

# Otimização do Escalonamento de Tripulantes em Companhias Aéreas

Daniel Augusto Cortez  
Lucas Rodrigues Colucci  
Renato Lerac Corrêa de Sá

14 de setembro de 2012

## Resumo

Versão preliminar da monografia a ser apresentada como trabalho de conclusão de curso. Contém uma introdução ao problema, a análise preliminar, alguns resultados obtidos até o momento e conclusões.

Blog Stoa: <http://social.stoa.usp.br/profile/daniel-lucas-renato>

Repositório GitHub: <https://github.com/bublecamp/TCC2012>

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>3</b>
1.1	Definições e Nomenclaturas . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Formulação do Problema</b>	<b>6</b>
2.1	Regras de Trabalho e Estrutura de Custo . . . . .	7
2.2	Problema da Determinação das Viagens . . . . .	11
2.2.1	Gerador de Viagens . . . . .	14
2.2.2	Exemplo . . . . .	15
2.3	Problema da Determinação de Escalas . . . . .	17
2.4	Formulação Integrada . . . . .	21
<b>3</b>	<b>Métodos de Solução para o PDV</b>	<b>22</b>
3.1	Métodos Exatos . . . . .	22
3.1.1	Set Partition . . . . .	22
3.1.2	Set Cover . . . . .	22
3.1.3	Geração de Colunas . . . . .	23
3.2	Métodos (Meta) Heurísticos . . . . .	23
3.2.1	Busca Local . . . . .	23
3.2.2	Algoritmo Genético . . . . .	23
<b>4</b>	<b>Resultados Obtidos</b>	<b>23</b>
4.1	Análise Preliminar . . . . .	24
4.2	Métodos Exatos . . . . .	26
4.2.1	Resultado Explícito . . . . .	29
4.3	Métodos (Meta) Heurísticos . . . . .	29
4.3.1	Busca Local . . . . .	29
4.3.2	Algoritmo Genético . . . . .	29
<b>5</b>	<b>Conclusões</b>	<b>29</b>

# 1 Introdução

Métodos de otimização no planejamento das operações de uma empresa aérea têm sido aplicados a várias décadas [10]. Tal planejamento envolve diversos problemas que normalmente são resolvidos de forma separada e seqüencial devido ao tamanho e a complexibilidade de cada problema individual, embora eles estejam intimamente relacionados [4] (veja Figura 1.1).

Primeiro, resolve-se o problema da *malha de voos*, que consiste em determinar todos os trechos a serem voados pela empresa num determinado período de tempo. O planejamento é basicamente feito em termos de demanda de mercado.

Segundo, trata-se do problema da *atribuição de frotas*. Nele, determina-se qual o tipo de aeronave (tal como Boeing 737, Boeing 767, Airbus 320, etc) deve ser atribuído para efetuar cada trecho da malha de voos. O objetivo é maximizar os lucros de venda, em função da demanda prevista e do custo de se operar determinada frota em determinado trecho, sujeito à restrição de que todos os voos da malha sejam cobertos com as frotas disponíveis.

Terceiro, considera-se o problema do *roteamento de aeronaves*, que envolve a escolha das aeronaves de uma frota que vão realizar determinados voos de forma que cada aeronave passe um tempo adequado em aeroportos específicos com a finalidade de serem revisadas pela manutenção. O objetivo é maximizar os lucros, respeitando ainda a restrição de que todos os voos da frota sejam cobertos.

Finalmente, o problema de *escalonamento de tripulantes* é resolvido. Tal problema foi um dos primeiros a receber atenção significativa por parte da comunidade de pesquisa operacional [3], sendo ainda um dos mais estudados. Isso porque, no transporte aéreo, os custos com a tripulação representam a segunda maior parcela dos custos operacionais da empresa, perdendo apenas para os custos com combustível. Para se ter uma ideia, o custo total com tripulação excede 1,3 bilhões de dólares todo ano na American Airlines [2]. Hoje em dia, a otimização no planejamento de escalas representa economia de cerca de 50 milhões de dólares anuais para uma companhia de grande porte [4].

De forma geral, escalonamento de tripulantes pode ser definido como o problema de se atribuir um grupo de trabalhadores (uma tripulação) para realizar um conjunto de atividades. No contexto da aviação, cada tripulante (comandante, co-piloto, comissário, etc) deve ser designado para realizar um determinado voo da empresa. Tal designação deve ser feita respeitando-se uma série de restrições impostas pelas agências reguladoras da aviação, bem

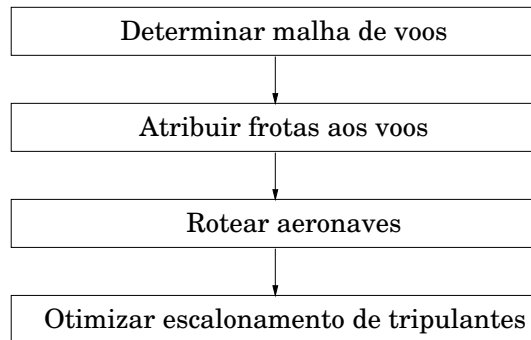


Figura 1.1: Sequência de problemas resolvidos no planejamento de operações de uma empresa aérea.

como regras de regulamentação trabalhista, restrições operacionais impostas pela própria empresa e acordos trabalhistas entre empregado e empregador. Dado o grande número de variáveis e restrições envolvidas, assim como a possibilidade de grandes ganhos econômicos, o problema torna-se bastante interessante, tanto do ponto de vista da indústria, quanto acadêmico.

