

LUCAS FERNANDES BRUNIALTI

Resolução do problema de coagrupamento  
em matrizes de dados esparsas usando  
fatoração de matrizes

São Paulo

2016

**LUCAS FERNANDES BRUNIALTI**

**Resolução do problema de coagrupamento em  
matrizes de dados esparsas usando fatoração de  
matrizes**

Versão original

Dissertação apresentada à Escola de Artes, Ciências e Humanidades da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Ciências pelo Programa de Pós-graduação em Sistemas de Informação.

Área de concentração: Metodologia e Técnicas da Computação

Versão corrigida contendo as alterações solicitadas pela comissão julgadora em xx de xxxxxxxxxxxxxxxx de xxxx. A versão original encontra-se em acervo reservado na Biblioteca da EACH-USP e na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações da USP (BDTD), de acordo com a Resolução CoPGr 6018, de 13 de outubro de 2011.

Orientador: Profa. Dra. Sarajane Marques Peres

Coorientador: Prof. Dr. Valdinei Freire Silva

São Paulo

2016

Ficha catalográfica

## **Errata**

Elemento opcional para versão corrigida, depois de depositada.

Dissertação de autoria de Lucas Fernandes Brunialti, sob o título “**Resolução do problema de coagrupamento em matrizes de dados esparsas usando fatoração de matrizes**”, apresentada à Escola de Artes, Ciências e Humanidades da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Mestre em Ciências pelo Programa de Pós-graduação em Sistemas de Informação, na área de concentração Sistemas de Informação, aprovada em \_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ pela comissão julgadora constituída pelos doutores:

**Prof. Dr.** \_\_\_\_\_

Presidente

Instituição: \_\_\_\_\_

**Prof. Dr.** \_\_\_\_\_

Instituição: \_\_\_\_\_

**Prof. Dr.** \_\_\_\_\_

Instituição: \_\_\_\_\_

*Escreva aqui sua dedicatória, se desejar, ou remova esta página...*



*“Escreva aqui uma epígrafe, se desejar, ou remova esta página...”*

*(Autor da epígrafe)*



## Resumo

BRUNIALTI, Lucas Fernandes. **Resolução do problema de coagrupamento em matrizes de dados esparsas usando fatoração de matrizes**. 2016. 61 f. Dissertação (Mestrado em Ciências) – Escola de Artes, Ciências e Humanidades, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2016.

Coagrupamento é uma estratégia para análise de dados capaz de encontrar grupos de objetos, então denominados cogrupos, que são similares entre si de acordo com um subconjunto dos seus atributos descritivos, e assim, um objeto pode pertencer a mais de um grupo se subconjuntos diferentes de atributos forem considerados. Essa característica pode ser particularmente útil para aplicações nas quais a similaridade parcial entre objetos faz sentido, conferindo ao resultado da análise de dados algumas características interessantes como serendipidade ou flexibilidade no modelo de agrupamento. Contextos de aplicação caracterizados por apresentar subjetividade, como mineração de textos, são candidatos a serem submetidos à estratégia de coagrupamento; a flexibilidade em associar textos de acordo com características parciais representa um tratamento mais adequado à tal subjetividade. Entretanto, análise de grupos considerando dados textuais representa um contexto no qual existe o problema de esparsidade de dados, que precisa ser adequadamente tratado para que os bons resultados sejam obtidos. Um método para implementação de coagrupamento capaz de lidar com esse tipo de dados é a fatoração de matrizes. Nesta dissertação de mestrado são propostas duas estratégias para coagrupamento baseadas em fatoração de matrizes, e capazes de encontrar cogrupos organizados com sobreposição em uma matriz esparsa de valores reais positivos. As estratégias são apresentadas em termos de sua derivação formal, tendo sido obtida a prova de convergência para uma delas. Ainda, resultados experimentais são fornecidos a partir de problemas baseados em conjuntos de dados sintéticos e em conjuntos de dados reais contextualizados na área de mineração de textos. Os resultados confirmam a hipótese de que as estratégias propostas são capazes de descobrir cogrupos com sobreposição, e que tal organização de cogrupos fornece informação detalhada, e portanto de valor diferenciado.

Palavras-chaves: Coagrupamento. Fatoração de Matrizes. Esparsidade. Análise de Agrupamento. Sistemas de Recomendação. Mineração de Texto.

## Abstract

BRUNIALTI, Lucas Fernandes. **Matrix Factorization for coclustering in sparse data matrices**. 2016. 61 p. Dissertation (Master of Science) – School of Arts, Sciences and Humanities, University of São Paulo, São Paulo, DefenseYear.

Coagrupamento é uma estratégia para análise de dados capaz de encontrar grupos de objetos, então denominados cogrupos, que são similares entre si de acordo com um subconjunto dos seus atributos descritivos, e assim, um objeto pode pertencer a mais de um grupo se subconjuntos diferentes de atributos forem considerados. Essa característica pode ser particularmente útil para aplicações nas quais a similaridade parcial entre objetos faz sentido, conferindo ao resultado da análise de dados algumas características interessantes como serendipidade ou flexibilidade no modelo de agrupamento. Contextos de aplicação caracterizados por apresentar subjetividade, como mineração de textos, são candidatos a serem submetidos à estratégia de coagrupamento; a flexibilidade em associar textos de acordo com características parciais representa um tratamento mais adequado à tal subjetividade. Entretanto, análise de grupos considerando dados textuais representa um contexto no qual existe o problema de esparsidade de dados, que precisa ser adequadamente tratado para que os bons resultados sejam obtidos. Um método para implementação de coagrupamento capaz de lidar com esse tipo de dados é a fatoração de matrizes. Nesta dissertação de mestrado são propostas duas estratégias para coagrupamento baseadas em fatoração de matrizes, e capazes de encontrar cogrupos organizados com sobreposição em uma matriz esparsa de valores reais positivos. As estratégias são apresentadas em termos de sua derivação formal, tendo sido obtida a prova de convergência para uma delas. Ainda, resultados experimentais são fornecidos a partir de problemas baseados em conjuntos de dados sintéticos e em conjuntos de dados reais contextualizados na área de mineração de textos. Os resultados confirmam a hipótese de que as estratégias propostas são capazes de descobrir cogrupos com sobreposição, e que tal organização de cogrupos fornece informação detalhada, e portanto de valor diferenciado.

Keywords: Coclustering. Matrix Factorization. Sparsity. Clustering Analysis. Recommender Systems. Text Mining.

## Lista de figuras

Figura 1 – Fatoração da matriz original de dados $X$ em três outras matrizes: $U$ , $S$ e $V$ (Adaptado de Yoo e Choi (2010)). . . . .	26
Figura 2 – A reconstrução da primeira linha $x_1$ de $X$ , através da multiplicação da matriz indicadora de grupos de linhas $U$ pela matriz dos protótipos de linhas ( $SV^T$ ). . . . .	27
Figura 3 – Um exemplo sintético que compara o algoritmo para BVD contra o algoritmo para ONMTF, com pontos sendo dados, as linhas pontilhadas sendo os protótipos de linhas ( $SV^T$ ), e os três conjuntos de pontos sendo os grupos. (a) O algoritmo para BVD encontra uma solução com dois protótipos em um mesmo grupo, deixando um dos grupos sem nenhum protótipo para representá-lo. Apesar de ser uma solução correta, ou seja, encontra um mínimo local, não é a desejada. (b) O algoritmo para ONMTF é capaz de encontrar a solução em que cada protótipo aproxima cada grupo de dados, através das restrições referentes à ortogonalidade, este é capaz de restringir as possíveis soluções para a fatoração $X \approx USV^T$ . (YOO; CHOI, 2010) . . . . .	30
Figura 4 – Uma Variedade Stiefel no espaço Euclidiano, que quando $b = 1$ essa superfície será uma esfera, e um dos possíveis vetores que está contido no conjunto dessa variedade (tangente à esfera). . . . .	32
Figura 5 – Arquitetura de um CBRS . . . . .	43
Figura 6 – Analisador de Contexto. . . . .	43
Figura 7 – Sumarização da proposta. . . . .	49

## Lista de algoritmos

Algoritmo 1 – Algoritmo baseado em atualização multiplicativa para solução do BVD . .	29
Algoritmo 2 – Algoritmo baseado em atualização multiplicativa para solução do ONMTF	30
Algoritmo 3 – Algoritmo FNMTF . . . . .	34
Algoritmo 4 – Algoritmo baseado em atualização multiplicativa para solução do OvNMTF	35
Algoritmo 5 – Algoritmo BinOvNMTF . . . . .	37

## Lista de tabelas

Tabela 1 – Distribuição de notícias por canal ( <i>ci</i> ) do corpus iG. . . . .	51
---	----

## **Lista de abreviaturas e siglas**

Sigla/abreviatura 1	Definição da sigla ou da abreviatura por extenso
Sigla/abreviatura 2	Definição da sigla ou da abreviatura por extenso
Sigla/abreviatura 3	Definição da sigla ou da abreviatura por extenso
Sigla/abreviatura 4	Definição da sigla ou da abreviatura por extenso
Sigla/abreviatura 5	Definição da sigla ou da abreviatura por extenso
Sigla/abreviatura 6	Definição da sigla ou da abreviatura por extenso
Sigla/abreviatura 7	Definição da sigla ou da abreviatura por extenso
Sigla/abreviatura 8	Definição da sigla ou da abreviatura por extenso
Sigla/abreviatura 9	Definição da sigla ou da abreviatura por extenso
Sigla/abreviatura 10	Definição da sigla ou da abreviatura por extenso

## Lista de símbolos

$\Gamma$	Letra grega Gama
$\Lambda$	Lambda
$\zeta$	Letra grega minúscula zeta
$\in$	Pertence

## Sumário

1	Introdução . . . . .	17
1.1	Definição do problema . . . . .	19
1.1.1	Estruturas de coagrupamentos . . . . .	20
1.1.2	Coagrupamento e fatorização de matrizes . . . . .	20
1.2	Hipótese . . . . .	21
1.3	Objetivos . . . . .	21
1.4	Metodologia . . . . .	22
1.5	Organização do documento . . . . .	23
2	Conceitos Fundamentais . . . . .	24
3	Fatoração de matrizes . . . . .	25
3.1	Non-negative Matrix Factorization . . . . .	25
3.2	Fatoração de Matrizes Não-Negativas para Cocluster- ring . . . . .	25
3.2.1	Decomposição de Valores em Blocos para Coclustering . . . . .	26
3.2.2	Fatoração Ortogonal tripla de Matrizes Não-negativas . . . . .	28
3.3	Fatoração tripla rápida de Matrizes Não-negativas . . . . .	33
4	Algoritmos propostos . . . . .	35
4.1	Fatoração Tripla de Matrizes Não-negativas Sobre- postas . . . . .	35
4.2	Fatoração Binária Tripla de Matrizes Não-negativas Sobrepostas . . . . .	36
5	Mineração de Texto . . . . .	38
5.1	Tarefas de pré-processamento . . . . .	38
5.1.1	Representação textual . . . . .	38
5.1.2	Tokenização . . . . .	39
5.1.3	Filtragem . . . . .	40
5.1.4	Stemming . . . . .	40
5.1.5	Redução de Dimensionalidade . . . . .	40



<b>6</b>	<b>Sistemas de Recomendação baseados em Conteúdo e Aprendizado de Máquina . . . . .</b>	<b>42</b>
<b>6.1</b>	<b>Arquitetura de Sistemas de Recomendação baseados em Conteúdo . . . . .</b>	<b>42</b>
<b>6.1.1</b>	<b>Analisador de Contexto . . . . .</b>	<b>43</b>
<b>6.1.2</b>	<b>Aprendizado do Perfil . . . . .</b>	<b>45</b>
<b>6.1.3</b>	<b>Componente de Filtragem . . . . .</b>	<b>46</b>
<b>7</b>	<b>Proposta . . . . .</b>	<b>48</b>
<b>7.1</b>	<b>Revisões Bibliográficas . . . . .</b>	<b>49</b>
<b>7.2</b>	<b>Construção das Bases de Dados . . . . .</b>	<b>51</b>
<b>7.2.1</b>	<b>Corpus iG . . . . .</b>	<b>51</b>
<b>7.2.2</b>	<b>Pré-processamento do corpus iG . . . . .</b>	<b>52</b>
<b>7.2.3</b>	<b>Base de cliques iG . . . . .</b>	<b>52</b>
<b>7.3</b>	<b>Estratégias para Validação e Extensões . . . . .</b>	<b>53</b>
<b>7.3.1</b>	<b>Estratégias para Validação . . . . .</b>	<b>53</b>
<b>7.3.2</b>	<b>Possíveis Extensões . . . . .</b>	<b>53</b>
	<b>Referências<sup>1</sup> . . . . .</b>	<b>55</b>
	<b>Apêndice A–Tabela Workshop . . . . .</b>	<b>60</b>

---

<sup>1</sup> De acordo com a Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 6023.

# 1 Introdução

Segundo [Jain, Murty e Flynn \(1999\)](#), a análise de agrupamento pode ser vista como uma tarefa exploratória que tem o objetivo de organizar uma coleção de dados em um conjunto de grupos, segundo a similaridade ou dissimilaridade existente entre esses dados. Tradicionalmente, os métodos usados para análise de agrupamento são desenvolvidas para minimizar a similaridade intragrupo e maximizar a similaridade intergrupos; e precisam encontrar uma organização “natural” em grupos que acomode cada dado do conjunto sob análise em um grupo específico.

Estratégias de diferentes naturezas – particional, hierárquica, baseada em densidade, etc ([XU; WUNSCH, 2005](#); [HAN; KAMBER, 2006](#)), podem ser usadas para alcançar o objetivo da análise de agrupamento, e cada uma delas possui características que as fazem mais ou menos suscetíveis para conjuntos de dados de diferentes naturezas. Ainda, sob o contexto clássico da tarefa de agrupamento, os métodos precisam lidar com a similaridade intrínseca entre os dados tomando como base a comparação de todas as suas características descritivas e, de alguma forma, precisam ser capazes de descobrir quais características de fato tornam dados em um grupo de dados mais similares entre si.

Ao longo do tempo, pesquisadores da área de análise de agrupamento vêm propondo flexibilizações na definição da tarefa de agrupamento de forma a adequá-la a contextos mais realísticos nos quais a organização natural dos dados em um conjunto de dados não pressupõe restrições como a pertinência de um dado a um único grupo ou a possibilidade de agrupar dados de acordo com similaridades em subconjuntos de atributos descritivos ([referência, referência, referência](#)). Essa forma de tratar a tarefa de agrupamento permite melhorias no processo de descoberta de agrupamentos sobre dois aspectos: facilita o trabalho do método que busca os grupos, pois flexibiliza a maneira como os atributos descritivos dos dados ou a pertinência do dado aos grupos influencia o processo de agrupamento; fornece um conjunto de informações diferenciado que permite que análises mais refinadas sejam realizadas quando da interpretação dos grupos apresentados como resultado.

