Modelagem de um Sistema Ativo de Pouso de um Foguete Suborbital

Modelagem de Sistemas Dinâmicos - PME3380

Docente: Agenor de Toledo Fleury

Docente: Renato Maia Matarazzo Orsino

Grupo T

Gabriel Ribeiro Silvério
Calebe Gomes
Gustavo Raul Weber Morelli
Lucas Carvalho

1 de fevereiro de 2024

Introdução

O que é o TVC?

- Sistema de Direcionamento do Voo de um Foguete pela deflexão da tubeira
- Pode ser utilizado como mecanismo principal para um sistema ativo de pouso
- Vantagens: permite a precisão da localidade do pouso, reutilização completa do foguete para outras missões e manobras em ambientes com pouca sustentação aerodinâmica.

Objetivos:

- Modelagem e simulação da dinâmica de um sistema de pouso baseado no TVC, permitindo futuro controle desse sistema.

Revisão Bibliográfica

Principal referência utilizada: trabalho de mestrado de Brobow (2015)

- Modelagem de um corpo de testes que utiliza o empuxo vetorizado como sistema de orientação
- Modelagem cinemática e dinâmica do foguete
- Apresentação do modelo físico e técnicas de simulação e controle

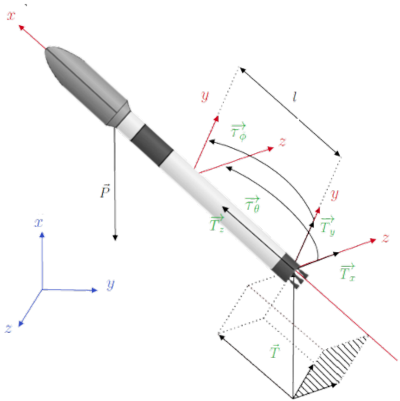
Referências Auxiliares

- Modelo Dinâmico de Voo de KISABO, 2015
- Modelo de Simulação de CEOTTO, 2020

Hipóteses Simplificadoras

1. Considerando baixa variação de altitude, a gravidade pode ser admitida constante no tempo e espaço. (CEOTTO, 2021)
2. Efeitos causados por variação de massa serão desprezados (Foguetes suborbitais consomem pouco combustível e o pouso é de baixa duração), como foi bem desenvolvido e explicado em (CEOTTO, 2021).
3. A estrutura do foguete se comporta como um corpo rígido.
4. Existe axissimetria na estrutura do foguete, coincidindo com os eixos principais de inércia - assim é desprezado o momento de inércia no eixo de simetria.
5. Efeitos de sustentação são desprezados devido às baixas velocidades, como é desenvolvido em (KISABO, 2019).
6. O foguete estará descendo na posição vertical, e os efeitos de rotação própria serão desprezados (BOBROW, 2022).

Modelo Físico



Modelo Físico do Foguete

Fonte: Autoria Própia

Características do foguete

- Composto de um corpo rígido em forma cilíndrica ideal.
- A tubeira, que se move, é parte integrante da estrutura rígida do foguete, e segundo as referências, não necessita de modelo próprio.
- Empuxo é constante durante todo o período de pouso.
- Dados da geometria, massa e momentos de inércia são retirados do foguete Juno 3 do grupo de extensão Projeto Júpiter

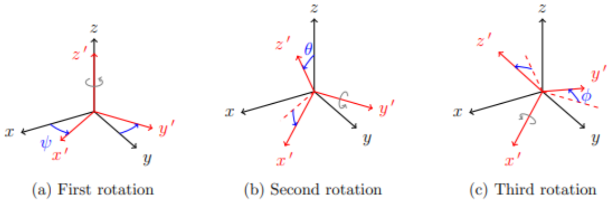
Parâmetros

Símbolo	**Parâmetro**	**Valor**
X_{CM}	Distância do centro de massa até o bocal	1,052 m
X_{PE}	Centro de Pressão	-0,261 m
L	Comprimento do foguete	3,304 m
D_f	Diâmetro do Foguete	0.127 m
T	Empuxo	230,57 N
I_{yy}	Momento de inércia do eixo y	15,07 $kg \cdot m^2$
I_{zz}	Momento de inércia do eixo z	15,07 $kg \cdot m^2$
M	Massa do foguete	23,545 kg
g	Aceleração da gravidade	9,8055 ms^{-2}
ρ	Massa específica do ar	1,091 kgm^{-3}
C_d	Coeficiente de Arrasto Aerodinâmico	0,432