Neste trabalho focaremos justamente na parte de escalonamento de tripulantes, mais especificamente no chamado problema da determinação das viagens. O objetivo é apresentar, discutir e implementar alguns dos métodos de solução disponíveis na literatura, apresentando alguns resultados no contexto das companhias aéreas brasileiras.

## 1.1 Definições e Nomenclaturas

Antes que possamos apresentar e explorar a estrutura do problema com mais detalhes, faz-se necessário a introdução de algumas definições e nomenclaturas normalmente utilizadas, as quais serão amplamente utilizadas neste trabalho.

- **Etapas:** é um voo único sem paradas, também chamado de **perna**, **trecho** ou **segmento de voo**.
- **Jornada:** conjunto de uma ou mais etapas sequenciais, também chamado de **jornada de trabalho**.
- **Tempo Mínimo de Conexão:** menor intervalo possível de tempo entre duas etapas consecutivas em uma jornada.

- **Tempo Máximo de Conexão:** maior intervalo possível de tempo entre duas etapas consecutivos em uma jornada.
- **Tempo de Briefing:** tempo mínimo que antecede o início da primeira etapa de uma jornada, necessário para o *briefing* da tripulação.
- **Tempo de Debriefing:** tempo mínimo que sucede o término da última etapa de uma jornada, necessário para o *debriefing* da tripulação.
- **Início da Jornada:** horário em que a tripulação deve se apresentar para o início de uma jornada. Corresponde ao horário da decolagem da primeira etapa menos o tempo de briefing. Também chamado de **checkin**.
- **Término da Jornada:** horário em que a tripulação encerra suas atividades em uma jornada. Corresponde ao horário de pouso da última etapa mais o tempo de debriefing. Também chamado de **checkout**.
- **Base Contratual:** cidade onde um dado tripulante está domiciliado, também chamada simplesmente de **base**.
- **Viagem:** conjunto de jornadas de trabalho, com a primeira etapa da primeira jornada e a última etapa da última jornada começando e terminando na mesma base contratual. Uma viagem também é chamada de **pairing**, ou **rotação**.
- **Descanso:** intervalo mínimo de tempo ininterrupto de repouso após uma jornada.
- **Pernoite:** intervalo de tempo separando duas jornadas consecutivas de uma viagem.
- **Reserva:** período de tempo em que o tripulante permanece, por determinação do empregador, em local de trabalho à sua disposição.
- **Sobreaviso:** período de tempo não excedente a 12 horas, em que o tripulante permanece em local de sua escolha, à disposição do empregador, devendo apresentar-se em até 90 minutos após receber comunicação para o início de nova tarefa.
- **Folga:** período de tempo não inferior a 24 horas consecutivas em que o tripulante, em sua base contratual, sem prejuízo de remuneração, está desobrigado de qualquer atividade relacionada com seu trabalho.

- **Escala:** conjunto de viagens, reservas, sobreaviso, folgas e deveres extra-voo (cursos, treinamentos em simulador, férias, etc), expandindo um determinado horizonte de tempo, que definem as atividades de um tripulante.

A Figura 1.2 apresenta o exemplo de uma viagem que ilustra alguns dos conceitos expostos acima. As etapas na figura estão representadas pelos retângulos mais internos. São indicados os aeroportos de origem e destino, bem como os horários de decolagem e pouso. As jornadas são indicadas pelos retângulos pontilhados, englobando uma cadeia de etapas. A base contratual considerada é CGH (São Paulo).

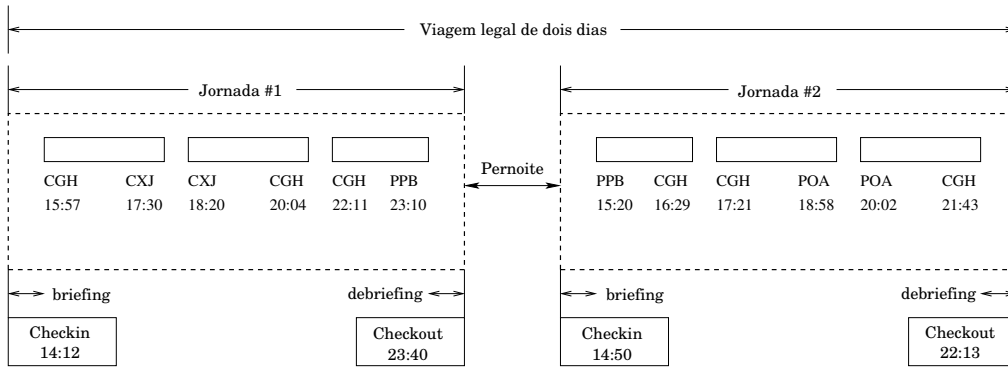


Figura 1.2: Exemplo de uma viagem de dois dias para a base CGH.

