

ETUDE AU FLAMBAGE LINEAIRE DE STRUCTURES MINCES SOUS NASTRAN

Dans le cadre de l'enseignement de Plaques et Coques

Catusse Lucas - Djouaher Shana - Besson Nathan

28 Janvier 2025



*Polytech Lyon – Mécanique, 4ème année
Encadré par B. Fréchède*

Contents

1	Introduction	3
2	Construction du modèle	3
2.1	Géométrie de la cuve	3
2.2	Étude de convergence	4
3	Études de cas	5
3.1	Étude sans présence du toit	6
3.2	Influence des différents facteurs avec la géométrie complète	7
3.3	Influence d'une dépression	8
4	Conclusion	9
5	Annexes	10

1 Introduction

Ce rapport présente une étude approfondie sur le flambage linéaire de structures minces, réalisé à l'aide du logiciel de calcul par éléments finis PATRAN. Les objectifs principaux de cette étude sont :

- Acquérir une bonne maîtrise de PATRAN/NASTRAN
- Comprendre l'origine du flambement
- Sensibilisation au dimensionnement de structure de type coque.

Le flambage est un phénomène qui peut entraîner des déformations importantes et potentiellement la ruine des structures sous des charges quasi-constantes. Les structures minces, telles que les cuves de stockage cylindriques, sont largement utilisées dans divers secteurs industriels et agricoles, ce qui en fait un sujet d'étude pertinent et pratique.

Dans ce contexte, nous nous concentrons sur la modélisation et l'analyse d'une cuve de stockage cylindrique soumise à différentes charges, notamment la pression du fluide, le poids du toit, et les effets d'une dépression interne. L'étude comprend également une évaluation des modes de flambage et des charges critiques, ainsi que des propositions d'amélioration du dimensionnement pour garantir la stabilité et la sécurité de la structure.

2 Construction du modèle

2.1 Géométrie de la cuve

Avant de pouvoir mener notre étude, nous devons modéliser une cuve cylindrique.

Notre groupe travaillera avec une cuve similaire au schéma MAIS la hauteur vaudra 12m.

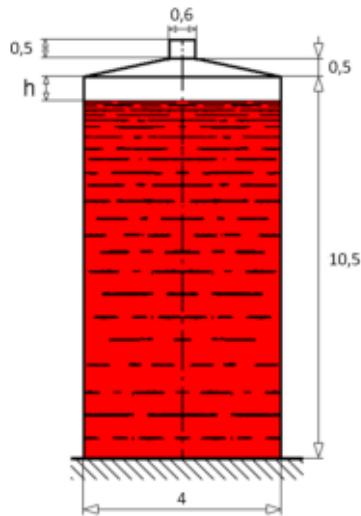


Figure 1: Cuve Cylindrique

Cette cuve a une épaisseur constante de 1cm

Dans un premier temps, nous allons modéliser la cuve sans sa partie supérieure (donc uniquement la partie cylindrique de diamètre 4 m). Nous rajouterons ensuite la partie supérieure qui, en réalité, est le toit. Dans une première approche, nous modéliserons le toit par une force de 1000 kg s'appliquant verticalement à la cuve avant de la modéliser en éléments finis.

Nous considérons la base de la cuve encastrée. Cette approximation n'est pas parfaite puisque dans la réalité des fondations seraient présentes pour solidifier la structure, ce qui influencerait nécessairement la tenue global de l'ouvrage. Cependant, cette considération est tout à fait convenable pour une première approche.

Le matériau est un acier inox de caractéristiques suivantes :

- $E = 200GP_a$
- $\nu = 0.28$
- $\rho = 7800 \frac{kg}{m^3}$

Nous faisons l'hypothèse que le risque de flambement augmente avec la valeur de l'effort subi. Or, il nous est indiqué que

$$\lambda \times \text{efforts} = \text{charge critique}$$

Cette formule signifie que pour avoir un flambement, il faut que la charge critique soit relativement faible (proche de la valeur de l'effort). Plus λ est petit, plus la charge critique sera facilement atteignable et par conséquent, les risques de flambements seront élevés.