Esse diferencial pode ser especialmente útil quando o contexto da aplicação da análise de agrupamento apresenta alguma subjetividade em termos de interpretação de resultados, um fato bastante comum em tarefas de mineração de textos, por exemplo. Considere o contexto de um sistema recomendação (SR) de notícias baseado em conteúdo (um conteúdo textual). Um SR de notícias simples e hipotético poderia apresentar a seguinte

estratégia para elaborar suas recomendações: dado um conjunto de notícias organizadas em grupos por um método de análise de agrupamento com base na similaridade de seus conteúdos; se um usuário visitar uma notícia, o SR verifica quais são as demais notícias pertencentes ao grupo daquela que foi lida pelo usuário e as recomenda para ele (Figura ??a). Embora essas recomendações pareçam ser ideais, e sob algum aspecto de análise elas são, é factível assumir que esse usuário está recebendo um serviço de recomendação prático, mas talvez menos útil e interessante do que poderia ser e com baixa serendipidade (um resultado de alta serendipidade é aquele que é diferente do que é esperado e comumente praticado, e é mais ou igualmente útil ao contexto).

Uma possibilidade de melhoria nesse sistema hipotético seria usar um algoritmo de análise de agrupamento que permitisse descobrir uma organização de grupo de notícias baseada em **similaridades parciais** ou baseada **em partes** (FRANCA, 2010; HO, 2008). Assim o sistema seria dotado da capacidade de perceber, por exemplo, que algumas notícias podem trazer conteúdo referente a diferentes contextos se forem analisadas apenas sob determinados aspectos. Nesse caso, os grupos formados durante a análise de agrupamento seriam capazes de refletir a diversidade de contextos abordados em uma notícia, fazendo-a pertencer a diferentes grupos, por diferentes motivos. A recomendação, nesse caso, seria potencialmente mais serendípita. Por exemplo, é sabido que eventos de beisebol – o *superbowl* – possuem uma abertura cultural na qual grandes artistas da música fazem apresentações; ou eventos de esportes radicais, como tirolesa, acontecem em eventos de música contemporâneos – *rock in rio*. Tais notícias deveriam aparecer em grupos caracterizados por notícias referentes a esporte, notícias referentes a música, ou notícias referentes a esporte e música (Figura ??(b, c, d)).

Na figura ??(b,c,d) é introduzido graficamente o conceito de coagrupamento. Nesse contexto, o problema de mineração de textos é modelado como o problema de encontrar uma organização dos textos em grupos que considerem similaridades parciais. Assim, um texto pode pertencer a um ou mais cogrupos, a depender dos atributos descritivos sendo considerados. A nomenclatura coagrupamento deriva da estratégia de análise de dados executada durante o processo de descoberta de grupos. Nesse caso, tanto os dados (linhas) quanto os seus atributos (descritivos) são mutuamente submetidos a uma análise de similaridade, e portanto, grupos de dados (linhas) são estabelecidos com respeito a grupos de atributos (colunas).

A associação da análise de coagrupamentos a mineração de textos é interessante por diferentes aspectos. A mineração de textos constitui-se como um problema no qual é preciso lidar com a necessidade de apresentação de resultados com boa interpretabilidade e com um espaço dos dados de alta-dimensionalidade. O primeiro problema é bem resolvido com a estratégia de coagrupamento pois os grupos de atributos que são gerados por ela podem revelar informação antes escondida nos dados (TJHI; CHEN, 2009), e que em um processo de agrupamento tradicional não poderiam ser, pelo menos diretamente, descobertas. Ainda segundo (TJHI; CHEN, 2009), análise de coagrupamento pode apresentar bom desempenho em espaços de alta-dimensionalidade porque seu processo de agrupar atributos (características) pode ser visto com uma redução de dimensionalidade dinâmica para o espaço dos dados.

A despeito da capacidade intrínseca do processo de coagrupamento em lidar de forma diferenciada com o problema de alta-dimensionalidade, ainda se faz necessário notar que no contexto de mineração de dados, ocorre também o problema de esparsidade na representação dos dados. Assim, para implementar a estratégia de coagrupamento com alguma eficiência, é necessário adotar métodos que tenham a capacidade de lidar com esparsidade.

Dentre os diferentes métodos existentes na literatura referentes à implementação de análise de coagrupamento (citar artigos dos vários algoritmos que seguem outras linhas), métodos que usam fatoração de matrizes não negativas (LEE; SEUNG, 2000; LEE; SEUNG, 1999) têm sido vistos como uma boa alternativa a ser aplicada no contexto de mineração de textos (XU; LIU; GONG, 2003; SHAHNAZ et al., 2006; YOO; CHOI, 2010).

## 1.1 Definição do problema

Eu estou entendendo que temos duas facetas do problema. Um deles é o mais obvio que é dar um jeito de descobrir os grupos com sobreposição e mostrar que é útil para recomendação/textos etc. O outro é fazer a fatoração de matriz funcionar pra isso. Então acho que temos que dividir essa definição em duas partes: sobreposição nos cogrupos e fatoração funcionando nisso. Por isso dividi em duas partes, para ver se conseguimos mostrar isso.

### 1.1.1 Estruturas de coagrupamentos

Então aqui entra a parte de mostrar as estruturas de cogrupos possíveis e destacar aquela que fatoração já resolve e depois a que não resolve e a que queremos resolver. Também contextualizar no problema de recomendação ou análise de textos. Figuras precisam entrar aqui para mostra as estruturas.

### 1.1.2 Coagrupamento e fatorização de matrizes

A estratégia de coagrupamento pode ser apresentada como o processo de agrupamento simultâneo de linhas e colunas em uma matriz de dados, de forma que seja possível encontrar **cogrupos** nos quais um **grupo de objetos** (linhas) associado a um deles diz respeito a objetos que são similares entre si considerando um **grupo de atributos** (colunas), também associado ao cogrupo.

Com maior formalidade, dada uma matriz  $X(N, M)$  em que  $N$  é o número de linhas,  $M$  o número de colunas e  $x(m, n)$  é, geralmente, um número real representando a relação entre a linha  $x_n$  e a coluna  $y_m$ , o problema de **coagrupamento** consiste em encontrar um conjunto  $\mathcal{C}$  de submatrizes  $G(I, J)$ , onde  $I = \{i_1, \dots, i_r\}$  com  $r \leq L$  e  $J = \{j_1, \dots, j_s\}$  com  $s \leq C$ , que maximize a similaridade entre os elementos  $g\{i, j\}$ .

A **esparsidade** em uma matriz é caracterizada pela existência de poucos elementos diferentes de zero (0). Em termos gerais, a esparsidade de uma matriz pode ser medida como a proporção de elementos iguais a zero (0) que ela contém. Problemas de otimização que envolvem matrizes esparsas são caracterizados por apresentarem alta complexidade combinatorial para os quais algoritmos eficientes em matrizes não esparsas tem seu desempenho bastante prejudicado.

**Fatorar uma matriz** consiste em encontrar duas, ou mais, novas matrizes que ao serem multiplicadas, reconstroem a matriz original. Considere uma matriz  $R(N, M)$  em que  $N$  é o número de linhas,  $M$  o número de colunas. A fatoração desta matriz em duas novas matrizes consiste em encontrar duas matrizes  $U(N, K)$  e  $D(M, K)$ , tal que  $R = U \times D^t = \hat{R}$ . Se  $K$  é escolhido tal que seja menor do que  $N$  e  $M$ , então é dito que  $U$  e  $D$  são representações compactas de  $R$ . Se a matriz  $R$ , e as suas decomposições, são não negativas, tem-se o caso de fatorização de matriz não-negativa.

O problema de coagrupamento pode ser modelado de tal forma que a fatoração de matriz é capaz de fornecer uma aproximação da organização em cogrupos presente no conjunto de dados sob análise.

Considere que o conjunto de dados sob análise é representado pela matriz  $X(N, M)$ , a fatoração dessa matriz em duas (ou mais) novas matrizes  $U(N, K)$  e  $D(M, K)$  significa que  $K$  grupos de linhas foram descobertos, de acordo com  $K$  grupos de colunas.

Se três matrizes são geradas na fatoração,  $U(N, L)$ ,  $S(L, K)$  e  $D(M, K)$ , a interpretação pode incluir uma noção de pesos (matriz  $S$ ) que relacionam grupos de linhas e grupos de colunas, e dimensões diferentes para as matrizes  $U$  e  $D$  podem ser admitidas de modo que o número de grupos de linhas pode ser diferente do número de grupo de colunas.

Imagino que agora tem que entrar uma apresentação rápida do algoritmo novo.

## 1.2 Hipótese

Fatoração de matrizes considerando a decomposição da matriz original em ... **como descrever em algo nível aqui??** ... possibilita a descoberta de cogrupos com sobreposição (de colunas); a partir das novas matrizes é possível extrair informação detalhada sobre a relação dos grupos de linhas em relação ao grupo de colunas que pode agregar valor à solução de um problema real de recomendação.

## 1.3 Objetivos

O objetivo geral desse trabalho é propor novas estratégias, baseadas em fatoração de matrizes, que sejam capazes de descobrir cogrupos com sobreposição (de coluna) em uma matriz de valores reais positivos.

Assim, com o intuito de melhor definir o contexto de estudo deste trabalho, foram estabelecidos os seguintes objetivos específicos:

- apresentação de uma derivação formal, incluindo uma prova de convergência, para a estratégia de coagrupamentos usando fatoração de matrizes não-negativas capaz de lidar com matrizes binárias;

- apresentação de uma derivação formal para a estratégia de coagrupamento usando fatoração de matrizes não negativas capaz de lidar com matrizes de valores reais positivos;
- apresentar experimentos que ilustram a eficácia das estratégias propostas considerando dados sintéticos e dados reais, mostrando inclusive o potencial de descoberta de informações de valor diferenciado para as aplicações em teste (recomendação baseada em conteúdo textual).

## 1.4 Metodologia

A análise exploratória da literatura especializada foi escolhida como estratégia para a aquisição de conhecimento sobre a área de coagrupamento e fatoração de Matrizes aplicada à coagrupamento.

E não estou conseguindo encontrar uma forma de descrever a parte referente à concepção das estratégias propostas e também não sei como definir as estratégias referente às derivações.

A fim de permitir a validação das estratégias propostas e, portanto, a verificação da hipótese, fez-se necessário a definição de: (a) um ambiente de teste controlado, representado por uma coleção de conjuntos de dados sintéticos, contendo cada um dos conjuntos situações diferentes referentes à estrutura de coagrupamento e variações em relação à esparsidade; (b) um contexto para realização de uma prova de conceito, no qual um conjunto de dados real foi construído.

Para a prova de conceito foi escolhido usar o conteúdo referente à notícias publicadas no portal iG<sup>1</sup>. Trata-se de um portal de notícias brasileiro muito conhecido, com um volume de notícias bastante grande e com notícias categorizadas em canais, que representam os assuntos dessas notícias. Essas características conferem liberdade para a configuração de experimentos de diferentes naturezas, como experimentos considerando determinadas categorias de notícias, tipos de notícias ou datas de publicação das notícias.

A partir do conteúdo de notícias do portal iG foi construído um corpus de dados textuais, categorizados de acordo com as categorias já usadas no referido portal. Todo o conteúdo do corpus passou por rotinas de pré-processamento comuns na área de Mineração de Texto: *tokenização*, filtragem de *stopwords*, remoção de sufixos (*stemming*), representação

---

<sup>1</sup> <http://ig.com.br/>

da relação “termos  $\times$  documentos” usando estratégias de frequência de termos, como TF-IDF e *n-grams*.

Os resultados da aplicação das estratégias de coagrupamento foram validados utilizando técnicas de avaliação interna, para a verificação da consistência dos biclusters encontrados (SANTAMARÍA; MIGUEL; THERÓN, 2007), e externas (HOCHREITER et al., 2010), avaliando o quanto os biclusters encontrados estão em consenso com as classes de notícias (HOCHREITER et al., 2010).

Então precisaremos dizer aqui como fizemos a avaliação qualitativa.

## 1.5 Organização do documento

Esta dissertação é composta por XXX capítulos incluindo esta introdução. Os demais capítulos estão divididos em duas partes: a primeira é dedicada a explorar a estratégia de coagrupamento implementada com algoritmos baseadas em fatoração de matrizes; a segunda é dedicada a explorar o contexto de sistemas de recomendação baseados em conteúdo textual a partir da aplicação das estratégias de coagrupamento estudadas.

No capítulo 2 são apresentados os principais conceitos referentes à área de coagrupamentos. Especificar mais detalhes ... ..

Estratégias de fatorização de matrizes aplicadas à coagrupamentos são discutidas no capítulo .....

A principal contribuição deste trabalho, as estratégias ... .., é apresentada em detalhes no capítulo ... ..



## 2 Conceitos Fundamentais

### 3 Fatoração de matrizes

#### 3.1 Non-negative Matrix Factorization

#### 3.2 Fatoração de Matrizes Não-Negativas para Coclustering

Algoritmos de coclustering baseados em Fatoração de Matrizes Não-negativas (*Non-negative Matrix Factorization* - NMF) podem ser úteis em múltiplos contextos, aparecendo em diversos tipos de aplicações, como clusterização de genes e análise de microarray em bioinformática, filtragem colaborativa em sistemas de recomendação, e clusterização de documentos em mineração de textos. Isso acontece pois muitas das representações usadas nessas aplicações se apresentam em tuplas contendo um par de elementos, cada um pertencendo a um conjunto finito (LONG; ZHANG; YU, 2005). Por exemplo, na aplicação de clusterização de documentos em mineração de textos, usa-se, comumente, dois conjuntos: documentos e palavras, sendo cada observação representada pela contagem de uma determinada palavra em um determinado documento. Note ainda, que conjuntos de dados utilizados nos contextos citados, apresentam-se como uma matriz de dados positiva, expondo outra característica em que NMF podem ser úteis para esses tipos de dados. Além disso, essas técnicas, por reduzir a dimensionalidade original do conjunto de dados, são capazes de lidar com dados de alta dimensionalidade e/ou esparsos, que são geralmente presentes nessas aplicações.