Tabela 1: Parâmetros do Sistema

Graus de Liberdade

- 5 graus de liberdade mecânicos
- Deslocamento (x, y, z)
- Rotação em (y, z) - (θ, ψ)



Ângulos de Euler - Rotação (zyz)

Fonte: Brobow (2015)

Vetor de Estados

$$x = [x \quad y \quad z \quad \theta \quad \psi \quad u \quad v \quad w \quad q \quad r]^T \tag{1}$$

Modelagem Cinemática

O primeiro passo para a definição das velocidades e rotações do corpo é a transição entre os referenciais fixo e móvel, dadas pelas matrizes de rotação:

$$R_{x\phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_\phi & s_\phi \\ 0 & -s_\phi & c_\phi \end{bmatrix} \quad R_{y\Theta} = \begin{bmatrix} c_\Theta & 0 & -s_\Theta \\ 0 & 1 & 0 \\ s_\Theta & 0 & c_\Theta \end{bmatrix} \quad R_{z\Psi} = \begin{bmatrix} c_\Psi & s_\Psi & 0 \\ -s_\Psi & c_\Psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Modelagem Cinemática

Com isso definido, é possível definir a transformação homogênea que permite transmitir grandezas translacionais da base fixa para a móvel, denotada por R, e sua inversa, T_{IB} ,que indica o processo contrário

$$R = R_{x\varphi}.R_{y\theta}.R_{z\psi}$$

$$R = \begin{bmatrix} c_\Theta c_\psi & c_\Theta s_\psi & -s_\Theta \\ s_\Theta s_\varphi s_\psi - c_\varphi s_\psi & c_\varphi c_\psi + s_\Theta s_\varphi s_\psi & c_\Theta s_\varphi \\ c_\varphi c_\psi s_\Theta + s_\varphi s_\psi & -c_\psi s_\varphi + c_\varphi s_\Theta s_\psi & c_\Theta c_\varphi \end{bmatrix}$$

$$T_{IB} = \begin{bmatrix} c_\theta c_\psi & c_\psi s_\theta s_\varphi - c_\varphi s_\psi & c_\varphi c_\psi s_\theta + s_\varphi s_\psi \\ c_\theta s_\psi & c_\varphi c_\psi + s_\theta s_\varphi s_\psi & -c_\psi s_\varphi + c_\varphi s_\theta s_\psi \\ -s_\theta & c_\theta s_\varphi & c_\theta c_\varphi \end{bmatrix}$$

Modelagem Cinemática

Com isso, as velocidades medidas no referencial móvel, obtidas por sensores, podem ser expressas no referencial fixo:

$$v_{fixo} = T_{IB}.v_{movel}$$

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_\Theta c_\Psi v_x + (c_\Psi s_\Theta s_\Phi - c_\Phi s_\Psi)v_y + (c_\Phi c_\Psi s_\Theta + s_\Phi s_\Psi)v_z \\ c_\Theta s_\Psi v_x + (c_\Phi c_\Psi + s_\Theta s_\Phi s_\Psi)v_y + (-c_\Psi s_\Phi + c_\Phi s_\Theta s_\Psi)v_z \\ -s_\Theta v_x + (c_\Theta s_\Phi)v_y + (c_\Theta c_\Phi)v_z \end{bmatrix}$$

Modelagem Cinemática

Para as rotações, a abordagem é diferente, e se refere à aplicação de uma nova matriz de transformação denominada por B, cuja demonstração está desenvolvida em (ARDAKANI; BRIDGES, 2010):

$$B = \begin{bmatrix} 1 & \sin\varphi\tan\theta & \cos\varphi\tan\theta \\ 0 & \cos\varphi & -\sin\varphi \\ 0 & \sin\varphi\sec\theta & \cos\varphi\sec\theta \end{bmatrix}$$