2.2 Étude de convergence

Les annexes sont situées à la fin du rapport

Afin de réaliser un modèle représentatif de la réalité, il est nécessaire que ce dernier renvoie des résultats cohérents, et cela dépend nécessairement du nombre d'éléments considérés. Dans notre étude, nous effectuons une résolution aux valeurs propres afin d'obtenir les modes de flambement de la cuve, ainsi que la valeur de λ associée. Nous savons que plus le maillage est resserré, plus le résultat sera précis, ce qui signifie qu'il y a une sorte de convergence de la précision du modèle en fonction du nombres d'éléments pris en compte. En réalisant la modélisation de la cuve la plus simple (encastrée et une charge pour le toit) avec un nombre d'éléments variants, il sera possible de trouver cette convergence du modèle.

Étude de convergence	100 elm	10 000 elm	40 000 elm
Valeur de λ	6170	3108	2916

En modélisant le cylindre avec ce nombre grandissant, nous observons que λ converge vers 2900 à partir d'un maillage qui se rapproche des 30 000 éléments.

À partir de maintenant, nous modéliserons le cylindre de notre cuve avec 174 éléments verticaux et 174 éléments à l'horizontal. Cela génère alors un maillage total avec 30276 éléments 2D puisque nous n'utiliserons que des quadrangles avec 6 degrés de libertés. Ces éléments quadrangulaires prennent en compte 4 noeuds, contrairement aux triangles, ce qui augmente la précision mais aussi le temps de calcul.

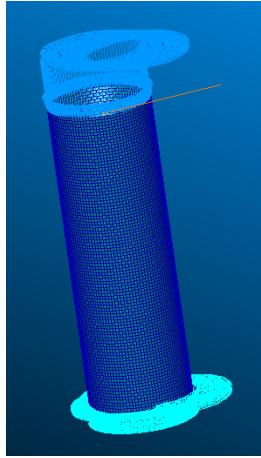


Figure 2: Cuve avec les forces et contraintes apparentes

Ici sur la capture d'écran, l'encastrement au sol est représenté en bleu clair et la force répartie est représentée en bleu vif.

Pour la suite, lorsque nous considérerons également le toit de la cuve, il conviendra d'avoir un maillage uniforme de la même manière. Ainsi, la section inclinée sera composée de 26 éléments "verticaux" et le goulot d'entrée de la cuve de 9 éléments. Bien évidemment, 174 éléments en largeur seront toujours requis afin d'assurer la continuité avec le reste de la structure.

Par ailleurs, puisqu'il est possible que les efforts et les possibles déformations se concentrent sur le toit du modèle, nous choisissons de resserrer le maillage au niveau du coude du goulot, l'intervalle entre deux noeuds étant donc plus petits ici.

Concernant la section inclinée du toit, il est intéressant de regarder le paramètre "jacobian ratio". Celui ci nous indique les zones de déformation de la géométrie, c'est à dire les endroits du modèle où le repère local s'éloigne plus ou moins du repère global, afin de savoir si la matrice de raideur à encore du sens physiquement. Dans notre cas, la valeur sur le pan inclinée est très proche de 1, ce qui signifie le repère local est très peu déformé et qu'il n'y aura pas de soucis à réaliser les calculs.

3 Études de cas

Comme évoqué dans l'introduction, nous allons maintenant observer et commenter l'effet de l'action du fluide (en l'occurrence du vin), du poids propre de la cuve ainsi que celui d'une dépression sur la résistance de la cuve. Pour ce faire, nous allons relever les valeurs propres déterminer par le logiciel, nous nous intéresserons seulement aux premiers modes, puisque le premier mode est généralement le plus critique pour le flambement.

Dans un premier temps, nous ne modélisons pas le toit, nous allons donc traiter et analyser les Cas 1,2 et 3 du tableau ci-dessous :

Modélisation EF du toit	Action du fluide	Dépression	Poids propre	Cas
Non (1 000 kg)	Non	Non	Non	1
Non (1 000 kg)	Oui	Non	Non	2
Non (1 000 kg)	Non	Non	Oui	3
Oui	Non	Non	Oui	4
Oui	Oui	Non	Non	5
Oui	Oui	Non	Oui	6
Oui	Oui	Oui	Oui	7

3.1 Étude sans présence du toit

Dans ces cas nous modéliserons la présence du toit par une pression linéaire verticale. Cette pression est équivalente à l'action d'une masse de 1 000 kg répartie sur le périmètre supérieur de la cuve. Nous allons pouvoir observer chacun de ces cas dans le détail.

