

# Uso do modelo SIR para simulação da epidemia de COVID-19

Lucas Costa Barbosa DRE - 118045887

<sup>1</sup>Universidade Federal do Rio de Janeiro

*lucas.barbosa.0899@poli.ufrj.br*

**Introdução.** (BRAUER; CASTILLO-CHAVEZ; FENG, 2019) O Modelo SIR (Suscetível - Infectado - Recuperado) é o mais simplificado dentre os modelos de simulação epidemiológica (HE; PENG; SUN, 2020) (OSMAN; ADU; YANG, 2017). Estes modelos refletem, de forma mais ou menos simplificada, as dinâmicas presentes dentro de uma epidemia. Muitos destes modelos foram utilizados para a pandemia da COVID-19, já que se trata de um vírus de rápida contaminação, e baixa letalidade, o que dá importância e facilita o uso destes modelos (TANG et al., 2020). Contudo, existem outros métodos para investigar o comportamento de pandemias, como o modelo de ajuste de fases (WANG et al., 2020). O maior entrave para o sucesso destes modelos, é a imprevisibilidade e o caos dos sistemas dinâmicos que permeiam as epidemias (AIHARA; SUZUKI, 2010). Neste artigo não será abordado o modelo SEIR, pois os dados de pessoas expostas são escassos. Acredita-se que o modelo SIR pode ser capaz de prever, com uma razoável semelhança a realidade, os dados.

**Métodos.** Para este artigo, foram utilizados os dados obtidos pelo (*Center for Systems Science and Engineering* (CSSEGI) da Universidade *John Hopkins* (DONG; DU; GARDNER, 2020). Os dados contêm número de infectados e recuperados. Com isso, através de (1), foi calculado o número de suscetíveis:

$$N = S(t) + I(t) + R(t) \quad (1)$$

O sistema dinâmico que modela essas 3 variáveis é definido por:

$$\dot{S} = -\frac{\beta}{N} S(t) I(t) \quad (2)$$

$$\dot{R} = \gamma I(t) \quad (3)$$

$$\dot{I} = -\dot{S} - \dot{R} \quad (4)$$

, . Define-se então um período de amostragem  $h$ , geralmente 1 dia.  $\beta$  e  $\gamma$  são, respectivamente, a quantidade de contatos que uma pessoa tem  $h$  dias e o período de incubação do vírus, medidos em  $h$  utilizou-se como  $t = 0$  o instante em que houve o primeiro caso. Portanto:

$$I(0) = 1, R(0) = 0, S(0) = N - 1 \quad (5)$$

Já para encontrar os parâmetros  $\beta$  e  $\gamma$ , foi feita uma interpolação utilizando como *kernel* a função  $f(x) = Ae^{-bx}$ , e  $f(x) = ax + b$ , respectivamente, e a função de erro Erro Quadrático Médio  $E(y, \hat{y}) = \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2$ , sendo  $y$  o valor real de  $y$  e  $\hat{y}$  o valor calculado  $f(x)$ . A interpolação será otimizada pela descida de gradiente de ambos parâmetros  $A$  e  $b$ :

$$\frac{\partial E}{\partial A} = 2(y_i - \hat{y}_i)(-e^{-bx}) \quad (6)$$

$$\frac{\partial E}{\partial b} = 2(y_i - \hat{y}_i)(Axe^{-bx}) \quad (7)$$

. Sabendo dos valores de  $S(t)$ ,  $I(t)$ ,  $R(t)$ ,  $\beta(t)$ ,  $\gamma(t)$ , utilizou-se as equações (2), (3) e (4) e o método de integração de Euler,  $f(x+h) = f(x) + f'(x)h$ , para prever as 3 curvas a partir do dia posterior ao último dia que consta nos dados. O código pode ser encontrado no repositório do github do *QRCODE* presente nas referências.

**Resultados.** A figura 1 mostra os valores históricos de  $S(t)$ ,  $I(t)$  e  $R(t)$ . Para a interpolação de  $\beta(t)$  e  $\gamma(t)$ , temos os resultados na figura 2. Na figura 3 é possível observar os valores históricos e simulados de  $S(t)$ ,  $I(t)$  e  $R(t)$ . As funções  $\beta(t)$  e  $\gamma(t)$  são:

