

# **Estrutura de Dados**

**Recursividade**

**Prof. Jorge Luiz Chiara**

## Recursividade:

Definição: Dizemos que um objeto é recursivo se ele estiver definido em termos de si mesmo. Em termos computacionais, um procedimento ou função é recursiva se faz uma “chamada” de si mesma.

A definição de objetos recursivos é comum na matemática. Um exemplo bastante conhecido é o do fatorial de um número, definido da seguinte forma:

$$fatorial(n) = \begin{cases} 1, & \text{se } n = 0 \\ n * fatorial(n-1), & \text{se } n > 0 \end{cases}$$

assim,

$$\begin{aligned} 0! &= 1 \\ 2! &= 2 * 1! \\ 5! &= 5 * 4! \\ 6! &= 6 * 5! \\ &\dots\dots\dots \\ n! &= n * (n-1)! \end{aligned}$$

Computacionalmente, temos a função recursiva correspondente, escrita em java/C/C++

```
int fatorial(int n){
    if(n == 0)
        return 1;
    else
        return n * fatorial(n - 1);
}
```

Podemos escrever a mesma função utilizando uma estrutura de repetição que calculará o fatorial de um número de forma iterativa. Por exemplo,  $5! = 1.2.3.4.5$ , ou seja:

```
int fatorial(int n){
    int f = 1;
    if(n != 0)
        for(int i; i <= n; i++)
            f = f * i;
    return f;
}
```

Um teste de mesa para ambas as funções, vamos calcular o fatorial de 5:

fatorial(5) recursivamente	Resultados	Fatorial(5) iterativamente
fatorial(5)=5*fatorial(4)	120	i f f=f*i
fatorial(4)=4*fatorial(3)	24	1 1 1
fatorial(3)=3*fatorial(2)	6	2 1 2
fatorial(2)=2*fatorial(1)	2	3 2 6
fatorial(1)=1*fatorial(0)	1	4 6 24
fatorial(0)	1	5 24 120

**Observação:** o teste de mesa para uma função ou procedimento recursivo é chamado de pilha de recursão.

Exemplo 2: A Série d Fibonacci (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34,...) é representada pelo seguinte modelo matemático:

$$fib(n) = \begin{cases} 1, & se\ n \leq 2 \\ fib(n-1) + fib(n-2), & se\ n > 2 \end{cases}$$

Como exercício, construa a função computacional e, em seguida, calcule fib(6).

Exercícios: para cada caso, abaixo, construa a função recursiva e o teste de mesa através da pilha de recursão para os seguintes modelos matemáticos:

Ex. 1: Calcule o mdc(64,14)

$$f(x, y) = \begin{cases} x, & se\ x = y \\ f(y, x), & se\ x < y \\ f(x - y, y), & se\ x > y \end{cases}$$

Ex. 2: Calcule s(10, 15)

$$s(m, n) = \begin{cases} m, & se\ n = m \\ s(m, n-1) + n, & se\ m < n \end{cases}$$

Ex. 3: Calcule s2(10,15)  
Calcule s2(1,10)

$$s2(m, n) = \begin{cases} m, & se\ n = m \\ m + s2(m+1, n), & se\ m < n \end{cases}$$

Ex. 4: Calcule dig(532)  
Calcule dig(101)

$$dig(n) = \begin{cases} 1, & se\ abs(n) \leq 9 \\ 1 + dig(n/10), & se\ abs(n) > 9 \end{cases}$$

Ex. 5: Calcule pot(2,5)  
Calcule pot(3,4)

$$pot(x, n) = \begin{cases} 1, & se\ n = 0 \\ 1 / pot(x, abs(n)), & se\ n < 0 \\ x * pot(x, n-1), & se\ n \geq 0 \end{cases}$$