En première approche, nous modélisons le cas sans appliquer le poids propre de la cuve ni l'action du fluide ou la dépression. Après avoir effectué l'analyse, nous obtenons les résultats suivants (nous choisissons d'obtenir 10 modes de flambement, qui possèdent des coefficients λ qui se situent dans l'intervalle [2930;3330]).

Voici, pour un même modèle, les différents modes de déformés (respectivement λ_1 , λ_2 et λ_{10}). Par ailleurs, le premier mode, s'il est très différent des autres, décrira très certainement la forme du flambement. En revanche, il peut être intéressant de relever la valeur des seconds et troisièmes modes si les valeurs sont proches, puisque ces derniers pourraient interagir entre eux et influencer la réponse réelle (à la manière des modes de vibrations).

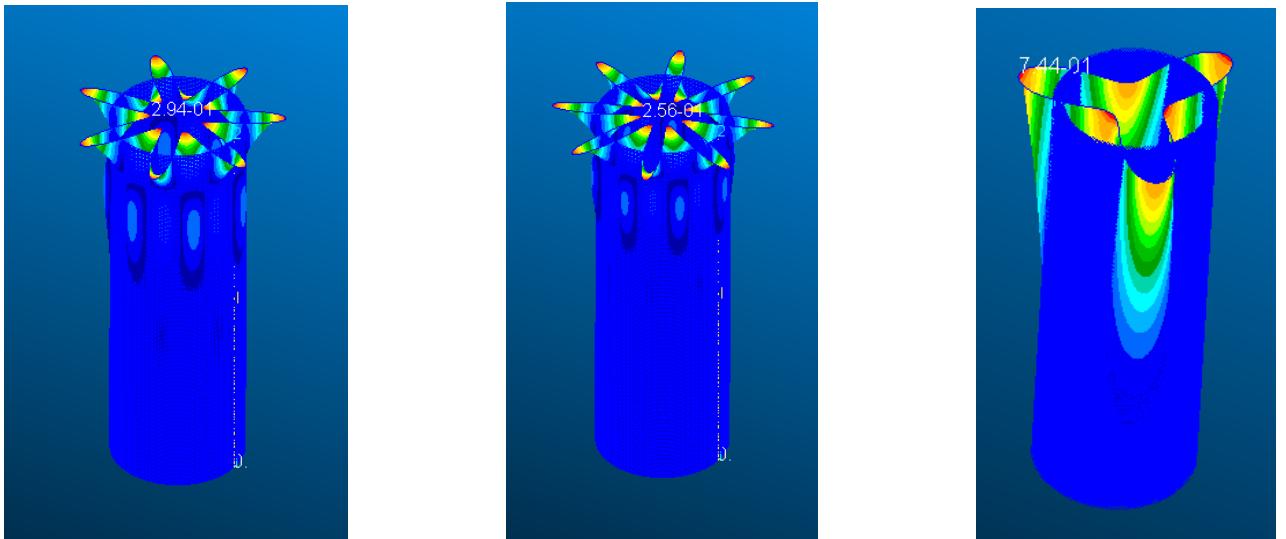


Figure 3: Exemple de mode de flambement

D'après la relation suivante $\lambda * \text{effort} = \text{charge critique}$ (point à partir duquel, on a flambement). Le risque de flambement est inexistant dans ces conditions.

Nous allons repartir de cette modélisation pour ajouter l'action du fluide. Plus précisément, il s'agit de vin rouge, de densité $\rho = 990 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, atteignant une hauteur de $12 - h = 11.5\text{m}$ avec $h = 0.5\text{m}$.. Nous modélisons cette action par une distribution linéaire de pression sur la paroi de la cuve selon l'équation de l'hydrostatique $P = -\rho gy + P_0$ avec l'axe y qui est ascendant dans notre cas. Nous obtenons un λ est égal à 2916.

Il est à noté qu'ici nous faisons le choix de ne pas noter la pression atmosphérique (ou bien de la considérer comme nulle), car dans le cas contraire, nous devrions appliquer cette dernière sur l'intégralité des éléments du modèle. Ainsi, il convient simplement d'appliquer sur tous les éléments en dessous de $h = 11.5m$ la pression régit par l'équation

$$P(y) = \rho_{\text{vap}} g(11,5 - y)$$

Voir Cas 2 Figure 5

L'ajout du fluide ne semble pas avoir d'influence sur les valeurs de λ , ce dernier valant toujours 2916. En effet, le fluide à l'intérieur de la cuve provoque une pression radiale (suivant le rayon r , donc ici horizontal), or, la force appliquée pour obtenir un flambement doit être verticale. La pression est émise contre les parois de la cuve (environ $150 m^2$) et n'agit pas sur la présence de flambement.

