

Valor de la slack asociada a  
cada restricción