A Figura 1.3 apresenta o exemplo de uma escala de um determinado tripulante. O horizonte de tempo considerado é de 15 dias. Para fins de ilustração, foram alocadas três viagens (c), (a) e (b) nos dias 3, 5–8 e 12–14, respectivamente. Os demais dias foram preenchidos com períodos de folgas, sobreaviso, reserva e um curso.

## 2 Formulação do Problema

Normalmente o problema do escalonamento de tripulantes é dividido em dois subproblemas que são resolvidos de forma independente e sequencial. O primeiro deles é conhecido como *problema da determinação de viagens* (PDV), que consiste na obtenção de um subconjunto de viagens, obedecendo as regras de trabalho impostas pela legislação, com custo mínimo, cobrindo todas as segmentos de voo exatamente uma vez. Obtida a solução das viagens, um

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	← dias
F	F	(c)	F	(a)				C	S	F	(b)			R	← atividades

F – Folga  
 S – Sobreaviso  
 R – Reserva  
 C – Curso  
 (a), (b), (c) – Viagens

Figura 1.3: Exemplo de uma escala com diversas atividades para um dado tripulante.

segundo problema é resolvido, conhecido como *problema da determinação de escalas* (PDE), cujo objetivo é construir as escalas dos tripulantes, distribuindo as viagens de tal forma que cada viagem seja atribuída exatamente uma vez para cada tripulante requerido. Na atribuição, visa-se minimizar os custos e garantir distribuição uniforme de trabalho. A atribuição das viagens também está sujeita a uma série restrições reguladoras.

Tanto o PDV quanto o PDE têm sido extensamente estudados na literatura [5]. Em especial, o primeiro deles recebeu mais atenção, principalmente no contexto norte-americano, dada o seu potencial em produzir economia significativa de custos. No problema da determinação de escalas, além de minimizar custos, é importante também levar em conta aspectos da qualidade de vida dos tripulantes. Uma visão geral e esquemática dos dois problemas é apresentada na Figura 2.1.

As modelagens matemáticas usuais do PDV e do PDE são semelhantes e baseiam-se em um problema de programação linear inteiro conhecido como *set partition problem*. A técnica de resolução comum utilizada pode ser descrita como “gerar-e-otimizar”. Outras abordagens vem sendo recentemente propostas, buscando por soluções através de métodos meta-heurísticos. Nas próximas seções apresentaremos mais detalhes sobre as duas abordagens.

## 2.1 Regras de Trabalho e Estrutura de Custo

Antes de entrarmos nos detalhes sobre a formulação do PDV e do PDE, é interessante explicitar os tipos de restrições e a estrutura de custo envolvidos nos problemas, em especial no contexto brasileiro, já que há uma diferença significativa com relação aos contextos norte-americano e europeu, normalmente analisados na literatura.

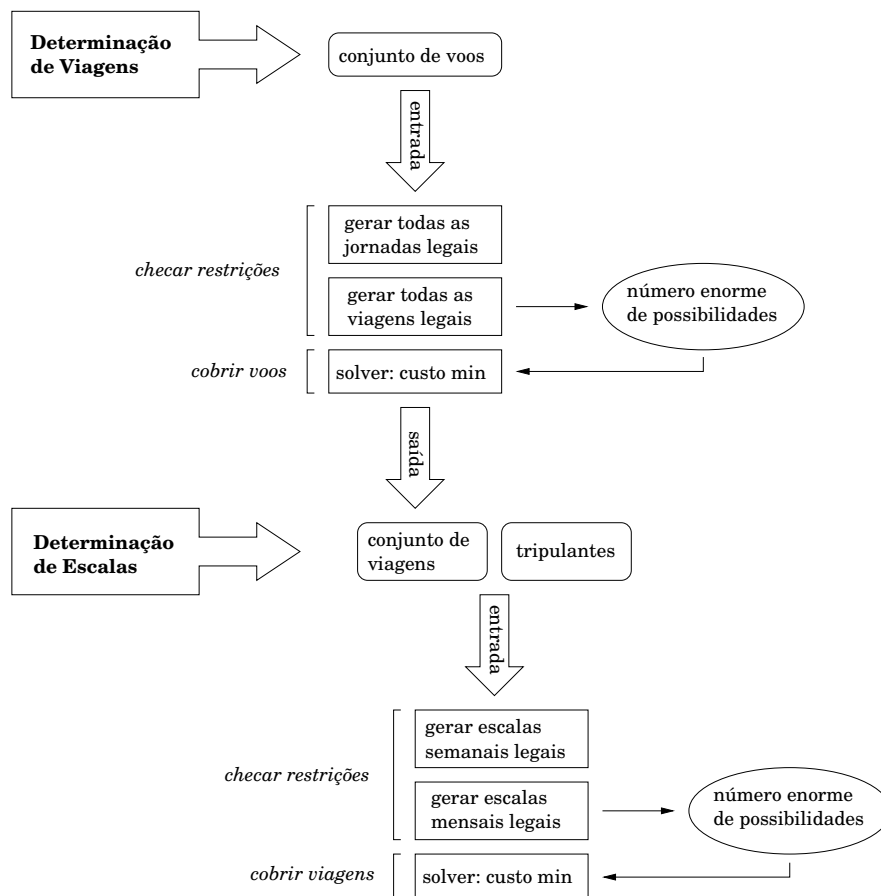


Figura 2.1: Subproblemas enfrentados na solução do problema de escalonamento de tripulantes (adaptado de [9]).