Formalizando, algoritmos de Coclusterização baseados em Fatoração de Matrizes Não-negativas, têm como entrada uma matriz de dados  $X$  que representa uma aplicação em algum contexto, sendo  $X \in \mathbb{R}_+^{n \times m}$ , contendo números reais positivos com  $n$  linhas e  $m$  colunas. Esta matriz é formada por um conjunto de vetores de linhas  $\mathcal{X} = \{x_1, \dots, x_n\}$  e um conjunto de vetores de colunas  $\mathcal{Y} = \{y_1, \dots, y_m\}$ , e cada observação representada por  $x_{ij}$ , que é justamente um valor da matriz  $X$ .

O objetivo é particionar  $\mathcal{X}$  em  $k$  grupos de linhas, denotados pelos subconjuntos ordenados  $I_p \subseteq \mathcal{X}$ , e  $l$  grupos de colunas, subconjuntos  $J_q \subseteq \mathcal{Y}$ , podendo assim, pela junção desses subconjuntos, formar cogrupos  $(I_p, J_q)$ . Note então, que os algoritmos tradicionais presentes na literatura são capazes de formar  $kl$  cogrupos.

As próximas subseções irão mostrar definições dos algoritmos de coclusterização baseados em NMF presentes na literatura, assim como estratégias usadas para selecionar os cogrupos mais relevantes dos  $kl$  possíveis.

### 3.2.1 Decomposição de Valores em Blocos para Coclustering

Um dos primeiros algoritmos propostos na literatura para a resolução do problema de *coclustering* baseado em NMF, é a Decomposição de Valores em Blocos (*Block Value Decomposition* - BVD). Esta decomposição recebe esse nome, justamente, por ter capacidade de encontrar estruturas em blocos na matriz de dados. Isso é possível pois o algoritmo é capaz de explorar a relação entre linhas e colunas, através da decomposição em três matrizes,  $U$  a matriz de coeficientes de linhas,  $S$  a matriz com estrutura em blocos, e  $V$  a matriz de coeficientes de colunas, sendo os coeficientes o grau com que cada vetor (linha ou coluna) de  $X$  pertence a um grupo, e a estrutura em blocos, uma representação compacta da matriz original. Sendo assim, multiplicando as três matrizes geradas pela fatoração, é possível reconstruir a matriz original  $X$  por partes.

O objetivo é encontrar grupos de forma simultânea, sendo  $k$  grupos de  $\mathcal{X}$  (linhas) e  $l$  grupos de  $\mathcal{Y}$  (colunas) (LONG; ZHANG; YU, 2005).

A aproximação  $X \approx USV^T$  é capaz de gerar diversas informações interpretáveis através da análise do resultado da fatoração. Os valores da matriz  $U$  podem ser interpretados como o grau com que cada objeto  $x_i$ ,  $\forall i = \{1, \dots, n\}$  pertence à um dos  $k$  grupos de linhas, da mesma forma, os valores da matriz  $V$  podem ser interpretados como o grau com que cada objeto  $y_j$ ,  $\forall j = \{1, \dots, m\}$  pertence à um dos  $l$  grupos de colunas. A matriz  $S$  também permite interpretação quando são considerados os grupos formados por  $U$  e  $V$ , cada valor  $s_{pq}$ ,  $\forall p = \{1, \dots, k\}, \forall q = \{1, \dots, l\}$  representa a intensidade em que o grupo de objetos  $J_p$  e o grupo de características  $J_q$  se relacionam, ou seja, fixando um grupo de objetos  $I_p$ ,  $s_{pq}$  representa a intensidade que  $J_q$  colaborou para a sua formação, alternadamente, fixando um grupo de características  $J_q$ ,  $s_{pq}$  representa a intensidade na qual o grupo de objetos  $I_p$  colaborou para a sua formação.

Um exemplo de fatoração em três matrizes e sua interpretação pode ser visto na Figura 1.

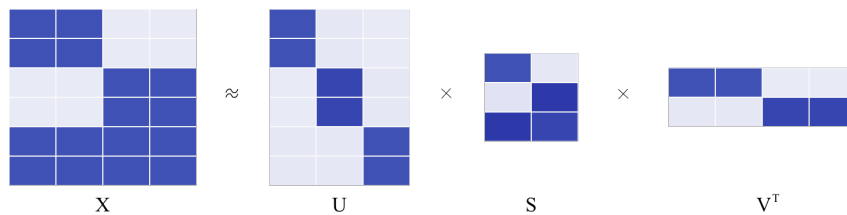


Figura 1 – Fatoração da matriz original de dados  $X$  em três outras matrizes:  $U$ ,  $S$  e  $V$  (Adaptado de Yoo e Choi (2010)).

Note ainda, que é possível obter os protótipos responsáveis por cada parte da reconstrução da matriz original  $X$ . Os vetores das colunas de  $(US)$  são vetores base (protótipos de colunas), geradores de vetores de colunas de  $X$ . Assim como os vetores de linhas de  $(SV^T)$ , que são vetores base (protótipo de linhas), geradores de vetores e linhas de  $X$ . A Figura 2 mostra um exemplo de como os protótipos são responsáveis pela reconstrução de  $X$ .

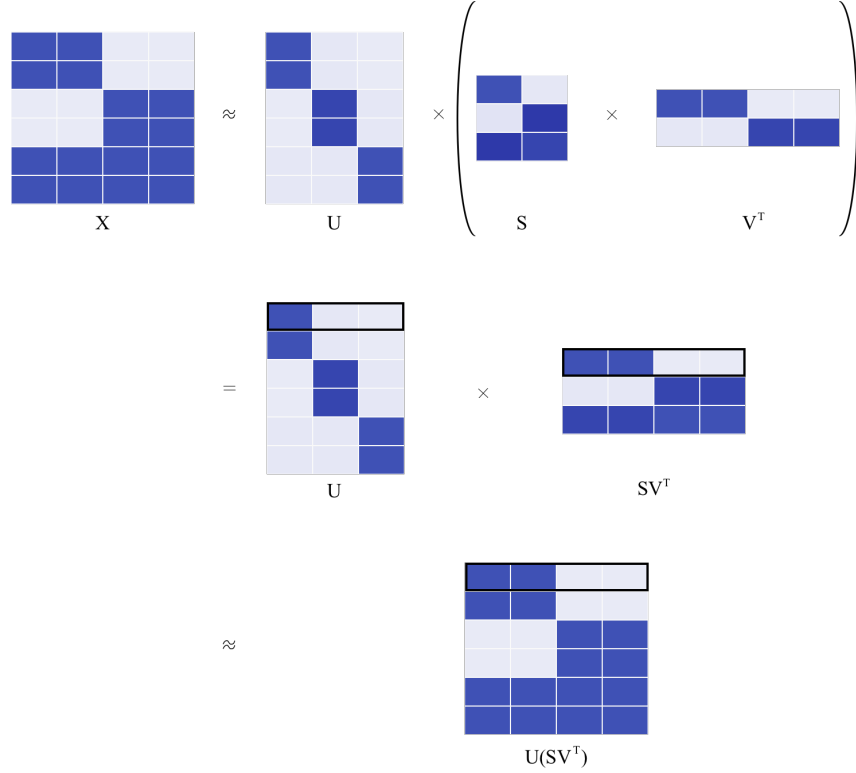


Figura 2 – A reconstrução da primeira linha  $x_1$ . de  $X$ , através da multiplicação da matriz indicadora de grupos de linhas  $U$  pela matriz dos protótipos de linhas  $(SV^T)$ .

Apresentando o problema formalmente, temos:

**Problema 1** (Problema de Decomposição de Valores em Blocos).

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_1(U, S, V) &= \min_{U, S, V} \|X - USV^T\|_F^2 \\ \text{sujeito a } &U \geq 0, \\ &S \geq 0, \\ &V \geq 0 \end{aligned} \quad (1)$$

onde  $U \in \mathbb{R}_+^{n \times k}$ ,  $S \in \mathbb{R}_+^{k \times l}$ ,  $V \in \mathbb{R}^{m \times l}$  e  $\|\cdot\|_F$  denota a norma de Frobenius para matrizes.

Introduzindo a função lagrangeana, associada à  $\mathcal{F}_1$ :

$$\mathcal{L}(U, S, V, \Lambda_1, \Lambda_2, \Lambda_3) = \|X - USV^T\|_F^2 - \text{tr}(\Lambda_1 U^T) - \text{tr}(\Lambda_2 S^T) - \text{tr}(\Lambda_3 V^T)$$

onde  $\Lambda_1 \in \mathbb{R}^{n \times k}$ ,  $\Lambda_2 \in \mathbb{R}^{k \times l}$  e  $\Lambda_3 \in \mathbb{R}^{m \times l}$  são os multiplicadores de Lagrange.

Pela teoria de otimização não-linear com restrições,  $\Theta = (U^*, S^*, V^*, \Lambda_1^*, \Lambda_2^*, \Lambda_3^*)$  será um mínimo local estacionário de  $\mathcal{F}_1$ , se e somente se, respeitar as condições de regularidade de *Karush-Kuhn-Tucker* (KKT) (BAZARAA; SHERALI; SHETTY, 2006):

$$U^* \geq 0, \quad S^* \geq 0, \quad V^* \geq 0 \quad (2a)$$

$$\nabla_{\Theta} \mathcal{L} = 0 \quad (2b)$$

$$\Lambda_1^* \odot U^* = 0, \quad \Lambda_2^* \odot S^* = 0, \quad \Lambda_3^* \odot V^* = 0 \quad (2c)$$

onde  $\odot$  denota o produto de Hadamard.

É possível expandir as equações em 2b, calculando as derivadas:

$$\nabla_U \mathcal{L} = USV^T V S^T - XV^T S^T - \Lambda_1 = 0$$

$$\nabla_S \mathcal{L} = U^T U S V^T V - U^T X V - \Lambda_2 = 0$$

$$\nabla_V \mathcal{L} = S^T U^T U S V^T - S^T U^T X - \Lambda_3 = 0$$

Aplicando o produto Hadamard dos dois lados de cada uma das equações e utilizando das condições em 2c:

$$\nabla_U \mathcal{L} = U \odot USV^T V S^T - U \odot XV^T S^T = 0$$

$$\nabla_S \mathcal{L} = S \odot U^T U S V^T V - S \odot U^T X V = 0$$

$$\nabla_V \mathcal{L} = V \odot S^T U^T U S V^T - V \odot S^T U^T X = 0$$

Desta forma, é possível resolver para  $U$  de forma algébrica:

$$\begin{aligned} U \odot USV^T V S^T &= U \odot XV^T S^T \\ \implies U \odot \frac{USV^T V S^T}{USV^T V S^T} &= U \odot \frac{XV^T S^T}{USV^T V S^T} \end{aligned}$$

$$\therefore U = U \odot \frac{XV^T S^T}{USV^T V S^T}$$

Da mesma maneira é possível resolver para  $S$  e  $V$ , assim como mostram as equações 5 e 4, descritas no algoritmo 1 (LONG; ZHANG; YU, 2005). Considere  $t$  o contador de iterações, e  $U^{(t)}$ ,  $S^{(t+1)}$  e  $V^{(t+1)}$ , as matrizes  $U$ ,  $S$  e  $V$ , na iteração  $t$ , respectivamente.

### 3.2.2 Fatoração Ortogonal tripla de Matrizes Não-negativas

Baseado no Problema de decomposição em blocos, Ding et al. (2006) propõem o problema 2, e o chama de Fatoração Ortogonal Tripla de Matrizes Não-negativas

---

**Algoritmo 1** Algoritmo baseado em atualização multiplicativa para solução do BVD
 

---

```

1: function BVD( $X, maxIter$ )
2:   Initialize:  $U^{(0)} \geq 0, V^{(0)} \geq 0, S^{(0)} \geq 0$  e  $t \leftarrow 0$ .
3:   while (não convergiu) ou ( $t \leq maxIter$ ) do
4:

```

$$U^{(t+1)} \leftarrow U^{(t)} \odot \frac{XV^{(t)T}S^{(t)T}}{U^{(t)}S^{(t)}V^{(t)T}V^{(t)}S^{(t)T}} \quad (3)$$

```

5:

```

$$V^{(t+1)} \leftarrow V^{(t)} \odot \frac{S^{(t)T}U^{(t+1)T}X}{S^{(t)T}U^{(t+1)T}U^{(t+1)}S^{(t)}V^{(t)T}} \quad (4)$$

```

6:

```

$$S^{(t+1)} \leftarrow S^{(t)} \odot \frac{U^{(t+1)T}XV^{(t+1)}}{U^{(t+1)T}U^{(t+1)}S^{(t)}V^{(t+1)T}V^{(t+1)}} \quad (5)$$

```

7:    $t \leftarrow t + 1$ 
8: end while
9: return  $U^{(t+1)}, S^{(t+1)}, V^{(t+1)}$ 
10: end function

```

---

(*Orthogonal Non-negative Matrix Tri-factorization* - ONMTF). Colocando duas restrições para ortogonalidade nas matrizes indicadoras de grupos de linhas e colunas, restringe o problema da fatoração  $X \approx USV^T$  para um número menor de possíveis soluções, buscando a unicidade, assim como mostra a figura 3.

**Problema 2** (Problema de Fatoração Ortogonal tripla de Matrizes Não-negativas).

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F}_2(U, S, V) &= \min_{U, S, V} \|X - USV^T\|_F^2 \\
 \text{sujeito a } &U \geq 0, S \geq 0, V \geq 0, \\
 &U^T U = I, \\
 &V^T V = I
 \end{aligned} \quad (6)$$

onde  $U \in \mathbb{R}_+^{n \times k}$ ,  $S \in \mathbb{R}_+^{k \times l}$ ,  $V \in \mathbb{R}_+^{m \times l}$ ,  $U \geq 0, S \geq 0, V \geq 0$  sendo todos os elementos de  $U$ ,  $S$  e  $V$ , maior que 0, respectivamente,  $U^T U = I$  e  $V^T V = I$  as restrições de ortonormalidade para as matrizes indicadoras de grupos de linhas e colunas, respectivamente, e  $\|\cdot\|_F$  denota a norma de Frobenius para matrizes.

Ding et al. (2006) propõem uma solução semelhante ao que foi apresentado na subseção 3.2.1, fazendo a derivação através da função lagrangeana e a introdução dos multiplicadores de lagrange, utilizando as condições de otimização não-linear de KKT, derivando as regras para atualização multiplicativa para  $U$ ,  $S$  e  $V$ , apresentadas no algoritmo 2. Considere  $t$  o contador de iterações, e  $U^{(t)}$ ,  $S^{(t+1)}$  e  $V^{(t+1)}$ , as matrizes  $U$ ,  $S$  e  $V$ , na iteração  $t$ , respectivamente.