Assim, a transformação implica no seguinte:

$$\vec{\omega}_{fixo} = B^{-1}\vec{\omega}_{móvel}$$

Modelagem Dinâmica

Em primeiro lugar, modelagem-se as forças aerodinâmicas presentes na situação, que, pelas hipóteses simplificadoras, se resumem apenas à força de arrasto, dado por:

$$D = \frac{1}{2} C_d \rho A v_{rel}^2$$

A área, contudo, é variante, e pode ser dada pela sobreposição de duas projeções:

$$A(\theta, \phi) = \frac{\pi D_f^2}{4} + D_f L \sqrt{\sin^2\theta + \cos^2\phi}$$

Ficando então:

$$D = \frac{1}{2} C_d \rho (\frac{\pi D_f^2}{4} + D_f L \sqrt{\sin^2\theta + \cos^2\phi}) v_{rel}^2$$

Modelagem Dinâmica

Define-se o vetor de saída do empuxo, com α_y e α_z sendo as deflexões da tubeira:

$$\vec{T} = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T\cos\alpha_y\cos\alpha_z \\ T\sin\alpha_y\cos\alpha_z \\ T\cos\alpha_y\sin\alpha_z \end{bmatrix}$$

Segundo a formulação de *Newton-Euler*:

$$\dot{\vec{v}} = -\vec{\omega}\times\vec{v} + \frac{1}{m}\sum\vec{F}_{tot}$$

assim, dadas as forças presentes, ele resulta em:

$$\dot{\vec{v}} = -\vec{\omega}\times\vec{v} - R\vec{g} + \frac{1}{m}(\vec{T} + R\vec{D})$$

Modelagem Dinâmica

$$
\begin{aligned}
a_x = & w_z \cdot v_y - w_y \cdot v_z + \frac{1}{m}\left[-m \cdot g \cdot \cos\theta \cdot \cos\psi + T \cdot \cos\alpha_y \cdot \cos\alpha_z\right. \\
& + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot C_D \cdot \cos\theta \cdot \cos\psi \cdot \left(\pi \cdot \left(\frac{D_f^2}{4}\right) + L \cdot D_f \cdot \left[(\sin\theta)^2 + (\sin\psi)^2\right]^{0.5}\right) \times \\
& [\cos\theta \cdot \cos\psi \cdot v_x + (\cos\psi \cdot \sin\theta \cdot \sin\phi - \cos\phi \cdot \sin\psi) \cdot v_y \\
& \left. + (\cos\phi \cdot \cos\psi \cdot \sin\theta + \sin\phi \cdot \sin\psi) \cdot v_z]^2\right]
\end{aligned}
$$

Modelagem Dinâmica

$$
\begin{aligned}
a_y = &- w_z \cdot v_x + w_x \cdot v_z + \frac{1}{m}\left[-m \cdot g \cdot (\cos(\psi) \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\phi) - \cos(\phi) \cdot \sin(\psi))\right.\\
&+ T \cdot \cos(\alpha_z) \cdot \sin(\alpha_y) + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot C_D \cdot (\cos(\psi) \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\phi) - \cos(\phi) \cdot \sin(\psi)) \cdot \\
&\left(\pi \cdot \left(\frac{D_f^2}{4}\right) + L \cdot D_f \cdot \left[(\sin(\theta))^2 + (\sin(\psi))^2\right]^{0.5}\right) \cdot \\
&\left[\cos(\theta) \cdot \cos(\psi) \cdot v_x + (\cos(\psi) \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\phi) - \cos(\phi) \cdot \sin(\psi)) \cdot v_y + \right.\\
&\left.\left.(\cos(\phi) \cdot \cos(\psi) \cdot \sin(\theta) + \sin(\phi) \cdot \sin(\psi)) \cdot v_z\right]^2\right]
\end{aligned}
$$

Modelagem Dinâmica

$$
\begin{aligned}
a_z = & w_y \cdot v_x - w_x \cdot v_y + \frac{1}{m} [-m \cdot g \cdot (\cos(\phi) \cdot \cos(\psi) \cdot \sin(\theta) + \sin(\phi) \cdot \sin(\psi)) \\
& + T \cdot \cos(\alpha_y) \cdot \sin(\alpha_z) + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot C_D \cdot (\cos(\phi) \cdot \cos(\psi) \cdot \sin(\theta) + \sin(\phi) \cdot \sin(\psi)) \cdot \\
& \left(\pi \cdot \left(\frac{D_f^2}{4}\right) + L \cdot D_f \cdot \left[(\sin(\theta))^2 + (\sin(\psi))^2\right]^{0.5}\right) \cdot \\
& \left[\cos(\theta) \cdot \cos(\psi) \cdot v_x + (\cos(\psi) \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\phi) - \cos(\phi) \cdot \sin(\psi)) \cdot v_y + \right. \\
& \left. (\cos(\phi) \cdot \cos(\psi) \cdot \sin(\theta) + \sin(\phi) \cdot \sin(\psi)) \cdot v_z]^2\right]
\end{aligned}
$$