No caso do PDV, a geração de uma viagem é regida por uma série de regras impostas pela Agência Nacional de Aviação Civil (ANAC), além de restrições impostas por leis trabalhistas e acordos contratuais. Uma viagem é dita legal se ela obedecer todas as regras impostas pela legislação em questão. Abaixo apresenta-se valores típicos para as regras que regem a construção de uma viagem em uma empresa de aviação regular do Brasil com voos de curto e médio alcance:

- Duração máxima de uma jornada de trabalho: 11 horas;
- Número máximo de horas de voo em uma jornada: 9 horas e 30 minutos;
- Número máximo de pousos em uma jornada: 6 pousos;
- Descanso mínimo entre jornadas: 12 horas;
- Tamanho máximo de uma viagem: 6 dias;
- Tempo mínimo de conexão: 30 minutos;
- Tempo máximo de conexão: 4 horas;
- Número máximo de trocas de aeronave em uma jornada: 2 trocas;
- Tempo de briefing: 30 minutos fora de base e 45 minutos dentro;
- Tempo de debriefing: 30 minutos.

O custo de uma viagem está associado à produtividade mais os custos referentes à estadia do tripulante quando esse precisar pernoitar fora da base, além das diárias de alimentação. Uma expressão típica para calcular o custo  $c_p$  de uma viagem  $p$  é dada por

$$c_p = \sum_{d \in D_p} c_d, \quad c_d = \alpha_0 \left[ t_d - \left( t p_d - \sum_{i \in I_d} t_i \right) \right] + c p_d, \quad (2.1)$$

onde

$D_p$ : conjunto de jornadas que constituem a viagem  $p$ ;

$c_d$ : custo da jornada  $d$ ;

$\alpha_0$ : custo da hora de trabalho do tripulante;

$t_d$ : duração da jornada  $d$  (em horas);

$tp_d$ : tempo de preparação (briefing mais debriefing) usado na jornada  $d$ ;

$I_d$ : conjunto de etapas que compõem a jornada  $d$ ;

$t_i$ : duração da etapa  $i$ , incluindo o tempo mínimo de conexão;

$cp_d$ : custo do pernoite mais diárias de alimentação da jornada  $d$ .

Note que a expressão que multiplica  $\alpha_0$  em (2.1) representa o tempo que o tripulante passou trabalhando sem estar voando, portanto representa uma medida de produtividade. Quanto mais cara a viagem, menor foi a produtividade do tripulante.

No PDE também aplica-se uma série de regras trabalhistas para geração de uma escala legal. Dentre elas, podemos citar como mais importantes:

- Número mínimo de folgas: 8 folgas, sendo no mínimo 2 em um final de semana;
- Intervalo máximo de trabalho sem folgas: 6 dias;
- Número máximo de horas de voo em um mês: 85 horas;
- Número máximo de horas de uma reserva: 6 horas;
- Número máximo de sobreavisos: 2 semanais e 8 mensais.

O custo associado a uma dada escala legal montada para um tripulante é bastante dependente da política de pagamento da empresa. No Brasil, em geral, as companhias costumam pagar um salário fixo e mais um excedente por hora voada se o número de horas voadas pelo tripulante extrapolar um determinado valor. Além disso, horas voadas no período noturno, domingos e feriados, chamadas horas especiais, são pagas a partir do zero. Assim, podemos calcular o custo  $c_k$  de uma escala atribuída a um tripulante  $k$  como

$$c_k = \alpha_1 + \alpha_2 \sum_{p \in P_k} e_p + \alpha_3 \max \left\{ 0, \left( \sum_{p \in P_k} t_p \right) - mg \right\} + \sum_{p \in P_k} c_p,$$

onde

$\alpha_1$ : remuneração fixa do tripulante;

$\alpha_2$ : remuneração por cada hora especial realizada;

$\alpha_3$ : remuneração por cada hora de voo excedente à garantia mínima;

$P_k$ : conjunto de viagens atribuídas ao tripulante  $k$ ;

$e_p$ : horas de voo especiais na viagem  $p$ ;

$t_p$ : horas de voo na viagem  $p$ ;

$mg$ : garantia mínima de horas de voo;

$c_p$ : custo da viagem  $p$ .

Note que consideramos apenas a atribuição de viagens na escala de tripulantes. Atividades de reserva e sobreaviso também entram na remuneração contando como se fossem horas de voo. No caso do sobreaviso, o valor deve ser multiplicado por  $1/3$ .

## 2.2 Problema da Determinação das Viagens

No problema da determinação das viagens, tem-se como entrada o conjunto de voos a ser operado pela empresa, o conjunto de bases contratuais dos tripulantes, as regras de trabalho que ditam a construção de viagens legais e a estrutura de custo como descrita na equação (2.1). A saída então deve ser um conjunto de viagens que cubra todos os voos operados exatamente e uma vez e que gere o custo mínimo (veja Figura 2.2).