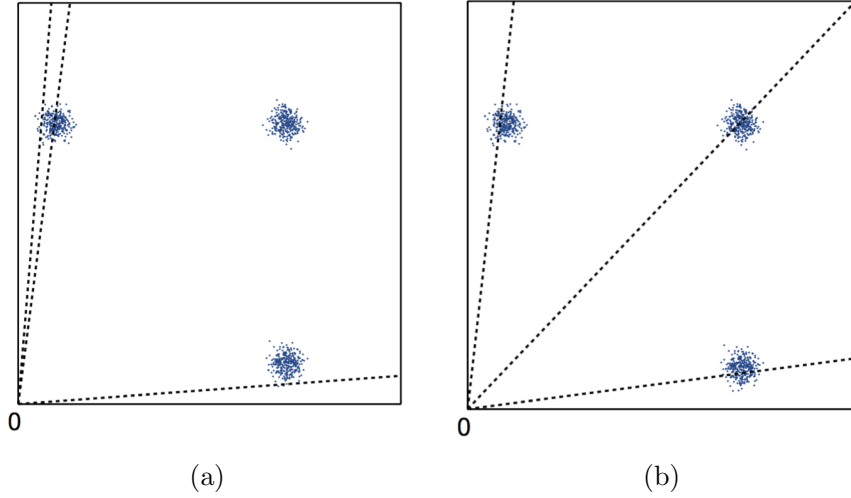


Figura 3 – Um exemplo sintético que compara o algoritmo para BVD contra o algoritmo para ONMTF, com pontos sendo dados, as linhas pontilhadas sendo os protótipos de linhas ( $SV^T$ ), e os três conjuntos de pontos sendo os grupos. (a) O algoritmo para BVD encontra uma solução com dois protótipos em um mesmo grupo, deixando um dos grupos sem nenhum protótipo para representá-lo. Apesar de ser uma solução correta, ou seja, encontra um mínimo local, não é a desejada. (b) O algoritmo para ONMTF é capaz de encontrar a solução em que cada protótipo aproxima cada grupo de dados, através das restrições referentes à ortogonalidade, este é capaz de restringir as possíveis soluções para a fatoração  $X \approx USV^T$ . (YOO; CHOI, 2010)

---

**Algoritmo 2** Algoritmo baseado em atualização multiplicativa para solução do ONMTF

---

1: **function** ONMTF( $X, maxIter$ )

2:     **Initialize:**  $U^{(0)} \geq 0, V^{(0)} \geq 0, S^{(0)} \geq 0$  e  $t \leftarrow 0$ .

3:     **while** (não convergiu) ou ( $t \leq maxIter$ ) **do**

4:

$$U^{(t+1)} \leftarrow U^{(t)} \odot \frac{XV^{(t)}S^{(t)T}}{U^{(t)}U^{(t)T}XV^{(t)}S^{(t)T}} \quad (7)$$

5:

$$V^{(t+1)} \leftarrow V^{(t)} \odot \frac{X^T U^{(t+1)} S}{V^{(t)} V^{(t)T} X^T U^{(t+1)} S^{(t)}} \quad (8)$$

6:

$$S^{(t+1)} \leftarrow S^{(t)} \odot \frac{U^{(t+1)T} X V^{(t+1)}}{U^{(t+1)T} U^{(t+1)} S^{(t)} V^{(t+1)T} V^{(t+1)}} \quad (9)$$

7:      $t \leftarrow t + 1$

8:     **end while**

9:     **return**  $U^{(t+1)}, S^{(t+1)}, V^{(t+1)}$

10: **end function**

---

No artigo de [Yoo e Choi \(2010\)](#), é proposta uma abordagem mais simples para a derivação das regras de atualização multiplicativas, considere uma função de otimização qualquer  $\mathcal{J}$  e seu respectivo gradiente  $\nabla \mathcal{J}$ :

$$\nabla \mathcal{J} = [\nabla \mathcal{J}]^+ - [\nabla \mathcal{J}]^-$$

onde  $[\nabla \mathcal{J}]^+$  é a parte positiva do gradiente,  $[\nabla \mathcal{J}]^-$  a parte negativa do gradiente. Se  $[\nabla \mathcal{J}]^+ \geq 0$  e  $[\nabla \mathcal{J}]^- \geq 0$ , então, é possível definir uma regra de atualização multiplicativa, para otimizar os parâmetros  $\Theta$  da função  $\mathcal{J}$ :

$$\Theta \leftarrow \Theta \odot \left( \frac{[\nabla \mathcal{J}]^-}{[\nabla \mathcal{J}]^+} \right)^\eta \quad (10)$$

onde  $\odot$  representa o produto Hadamard,  $(\cdot)^\eta$  representa a potência para cada elemento, e  $\eta$  uma taxa de aprendizado ( $0 < \eta \leq 1$ ). Então, se  $\Theta$  for inicializado com elementos positivos, é possível verificar que a regra de atualização multiplicativa da equação 10 mantém a não-negatividade de  $\Theta$ .

Também, é utilizada uma abordagem diferente para a derivação de regras de atualização multiplicativas, visando um algoritmo para a solução do problema 2. Neste caso, o gradiente é calculado com base em uma superfície com restrições que preserva a ortogonalidade. Essa superfície com restrições é chamada de Variedade de Stiefel (*Stiefel Manifold*), neste caso é usada a Variedade de Stiefel no espaço euclidiano, denotada por  $\mathcal{H}_{a,b}$ , sendo essa variedade o conjunto de  $a \times b$  matrizes ortonormais no espaço  $\mathbb{R}^a$ , formalmente:

$$\mathcal{H}_{a,b} = \{Y \in \mathbb{R}^{a \times b} : Y^T Y = I\}$$

Note que quando  $b = 1$ , a superfície se torna uma esfera. Para otimização, considerando que essa esfera sejam as restrições do problema, o ideal é propor métodos que permaneçam na esfera, então, todos os vetores tangentes à essa esfera, podem ser direções possíveis para um algoritmo de otimização iterativo, como mostra a Figura 4.



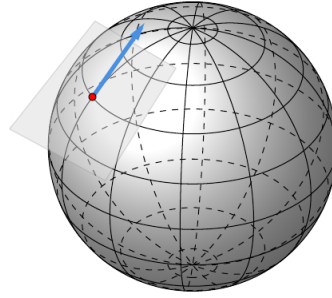


Figura 4 – Uma Variedade Stiefel no espaço Euclidiano, que quando  $b = 1$  essa superfície será uma esfera, e um dos possíveis vetores que está contido no conjunto dessa variedade (tangente à esfera).

Edelman, Arias e Smith (1999) definem o gradiente em um ponto  $Y$ , com a restrição  $Y^T Y = I$ , de uma função  $\mathcal{J}$  definida em uma Variedade Stiefel no espaço euclidiano como:

$$\tilde{\nabla}_Y \mathcal{J} = \nabla_Y \mathcal{J} - Y(\nabla_Y \mathcal{J})^T Y \quad (11)$$

onde  $\nabla_Y \mathcal{J}$  é o gradiente da função  $\mathcal{J}$  para todos os elementos da matriz  $Y$ .

Dada a equação 11, Yoo e Choi (2010) propõem os seguintes cálculos dos gradientes em Variedades Stiefel para  $\mathcal{F}_2$ , com  $U$  no conjunto  $\{U^T U = I\}$ , e com  $V$  no conjunto  $\{V^T V = I\}$ :

$$\begin{aligned} \tilde{\nabla}_U \mathcal{F}_2 &= \nabla_U \mathcal{F}_2 - U(\nabla_U \mathcal{F}_2)^T U = USV^T X^T U - XV S^T \\ \tilde{\nabla}_V \mathcal{F}_2 &= \nabla_V \mathcal{F}_2 - V(\nabla_V \mathcal{F}_2)^T V = VS^T U^T X V - X^T U S \end{aligned}$$

Restando apenas o cálculo do gradiente para  $S$ , que como não há restrições, será igual à atualização do algoritmo para solução do BVD:

$$\tilde{\nabla}_S \mathcal{F}_2 = \nabla_S \mathcal{F}_2 = U^T U S V^T V - U^T X V$$

É possível, assim, usar a estratégia da equação 10 e os gradientes calculados, para propor uma solução para o problema de ONMTF, alternativas às atualizações das

equações 7, 8 e 9, através da atualização multiplicativa. Essas atualizações são apresentadas nas equações 12a, 12b e 12c.

$$U^{(t+1)} \leftarrow U^{(t)} \odot \frac{XV^{(t)}S^{(t)T}}{U^{(t)}S^{(t)}V^{(t)T}X^T U^{(t)}} \quad (12a)$$

$$V^{(t+1)} \leftarrow U^{(t)} \odot \frac{X^T U^{(t+1)} S^{(t)}}{V^{(t)} S^{(t)T} U^{(t+1)T} X V^{(t)}} \quad (12b)$$

$$S^{(t+1)} \leftarrow S^{(t)} \odot \frac{U^{(t+1)T} X V^{(t+1)}}{U^{(t+1)T} U^{(t+1)} S^{(t)} V^{(t+1)T} V^{(t+1)}} \quad (12c)$$

### 3.3 Fatoração tripla rápida de Matrizes Não-negativas

O problema de Fatoração tripla rápida de Matrizes Não-negativas (*Fast Non-negative Matrix Tri Factorization* - FNMTF) foi proposto por Wang et al. (2011), com os seguintes argumentos contra o uso prático dos problemas até agora propostos para encontrar cogrupos: os problemas de fatoração em três matrizes propostos até o momento, envolviam soluções algorítmicas iterativas, com multiplicações de matrizes intensas em cada etapa; e pelo fato dos algoritmos propostos realizarem coagrupamento relaxado, necessitando de pós-processamento para a extração dos grupos, o que implica em inúmeras soluções para o agrupamento.

**Problema 3** (Fatoração tripla rápida de Matrizes Não-negativas).

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_3(F, S, G) &= \min_{F, S, G} \|X - FSG^T\|_F^2 \\ &F \in \Psi^{n \times k}, \\ &G \in \Psi^{m \times l} \end{aligned} \quad (13)$$

onde  $X \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ,  $S \in \mathbb{R}^{k \times l}$ ,  $\Psi = \{0, 1\}$ .

Assim como nos outros algoritmos,  $F$  é uma matriz indicadora dos grupos de linhas,  $G$  uma matriz indicadora dos grupos de colunas, e  $S$  contém os fatores que conectam um grupo de linhas aos grupos de colunas, e, um grupo de colunas aos grupos de linhas.

Como não há restrições em  $\mathcal{F}_3$ , é possível encontrar uma regra de atualização para  $S$ , e portanto, minimização de  $\mathcal{F}_3$ :

$$\begin{aligned} \nabla_S \mathcal{L} &= F^T X G - F^T F S G^T G &= 0 \\ \implies F^T F S G^T G &= F^T X G \\ \implies (F^T F)^{-1} F^T F S G^T G (G^T G)^{-1} &= (F^T F)^{-1} F^T X G (G^T G)^{-1} \end{aligned}$$

$$\therefore S = (F^T F)^{-1} F^T X G (G^T G)^{-1} \quad (14)$$

Sendo assim, é possível resolver os subproblema para atualizar  $F$  e  $G$ . Primeiramente, fixando  $S$  e  $G$  e resolvendo o problema 3 para  $F$  de forma iterativa, verificando para cada linha de  $X$ , qual o protótipo mais o aproxima (semelhante ao algoritmo de agrupamento *K-means*), da mesma forma, é possível fixar  $S$  e  $F$  para alcançar uma solução iterativa para  $G$ , assim como mostra o algoritmo 3. Considere os índices  $i = \{1, \dots, n\}$ ,  $j = \{1, \dots, m\}$ ,  $p = p' = \{1, \dots, k\}$ , e  $q = q' = \{1, \dots, l\}$ , o contador de iterações  $t$ , e  $U^{(t)}$ ,  $S^{(t+1)}$  e  $V^{(t+1)}$ , as matrizes  $U$ ,  $S$  e  $V$ , na iteração  $t$ , respectivamente.

---

**Algoritmo 3** Algoritmo FNMTF
 

---

1: **function** FNMTF( $X, \text{maxIter}$ )

2:     **Initialize:**  $F^{(0)} \geq 0, S^{(0)} \geq 0, G^{(0)} \geq 0$  e  $t \leftarrow 0$ .

3:     **while** (não convergiu) ou ( $t \leq \text{maxIter}$ ) **do**

4:

$$S^{(t+1)} \leftarrow (F^{(t)T} F^{(t)})^{-1} F^{(t)T} X G^{(t)} (G^{(t)T} G^{(t)})^{-1} \quad (15)$$

5:

$$\tilde{g}_{pj} \leftarrow (S^{(t+1)} G^{(t)T})_{pj}, \forall p, j$$

6:

$$(F^{(t+1)})_{ip} \leftarrow \begin{cases} 1 & p = \arg \min_{p' \in \{1, \dots, k\}} \|x_{i\cdot} - \tilde{g}_{p'\cdot}\|^2 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad \forall i, p \quad (16)$$

7:

$$\tilde{f}_{iq} \leftarrow (F^{(t+1)} S^{(t+1)})_{iq}, \forall i, q$$

8:

$$(G^{(t+1)})_{jq} \leftarrow \begin{cases} 1 & q = \arg \min_{q' \in \{1, \dots, l\}} \|x_{\cdot j} - \tilde{f}_{\cdot q'}\|^2 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad \forall j, q \quad (17)$$

9:      $t \leftarrow t + 1$

10:    **end while**

11:    **return**  $F^{(t+1)}, S^{(t+1)}, G^{(t+1)}$

12: **end function**

---

## 4 Algoritmos propostos

### 4.1 Fatoração Tripla de Matrizes Não-negativas Sobrepostas

**Problema 4** (Problema de Fatoração Tripla de Matrizes Não-negativas Sobrepostas).

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_4(U, S, V_{(1)}, \dots, V_{(k)}) &= \min_{U, S, V_{(1)}, \dots, V_{(k)}} \left\| X - U \sum_{p=1}^k I_{(p)} S V_{(p)} \right\|_F^2 \\ \text{sujeito a} \quad &U \geq 0, \\ &S \geq 0, \\ &V_{(p)} \geq 0, \quad \forall p \end{aligned} \quad (18)$$

sendo os índices  $p = \{1, \dots, k\}$ , o conjunto de matrizes  $\mathcal{V} = \{V_{(1)}, \dots, V_{(k)}\}$ , em que cada  $V_{(p)} \in \mathbb{R}_+^{m \times l}$ , uma matriz seletora  $I_{(p)}$  que contém 1 na posição  $I_{p,p}$  da sua diagonal e 0 no resto,  $U \in \mathbb{R}_+^{n \times k}$ ,  $S \in \mathbb{R}_+^{k \times l}$ , e  $\|\cdot\|_F$  a norma de Frobenius para matrizes.

