# Modelagem Lista de Problemas

Pesquisa Operacional / Programação Linear

Professor: Rian Gabriel Santos Pinheiro
Alunos: Douglas Máximo
José Lucas Calheiros
Leandro Martins

## Problema de Steiner em grafos com limites de elo e links

Modele e implemente os três problemas a seguir:

**Problema de Steiner em grafos com limites de elo e links:**

**Entrada:** Um grafo $G = (V, E)$ com pesos nas arestas $c_e, \forall e \in E$, um conjunto de terminais (obrigatórios) $T \subset V$ e dois inteiros $l$ e $r$.

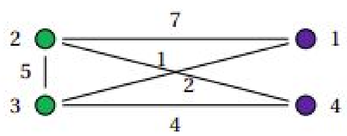
**Objetivo:** Conectar os nós terminas com custo (peso) mínimo, eventualmente utilizando os demais nós como passagem (vértices de Steiner) de tal forma que a quantidade de vértices de Steiner com grau 2 seja menor ou igual a $l$ e a quantidade de vértices de Steiner com grau maior que 3 seja menor ou igual a $r$.

**Arquivo de entrada:**

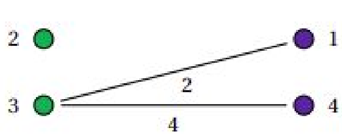
$|V|\ |E|\ l\ r$
$v_i\ v_j\ c_{ij}$
$\vdots$
$v_k\ v_j\ c_{kj}$
$|T|$
$v_{t_1}\ v_{t_2}\ \dots\ v_{t_{|T|}}$

**Exemplo:**

```
4 5 1 0
1 2 7
1 3 2
2 3 5
2 4 1
3 4 4
2
1 4
```




Entrada
$T = \{1, 4\}$




Solução

Definições:

- $V$ - conjunto de vértices
- $E$ - conjunto de arestas $e : V x V$
- $c_e$ - custo da aresta $e \varepsilon E$
- $T$ - conjunto de terminais obrigatórios
- $l$ - vértices não terminais com grau 2
- $r$ - vértices não terminais com grau maior ou igual a 3

Variáveis de decisão:

- $O_{ij}$ - 1 se a aresta formada pelos vértices $i$ e $j$ pertence à solução, 0 caso contrário.
- $V^O$ - conjunto de vértices da solução

Funções auxiliares:

- $d_v$ - 1 se o grau de $v \in V^O$ é igual a 2 e 0 caso contrário
- $n_v$ - 1 se o grau de $v \in V^O$ é maior ou igual 3 e 0 caso contrário
- $k$ - 1 se existe pelo menos um caminho para cada par $ij$ pertencente a $V^O$, 0 caso contrário.

Restrições:

- Os vértices terminais devem ter exatamente um vizinho
  - $\sum_{v \in V} O_{tv} = 1 \qquad \forall\ t \in T$
- O grafo resultante deve ser conexo
  - $k = 1$
- Número de vértices com grau 2 deve ser menor ou igual a $l$
  - $\sum_{v \in V^O} d_v \leq l$
- Número de vértices com grau maior ou igual a 3 deve ser menor ou igual a $r$
  - $\sum_{v \in V^O} n_v \leq r$

Função objetivo:

- $MIN(z = \sum_{ij \in E} O_{ij} c_{ij})$

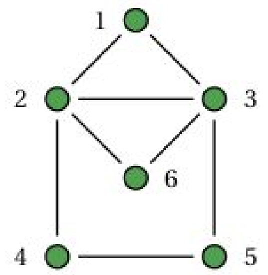
# Problema de Coloração de aresta com custo mínimo

**Coloração de aresta com custo mínimo**
**Entrada:** Um grafo $G = (V, E)$.
**Objetivo:** Colorir as arestas de $G$ de forma a minimizar o somatório dos custos, em que o custo de uma cor $c_i = i$.
**Arquivo de entrada:**

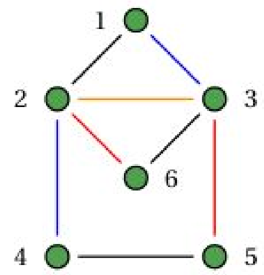
$|V|$ $|E|$
$v_i$ $v_j$
$\vdots$
$v_k$ $v_j$

**Exemplo:**

```
6 8
1 2
1 3
2 3
2 4
2 6
3 5
3 6
4 5
```




Entrada




Solução
Total = 17

| cor | custo |
|---|---|
| preto | 1 |
| vermelho | 2 |
| azul | 3 |
| laranja | 4 |

Definições:
- $V$ - conjunto de vértices
- $E$ - conjunto de arestas
- $C$ - conjunto de custo/cores

Variáveis de decisão:
- $x_e$ - custo/cor na aresta $e$, $\forall\ e \in E$, $x_e \in C$

Restrições:
- Vizinhança - Sejam duas arestas $e1$ e $e2$, se $e1$ é vizinho de $e2$, então:
  - $x_{e1} \neq x_{e2}$, $\forall\ e1, e2 \in E$

Objetivo:
- $MIN(\sum_{e}^{E} x_e)$

## Problema Top K Clique

Definições:

- $V$ - conjunto de vértices
- $E$ - conjunto de arestas
- C - conjunto de cliques
- K - número de cliques desejados

Variáveis:

- $x_{cv}$ - 1 se $v \in V$ pertence a clique $c \in C$ , 0 caso contrário

Restrições:

- $\sum_{v \in V} d(v) = [(|c| * (|c| - 1)) / 2] - 1 \quad \forall\ c \in C$
- $|i \cap j| \neq |i|,\ |i \cap j| \neq |j| \quad \forall ij \in CxC$

Objetivo:

- $MAX(\bigcup_{c \in C} c)$