Normalmente os voos das companhias aéreas apresentam uma frequência regular de oferecimento, sendo que a maioria deles operam diariamente. Outros são oferecidos apenas em alguns dias fixos da semana e poucos são oferecidos vez ou outra no mês. Costuma-se então inicialmente resolver o problema diário, onde se assume que todos os voos são repetidos diariamente. Note que para o problema diário, viagens de vários dias com etapas repetidas são inviáveis. Um segmento de voo repetido causaria o efeito de mais de uma tripulação ser atribuída para realização dessa etapa, uma vez que quando se faz a implementação da solução diária, uma tripulação distinta é atribuída a cada um dos dias da viagem.

O problema semanal é mais complicado porque envolve um maior número de etapas consideradas. De qualquer forma, a solução do problema semanal pode ser obtido a partir de um ajuste da solução do problema diário, sem perda significativa de custo [5]. A solução do problema mensal completo

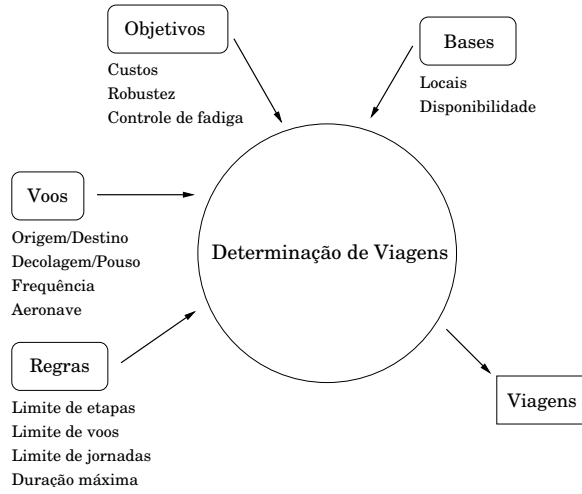


Figura 2.2: Representação do problema da determinação de viagens (PDV).

segue da solução do problema semanal. Como a maior parte da redução de custos está associada à resolução do problema diário, ele se torna o mais importante. Daqui em diante trataremos apenas do problema diário.

Uma outra simplificação do problema está no fato que os tripulantes são habilitados para operar apenas um tipo, ou família, de aeronaves dentro de uma frota. Assim, fatora-se o problema da determinação das viagens por tipo de aeronave. Para cada tipo, resolve-se um PDV considerando apenas as etapas operadas por aquele tipo. As viagens assim geradas são atribuídas aos tripulantes habilitados no tipo ao se resolver o PDE.

Há uma formulação natural para o PDV em termos de um problema de programação linear. Suponha que seja possível gerar e enumerar todas as  $n$  viagens associadas a uma dada entrada do problema contendo  $m$  etapas a serem cobertas. Seja  $x_j \in \{0, 1\}$  uma variável de decisão que assume o valor 1 se a viagem  $j$  for escolhida na solução de custo mínimo e 0 caso contrário. Então, o PDV pode ser modelado da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 &\text{minimizar} && \sum_{j=1}^n c_j x_j \\
 &\text{sujeito à} && \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = 1, \quad i = 1, \dots, m \\
 &&& x_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, \dots, n.
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

Os coeficientes  $a_{ij}$  são definidos por

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se a viagem } j \text{ cobre a etapa } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

As restrições em (2.2) garantem que cada etapa seja coberta exatamente uma vez por alguma viagem. Existe ainda uma formulação alternativa onde as restrições são dadas por

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \geq 1, \quad i = 1, \dots, m. \quad (2.3)$$

Nesse caso uma mesma etapa pode ser coberta por mais de uma viagem e o problema se torna um *set cover problem*. Do ponto de vista do escalonamento, se uma etapa é coberta por mais de uma viagem, então uma tripulação estará trabalhando nessa etapa e as demais viajando de passageiro (situação conhecida por *deadheading*). As vezes essa formulação é necessária para que se garanta viabilidade da solução. Se o preço a se pagar pela operação com *deadheading* for essencialmente o mesmo de uma operação normal, então não há alteração significativa no custo da viagem associada. Isso permite que o problema seja modelado com as restrições (2.3) sem alterar a estrutura de custos.

É comum a inserção de restrições adicionais ao modelo que garantem uma distribuição de trabalho entre as bases compatível com os recursos disponíveis em cada base. Se o número total de bases do problema considerado é  $r$ , então as *restrições de bases* são expressas por

$$H_k^L \leq \sum_{j=1}^n h_{kj}x_j \leq H_k^U, \quad k = 1, \dots, r, \quad (2.4)$$

onde  $H_k^L$  é o número mínimo de horas disponíveis na base  $k$  e  $H_k^U$  é seu número máximo. Note que  $H_k^L$  pode ser diferente de zero desde que se exija que não mais do que um certo número de tripulantes fiquem de reserva. O coeficiente  $h_{kj}$  dá o número de horas necessárias para efetuar a viagem  $j$  ( $h_{kj} = 0$  se a viagem  $j$  não pertencer à base  $k$ ).

O grande problema com a formulação (2.2) está no enorme número de variáveis geradas mesmo nos casos das instâncias pequenas (poucas etapas diárias). A Tabela 2.1 ilustra o número de viagens legais geradas, com duração máxima de 3 ou 4 dias, para diversas frotas de aeronaves. O número enorme de variáveis está associada com a natureza combinatória do problema.