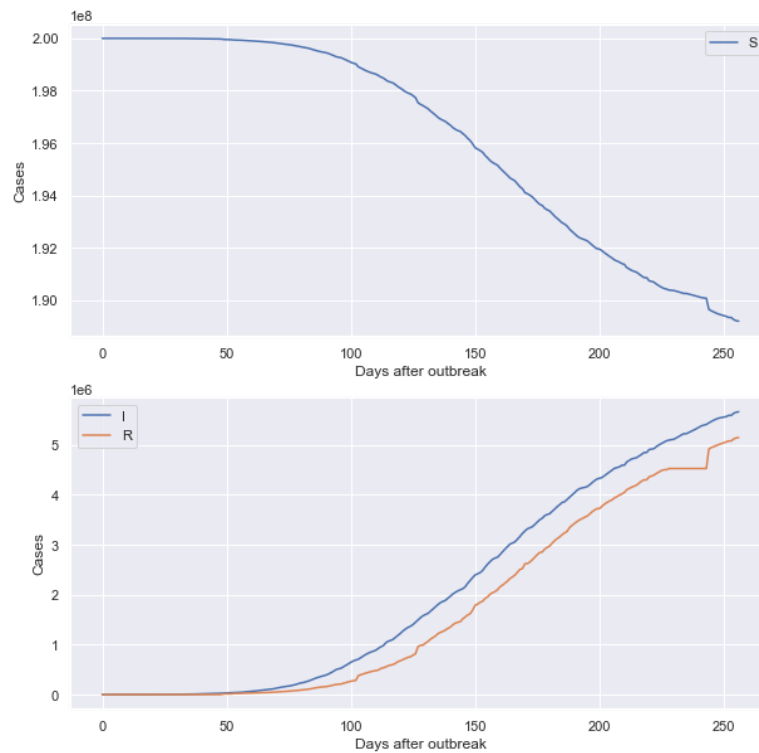
$$\beta(t) = 0,2e^{-0.009t} \quad (8)$$

$$\gamma(t) = 0.04e^{-0.01t} \quad (9)$$

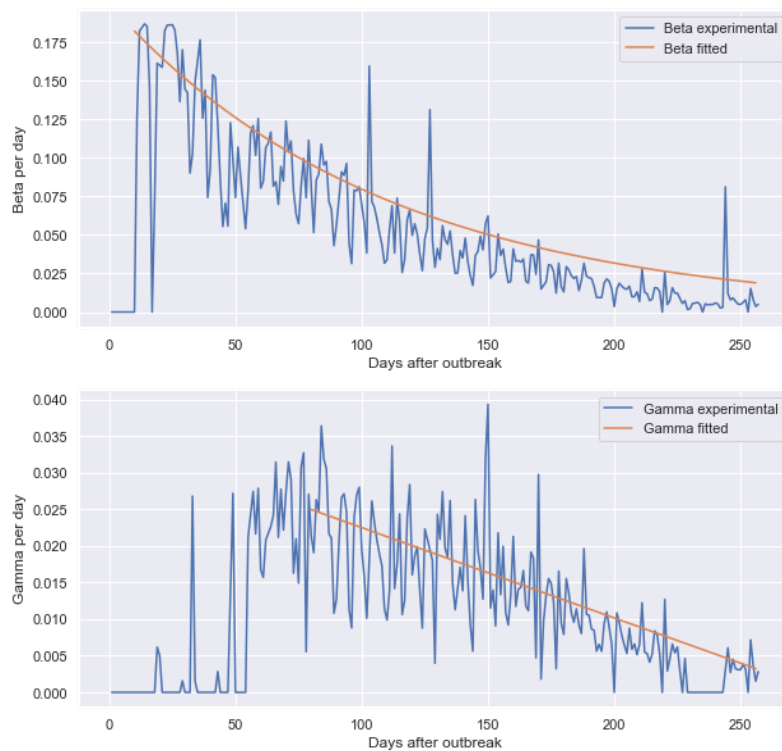
**Discussão.** A respeito das curvas  $\beta(t)$  e  $\gamma(t)$ , é possível notar que  $\beta(t)$  segue em alguma medida uma exponencial decrescente, como proposto.  $\gamma(t)$  se comporta em certa medida linearmente, porém os valores são tão pequenos que na literatura eles são considerados constantes (BRAUER; CASTILLO-CHAVEZ; FENG, 2019). Já para  $S(t)$ ,  $I(t)$  e  $R(t)$ , notou-se que houve uma certa mudança de comportamento entre as curvas reais e simuladas, o que indica que o modelo não está tão bem sintonizado. Um estudo maior é requerido para que isso seja melhorado.

## Figuras.

1) Resultado dos valores históricos de  $S$  (em cima),  $I$  (em baixo azul) e  $R$  (embaixo laranja):

