**Método Simplex**

Para poder resolver con el método simplex un problema de PL tiene que cumplirse que:

* Todas las variables estén en el primer miembro.
* Todas las restricciones sean igualdades (usar slacks).

1. **¿Cómo encontramos un vértice?**

Se elige comenzar por el vértice en el cual las variables reales son cero. Esto tiene la ventaja de que las variables distintas de cero son canónicos distintos y son l.i.

El método simplex plantea un esquema de tabla para cada vértice:

Diagrama

Descripción generada automáticamente

1. **¿Cómo nos damos cuenta de que el vértice hallado es el óptimo?**

Tenemos que calcular para cada columna el valor de Zj-Cj para saber si llegamos al optimo o no.

* Cj es el coeficiente en el funcional de la variable de la columna
* Zj = a1j \* C1 + a2j \* C2 + .. + amj\*Cm (donde los Ck son los coeficientes de costo de las variables que están en la base).

1. **Una vez hallado un vértice. ¿Cómo encontramos otro?** El procedimiento debe ser coherente para no saltearnos ninguno.

Para hallar un nuevo vértice, un vector debe salir de la base y otro debe entrar.

Para determinar el que ingresa a la base elegimos uno de los que tiene un Zj-Cj que denota que no llegamos al óptimo (negativo si es para máx., positivo si es para min).

1. **¿Cómo determinamos quien sale de la base?**

Para eso se calcula, para cada fila, un coeficiente llamado tita. El tita se calcula como el cociente entre el elemento del vector que entra y el elemento del vector B en esa fila (B/Aj). Tita >= 0, sale el tita de menor valor (el primer recurso que se acaba).

Tita es el valor que va a tomar la variable que entra a la base en el nuevo vértice, o dicho de otro modo, a que distancia está el nuevo vértice del actual.

1. **¿Cómo cambio la base?**
   1. Elegir el elemento pivote, que está en la intersección de la fila de la variable que sale con la columna de la variable que entra.
   2. Dividir la fila del pivote por el valor del pivote.
   3. Completar la columna del pivote con ceros.
   4. Aplicar la regla del pivote:

Gráfico, Diagrama, Gráfico de cajas y bigotes

Descripción generada automáticamente

**Teoremas fundamentales para el método simplex:**

* Dado un Z sujeto a AX=B y X>=0, si existe alguna columna j de la matriz A para la cual Zj-Cj < 0 (para un máx.) entonces puede construirse un conjunto de soluciones posibles tal que su Z es mejor que el actual, donde el límite superior de Z puede ser finito o infinito.
* Dado un Z de máximo sujeto a AX=B y X>=0, si para la solución básica factible X = (x1, x2, …, xn) las condiciones Zj-Cj >=0 se cumplen para todas las j=1, .., n, entonces:
  + X1 \* A1 + … + Xn \* An = B
  + X1 \* C1 + … + Xn \* Cn = Z
  + Constituyen una solución factible máxima.

En un problema de máximo:

* Si todos los zj - cj son > 0, estamos en el óptimo
* Las candidatas para entrar a la base son las variables con zj - cj < 0

En un problema de mínimo será lo contrario.

**Problemas de PL con restricciones de >:**

Lo que tenemos que hacer es fingir que el (0, 0) es solución. Para fingir que el (0, 0) es solución agregamos una variable sumando en la primera fila de tal manera que cuando estamos en el (0, 0) tenga dos variables mayores que cero. Pero esas variables son artificios, así que se llaman variables artificiales y se denominan con la letra griega m con un subíndice distinto para cada una (como tenemos una sola, la llamaremos μ).

**Texto

Descripción generada automáticamenteTexto

Descripción generada automáticamente**

Como vemos, en el Z la variable artificial tiene un coeficiente “-M” ¿por qué? Porque necesitamos que, en el óptimo, esa variable valga cero. Entonces se le pone un coeficiente con valor muy grande (M) y signo contrario a lo que busca el Z.

**Problemas de PL con restricciones de IGUALDAD:**

También hay que agregar una variable artificial en la restricción de igual para obtener el canónico que falta:

Texto

Descripción generada automáticamenteTexto

Descripción generada automáticamente con confianza media

**Casos particulares del método simplex:**

* **Soluciones alternativas óptimas:**

Cuando hay un Zj-Cj = 0 en una variable que NO está en la base y es el óptimo 🡪 HAY SOLUCIONES ALTERNATIVAS OPTIMAS.

Se hace entrar esa variable a la base para encontrar otro vértice óptimo.

Hay 2 puntos distintos en el poliedro en los cuales el funcional es igual.

* **Punto de degeneración o punto degenerado (sobre definido):**

Lo que define que una tabla tiene el caso particular de punto degenerado es que hay una variable en la base que vale cero.