A maioria das empresas aéreas operam em aeroportos conhecidos como *hubs*, onde um grande número de aeronaves chegam e partem em um mesmo intervalo de tempo, possibilitando que os passageiros efetuem suas conexões para uma grande quantidade de destinos em pouco tempo. Esse tipo de estrutura em rede leva à explosão no número de viagens legais que podem ser construídas [6]. Note da Tabela 2.1 que apesar do número de viagens ser gigantesco, o número de jornadas tem um valor muito mais gerenciável.

<b>Frota</b>	<b>Max Dias</b>	<b>Etapas</b>	<b>Bases</b>	<b>Jornadas</b>	<b>Viagens (<math>\times 10^6</math>)</b>
AAS80	3	1.152	12	690.000	48.400
AA757	3	251	15	7.000	1
AA727	3	375	11	31.000	36
AAF10	4	307	3	55.000	63.200
UA737	4	773	7	568.000	100.000.000
USDC9	4	478	4	562.000	105.000.000

Tabela 2.1: Jornadas e viagens legais geradas para um conjunto de frotas de aeronaves de companhias norte-americanas (fonte: [1]).

Como o problema de partição é do tipo NP-difícil, a aplicação de métodos diretos de otimização é impraticável para qualquer situação real. Discutiremos esse ponto na Seção 4.1. Os métodos de solução normalmente envolvem algum tipo de heurística e/ou algum critério de parada que leva a soluções sub-ótimas.

### 2.2.1 Gerador de Viagens

O primeiro passo em direção à solução do PDV consiste na implementação de um gerador de viagens eficiente que seja capaz de produzir um grande número de viagens legais em pouco tempo. Como já mencionamos, os métodos de resolução de (2.2) baseiam-se no conceito de “gerar-e-otimizar”, e já que as rotinas de otimização estão normalmente prontas em pacotes fechados, a parte de geração é de grande importância.

Uma viagem pode ser vista como um caminho especial em um grafo estruturado. Esse grafo é chamado de *rede de voos* e será detalhado a seguir.

As etapas na rede de voos podem ser representadas como nós ou arcos. Escolhemos a representação em termos de arcos. Os nós da rede representam as saídas e chegadas de cada etapa, bem como uma fonte  $s$  e um sorvedouro  $t$ . Existe um arco representando cada etapa da malha de voos. Para o

problema diário, replicamos cada arco quantas vezes for o número máximo de dias permitido em um viagem. O conjunto de arcos será denotado por  $\mathcal{A}$ .

O nó fonte é ligado ao nó de saída de cada etapa que se origina em uma base específica. O nó de chegada de cada etapa que termina nessa base é ligado ao sorvedouro. Existem ainda arcos representando conexões legais entre etapas. Um par de etapas terá um arco de conexão entre eles se o aeroporto de chegada do primeiro corresponder ao aeroporto de saída do segundo, e o intervalo de tempo entre a chegada e a saída estiver for uma conexão legal de uma jornada, ou descanso regular entre jornadas.

É fácil notar que toda viagem legal é representada por um caminho  $s - t$  na rede de voos. Porém, existem caminhos  $s - t$  que não representam viagens legais pois podem desrespeitar alguma regra de trabalho, embora as conexões possíveis sejam legais. A estrutura da rede garante que não seja feita nenhuma conexão entre duas etapas que não tenham suas respectivos destino e origem coincidentes no espaço e no tempo. Entretanto, não garante, por exemplo, que o número máximo de horas de voo permitido em uma jornada seja excedido.

O gerador de viagens funciona aplicando um algoritmo de busca em profundidade à rede de voos. O algoritmo inicia-se no nó de origem  $s$  e explora todas as conexões viáveis  $(i, j) \in \mathcal{A}$ , até retroceder. O processo de busca em profundidade controla a viabilidade das viagens, levando em conta a duração máxima das jornadas e limites de horas de voo e de pousos.

### 2.2.2 Exemplo

A tabela abaixo mostra um conjunto fictício (para fins pedagógicos) de 7 etapas operadas diariamente entre as localidades A, B, C e D. O exemplo é adaptado de [4].

# Etapa	Origem	Destino	Saída	Chegada
1	A	B	08:00	09:00
2	B	C	10:00	11:00
3	C	D	13:00	14:00
4	C	A	15:00	16:00
5	D	A	15:00	16:00
6	A	B	17:00	18:00
7	B	C	11:00	12:00

A rede de voos (parcial) para uma base contratual A é ilustrado na Fi-

gura 2.3, onde são apresentadas algumas das conexões legais possíveis para clareza do desenho. O caminho vermelho na figura representa uma viagem legal com dois dias de duração.