Modelagem Dinâmica

Agora, é possível desenvolver a dinâmica rotacional do foguete, descrita também pela formulação de *Newton-Euler*:

$$\dot{\vec{\omega}} = -I^{-1}\vec{\omega} \times I\vec{\omega} + I^{-1}\sum \vec{\tau}$$

Como o momento de inércia em relação ao eixo x é desprezado, a aplicação comum indicada por (BROBOW, 2015) é justamente abrir o teorema em suas partes e cancelar os termos de não interesse, sendo, portanto, aplicados neste projeto.
Os resultados das rotações se encontram nos slides seguintes.

Modelagem Dinâmica

$$\dot{q} = -\frac{1}{8 \cdot I_{yy}} \Big[8 \cdot w_x \cdot w_z \cdot I_{zz} + 8 \cdot T \cdot \cos(\alpha_y) \cdot \sin(\alpha_z) \cdot x_{\text{cm}}$$
$$- \rho \cdot C_D \cdot \left(2 \cdot \sqrt{2} \cdot L \cdot D_f \cdot \sqrt{2 - \cos(2\theta) - \cos(2\psi)} + \pi \cdot D_f^2\right) \cdot$$
$$(\cos(\phi) \cdot \cos(\psi) \cdot \sin(\theta) + \sin(\phi) \cdot \sin(\psi)) \cdot [\cos(\theta) \cdot \cos(\psi) \cdot v_x$$
$$+ (\cos(\psi) \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\phi) - \cos(\phi) \cdot \sin(\psi)) \cdot v_y +$$
$$(\cos(\phi) \cdot \cos(\psi) \cdot \sin(\theta) + \sin(\phi) \cdot \sin(\psi)) \cdot v_z]^2 \cdot x_{\text{cp}}\Big]$$

Modelagem Dinâmica

$$
\begin{aligned}
\dot{r} = -\frac{1}{8 \cdot I_{zz}} \Big[& -8 \cdot w_y \cdot w_x \cdot I_{yy} - 8 \cdot T \cdot \cos(\alpha_z) \cdot \sin(\alpha_y) \cdot x_{\text{cm}} \\
& + \rho \cdot C_D \cdot \left(2 \cdot \sqrt{2} \cdot L \cdot D_f \cdot \sqrt{2 - \cos(2\theta) - \cos(2\psi)} + \pi \cdot D_f^2 \right) \cdot \\
& (\cos(\psi) \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\phi) - \cos(\phi) \cdot \sin(\psi)) \cdot [\cos(\theta) \cdot \cos(\psi) \cdot v_x \\
& + (\cos(\psi) \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\phi) - \cos(\phi) \cdot \sin(\psi)) \cdot v_y + \\
& (\cos(\phi) \cdot \cos(\psi) \cdot \sin(\theta) + \sin(\phi) \cdot \sin(\psi)) \cdot v_z]^2 \cdot x_{\text{cp}} \Big]
\end{aligned} \tag{2}
$$

Modelo Matemático Linear

Ponto de linearização:

- Situação em que o foguete se apresenta em equilíbrio dinâmico durante pouso.
- Velocidade vertical de descida de $10m/s$ para empuxo constante e vertical(sem deflexão da tubeira).
- Eixo de coordenada x do foguete alinhado com o eixo de coordenada fixo.