Es un punto formado por tres vértices diferentes. Se puede elegir entrar cualquier vértice a la base, ya que ambos nos llevaran al mismo óptimo.

Texto, Carta

Descripción generada automáticamente

* **Poliedro abierto:**

Cuando una variable quiere entrar a la base, pero no puede salir ninguna porque en la columna no hay ningún número mayor que cero 🡪 es POLIEDRO ABIERTO (no hay próximo vértice).

Esto no quiere decir que el problema no tenga solución, el vértice en el que estamos ES una solución. Lo que no existe es una solución ÓPTIMA, ya que, para cualquier punto del poliedro, basta desplazarse hacia la derecha (depende el caso) para mejorar el funcional.

* **Problema incompatible:**

Cuando se llega al óptimo (no hay ningún Zj-Cj negativo, en un problema de máximo) pero en la base hay una variable artificial 🡪 EL PROBLEMA ES INCOMPATIBLE.

Si en el óptimo se encuentra una artificial significa que el punto hallado no cumple con la restricción donde estaba incluida esta. El punto hallado no pertenece al poliedro de soluciones del problema, esto significa que no hay ninguna solución real para el problema planteado.

Diagrama

Descripción generada automáticamente

**Recursos saturados y Recursos con sobrante.**

Cuando un recurso tiene sobrante cero (la variable que indica su sobrante no está en la base o está en la base valiendo cero) se dice que el recurso está saturado.

Pareciera que si consigo uno solo de los recursos saturados no me sirve para nada, pero hay una redistribución de recursos (deshace de un producto para prestarle a otro el recurso que NO conseguimos y que está saturado)

**Valor marginal y costo de oportunidad.**

Los zj - cj tienen significado:

* Si el zj - cj corresponde a una variable real del problema (por lo general son productos) se llama costo de oportunidad de ese producto (CO).
* Si el zj - cj corresponde a una variable slack del problema (por lo general son sobrantes de recursos) se llama valor marginal de ese recurso o restricción (VM).

**Costo de oportunidad**

* El costo de oportunidad es distinto de cero cuando la variable correspondiente al producto no está en la base (porque vale cero).
* El costo de oportunidad de un producto indica en cuánto va a desmejorar el funcional si tenemos la obligación de fabricar una unidad de ese producto.
* Si es un numero negativo (en un problema de máximo) es cuanto mejorará el funcional al fabricar una unidad (variable candidata a entrar en la base).

**Valor marginal**

* El valor marginal es distinto de cero cuando la variable correspondiente al sobrante de recurso o slack de la restricción no está en la base (porque vale cero).
* El valor marginal indica en cuánto va a mejorar el funcional si esa restricción se afloja en una unidad.
  + Si la restricción es de menor o igual, aflojar la restricción implica aumentar el término independiente (por ejemplo: conseguir una unidad más de recurso)
  + Si la restricción es de mayor o igual, aflojar la restricción implica disminuir el término independiente (por ejemplo: disminuir la demanda mínima de un producto en una unidad).

**Rango de variación de los Cj:**

Imagen que contiene Diagrama

Descripción generada automáticamente

**IMPORTANTE**: El rango de un coeficiente Cj me dice cuánto puede variar ese coeficiente sin que la solución deje de ser óptima mientras todos los demás coeficientes y constantes del problema permanezcan sin cambios.

Que la solución siga siendo óptima implica que no cambie el valor de las variables reales y de las slacks. El valor del funcional, por supuesto no es el mismo si cambia algún Cj, los zj-cj (que dependen de los cj) tampoco serán los mismos

**Curva de oferta del producto.**

La curva de oferta representa, a los distintos valores que puede tomar el coeficiente Cj de ese producto en el Z, qué cantidad de producto Xj es conveniente fabricar.

Nos muestra cuánto estamos dispuestos a fabricar de un producto si su coeficiente en Z varía entre 0 e infinito.

Simplex funciona porque el recinto convexo y conexo, y el funcional es lineal.