A partir da rede apresentada, montamos as seguintes jornadas válidas (os números representam os números das etapas)

$$\begin{aligned} D_1 &= \{1\}, & D_2 &= \{2\}, & D_3 &= \{3\}, & D_4 &= \{4\} \\ D_5 &= \{5\}, & D_6 &= \{6\}, & D_7 &= \{7\}, & D_8 &= \{1, 2\} \\ D_9 &= \{1, 7, 3\}, & D_{10} &= \{2, 3\}. \end{aligned}$$

Assumindo que as localidades A, B e D sejam bases contratuais, geramos seis viagens, que podem ser expressas em termos das jornadas como

$$\begin{aligned} P_1 &= \{D_4, D_8\}, & P_2 &= \{D_9, D_5\}, & P_3 &= \{D_5, D_6, D_{10}\} \\ P_4 &= \{D_4, D_6, D_7\}, & P_5 &= \{D_1, D_7, D_4\}, & P_6 &= \{D_5, D_7, D_9\}. \end{aligned}$$

Note que a viagem  $P_6$  cobre a etapa 7 duas vezes, então ela não é válida e deve ser desconsiderada. Supondo que os custos associados as viagens sejam  $c_1 = c_2 = c_3 = c_4 = 4$  e  $c_5 = 5$ , a partir de (2.2) obtemos o seguinte problema ( $x_i \in \{0, 1\}$ ,  $i = 1, \dots, 5$ ):

$$\begin{aligned} \min \quad & 4x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 4x_4 + 5x_5 \\ & x_1 + x_2 + x_5 = 1 \quad (\text{etapa 1}) \\ & x_1 + x_3 = 1 \quad (\text{etapa 2}) \\ & x_2 + x_3 = 1 \quad (\text{etapa 3}) \\ & x_1 + x_4 + x_5 = 1 \quad (\text{etapa 4}) \\ & x_2 + x_3 = 1 \quad (\text{etapa 5}) \\ & x_3 + x_4 = 1 \quad (\text{etapa 6}) \\ & x_2 + x_4 + x_5 = 1 \quad (\text{etapa 7}) \end{aligned}$$

Se for requerido que pelo menos 3 horas e no máximo 6 horas estejam disponíveis nas bases A e D, e no máximo 5 horas na base C, então as restrições de bases (2.4) são

$$\begin{aligned} 3 &\leq 4x_2 + 3x_5 \leq 6 & (\text{base A}) \\ 0 &\leq 3x_1 + 3x_4 \leq 5 & (\text{base C}) \\ 3 &\leq 4x_3 \leq 6 & (\text{base D}) \end{aligned}$$



A solução ótima para o problema formulado usa as viagens 3 e 5 ( $x_3 = x_5 = 1$ ,  $x_1 = x_2 = x_4 = 0$ ) e tem um custo total igual à 9. Por se tratar de um problema pequeno, a resolução do mesmo pode ser obtido por qualquer pacote de otimização linear.

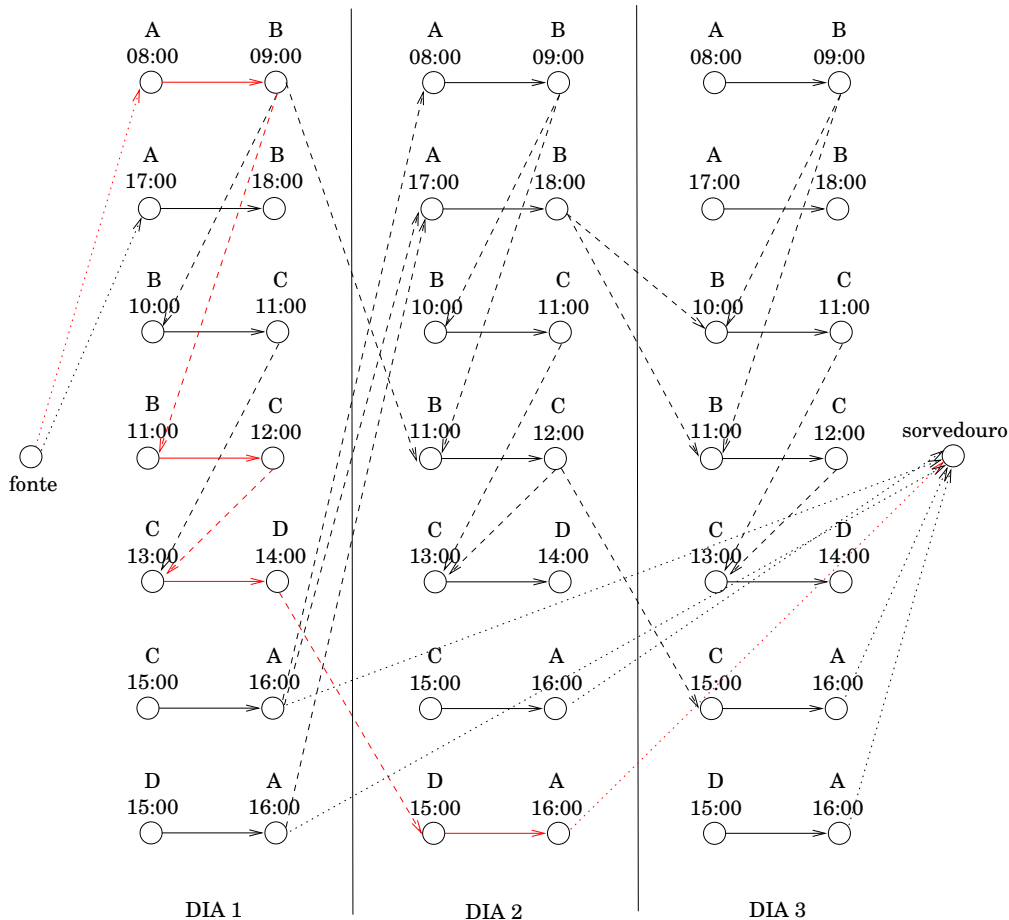


Figura 2.3: Rede de voos para a base  $A$  de tripulantes. Arcos tracejados representam conexões legais entre etapas. O caminho em vermelho representa uma das viagens possíveis.