Nesse sentido, o ponto de operação é dado por:

$$x_{op}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -10 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3}$$

Modelo Matemático Linear

Expansão em Série de Taylor até a primeira ordem

$$f(x) \approx f(\bar{x}) + \frac{\partial f(\bar{x})}{\partial x}\delta x$$

Forma de Espaço de Estados linearizada

$$\begin{cases} \dfrac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \\ \mathbf{y} = \mathbf{Cx} + \mathbf{Du} \end{cases}$$

$$\mathbf{A} = \left.\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}_n}\right|_{\substack{\mathbf{x}_n = \bar{\mathbf{x}} \\ \mathbf{u}_n = \bar{\mathbf{u}}}} \quad \mathbf{B} = \left.\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}_n}\right|_{\substack{\mathbf{x}_n = \bar{\mathbf{x}} \\ \mathbf{u}_n = \bar{\mathbf{u}}}} \quad \mathbf{C} = \left.\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}_n}\right|_{\substack{\mathbf{x}_n = \bar{\mathbf{x}} \\ \mathbf{u}_n = \bar{\mathbf{u}}}} \quad \mathbf{D} = \left.\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{u}_n}\right|_{\substack{\mathbf{x}_n = \bar{\mathbf{x}} \\ \mathbf{u}_n = \bar{\mathbf{u}}}}$$

Modelo Matemático Linear

Substituindo os valores numéricos dos parâmetros e calculando as derivadas parciais

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2.5345 \cdot 10^{-3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9.9873 & 0 & 0 & 0 & 0 & -10 \\ 0 & 0 & 0 & -9.9873 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5.1702 \cdot 10^{-3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5.1702 \cdot 10^{-3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 9.7927 & 0 \\ 0 & 9.7927 \\ 0 & 16.0955 \\ -16.0955 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Análise de estabilidade

Polinômio característico

$$det\left(s\mathbf{I} - \mathbf{A}\right) = 0$$

$P(s) = 1.0s^{10} + 0.0025s^{9} - 0.0102s^{8} - 2.55\times10^{-5}s^{7} + 2.601\times10^{-5}s^{6} + 6.5025\times10^{-8}s^{5}$

Polos do sistema

Polos dos sitema			
Parte real	Parte imaginária	Multiplicidade	Estabilidade
0	0	5	Marginalmente Estável
0.0714	0	2	Instável
-0.0714	0	2	Estável
-0.0025	0	1	Estável

Tabela 2: Polos do sistema

Fonte: Autoria Própria

Análise de estabilidade

Polos do sistema

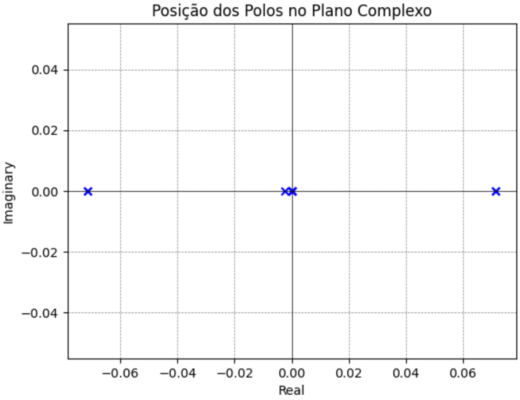


Figura 3: Polos do sistema no Plano de Argand-Gauss

Fonte: Autoria Própria

Análise pelo Critério de Routh-Hurwitz

Tabela de Rouh-Hurwitz:

$$\begin{bmatrix} 1 & -0.012 & 2,6.10^{-5} & 0 & 0 & 0 \\ 0.0025 & -2.5.10^{-5} & 6,5.10^{-8} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \tag{4}$$

- Percebe-se a existência de colunas nulas indicando instabilidade no modelo desenvolvido
- Método foi aplicado simbolicamente

Função de Transferência

$$FT = G(s) = \mathbf{C}\mathbf{\Phi}(s)\mathbf{B} + \mathbf{D} \quad \text{e} \quad \mathbf{\Phi}(\mathbf{s}) = (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$$

Calculando a função de transferência e a sua apresentação da seguinte forma:

$$G(s) = \begin{bmatrix} G(s)_q & G(s)_r \end{bmatrix}$$

A partir desse pontos, os resultados foram obtidos com o auxílio do *Python*, especificamente das bibliotecas *sympy*, *tbcontrol* e *control*.