**Problema dual.**

Diagrama

Descripción generada automáticamente con confianza baja

Captura de pantalla de un celular

Descripción generada automáticamente

Gráfico, Diagrama, Gráfico de cajas y bigotes

Descripción generada automáticamente

Tabla

Descripción generada automáticamente con confianza baja

Texto, Carta

Descripción generada automáticamente

**Relación entre Primal y Dual:**

* El dual tiene una variable real por c/restricción del problema primal.
* El dual tiene tantas restricciones como variables reales tiene el primal.
* El dual de un problema de maximización es un problema de minimización y viceversa.
* Los coeficientes del funcional (costo o beneficio) del primal son los términos independientes de las restricciones del dual.
* Los términos independientes de las restricciones del primal son los coeficientes del funcional del dual.
* Toda columna de coeficientes en el primal se transforma en una fila de coeficientes del dual.
* El sentido de las desigualdades del primal es el inverso del dual.
* Se mantiene la condición de que las variables sean mayores o iguales que cero.
* Observemos que las slack del directo se relacionan con las reales del dual y las reales del directo se relacionan con las slack del dual

**Teorema fundamental de la dualidad:**

Si el problema primal (o el dual) tiene una solución óptima finita, entonces el otro problema tiene una solución óptima finita y los valores de los dos funcionales son iguales.

Si cualquiera de los dos problemas tiene una solución óptima no acotada (ilimitada), entonces el otro problema no tiene solución posible.

Texto

Descripción generada automáticamente

**Teorema de la holgura complementaria:**

Dados el problema primal y el dual correspondiente, siempre que en la k-ésima restricción de uno de ellos la variable de holgura o slack tome valor distinto de cero, entonces la k-ésima variable del otro problema desaparece de la base y, si la k-ésima variable de uno de los dos problemas es mayor que cero, en la k-ésima restricción del otro problema se verifica la igualdad (la variable slack o de holgura de esa restricción es igual a cero).

Quiere decir que de cada par de variables directo-dual, una sola puede ser distinta de cero. Una sola de las dos está en la base de la tabla óptima de su problema.

Las variables que están en la base en la tabla óptima del dual son aquellas cuya variable relacionada en el directo no estaba en la base en la tabla óptima del directo.

El valor de cada Yi es igual al valor del zj-cj del Xj correspondiente. El zi-bi de cada Yi es igual al valor de cada Xj correspondiente en la tabla óptima del primal cambiada de signo.

Aij ->> -Aji (con cuidado)

**Significado económico del dual:**

La unidad de Yi sería el valor que le damos a cada unidad del insumo o recurso i lo que parte del valor que tenga cada unidad. Cuando un recurso tiene valor para nosotros (Yi > 0) es que está saturado.

Texto, Carta

Descripción generada automáticamente

Texto, Carta

Descripción generada automáticamente

Texto

Descripción generada automáticamente

**Gráfica del VM de un recurso:**

¿Cómo se hace el gráfico de valor marginal de un recurso?

* Para empezar, en la tabla óptima, tenemos que obtener el rango de variación para el cual es válido ese valor marginal.
* Así, se sigue hasta obtener los distintos rangos cuando la disponibilidad varía entre 0 e infinito.

**Variación simultanea de recursos.**

Si variamos más de un recurso al mismo tiempo, no podemos confiar en el rango de variación (porque el rango de variación sirve si lo único que cambia es ese recurso).

Debe haber una relación entre la variación de los recursos (uno varía en función de lo que varía el otro).

Se reduce a un problema de conveniencia económica (si me mejora el Z o no).

Para que convenga, en principio el recurso que recibo debe estar saturado (sino ni conviene).

En segundo lugar, hay que verificar que el valor de lo que entregamos sea menor que el valor de lo que recibimos.

En la tabla dual modifico ambos recursos por una constante y busco su valor para que la tabla siga siendo optima.

**Introducción de un nuevo producto.**

Queremos analizar la posibilidad de fabricar un nuevo producto y no resolver el problema de vuelta desde el principio.

Imagen de la pantalla de un celular de un mensaje en letras blancas

Descripción generada automáticamente con confianza baja

Interfaz de usuario gráfica, Texto

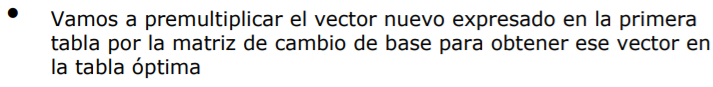
Descripción generada automáticamente

Imagen que contiene interior, botella, foto, tabla

Descripción generada automáticamente

Texto

Descripción generada automáticamente



Esto se hace porque la matriz inversa óptima refleja los cambios que se produjeron en la base desde el primer paso y por eso es la encargada de “traducir” cada vector expresado en la primera base a la base óptima.

Es importante ordenar los coeficientes según la disposición de las slacks en el primer caso, si no el resultado será un vector cualquiera y no el deseado por no haber expresado el primero en la base del primer paso.

Texto

Descripción generada automáticamente

Una captura de pantalla de un celular con texto

Descripción generada automáticamente con confianza media

Pantalla de celular con fecha y hora

Descripción generada automáticamente

Texto

Descripción generada automáticamente

Texto

Descripción generada automáticamente

Una captura de pantalla de un celular

Descripción generada automáticamente con confianza media