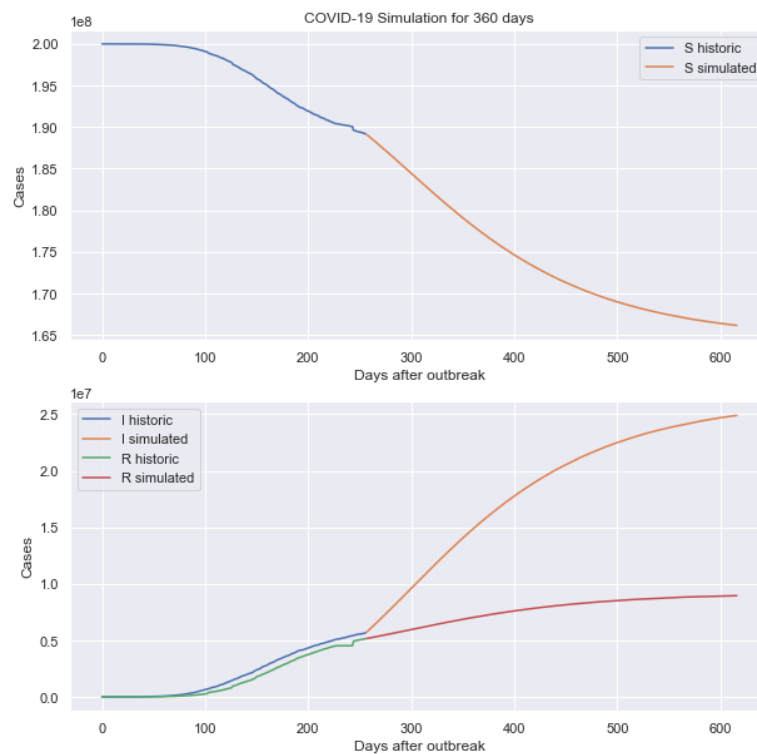


2) Resultado do valor experimental (azul) e interpolado (laranja) para  $\beta(t)$  (em cima) e  $\gamma$  (embaixo) :



3) Valores de  $S(t)$ ,  $I(t)$  e  $R(t)$  históricos e simulados, no caso para 360

dias.



**Keywords.** SIR; Modelos epidemiológicos; método de integração de euler; EDO; interpolação.

## Referências

AIHARA, K.; SUZUKI, H. Theory of Hybrid Dynamical Systems and Its Applications to Biological and Medical Systems. **Philosophical Transactions. Series A**, Mathematical, Physical, and Engineering Sciences, v. 368, n. 1930, p. 4893–4914, 13 nov. 2010.

BRAUER, F.; CASTILLO-CHAVEZ, C.; FENG, Z. **Mathematical Models in Epidemiology**. [S.l.]: Springer Nature, 2019.

DONG, E.; DU, H.; GARDNER, L. An Interactive Web-Based Dashboard to Track COVID-19 in Real Time. **The Lancet Infectious Diseases**, v. 20, n. 5, p. 533–534, maio 2020.

HE, S.; PENG, Y.; SUN, K. SEIR Modeling of the COVID-19 and Its

Dynamics. **Nonlinear Dynamics**, p. 1–14, 18 jun. 2020.

OSMAN, M.; ADU, I.; YANG, C. **A Simple SEIR Mathematical Model of Malaria Transmission. Asian Research Journal of Mathematics**. [S.l: s.n.]. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.9734/arjom/2017/37>>, 2017

TANG, B. et al. Estimation of the Transmission Risk of the 2019-nCoV and Its Implication for Public Health Interventions. **Journal of Clinical Medicine Research**, v. 9, n. 2, 7 fev. 2020. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.3390/jcm9020462>>.

WANG, H. et al. **Phase-adjusted estimation of the number of Coronavirus Disease 2019 cases in Wuhan, China. Cell Discovery**. [S.l: s.n.]. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1038/s41421-020-0148-0>>. , 2020



Repositório no Github

AIHARA, K.; SUZUKI, H. Theory of Hybrid Dynamical Systems and Its Applications to Biological and Medical Systems. Philosophical Transactions. Series A, Mathematical, Physical, and Engineering Sciences, v. 368, n. 1930, p. 4893–4914, 13 nov. 2010.

BRAUER, F.; CASTILLO-CHAVEZ, C.; FENG, Z. Mathematical Models in Epidemiology. [S.l.]: Springer Nature, 2019.

DONG, E.; DU, H.; GARDNER, L. An Interactive Web-Based Dashboard to Track COVID-19 in Real Time. The Lancet Infectious Diseases, v. 20, n. 5, p. 533–534, maio 2020.

HE, S.; PENG, Y.; SUN, K. SEIR Modeling of the COVID-19 and Its Dynamics. *Nonlinear Dynamics*, p. 1–14, 18 jun. 2020.

OSMAN, M.; ADU, I.; YANG, C. A Simple SEIR Mathematical Model of Malaria Transmission. *Asian Research Journal of Mathematics*. [S.l: s.n.]. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.9734/arjom/2017/37471>>. , 2017

TANG, B. et al. Estimation of the Transmission Risk of the 2019-nCoV and Its Implication for Public Health Interventions. *Journal of Clinical Medicine Research*, v. 9, n. 2, 7 fev. 2020. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.3390/jcm9020462>>.

WANG, H. et al. Phase-adjusted estimation of the number of Coronavirus Disease 2019 cases in Wuhan, China. *Cell Discovery*. [S.l: s.n.]. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1038/s41421-020-0148-0>>. , 2020