---

**Algoritmo 4** Algoritmo baseado em atualização multiplicativa para solução do OvNMTF

---

```

1: function OvNMTF( $X, \text{maxIter}$ )
2:   Initialize:  $U^{(0)} \geq 0, S^{(0)} \geq 0, V_{(0)}^{(0)} \geq 0, \dots, V_{(k)}^{(0)} \geq 0$  e  $t \leftarrow 0$ .
3:   while (não convergiu) ou ( $t \leq \text{maxIter}$ ) do
4:
```

$$U^{(t+1)} \leftarrow U^{(t)} \odot \sum_{p=1}^k \frac{X V_{(p)}^{(t)T} S^{(t)T} I_{(p)}}{\sum_{p'=1}^k U^{(t)} I_{(p)} S^{(t)} V_{(p)}^{(t)} V_{(p')}^{(t)T} S^{(t)T} I_{(p')}} \quad (19)$$

```

5:   for  $p \leftarrow 1, k$  do
6:
```

$$V_{(p)}^{(t+1)} \leftarrow V_{(p)}^{(t)} \odot \frac{S^{(t)T} I_{(p)} U^{(t+1)T} X}{S^{(t)T} I_{(p)} U^{(t+1)T} U^{(t+1)} I_{(p)} S^{(t)} V_{(p)}^{(t)}} \quad (20)$$

```

7:   end for
8:
```

$$S^{(t+1)} \leftarrow S^{(t)} \odot \sum_{p=1}^l \frac{I_{(p)} U^{(t+1)T} X V_{(p)}^{(t+1)T}}{\sum_{p'=1}^l I_{(p)} U^{(t+1)T} U^{(t+1)} I_{(p')} S^{(t)} V_{(p')}^{(t+1)} V_{(p)}^{(t+1)T}} \quad (21)$$

```

9:    $t \leftarrow t + 1$ 
10: end while
11: return  $U^{(t+1)}, S^{(t+1)}, V_{(1)}^{(t+1)}, \dots, V_{(k)}^{(t+1)}$ 
12: end function
```

---

## 4.2 Fatoração Binária Tripla de Matrizes Não-negativas Sobrepostas

**Problema 5** (Problema de Fatoração Binária Tripla de Matrizes Não-negativas Sobrepostas).

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F}_5(F, S, G_{(1)}, \dots, G_{(k)}) &= \min_{F, S, G_{(1)}, \dots, G_{(k)}} \left\| X - F \sum_{p=1}^k I_{(p)} S G_{(p)} \right\|_F^2 \\
 \text{sujeito a} \quad & F \in \Psi^{n \times k}, \\
 & S \in \Psi^{k \times l}, \\
 & G_{(p)} \in \Psi^{m \times l}, \quad \forall p
 \end{aligned} \tag{22}$$

sendo  $\Psi = 0, 1$ , os índices  $p = \{1, \dots, k\}$ , o conjunto de matrizes  $\mathcal{G} = \{G_{(1)}, \dots, G_{(k)}\}$ , uma matriz seletora  $I_{(p)}$  que contém 1 na posição  $I_{p,p}$  da sua diagonal e 0 no resto,  $S \in \mathbb{R}_+^{k \times l}$ ,  $X \in \mathbb{R}_+^{n \times m}$ , e  $\|\cdot\|_F$  a norma de Frobenius para matrizes.

---

**Algoritmo 5** Algoritmo BinOvNMTF
 

---

1: **function** BINOVNMTF( $X, \maxIter$ )

2:   **Initialize:**  $F^{(0)} \geq 0, S^{(0)} \geq 0, G_{(0)}^{(0)} \geq 0, \dots, G_{(k)}^{(0)} \geq 0$  e  $t \leftarrow 0$ .

3:   **while** (não convergiu) ou ( $t \leq \maxIter$ ) **do**

4:

$$(S^{(t+1)})_{pq} \leftarrow \frac{1}{|\{\mathbf{x}_{i.} \in \mathcal{C}_p\}| |\{\mathbf{x}_{.j} \in \mathcal{W}_q\}|} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \sum_{\mathbf{x}_{i.} \in \mathcal{C}_p} \sum_{\mathbf{x}_{.j} \in \mathcal{W}_q} x_{ij} \quad (23)$$

5:   **for**  $p \leftarrow 1, k$  **do**

6:

$$\tilde{F} \leftarrow \begin{bmatrix} & \vdots & \\ - & \mathbf{f}_{i.}^{(t)}, \forall \mathbf{x}_{i.} \in \mathcal{C}_p & - \\ & \vdots & \end{bmatrix} S^{(t+1)}$$

7:

$$\tilde{X} \leftarrow \begin{bmatrix} & \vdots & \\ - & \mathbf{x}_{i.}, \forall \mathbf{x}_{i.} \in \mathcal{C}_p & - \\ & \vdots & \end{bmatrix}$$

8:

$$(G_{(p)}^{(t+1)})_{jq} \leftarrow \begin{cases} 1 & q = \arg \min_{q' \in \{1, \dots, l\}} \|\tilde{\mathbf{x}}_{.j} - \tilde{\mathbf{f}}_{q'}\|^2 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad \forall j, q \quad (24)$$

9:   **end for**

10:

$$\tilde{\mathbf{g}}_{p.} \leftarrow (\mathbf{s}^{(t+1)} G_{(p)}^{(t)T})_{pj}, \forall p$$

11:

$$(F^{(t+1)})_{ip} \leftarrow \begin{cases} 1 & p = \arg \min_{p' \in \{1, \dots, k\}} \|\mathbf{x}_{i.} - \tilde{\mathbf{g}}_{p'}\|^2 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad \forall i, p \quad (25)$$

12:    $t \leftarrow t + 1$ 

13:   **end while**

14:   **return**  $F^{(t+1)}, S^{(t+1)}, G_{(1)}^{(t+1)}, \dots, G_{(k)}^{(t+1)}$ 

15: **end function**


---

## 5 Mineração de Texto

Técnicas de Mineração de Texto são muito usadas para SRs baseados em conteúdo textual (LOPS; GEMMIS; SEMERARO, 2011), principalmente quando o contexto do SR trata de informações não-estruturadas. Mineração de Texto lida com análise de texto, suportando a sua natureza não-estruturada, imprecisa, incerta e difusa, para extração de informação e conhecimento (HOTH0; NÜRNBERGER; PAAß, 2005). Além disso, a área de Mineração de Texto utiliza de técnicas das áreas de Recuperação de Informação e Processamento de Linguagem Natural (PLN), conectando essas técnicas com algoritmos e métodos de Descoberta de Conhecimento em Banco de Dados, Mineração de Dados, Aprendizado de Máquina e Estatística (HOTH0; NÜRNBERGER; PAAß, 2005).

Feldman e Sanger (2006) apresentam uma arquitetura geral para aplicações de Mineração de Textos composta por quatro etapas: *tarefas de pré-processamento*, que preparam os dados para a central de operações de mineração; *central de operações de mineração*, que incluem algoritmos para a descoberta de padrões, tendências e conhecimentos por meio de técnicas e algoritmos; *componentes de apresentação*, que incluem interfaces para o usuário, apresentando visualizações dos conhecimentos gerados na etapa anterior; e *técnicas de refinamento*, também descritas como uma fase de pós-processamento, que incluem métodos para filtrar informações redundantes.

### 5.1 Tarefas de pré-processamento

As tarefas de pré-processamento incluem rotinas, processos e métodos para a estruturação dos textos presentes nos documentos. A estruturação se faz necessária para a extração de informações e descoberta de conhecimento por meio de técnicas e algoritmos (HOTH0; NÜRNBERGER; PAAß, 2005).

#### 5.1.1 Representação textual

Para a estruturação dos textos é necessário a definição da representação textual dos documentos. O vetor de termos, ou *Vector Space Model* (SALTON; WONG; YANG, 1975), é a representação clássica usada para representar documentos textuais (SEBASTIANI, 2002; LOPS; GEMMIS; SEMERARO, 2011). Cada dimensão desse vetor está associada a

um termo, sendo que todas as dimensões representam todos os termos do conjunto de documentos. Formalmente, há um conjunto de documentos  $D = \{d_1, d_2, \dots, d_n\}$ , em que  $d_i$  representa um documento e  $n$  o número total de documentos, e um conjunto de termos  $\mathcal{T} = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$ , em que  $t_j$  representa um termo e  $m$  o número de termos presentes em todos os documentos. Representando a frequência de um termo pelo número de vezes que  $t_j$  aparece em um documento  $d_i$ , denotado por  $tf(t_j, d_i)$ , o vetor de termos pode ser construído e representado da seguinte forma:  $\vec{v}_{t_{d_i}} = (TF(t_1, d_i), TF(t_2, d_i), \dots, TF(t_m, d_i))$ . Salton, Wong e Yang (1975) argumentam que a representação textual de documentos em vetor de termos é suficiente para separar documentos. Ao invés de frequência de termos, também é usado, a representação binária (SEBASTIANI, 2002), ou seja,  $t_j$  aparecendo em  $d_i$  corresponde à entrada 1 na dimensão  $j$  em  $\vec{v}_{t_{d_i}}$ . Há também outros métodos para representação textual, como *n-gramas* e *ontologias* (LOPS; GEMMIS; SEMERARO, 2011).

Ainda sobre o vetor de termos, Salton, Wong e Yang (1975) mostram com experimentos em diversos conjuntos de dados, que o uso da normalização nos vetores usando a técnica de Frequência de Termos-Frequência de Documentos Inversa (*Term Frequency-Inversed Document Frequency* – TF-IDF) é capaz de melhorar a separação de documentos:

$$TF-IDF(t_j, d_i) = TF(t_j, d_i) \cdot IDF(t_j) \quad (26)$$

$$TF-IDF(t_j, d_i) = TF(t_j, d_i) \cdot \left( \log_2 \frac{n}{DF(t_j) + 1} \right)$$

em que  $IDF(t_j)$  representa a frequência de documentos inversa do termo  $t_j$ , e  $DF(t_j)$  a frequência de documentos que contém  $t_j$ . Essa normalização faz com que a frequência dos termos que aparecem em muitos documentos seja reduzida, e a frequência dos termos que aparecem em alguns raros documentos seja aumentada, com um fator de  $\log_2$ .

### 5.1.2 Tokenização

Para realizar a estruturação de textos e representar os textos dos documentos em vetores de termos, o primeiro processo a ser realizado é a *tokenização*, que cria um dicionário de termos para cada documento através da quebra dos textos desses documentos. A quebra do texto pode ser feita através de caracteres delimitadores de termos, como espaços em branco, pontuações e etc. No entanto, existem casos que esses caracteres podem não ser delimitadores de termos, como por exemplo os termos *Prof.* e *Sr.*. Este



problema é chamado de determinação de fim de sentença, e pode ser resolvido por métodos estáticos (*hard-coded*), baseados em regras e métodos de Aprendizado de Máquina (WEISS; INDURKHYA; ZHANG, 2010).

### 5.1.3 Filtragem

Métodos de filtragem têm a função de retirar termos do conjunto  $\mathcal{T}$  que não contribuem para distinguir ou identificar documentos, como exemplo, conjunções (*e, pois, que*), artigos (*um, o, a*), preposições (*de, para*) e etc. A técnica de retirar determinados termos de  $\mathcal{T}$  a partir de uma lista, é chamada de *stopwords*. Também são usadas outras técnicas, como a eliminação de termos com a frequência muito alta ou muito baixa.

### 5.1.4 Stemming

A fim de reduzir a ambiguidade de termos, o método de *stemming* é capaz de juntar, em uma única forma, termos relacionados (MINER et al., 2012). Por exemplo, o verbo *fazer* pode se apresentar em diversas formas, como *fazendo, fez*, etc. Esse processo é capaz de aumentar a capacidade da representação em distinguir ou identificar documentos, além de reduzir a dimensionalidade, reduzindo também a esparsidade.

### 5.1.5 Redução de Dimensionalidade

A representação em vetor de termos pode resultar em vetores esparsos num espaço de alta dimensão, que pode fazer com que algoritmos sofram do problema de *Maldição de Dimensionalidade*, que diz respeito à perda de densidade em espaços de alta dimensão, isto significa que medidas de distância se tornam incapazes de detectar padrões em um conjunto de dados (HAYKIN, 2008). Para amenização desse problema, são usados métodos de *redução de dimensionalidade*. A técnica mais comum de *redução de dimensionalidade* é chamada *Análise dos Componentes Principais* (*Principal Component Analysis - PCA*) (MURPHY, 2012). Esta técnica tem o objetivo de encontrar uma representação compacta através da descoberta de  $k$  vetores  $n$ -dimensionais ortogonais aos dados ( $\vec{v}$ ), em que  $k \leq m$ . Os vetores são encontrados a partir da minimização da projeção dos dados em  $\vec{v}$ . Depois de encontrados os vetores  $\vec{v}$ , é feita a projeção dos dados nesses vetores, resultando em

uma representação num espaço mais compacto (HAN; KAMBER; PEI, 2011). É possível aplicar o algoritmo *PCA*, no vetor de termos, diminuindo a dimensionalidade e esparsidade, superando o problema de *Maldição de Dimensionalidade*.

## 6 Sistemas de Recomendação baseados em Conteúdo e Aprendizado de Máquina

Os Sistemas de Recomendação baseados em Conteúdo (SRsbC) têm fortes relações com a área de Recuperação de Informação (ADOMAVICIUS; TUZHILIN, 2005; JANNACH et al., 2011) e Aprendizado de Máquina (ADOMAVICIUS; TUZHILIN, 2005; LOPS; GEMMIS; SEMERARO, 2011), para representação de itens e perfis de usuários, e aprendizado do perfil do usuário. Basicamente, este tipo de sistema analisa o conteúdo de diversos itens, extraíndo atributos para representação, com esses mesmos atributos (ou às vezes até mais (CAPELLE et al., 2012)) representa-se o perfil do usuário. Sabendo os interesses dos usuários, através do perfil construído, o sistema seleciona itens que o usuário ainda não consumiu e que sejam relacionados com os seus interesses.

### 6.1 Arquitetura de Sistemas de Recomendação baseados em Conteúdo

Lops, Gemmis e Semeraro (2011) propõem uma arquitetura para o desenvolvimento de SRsbC, a qual separa o processo de recomendação em três fases (Figura 5). O analisador de conteúdo tem como entrada os itens não estruturados, assim, através de técnicas de Mineração de Dados, os itens são representados de forma estruturada. Uma representação comum, no contexto de conteúdo textual, é o *Vector Space Model* (ADOMAVICIUS; TUZHILIN, 2005; LOPS; GEMMIS; SEMERARO, 2011; JANNACH et al., 2011) (Seção 5.1). Onde representa-se o vetor de termos do documento  $d_i$  por  $\vec{v}_{t_{d_i}} = (ft(t_1, d_i), ft(t_2, d_i), \dots, ft(t_m, d_i))$ , em que  $t_i$  é um termo, para então usar a representação de TF-IDF.