Função de Transferência

$$G_q = \frac{-1.5e+01s^8 - 3.75e-02s^7 + 7.65e-02s^6 + 1.91e-04s^5}{1s^{10} + 2.5e-03s^9 - 1.02e-02s^8 - 2.55e-05s^7 + 2.60e-05s^6 + 6.50e-08s^5}$$

$$G_r = \frac{-3.75e-02s^8 - 7.65e-02s^7 + 1.91e-03s^6 - 3.21e-03s^5}{1s^{10} + 2.5e-03s^9 - 1.02e-02s^8 - 2.55e-05s^7 + 2.60e-05s^6 + 6.50e-08s^5}$$

Diagrama de Bode

Analisando a faixa de alcance em relação às frequências naturais de oscilação das saídas, é possível desenvolver os diagramas de bode com as seguintes considerações:

- Atraso de tempo desejado: 0.25s
- Ordem da expansão de Padé: 3
- Dado isso, a faixa de frequência física definida é dada pela faixa de $(10^{-5}, 10^{5})$

Diagrama de Bode

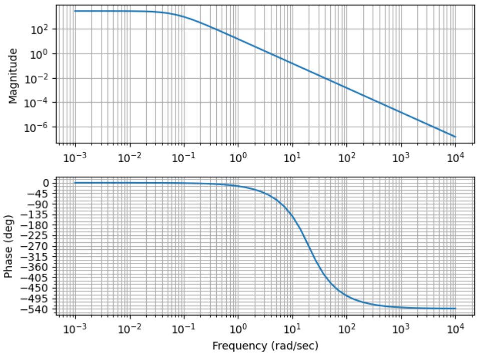


Figura 4: Ganho da Saída q

Fonte: Autores

Diagrama de Bode

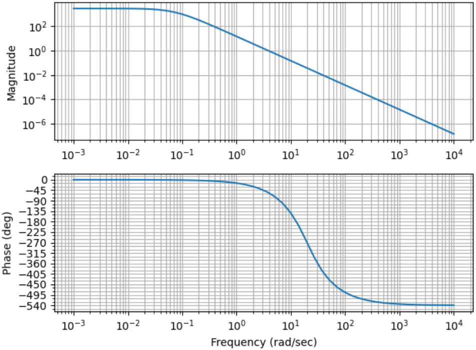


Figura 5: Ganho da Saída r

Fonte: Autores

Diagrama de Bode

Os pontos característicos são:

- Frequência de Corte *(Crossover)*: $100Hz$
- Frequência de Ressonância: $0.0001rad/sec$
- Frequência de Rejeição: $200Hz$

Simulações do Modelo Não Linear

Com relação ao desenvolvimento das simulações não lineares:

- Formulação de Ceotto, 2020
- Método de Inegração: RK23 - Runge-Kutta de terceira ordem
- Tempo de Integração: 30 segundos
- Condições Iniciais Forçantes e não Forçantes
- Entradas sempre formas de ondas senoidais: $\sin\left(10t - 10\frac{\pi}{4}\right)$
- Impressão das rotações no tempo
- Impressão das trajetórias descritas

Simulações do Modelo Não Linear - Condições Não Forçantes

Condições Iniciais: [150, 0, 0, 0, 0, 0, -10, 0, 0, 0, 0, 0]

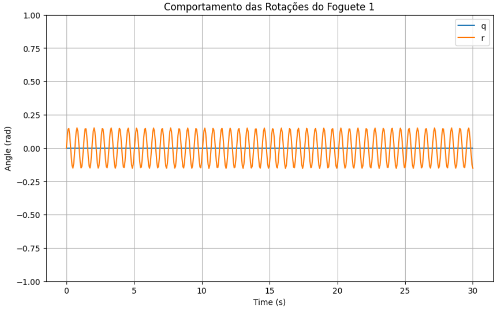


Figura 6: Resposta no Primeiro Cenário

Fonte: Autoria Própria

Simulações do Modelo Não Linear - Condições Não Forçantes

A trajetória é dada por:

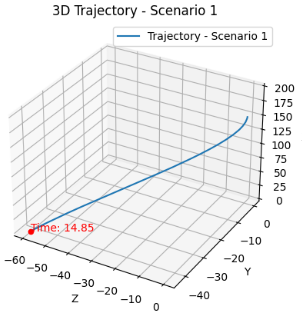


Figura 7: Trajetória no Primeiro Cenário

Fonte: Autoria Própria

Simulações do Modelo Não Linear - Condições Forçantes

Condições Iniciais: [150, 0, 0, 0.02, 0.02, -10, 0, 0, 0, 0, 0, 0]