Une fois de plus, il ne risque pas d'avoir de flambement dans ces conditions.

Pour la dernière modélisation, nous démarrons à nouveau avec la première configuration pour y ajouter l'effet du poids propre. Le poids propre de la cuve est modélisé par une charge inertielle appliquée sur l'ensemble du solide, équivalente à $-\rho g$.

Voir Cas 3 Figure 5

Cette fois-ci, la valeur de λ réduit drastiquement puisqu'elle vaut désormais 655. La présence du poids propre fragilise grandement la structure puisque la charge critique à atteindre pour observer du flambement est plus faible donc plus facilement atteignable. Ceci s'explique par le fait que le poids propre génère des contraintes de compression dans la partie inférieure de la cuve. Or, le flambement étant très sensible à la compression, la rigidité de la structure diminue, réduisant ainsi la charge critique et augmentant le risque d'instabilité

Voyons maintenant comment nous pouvons rendre notre simulation encore plus optimale.

3.2 Influence des différents facteurs avec la géométrie complète

Afin d'améliorer les résultats, nous allons modéliser le toit de manière plus qualitative, avec un maillage 2D comme le reste de la cuve.

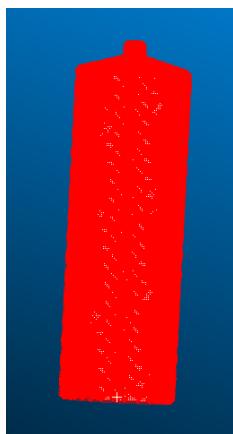


Figure 4: Cuve maillée avec toit

Nous allons tester différentes combinaisons à partir de ce que nous avons fait précédemment. Tout d'abord, nous démarrons avec deux premières modélisations, une en ajoutant uniquement le fluide

puis une en ajoutant le poids propre seulement. Cela va nous permettre d'observer l'influence de la modélisation du toit. Cependant, la valeur de lambda directement obtenue est négative.

Nous commençons par l'ajout du fluide. En observant le déplacement, le flambement est dirigé vers l'intérieur, ce qui n'a pas de sens puisque l'influence du poids propre devrait être concentré vers le sol ou dans le toit. Physiquement, pour obtenir une telle déformée physiquement, il faudrait en fait qu'une pression équivalente à celle du fluide vienne agir depuis l'extérieur, d'où le signe négatif du λ .

Pour obtenir un résultat exploitable, il est possible de forcer la recherche d'une valeur positive sur PATRAN, ce qui nous permet d'obtenir $\lambda = 5920$. On retrouve un flambement asymétrique, qui n'est pas cohérent avec la réalité, ce résultat est du à l'exploitation des résultats par le logiciel, mais cela n'a pas de sens physique.

Voir Cas 5 Figure 7

Pour ce qui est du cas avec le poids propre uniquement, nous trouvons une valeur de $\lambda = 207$, cette valeur est faible, donc l'effort à fournir pour obtenir notre flambement est faible. Cela signifie que notre structure, dans cette configuration est vulnérable au flambement (en théorie, la charge critique est de 270 000 N, la flambement est donc relativement accessible).

Voir Cas 4 Figure 6

Nous en déduisons que l'ajout du toit va exposer plus facilement la cuve au phénomène de flambement, ce seulement lorsque le poids propre est pris en compte

Si maintenant, nous effectuons une simulation en appliquant à la fois les actions du toit, du fluide et du poids propre, nous relevons un $\lambda = 207$, la valeur est la même que celle observée dans la dernière configuration. Ceci confirme, comme affirmé précédemment, que le fluide n'a pas d'influence sur un potentiel flambement de la structure.

Voir Cas 6 Figure 8

3.3 Influence d'une dépression

Pour aller plus loin, il peut être intéressant de considérer l'application d'une forte dépression qui agirait à l'intérieur de la cuve afin de savoir si le modèle général est vulnérable à ce genre de condition ou non.

Physiquement, on pourrait s'imaginer que les conditions climatiques présentes généreraient cette dépression, comme par exemple la présence d'une épaisse couche de neige. Cette dernière ferait donc baisser la température intérieure de la cuve, c'est à dire baisser la pression de 0.5 bar dans l'air restant sans fluide.