Com a representação dos itens estruturada realizada, ocorre a representação dos perfis, que geralmente é baseado na representação dos itens, ou seja, o perfil do usuário  $u$  é dado por  $\{(d_1, r_{u,d_1}), \dots, (d_j, r_{u,d_n})\}$ , sendo  $r_{u,d_n}$  o quão o usuário  $u$  gostou do documento  $d_n$ , seja pela manifestação explícita, por exemplo em que o usuário avaliou o documento, ou pela manifestação implícita, tendo como exemplo quando o usuário lê uma notícia, fica muito tempo na página, etc. Finalmente, é possível aprender os perfis dos usuários utilizando de técnicas e algoritmos de Aprendizado de Máquina (ADOMAVICIUS; TUZHILIN, 2005; LOPS; GEMMIS; SEMERARO, 2011; JANNACH et al., 2011), por exemplo, para prever se o usuário gosta ou não de um determinado item (classificação).

A terceira fase é a fase Componente de Filtragem, que basicamente recebe a saída do classificador, seleciona os itens mais relevantes para os usuários, e apresenta uma lista de recomendações. Geralmente, essa lista é ordenada por um *score*, apresentando os itens mais relevantes (*top N*).

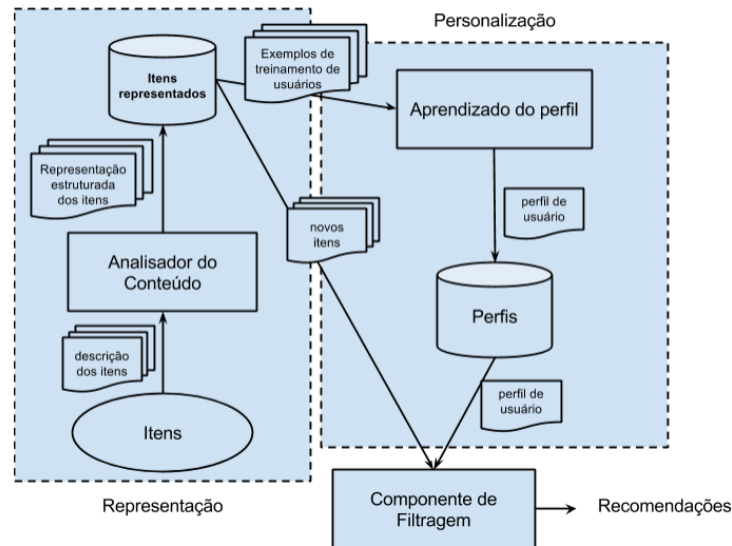


Figura 5 – Arquitetura de um CBRS

Essa arquitetura apresentada foi adaptada de [Lops, Gemmis e Semeraro \(2011\)](#), para maior entendimento e maior adequação com esse trabalho. As subseções 6.1.1, 6.1.2 e 6.1.3 fazem uma revisão da literatura das técnicas de Aprendizado de Máquina aplicadas aos módulos de um SRsbC.

### 6.1.1 Analisador de Contexto

O Analisador de Contexto tem como função representar o item de uma maneira estruturada, a Figura 6 explica como é construída essa etapa. A entrada são os itens, que são pré-processados, para então aplicar técnicas de Aprendizado de Máquina (Redução de Dimensionalidade ou Tarefas de Aprendizado de Máquina). Esta etapa compreende o foco deste trabalho.

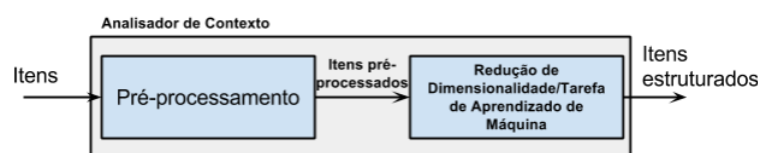


Figura 6 – Analisador de Contexto.

Na etapa de pré-processamento, é comum o uso da representação TF-IDF, sendo que existem estudos que propõem outros métodos de representação (CAPELLE et al., 2012; MOERLAND et al., 2013): SF-IDF (*Semantics Frequency-Inverse Document Frequency*) e SF-IDF+, que obtiveram melhores resultados nos testes apresentados, além disso, Cleger-Tamayo, Fernández-Luna e Huete (2012) considerou o uso do TF-IDF, mas não resultou em melhores performances. No entanto, em um SR no contexto de artigos científicos (BEEL et al., 2013), foram realizados diversos testes considerando diversos parâmetros e configurações diferentes de representação, resultados mostraram que a configuração com TF-IDF performou melhor que outras. Outras técnicas de Mineração de Dados também são utilizadas, como *stopwords*, lematização e descarte de termos com frequência abaixo de um limiar.

Na etapa de Redução de Dimensionalidade/Tarefa de Aprendizado de Máquina faz-se o uso extensivo dos algoritmos: LSA (*Latent Semantic Analysis*) (TARAGHI et al., 2013; DOMINGUES et al., 2012; SPAETH; DESMARAIS, 2013), LSI (*Latent Semantic Indexing*) (SAAYA et al., 2013), LDA (*Latent Dirichlet Allocation*) (TANTANASIRIWONG, 2012; QU; LIU, 2012; WANG et al., 2012; VAZ; Martins de Matos; MARTINS, 2012), que pode ser visto como uma extensão de Biclusterização (SKILLICORN, 2012), e Variáveis Latentes (CLEGER-TAMAYO; FERNÁNDEZ-LUNA; HUETE, 2012), que podem ser vistos por resolver uma tarefa de clusterização, que é agrupar termos em grupos que são chamados de tópicos (WANG et al., 2012). O desafio é escolher o número de tópicos, por isso, grande parte dos trabalhos que fazem o uso dessas técnicas, realizam testes variando o número de tópicos. Esses testes geralmente mostram que esses algoritmos ajudam na performance da recomendação (CLEGER-TAMAYO; FERNÁNDEZ-LUNA; HUETE, 2012; TANTANASIRIWONG, 2012; SAAYA et al., 2013; SPAETH; DESMARAIS, 2013; VAZ; Martins de Matos; MARTINS, 2012).

Na representação estruturada dos itens, alguns estudos propõem representações no contexto de notícias e artigos científicos (BIELIKOVA; KOMPAN; ZELENIK, 2012; LOPS et al., 2013): são diferenciadas as relevâncias de cada um dos atributos textuais (exemplo título, conteúdo, categoria e etc.), por meio de pesagem. Estudos mostraram que com os pesos apropriados é possível melhorar a qualidade da recomendação. Atributos que não são textuais também são usados no contexto de notícias, como no SR de notícias para celular em (YEUNG; YANG; NDZI, 2012), que o tempo da notícia modifica o vetor que representa o item, fazendo a multiplicação por um fator  $\alpha$ . o SR de livros (VAZ; Martins de

Matos; MARTINS, 2012) que tem como objetivo representar o estilo de escrita de cada autor, faz o uso de atributos como: o tamanho do documento, n-gramas e *vocabulary richness*.

### 6.1.2 Aprendizado do Perfil

Nesta etapa é onde o perfil do usuário é representado e aprendido pelo SR. Na maioria das vezes o perfil é representado por um vetor de documentos de tamanho  $k$ , que o usuário visitou ou apresentou um feedback positivo  $d_{prefs} = \{d_{pref_1}, d_{pref_2}, \dots, d_{pref_k}\}$ . Há outras formas de representação, como em Yeung, Yang e Ndzi (2012), que além da anterior, incorpora informações demográficas, tratando o problema de *user cold-start* em SRsbC. Vaz, Martins de Matos e Martins (2012) propõem uma representação para o perfil do usuário usando um método da área de Recuperação de Informação: algoritmo de *Rocchio*, onde cada documento  $d_{pref_i}$  é classificado pelo usuário em positivo ou negativo (como exemplo, gostou ou não gostou), assim o algoritmo faz uma mistura dos objetos positivos e negativos, com um peso diferente para cada tipo de objeto, obtendo um vetor. Então, esse vetor é comparado com vetores de itens (usando similaridade dos cossenos), para obter itens semelhantes. Variando os parâmetros, os autores chegaram na conclusão que, incorporando objetos negativos na representação do perfil para treinamento do algoritmo, piora a qualidade das recomendações.

O aprendizado do perfil do usuário é como um problema de classificação, onde o vetor de objetos é dado por  $X = \{d_{pref_i}, y_i^{+-}\}$ , sendo que  $y_i^{+-}$  representa o rótulo, ou seja, se  $d_{pref_i}$  é um item que o usuário gostou(+) ou não(-). Então, é treinado um classificador que irá classificar itens que o usuário ainda não consumiu, para saber se é um item que o usuário irá consumir/gostar. Diversos algoritmos são usados para resolver esse tipo de problema: Redes Bayesianas (YEUNG; YANG; NDZI, 2012; CLEGER-TAMAYO; FERNÁNDEZ-LUNA; HUETE, 2012), Naïve Bayes (LEE et al., 2012; SEMERARO et al., 2012), SVM (*Support Vector Machine*) (TANTANASIRIWONG, 2012; LEE et al., 2012).

Existem trabalhos que tratam o aprendizado do perfil com técnicas de Aprendizado Semi-Supervisionado, Lee et al. (2012) faz uso de comitê de máquinas para construir um modelo de Aprendizado de Máquina que classifica apenas classes positivas, visando classificar se o usuário de um e-commerce irá gostar ou não de um produto. Primeiramente, classifica objetos sem rótulo, para depois entrarem no modelo final que agrega todos os objetos (SVM ou Naïve Bayes). Foi verificado que o SR proposto trata o problema de

poucos dados para a identificação do perfil do usuário, pois não necessita apenas de dados rotulados.

É possível tratar o problema de aprendizado do perfil como um problema de clusterização (DAVOODI; KIANMEHR; AFSHARCHI, 2012; BIELIKOVA; KOMPAN; ZELENIK, 2012). Davoodi, Kianmehr e Afsharchi (2012) apresentam um SR de especialistas, que representa o perfil dos usuários com semântica e constrói uma *Rede Social*, para então, usar o algoritmo de clusterização (*k-means*) para encontrar perfis de usuário. Além desse, (BIELIKOVA; KOMPAN; ZELENIK, 2012) apresenta um SR de notícias que faz o uso de clusterização hierárquica, tendo como medida de similaridade a similaridade dos cossenos e índice de jaccard. Com uma abordagem *bottom-up* de clusterização e uma estrutura de árvore binária, é realizado a clusterização das notícias: as folhas representam as notícias, e os nós pais, clusters que representam temas das notícias. O usuário desse sistema é representado por caminhos nesta árvore construída, podendo ser recomendados diversas notícias dentro de diversos tópicos, que podem surpreender o usuário, amenizando o problema de serendipidade em SRsbC.

### 6.1.3 Componente de Filtragem

Essa é a etapa mais simples, por ser na maioria das vezes, apenas uma filtragem das recomendações já calculadas na etapa de Aprendizagem do Perfil, essa estratégia é apresentada em Cleger-Tamayo, Fernández-Luna e Huete (2012), Qu e Liu (2012), Wang et al. (2012), Davoodi, Kianmehr e Afsharchi (2012), Mannens et al. (2011), Semeraro et al. (2012). Outra estratégia simples é a determinação de um limiar (CAPELLE et al., 2012; LOPS et al., 2013), ou seja, os valores da lista de recomendação gerada são filtradas pelo limiar estabelecido. Nos estudos apresentados, foram encontrados muitos SRs Híbridos, que faziam uma outra abordagem para a filtragem, usando uma combinação dos métodos de Filtro Colaborativo e baseados em conteúdo (LOPS et al., 2013; QU; LIU, 2012; DOMINGUES et al., 2012; SPAETH; DESMARAIS, 2013; VAZ; Martins de Matos; MARTINS, 2012).

O trabalho desenvolvido por Bielikova, Kompan e Zelenik (2012) foi o único que apresentou uma estratégia diferente para o Componente de Filtragem, com a árvore binária montada, todas as notícias dos menores para os maiores grupos, que não foram lidas pelo usuário, foram separadas para a recomendação. Então, é construída uma matriz com as recomendações, sendo as linhas ordenadas pelos grupos menores para os grupos maiores, e

as colunas ordenadas pelas notícias mais recentes. Assim, cada coluna é transformada em um vetor, concatenando-os e formando uma lista que é apresentada para o usuário.



## 7 Proposta

A proposta desse projeto de mestrado envolve a aplicação de algoritmos de Biclusterização para o problema de recomendação baseado em conteúdo textual, com a hipótese de que as recomendações geradas, possam amenizar o problema da serendipidade, visto que técnicas de Biclusterização são capazes de encontrar clusters através da análise de subconjuntos de atributos.

Formalmente, os algoritmos de Biclusterização irão atingir o módulo de representação dos itens em um SRsbC, mais especificamente, na função de similaridade entre itens  $s : I \rightarrow I \times I$ , que pode ser capaz de encontrar itens similares, que poderiam não ser similares caso  $s$  fosse gerado por um algoritmo de clusterização, por exemplo. Então, espera-se que o fator de mudança na função de similaridade entre itens  $s$ , acrescente um fator de serendipidade que influencie na aproximação da função  $l_u$ , que representa o perfil do usuário  $u$ , e portanto, na lista de recomendações  $L_u$ , direcionadas à  $u$ , dado que  $l_u : \mathcal{H}_u, s \rightarrow L_u$ , sendo  $\mathcal{H}_u$  o subconjunto que representa o histórico de itens que  $u$  acessou.

Então, para a validação dessa hipótese, se faz necessária a definição de um contexto para servir de prova de conceito. Este contexto é referente às notícias presentes no portal iG<sup>1</sup>, um portal de notícias brasileiro muito conhecido, com um volume de notícias bastante grande e com alguma estrutura de classificação de notícias já existente. Essas características conferem liberdade para a configuração de experimentos de diferentes naturezas, como experimentos considerando determinadas classes de notícias, tipos de notícias ou datas de publicação das notícias.

Como se tratam de notícias, é necessário fazer o uso de técnicas de Mineração de Texto para representar o conteúdo textual de notícias de maneira estruturada, possibilitando a construção de um corpus de notícias, que será usado para a validação da hipótese. Para então, realizar a implementação de algoritmos de Biclusterização, que formarão biclusters para recomendar aos usuários, com base nos seus respectivos históricos  $\mathcal{H}_u$ .