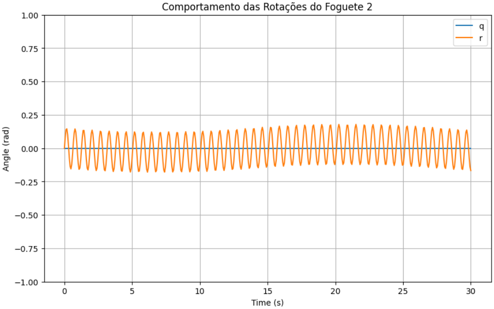


Figura 8: Resposta no Segundo Cenário

Fonte: Autoria Própria

Simulações do Modelo Não Linear - Condições Forçantes

A trajetória é dada por:

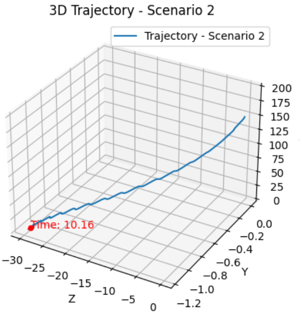


Figura 9: Trajetória no Segundo Cenário

Fonte: Autoria Própria

Simulações do Modelo Linear - Sinal Degrau

O primeiro sinal de entrada testado é um degrau unitário, indicando mudanças bruscas nas entradas.

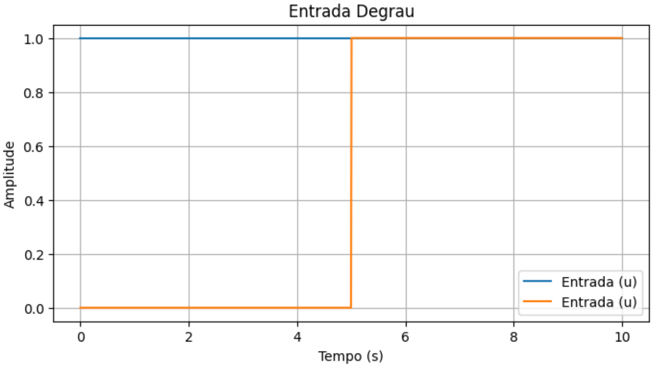


Figura 10: Sinal de Entrada - Degrau Unitário

Fonte: Autoria Própria

Simulações do Modelo Linear - Sinal Degrau

A reposta das saídas q é dada como:

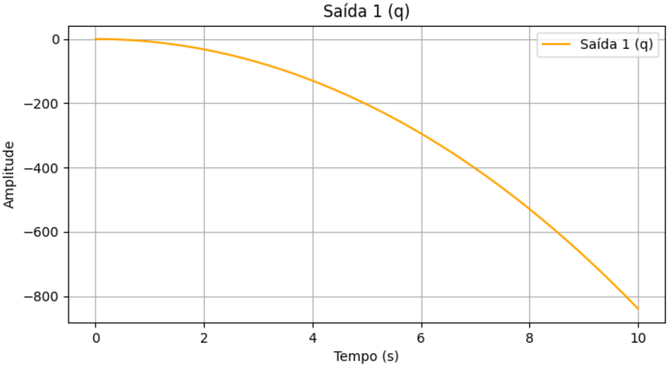


Figura 11: Resposta em Decaimento de q

Fonte: Autoria Própria

Simulações do Modelo Linear - Sinal Degrau

Analogamente, para a saída r:

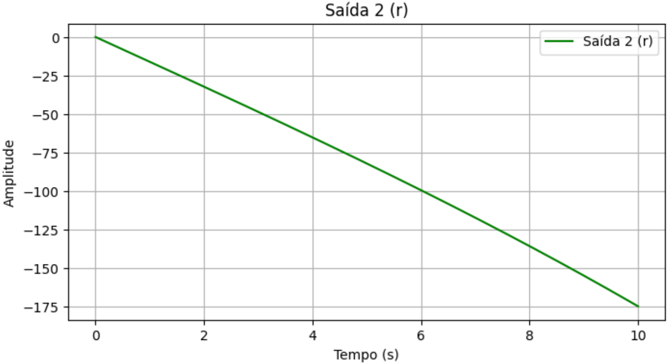


Figura 12: Resposta em Decaimento de r

Fonte: Autoria Própria

Simulações do Modelo Linear - Sinal Senoidal

O segundo sinal de entrada testado é um senoidal.