En effet, encore une fois, pour simplifier l'étude du modèle, étant donné que nous ne tenons pas en compte la présence global de la pression atmosphérique sur l'ensemble du modèle, il sera possible d'appliquer uniquement cette diminution de $50000Pa$ sur la paroi intérieure des éléments se trouvant au dessus du fluide. Par ailleurs, il est aisément de comprendre que cette dépression ne touche pas les parties submergées de la cuve, puisque la pression exercée par le fluide est déjà plus importante dans cette zone.

Voir Cas 7 Figure 8

Nous obtenons un $\lambda = 23$ qui est la valeur la plus faible qu'on est relevée de toutes les modélisations. Cette configuration est la plus vulnérable au flambement.

4 Conclusion

Au cours de cette étude, nous avons analysé le phénomène de flambement appliqué à une structure mince sous différentes conditions de charge, en utilisant une modélisation par éléments finis avec PATRAN/NASTRAN. Nos simulations ont permis de mettre en évidence l'impact des diverses sollicitations, notamment le poids propre, la pression du fluide et la présence d'un toit, sur la stabilité de la cuve étudiée.

Les résultats montrent que :

- Le fluide contenu dans la cuve n'a pas d'effet significatif sur le risque de flambement, car la pression exercée est radiale et ne génère pas de charges critiques en compression axiale.
- Le poids propre de la structure joue un rôle déterminant dans la réduction du facteur de charge critique, augmentant ainsi la vulnérabilité au flambement.
- La prise en compte d'un toit modélisé avec des éléments finis conduit à des valeurs de λ plus faibles, indiquant une influence notable sur la stabilité globale de la structure.
- L'ajout d'une dépression interne a montré un impact important, rendant la structure encore plus sensible au flambement, ce qui souligne la nécessité d'une conception adaptée pour résister aux variations de pression internes.

Ces observations soulignent l'importance d'un dimensionnement rigoureux afin de prévenir les risques de flambement. Plusieurs solutions peuvent être envisagées pour améliorer la résistance de la cuve :

- Augmenter l'épaisseur des parois pour améliorer la rigidité structurelle.
- Ajouter des renforts internes ou externes (nervures, raidisseurs) pour mieux répartir les charges et limiter les instabilités locales.
- Optimiser la conception du toit afin de mieux répartir les efforts et réduire son influence sur le flambement.
- Vérifier la résistance de la cuve aux variations de pression pour éviter les phénomènes de dépression critique.

En conclusion, cette étude met en évidence les défis liés au flambement des structures minces et l'importance d'une modélisation numérique précise pour anticiper et prévenir ce phénomène. L'utilisation d'un maillage adéquat et d'une analyse approfondie des conditions de charge permet d'améliorer la fiabilité des structures soumises à des contraintes complexes.

5 Annexes

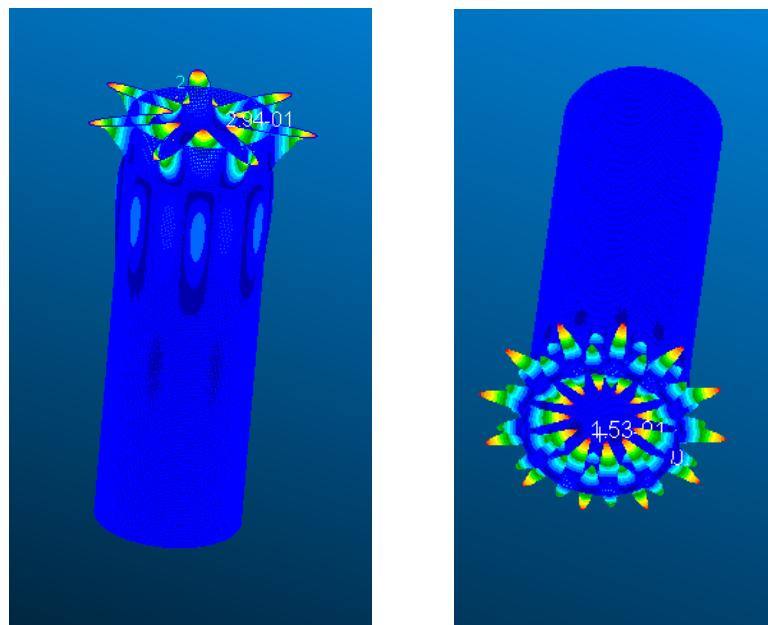


Figure 5: Premier mode de flambement des Cas 2 (à gauche) et Cas 3 (à droite)