Também, o portal iG possui informações históricas e anônimas referentes ao registro de navegação de usuários. Esse registro permitirá a construção de um conjunto de dados de preferências, que poderá ser usado para realização de *testes offline* para validar a prova de conceito, e portanto, a hipótese.

---

<sup>1</sup> <http://ig.com.br/>

Os passos da proposta são sumarizados na Figura 7, onde se tem a fase de aquisição de notícias que comporá o corpus de notícias, para entrada na fase de pré-processamento, que utilizará de técnicas de Mineração de Texto para a estruturação do conteúdo textual, realizando diversas representações (TF-IDF, TF-IDF normalizado e *n-grams*). Isso possibilitará a criação de biclusters através de algoritmos de Biclusterização, para então, dado o histórico de itens que o usuário navegou, analisar os biclusters que contém esses itens, e construir a lista de recomendação com base em outras notícias presentes nesses biclusters. Assim, será possível avaliar a qualidade dos biclusters gerados, em relação às notícias recomendadas e às informações históricas. Verificando também, como a estratégia se adequa à serendipidade, através da comparação das recomendações geradas pela estratégia por recomendações geradas através da técnica de filtro colaborativo.

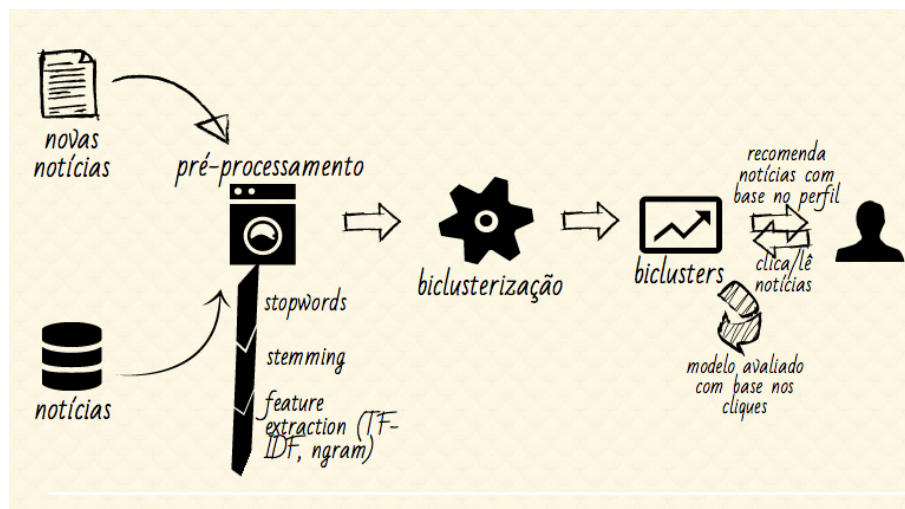


Figura 7 – Sumarização da proposta.

Com o objetivo de especificar ainda mais as etapas da proposta e trazer informações sobre o desenvolvimento das mesmas, as seções Revisões Bibliográficas (Seção 7.1), Construção das Bases de Dados (Seção 7.2), Estratégias para Validação e Extensões (Seção 7.3) e Cronograma - Próximos Passos (Seção ??) são apresentadas.

## 7.1 Revisões Bibliográficas

Se fez necessária, primeiramente, de uma análise exploratória para obter noções básicas da área de SRs, que foi realizada através da leitura de livros e artigos do tipo revisão bibliográfica, o que permitiu, em seguida, o aprofundamento na área de SRs, por meio da RS em Aprendizado de Máquina e SRsbC Textual.

A RS compreende estudos entre 2003 à 2014 que fazem referência ao estudo do estado da arte ou estado da prática sobre SRsbC textuais e apresentem alguma solução com o uso de técnicas de Aprendizado de Máquina. Os estudos foram selecionados através da busca sistemática nas seguintes bases de dados: Scopus<sup>2</sup>, ISI *web of Science* (WoS)<sup>3</sup>, IEEE Xplore<sup>4</sup>, ACM Digital Library<sup>5</sup> e SpringerLink<sup>6</sup>. Para cada busca foi escrito um protocolo (veja um exemplo no Apêndice ??). Para realizar a filtragem dos estudos encontrados foi utilizada uma abordagem *Tollgate*: três pesquisadores aplicam os critérios de inclusão de maneira independente, e então, o consenso na decisão final é decidido pela maioria. Sendo assim, a fim de extrair os dados dos estudos, é realizada a leitura dos estudos incluídos e seus dados sumarizados em uma tabela (veja um exemplo no Apêndice ??).

Com um total de 304 estudos após a identificação nas bases de dados e remoção de duplicatas, foi feita a leitura e extração de dados de 18 estudos, que compreendem os estudos publicados entre os anos de 2012 à 2014. A finalização da RS se dará após aplicação da filtragem e extração de dados para os demais anos.

Para aplicação dos algoritmos de Biclusterização, foi realizado um levantamento do referencial teórico, através da análise exploratória de livros, artigos do tipo revisão bibliográfica e artigos que se referem à criação dos algoritmos (FRANCA, 2010; CHENG; CHURCH, 2000; TANAY; SHARAN; SHAMIR, 2005; MADEIRA; OLIVEIRA, 2004; SANTAMARÍA; MIGUEL; THERÓN, 2007; KLUGER et al., 2003; PRELIĆ et al., 2006). Isso possibilitou a geração de conjuntos de dados sintéticos (Seção ??), e implementação do algoritmo de Cheng e Church (2000) nesses conjuntos, disponibilizado em <https://github.com/lucasbruni-alti/biclustering-experiments>.

Além disso, também foi necessária a realização de uma análise exploratória das áreas de Mineração de Texto, para que fosse possível a estruturação dos conteúdos textuais presentes nas notícias (Seção 7.2).

---

<sup>2</sup> <http://www.scopus.com/>

<sup>3</sup> <http://apps.webofknowledge.com/>

<sup>4</sup> <http://ieeexplore.ieee.org>

<sup>5</sup> <http://dl.acm.org>

<sup>6</sup> <http://link.springer.com/>

## 7.2 Construção das Bases de Dados

### 7.2.1 Corpus iG

A extração das notícias do portal iG foi realizada através da implementação de um *web crawler* utilizando a linguagem python<sup>7</sup>. As notícias foram capturadas a partir de uma página de início, fornecida para o *web crawler*, que era selecionada a fim de equalizar a distribuição de notícias por ano e por categoria (canal).

O corpus iG é composto por um conjunto de notícias do portal iG<sup>8</sup>  $\mathcal{N} = \{I_1, \dots, I_m, \dots, I_M\}$ , em que cada notícia  $I_m$  é representada pela tupla  $(permalink, título, subtítulo, corpo, c_i)$ , em que *permalink* é o endereço eletrônico fixo da notícia, e,  $c_i$  um elemento do conjunto de canais  $\mathcal{C} = \{gente, ultimosegundo, delas, economia, esporte, saude, igay, deles, tecnologia, igirl, jovem, arena, luxo\}$ , onde cada canal representa um assunto ou categoria de notícias.

O número total de notícias do corpus é  $M = 4\,593$ , com mais de 250 caracteres no *corpo*, no período de 02 de Janeiro de 2012 à 11 de Outubro de 2014. As notícias estão bem distribuídas por ano: 1 551 notícias em 2012, 1 933 notícias em 2013 e 1 109 em 2014. Como cada notícia esta associada com um canal, foi coletada a distribuição de notícias por canal (Tabela 1).

Tabela 1 – Distribuição de notícias por canal ( $c_i$ ) do corpus iG.

canal ( $c_i$ )	número de notícias
<i>gente</i>	196
<i>ultimosegundo</i>	555
<i>delas</i>	252
<i>economia</i>	907
<i>esporte</i>	342
<i>saude</i>	88
<i>igay</i>	210
<i>deles</i>	141
<i>tecnologia</i>	359
<i>igirl</i>	527
<i>jovem</i>	524
<i>arena</i>	421
<i>luxo</i>	71

<sup>7</sup> <https://www.python.org/>

<sup>8</sup> <http://www.ig.com.br/>

Analisando a distribuição de notícias por ano foi possível verificar que os links escolhidos como partida para o *web crawler* realizar a extração de notícias foram efetivos para deixar a distribuição perto de uniforme, com média e desvio padrão de aproximadamente  $1531 \pm 337$  notícias. Contrariamente, a distribuição de notícias por canal não ficou perto do uniforme, com média e desvio padrão de aproximadamente  $353 \pm 225$  notícias, uma hipótese é que isso se deve à idade e popularidade do canal, por exemplo, os canais *luxo* e *deles* são muito mais recentes e menos populares que o *ultimosegundo*.

### 7.2.2 Pré-processamento do corpus iG

Com o corpus iG criado, o intuito da fase de pré-processamento é representar as notícias de maneira estruturada, para isso foram utilizadas técnicas de Mineração de Texto (Seção 5). Foi criado um *pipeline* para o pré-processamento das notícias que contou com as seguintes etapas:

### 7.2.3 Base de cliques iG

A base de dados de cliques iG, doada para a realização deste trabalho, é composta por um conjunto usuários anônimos  $U = \{u_1, \dots, u_n, \dots, u_N\}$  que foram capturados através do controle de *cookies* dos navegadores do portal, assim, cada usuário  $u \in U$  interage com o conjunto de notícias  $\mathcal{N}$  através de cliques, representados por  $h_{u_n, I_m}^t$ , um clique em uma notícia  $I_m$  que foi dado por  $u_n$  em um dado momento do tempo  $t$ . Assim, se considerar cada clique  $h_{u_n, I_m}^t$  como uma preferência do usuário  $u_n$  por  $n$ , é possível construir a matriz de preferências  $U \times I$  (Seção ??), no contexto,  $\mathcal{I} = \mathcal{N}$ .

A base de cliques iG é composta de 487 487 395 cliques, com notícias coletadas, aproximadamente, do período de abril de 2013 à novembro de 2014. Essa base de dados tem tamanho total, sem compressão, de 100GB, o que dificulta a sua mineração. No entanto, pretende-se usar apenas as notícias que compõem o corpus iG.

## 7.3 Estratégias para Validação e Extensões

### 7.3.1 Estratégias para Validação

A primeira forma de avaliação do trabalho, consistirá na análise dos biclusters criados através de medidas de avaliação internas, onde usa-se os próprios biclusters, juntamente com métricas de qualidade e/ou estabilidade, para avaliar as soluções geradas. A métrica estudada até o momento para avaliação interna é a métrica de consistência (SANTAMARÍA; MIGUEL; THERÓN, 2007), que verifica se os biclusters encontrados correspondem com a definição de bicluster.

Também serão realizados *testes offline*, utilizando a base de cliques iG, para verificar se o modelo proposto, é capaz de oferecer recomendações consistentes, comparando as recomendações geradas para um usuário  $u$  com o histórico deste mesmo usuário, utilizando as métricas de precisão e revocação, variando o número de recomendações oferecidas. Segundo Jannach et al. (2011), essa estratégia é a que mais se adequa quando a recomendação é em forma de lista que é apresentado à um usuário. Este método também pode ser interpretado como uma avaliação externa dos biclusters.

Ainda utilizando a base de cliques iG, será realizada outra avaliação com *testes offline*, comparando as recomendações obtidas com recomendações geradas por um filtro colaborativo, que será, a princípio, implementado neste trabalho, fazendo uma comparação da recomendação gerada com a estratégia proposta e da recomendação gerada com o filtro colaborativo. Serão utilizadas as mesmas métricas presentes na avaliação anterior.

### 7.3.2 Possíveis Extensões

Sobre a geração da lista de recomendações direcionadas à um usuário ( $L_{u_n}$ ), uma forma mais simples, já descrita neste trabalho, é verificar os itens do histórico do usuário, buscando os biclusters aos quais esses itens pertencem, e dentro desses biclusters procurar por notícias para a construção da recomendação. Uma possível abordagem para a geração de  $L_{u_n}$  é observar o histórico de itens que o usuário  $u_n$  interagiu, como um modelo escondido de Markov, em que deseja-se descobrir a probabilidade do próximo item que o usuário vai consumir:  $P(h_{u_n, I_{m+1}} | h_{u_n, I_1}, \dots, h_{u_n, I_m})$ , este modelo é chamado, especificamente, de *Variable Length Markov Chains* (MURPHY, 2012). Ainda, é possível combinar os resultados

dos biclusters com o modelo escondido de Markov, fazendo com que este calcule a probabilidade do próximo bicluster em que o usuário irá navegar.

Outra possível extensão, diz respeito ao uso de *Ensemble* de Clusterização ([STREHL; GHOSH, 2003](#)), como forma de substituir os algoritmos de Biclusterização, visto que estes podem considerar subconjuntos de atributos para a formação de clusters. Assim, é possível fazer comparações com uma técnica semelhante à originalmente proposta: Biclusterização.

## Referências<sup>9</sup>

- ADOMAVICIUS, G.; TUZHILIN, A. Toward the next generation of recommender systems: A survey of the state-of-the-art and possible extensions. *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, v. 17, n. 6, p. 734–749, 2005. Citado na página 42.
- BAZARAA, M.; SHERALI, H.; SHETTY, C. *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*. [S.l.]: Wiley, 2006. ISBN 9780471787761. Citado na página 28.
- BEEL, J. et al. Introducing docear’s research paper recommender system. In: *Proceedings of the 13th ACM/IEEE-CS joint conference on Digital libraries - JCDL ’13*. New York, New York, USA: ACM Press, 2013. p. 459. Citado na página 44.
- BIELIKOVA, M.; KOMPAN, M.; ZELENIK, D. Effective hierarchical vector-based news representation for personalized recommendation. *Computer Science and Information Systems*, COMSIS CONSORTIUM, v. 9, n. 1, p. 303–322, jan. 2012. Citado 2 vezes nas páginas 44 e 46.
- CAPELLE, M. et al. Semantics-based news recommendation. In: *Proceedings of the 2nd International Conference on Web Intelligence, Mining and Semantics - WIMS ’12*. New York, New York, USA: ACM Press, 2012. p. 1. Citado 3 vezes nas páginas 42, 44 e 46.
- CHENG, Y.; CHURCH, G. M. Biclustering of expression data. In: *Procedures of the 8th ISMB*. [S.l.]: AAAI Press, 2000. p. 93–103. Citado na página 50.
- CLEGER-TAMAYO, S.; FERNÁNDEZ-LUNA, J.; HUETE, J. Top-n news recommendations in digital newspapers. *Knowledge-Based Systems*, v. 27, p. 180–189, 2012. Citado 3 vezes nas páginas 44, 45 e 46.
- DAVOODI, E.; KIANMEHR, K.; AFSHARCHI, M. A semantic social network-based expert recommender system. *Applied Intelligence*, v. 39, n. 1, p. 1–13, out. 2012. Citado na página 46.
- DING, C. et al. Orthogonal nonnegative matrix tri-factorizations for clustering. In: *In SIGKDD*. [S.l.]: Press, 2006. p. 126–135. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 29.
- DOMINGUES, M. A. et al. Combining usage and content in an online recommendation system for music in the long tail. *International Journal of Multimedia Information Retrieval*, v. 2, n. 1, p. 3–13, nov. 2012. Citado 2 vezes nas páginas 44 e 46.
- EDELMAN, A.; ARIAS, T. A.; SMITH, S. T. The geometry of algorithms with orthogonality constraints. *SIAM J. Matrix Anal. Appl.*, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, USA, v. 20, n. 2, p. 303–353, abr. 1999. ISSN 0895-4798. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1137/S0895479895290954>>. Citado na página 32.
- FELDMAN, R.; SANGER, J. *The Text Mining Handbook: Advanced Approaches in Analyzing Unstructured Data*. Cambridge, MA, USA: Cambridge University Press, 2006. Hardcover. Citado na página 38.
- FRANCA, F. de. *Biclusterização na Análise de Dados Incertos*. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, BR, 11 2010. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 50.