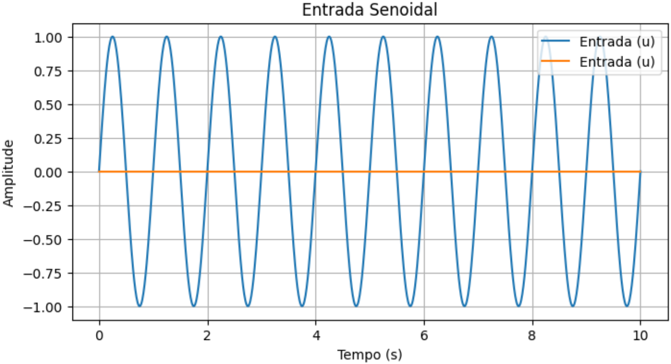


Figura 13: Sinal de Entrada - Senoidal

Fonte: Autoria Própria

Simulações do Modelo Linear - Sinal Senoidal

A reposta das saídas q é dada como:

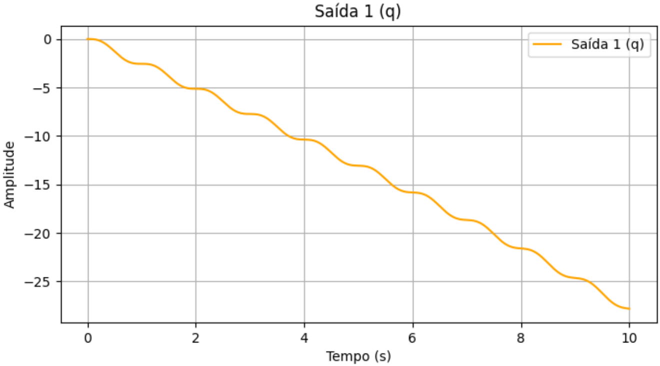


Figura 14: Resposta em Decaimento de Integração de q

Fonte: Autoria Própria

Simulações do Modelo Linear - Sinal Senoidal

Analogamente, para a saída q:

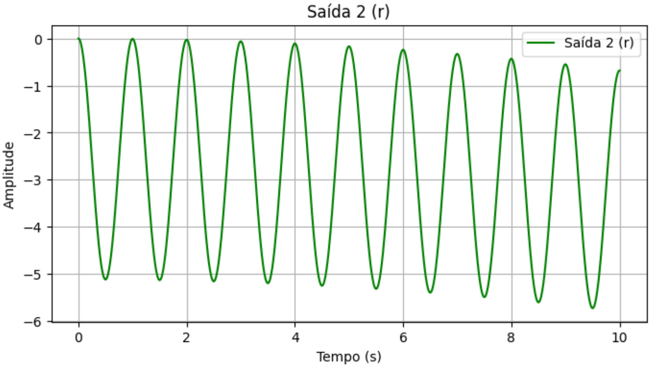


Figura 15: Resposta em Ganho de r

Fonte: Autoria Própria

Conclusão

Ambos os modelos respondem bem às entradas e sinais de excitação. Especificamente, existe aproximação entre os modelos, dadas as condições necessárias, e também as repostas esperadas, tendo em vista os polos obtidos no sistema.

Brobow (2015) Kisabo (2019) Souris (2004)

Referências

[1] CEOTTO, Giovani H. et al. RocketPy: Six Degree-of-Freedom Rocket Trajectory Simulator. Journal of Aerospace Engineering, v. 34, n. 6, p. 04021093, 2021.

[2] KISABO, Aliyu Bhar et al. State-Space Modeling of a Rocket for Optimal Control System Design. In: Ballistics. IntechOpen, 2019.

[3] BOBROW, Fábio. Controle de um pêndulo invertido com 6 graus de liberdade e rodas de reação. Dissertaçãoo (Mestrado em Engenharia Elétrica com Ênfase em automação e controle) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2015.

[4] SIOURIS, George M et al. Missile guidance and control systems, New York, 666p., NY, 2004.