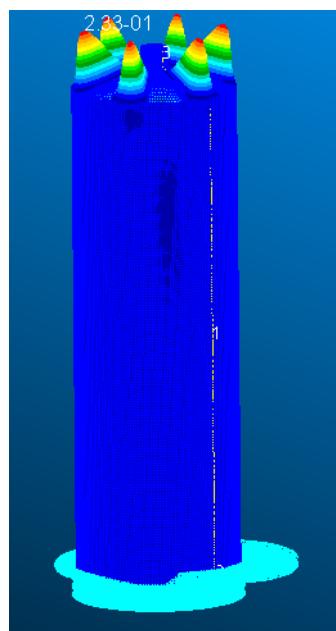


Figure 6: Flambement Cas 4

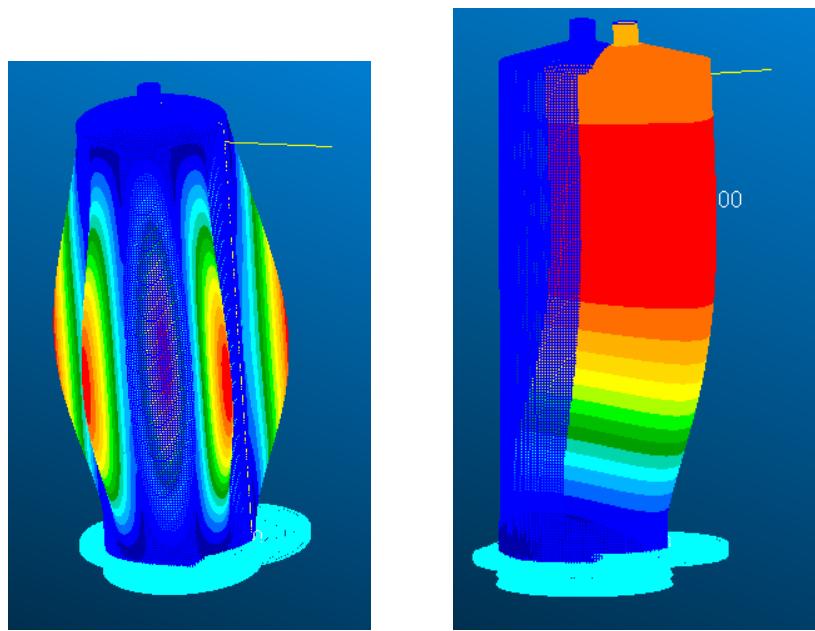


Figure 7: Flambement Cas 5 avec lambda négatif (à gauche) et positif (à droite)

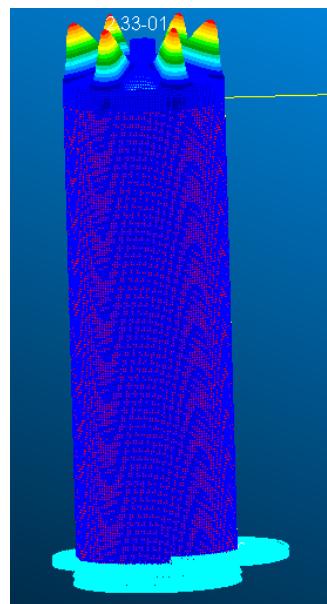


Figure 8: Flambement et Cas 6

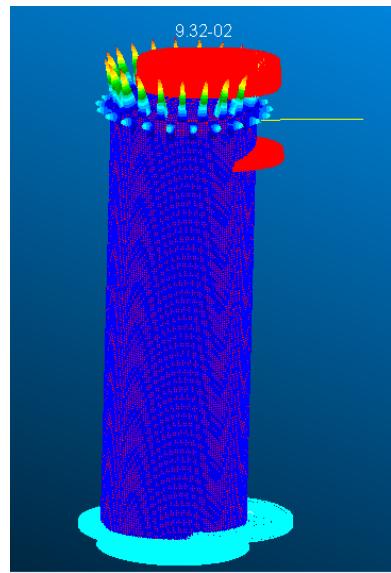


Figure 9: Flambement Cas 7