<sup>9</sup> De acordo com a Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 6023.



- HAN, J.; KAMBER, M. *Data mining: Concepts and Techniques*. 2. ed. [S.l.]: Morgan Kaufmann San Francisco, Calif, USA, 2006. Citado na página 17.
- HAN, J.; KAMBER, M.; PEI, J. *Data Mining: Concepts and Techniques*. 3rd. ed. San Francisco, CA, USA: Morgan Kaufmann Publishers Inc., 2011. Citado na página 41.
- HAYKIN, S. *Neural Networks and Learning Machines (3rd Edition)*. 3. ed. [S.l.]: Prentice Hall, 2008. Hardcover. Citado na página 40.
- HO, N.-D. *Nonnegative Matrix Factorization Algorithms and Applications*. Tese (Doutorado) — Université Catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgique, 6 2008. Citado na página 18.
- HOCHREITER, S. et al. Fabia: factor analysis for bicluster acquisition. *Bioinformatics*, v. 26, n. 12, p. 1520–1527, 2010. Citado na página 23.
- HOTH, A.; NÜRNBERGER, A.; PAAß, G. A brief survey of text mining. *LDV Forum - GLDV Journal for Computational Linguistics and Language Technology*, v. 20, n. 1, p. 19–62, maio 2005. Citado na página 38.
- JAIN, A. K.; MURTY, M. N.; FLYNN, P. J. Data clustering: A review. *ACM Computing Surveys*, ACM, v. 31, p. 264 – 323, September 1999. Citado na página 17.
- JANNACH, D. et al. *Recommender Systems An Introduction*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 42 e 53.
- KLUGER, Y. et al. Spectral biclustering of microarray data: Coclustering genes and conditions. *Genome Research*, v. 13, n. 4, p. 703–716, 2003. Citado na página 50.
- LEE, D. D.; SEUNG, H. S. Learning the parts of objects by nonnegative matrix factorization. *Nature*, v. 401, p. 788–791, 1999. Citado na página 19.
- LEE, D. D.; SEUNG, H. S. Algorithms for non-negative matrix factorization. In: *NIPS*. [s.n.], 2000. p. 556–562. Disponível em: <citeseer.ist.psu.edu/lee01algorithms.html>. Citado na página 19.
- LEE, Y.-H. et al. A cost-sensitive technique for positive-example learning supporting content-based product recommendations in b-to-c e-commerce. *DECISION SUPPORT SYSTEMS*, ELSEVIER SCIENCE BV, v. 53, n. 1, p. 245–256, abr. 2012. Citado na página 45.
- LONG, B.; ZHANG, Z. M.; YU, P. S. *Co-clustering by block value decomposition*. [S.l.]: ACM Press, 2005. 635–640 p. Citado 3 vezes nas páginas 25, 26 e 28.
- LOPS, P. et al. Content-based and collaborative techniques for tag recommendation: An empirical evaluation. *Journal of Intelligent Information Systems*, v. 40, n. 1, p. 41–61, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 44 e 46.
- LOPS, P.; GEMMIS, M. de; SEMERARO, G. Content-based recommender systems: State of the art and trends. In: RICCI, F. et al. (Ed.). *Recommender Systems Handbook*. [S.l.]: Springer, 2011. p. 73–105. Citado 4 vezes nas páginas 38, 39, 42 e 43.

- MADEIRA, S. C.; OLIVEIRA, A. L. Biclustering algorithms for biological data analysis: A survey. *IEEE Transactions on Computational Biology and Bioinformatics*, IEEE Computer Society Press, Los Alamitos, CA, USA, v. 1, p. 24–45, January 2004. Citado na página 50.
- MANNENS, E. et al. Automatic news recommendations via aggregated profiling. *Multimedia Tools and Applications*, v. 63, n. 2, p. 407–425, jul. 2011. Citado na página 46.
- MINER, G. et al. *Practical Text Mining and Statistical Analysis for Non-structured Text Data Applications*. 1st. ed. [S.l.]: Academic Press, 2012. Citado na página 40.
- MOERLAND, M. et al. Semantics-based news recommendation with sf-idf. In: *ACM International Conference Proceeding Series*. Madrid: [s.n.], 2013. Citado na página 44.
- MURPHY, K. P. *Machine Learning: A Probabilistic Perspective*. [S.l.]: The MIT Press, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 40 e 53.
- PRELIĆ, A. et al. A systematic comparison and evaluation of biclustering methods for gene expression data. *Bioinformatics*, Oxford University Press, Oxford, UK, v. 22, n. 9, p. 1122–1129, maio 2006. Citado na página 50.
- QU, Z.; LIU, Y. User participation prediction in online forums. In: *Proceedings of the 13th Conference of the European Chapter of the Association for Computational Linguistics*. Stroudsburg, PA, USA: Association for Computational Linguistics, 2012. (EACL '12), p. 367–376. Citado 2 vezes nas páginas 44 e 46.
- SAAYA, Z. et al. The curated web: A recommendation challenge. In: *Proceedings of the 7th ACM Conference on Recommender Systems*. New York, NY, USA: ACM, 2013. (RecSys '13), p. 101–104. Citado na página 44.
- SALTON, G.; WONG, A.; YANG, C. S. A vector space model for automatic indexing. *Communications of the ACM*, ACM, New York, NY, USA, v. 18, n. 11, p. 613–620, 1975. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 39.
- SANTAMARÍA, R.; MIGUEL, L.; THERÓN, R. Methods to bicluster validation and comparison in microarray data. *Lecture Notes in Computer Science: Proceedings of IDEAL'07*, v. 4881, p. 780–789, 2007. Citado 3 vezes nas páginas 23, 50 e 53.
- SEBASTIANI, F. Machine learning in automated text categorization. *ACM Comput. Surv.*, ACM, New York, NY, USA, v. 34, n. 1, p. 1–47, 2002. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 39.
- SEMERARO, G. et al. A folksonomy-based recommender system for personalized access to digital artworks. *Journal on Computing and Cultural Heritage*, v. 5, n. 3, p. 1–22, out. 2012. Citado 2 vezes nas páginas 45 e 46.
- SHAHNAZ, F. et al. Document clustering using nonnegative matrix factorization. *Information Processing & Management*, v. 42, n. 2, p. 373 – 386, 2006. Citado na página 19.
- SKILLICORN, D. B. *Understanding High-Dimensional Spaces*. [S.l.]: Springer, 2012. I-IX, 1-108 p. Citado na página 44.

SPAETH, A.; DESMARAIS, M. Combining collaborative filtering and text similarity for expert profile recommendations in social websites. In: CARBERRY, S. et al. (Ed.). *User Modeling, Adaptation, and Personalization*. [S.l.]: Springer Berlin Heidelberg, 2013, (Lecture Notes in Computer Science, v. 7899). p. 178–189. Citado 2 vezes nas páginas 44 e 46.

STREHL, A.; GHOSH, J. Cluster ensembles — a knowledge reuse framework for combining multiple partitions. *Journal of Machine Learning Research*, JMLR.org, v. 3, p. 583–617, March 2003. Citado na página 54.

TANAY, A.; SHARAN, R.; SHAMIR, R. Biclustering algorithms: A survey. In: *In Handbook of Computational Molecular Biology Edited by: Aluru S. Chapman & Hall/CRC Computer and Information Science Series*. [S.l.: s.n.], 2005. Citado na página 50.

TANTANASIRIWONG, S. A comparison of clustering algorithms in article recommendation system. In: *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*. Singapore: [s.n.], 2012. v. 8349. Citado 2 vezes nas páginas 44 e 45.

TARAGHI, B. et al. Web analytics of user path tracing and a novel algorithm for generating recommendations in open journal systems. *Online Information Review*, v. 37, p. 672–691, 2013. Citado na página 44.

TJHI, W.-C.; CHEN, L. Dual fuzzy-possibilistic coclustering for categorization of documents. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, IEEE, v. 17, p. 533 – 543, June 2009. Citado na página 19.

VAZ, P. C.; Martins de Matos, D.; MARTINS, B. Stylometric relevance-feedback towards a hybrid book recommendation algorithm. In: *Proceedings of the fifth ACM workshop on Research advances in large digital book repositories and complementary media - BooksOnline '12*. New York, New York, USA: ACM Press, 2012. p. 13. Citado 3 vezes nas páginas 44, 45 e 46.

WANG, H. et al. Fast nonnegative matrix tri-factorization for large-scale data co-clustering. In: *Proceedings of the Twenty-Second International Joint Conference on Artificial Intelligence - Volume Volume Two*. AAAI Press, 2011. (IJCAI'11), p. 1553–1558. ISBN 978-1-57735-514-4. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.5591/978-1-57735-516-8/IJCAI11-261>>. Citado na página 33.

WANG, J. et al. Recommending flickr groups with social topic model. *Information Retrieval*, v. 15, n. 3-4, p. 278–295, abr. 2012. Citado 2 vezes nas páginas 44 e 46.

WEISS, S. M.; INDURKHYA, N.; ZHANG, T. *Fundamentals of predictive text mining*. London; New York: Springer-Verlag, 2010. Citado na página 40.

XU, R.; WUNSCH, D. Survey of clustering algorithms. *IEEE Transactions on Neural Networks*, IEEE, v. 16, p. 645 – 678, May 2005. Citado na página 17.

XU, W.; LIU, X.; GONG, Y. Document clustering based on non-negative matrix factorization. In: *Proceedings of the 26th Annual International ACM SIGIR Conference on Research and Development in Informaion Retrieval*. New York, NY, USA: ACM, 2003. (SIGIR '03), p. 267–273. ISBN 1-58113-646-3. Disponível em: <<http://doi.acm.org/10.1145/860435.860485>>. Citado na página 19.

YEUNG, K. F.; YANG, Y.; NDZI, D. A proactive personalised mobile recommendation system using analytic hierarchy process and bayesian network. *Journal of Internet Services and Applications*, v. 3, n. 2, p. 195–214, jul. 2012. Citado 2 vezes nas páginas 44 e 45.

YOO, J.; CHOI, S. Orthogonal nonnegative matrix tri-factorizations for co-clustering: multiplicative updates on stiefel manifolds. *Information Proessing and Management*, v. 46, p. 559–570, 2010. Citado 6 vezes nas páginas 10, 19, 26, 30, 31 e 32.

## Apêndice A – Tabela Workshop

### Tabela Workshop

Contextualização / motivação	Algoritmos de coclusterização tem o objetivo de encontrar grupos em uma matriz de dados. Tais grupos são chamados coclusters por se caracterizarem como um subconjunto de linhas e colunas, e podem apresentar sob diferentes tipos de organização. Especialmente, organizações nas quais diferentes coclusters possuem linhas e/ou colunas em comum (organização com sobreposição) podem ser úteis para diversas aplicações, como mineração de textos, filtro colaborativo, recuperação de informação, etc.
Problema de pesquisa	Encontrar coclusters organizados com sobreposição em uma matriz de dados esparsa contendo valores reais positivos que representam dados de um domínio de aplicação.
Objetivo geral	Propor estratégias algorítmicas baseadas em Fatoração de Matrizes (FM) que sejam capazes de encontrar coclusters organizados com sobreposição em uma matriz esparsa de valores reais positivos.
Trabalhos relacionados	Biclustering algorithms for Biological Data Analysis: A Survey - Survey em algoritmos de coclusterização/biclusterização. Discute diferentes organizações de coclusters e algoritmos para cada uma delas. Fast Nonnegative Matrix Tri-Factorization for Large-Scale Data Co-clustering - Apresenta algoritmos de FM para coclusterização em dados binários. Não trata coclusters organizados com sobreposição. Orthogonal nonnegative matrix tri-factorization for co-clustering: Multiplicative updates on Stiefel manifolds - Apresenta uma survey com algoritmos baseados em FM juntamente com um novo algoritmo que encontra coclusters ortogonais. Estes algoritmos não encontram coclusters organizados com sobreposição.

Justificativa e relevância	Problemas reais se manifestam em domínios que podem apresentar coclusters organizados com sobreposição sobre matrizes de dados esparsas. Um exemplo é a mineração de textos aplicada à agrupamento de notícias. A representação vetorial de textos (as notícias), conhecida, gera matrizes esparsas. Notícias podem ser agrupadas em diferentes grupos a depender de quais de suas características são analisadas. Tais fatores caracterizam o problema sob estudo neste projeto.
Proposta para Solução	Estão sendo desenvolvidos algoritmos utilizando técnicas de FM com o intuito de resolver o problema de encontrar coclusters organizados com sobreposição em domínio nos quais os dados se apresentam como uma matriz esparsa.
Dados	Estão sendo usados: dados sintéticos; dados de notícias da base de dados Reuters; dados de trabalhos acadêmicos da Rochester University; dados de notícias de um grande portal brasileiro; e um conjunto de dados (movie lens) para teste também na área de filtro colaborativo.
Forma de validação	Provas de correção e convergência dos algoritmos desenvolvidos; comparação e experimentação com os algoritmos presentes nos trabalhos correlatos. Avaliação via índices de validação de clustering e coclusterização.
Limitações	FM supõe que os dados e características são separáveis linearmente. Esta restrição não é garantida em problemas reais, mas não impede que soluções baseadas em FM gerem resultados úteis.
Resultados esperados	Contribuições científicas: desenvolvimento de algoritmos inéditos baseados em FM para coclusterização organizados com sobreposição em matrizes esparsas positivas.