### 2.3 Problema da Determinação de Escalas

No problema da determinação de escalas (ou, de forma mais restrita, problema da atribuição de viagens), tem-se como entrada o conjunto de viagens obtido na resolução do PDV na etapa anterior, um conjunto de atividades

extra-voo, as regras utilizadas para confecção de escalas legais e, finalmente, o conjunto de tripulantes para o qual se deseja gerar as escalas. A saída será uma escala legal obtida para cada tripulante do conjunto considerado, tal que todas as atividades sejam atribuídas o número de vezes necessário, e tal que o custo total da solução seja minimizado. Uma esquema para entrada e saída do problema é apresentado na Figura 2.4. Uma descrição detalhada sobre o problema pode ser encontrada em [7].



Figura 2.4: Representação do problema da determinação de escalas (PDE). Adaptado de [7].

Nos dados de entrada são fornecidos os registros pessoais de cada tripulante, que incluem suas qualificações, atividades pré-atribuídas, férias, etc. As qualificações contêm informações, por exemplo, sobre os equipamentos nos quais o tripulante está habilitado, ou sobre destinos onde ele não pode operar devido a alguma restrição operacional. Atividades pré-atribuídas podem ser folgas pedidas, exames médico, cursos, etc. Os registros de um tripulante também incluem atributos acumulados, como o total de horas de voo realizadas durante o ano corrente. Outros dados de interesse são, por exemplo, datas limites para treinamentos.

Outro conjunto de dados de entrada é formado pelas atividades a serem cobertas, que consiste das viagens, reservas, sobreavisos, folgas, atividades de treinamento (*e.g.*, treinamento em simulador e cursos) e atividades em solo (*e.g.*, exames médico). Normalmente, na formulação mais restrita do problema, apenas as viagens devem ser atribuídas de forma automatizada e otimizada. Todas as outras atividades são atribuídas *a priori*, individual-

mente para cada tripulante em dias pré-determinados dentro do horizonte de tempo do planejamento.

As regras típicas para construção de uma escala legal incluem limites máximos para horas de vôo e jornadas de trabalho, número mínimo de folgas, número máximo de dias consecutivos de trabalho, etc (confira Seção 2.1). Essas são conhecidas como *regras horizontais* pois se aplicam a escalas únicas, e não considerem as outras escalas geradas na solução. Outro conjunto de regras, conhecidas por *regras verticais*, aplicam-se à solução como um todo. Um exemplo típico está na atribuição de uma atividade que necessita ser realizada por mais de um membro de uma tripulação com a mesma função. Outros exemplos de regras verticais são casos do tipo “deve voar com”, ou “não deve voar com”.

A função objetivo no PDE é muito dependente da política da empresa. Existem basicamente quatro tipos de objetivos que podem ser encontrados em um problema desse tipo. Normalmente as empresas adotam alguma combinação desses objetivos, seja introduzindo uma função objetivo combinada, seja introduzindo restrições globais para algum deles enquanto otimizando outros. Os objetivos referem-se a redução de custos reais, robustez da solução, distribuição equilibrada de trabalho e “qualidade de vida” oferecida.

Vamos agora considerar o problema da determinação de escalas em sua forma mais simples. Sejam dados um conjunto de atividade  $\mathcal{A}$ , de cardinalidade  $m_{\mathcal{A}}$ , e um conjunto de tripulantes  $\mathcal{C}$ , de cardinalidade  $m_{\mathcal{C}}$ . Desejamos obter um conjunto de escalas  $\mathcal{R}_k \subset \mathcal{A}$  para cada tripulante  $k$ ,  $1 \leq k \leq m_{\mathcal{C}}$ , que particiona  $\mathcal{A}$ ,

$$\mathcal{A} = \mathcal{R}_1 \cup \mathcal{R}_2 \cup \dots \cup \mathcal{R}_{m_{\mathcal{C}}} ,$$

de forma a minimizar alguma função objetivo linear nos custos  $c_k$  de cada escala.

Um grande número de escalas  $\mathcal{R}_j \subset \mathcal{A}$  podem ser geradas para cada tripulante. Idealmente, todas as escalas legais poderiam ser geradas, mas para o resultado seria um número enorme dada a natureza combinatória do problema. Depois da geração de  $n$  escalas, um problema de particionamento é resolvido para selecionar a melhor combinação de escalas que minimizem o custo da função objetivo.

Seja  $x_j \in \{0, 1\}$ ,  $1 \leq j \leq n$ , uma variável de decisão cujo valor é 1 se a escala  $\mathcal{R}_j$  for escolhida na solução, e 0 caso contrário. Seja  $c_j$ ,  $1 \leq j \leq n$ , o custo associado à escala  $\mathcal{R}_j$ . Seja ainda  $A$  a matriz  $m \times n$ , onde  $m = m_{\mathcal{C}} + m_{\mathcal{A}}$ ,

com coeficientes  $a_{ij}$  definidos por

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se a escala } j \text{ foi gerada para o tripulante } i, i = 1, \dots, m_C \\ 1, & \text{se a escala } j \text{ contém a atividade } i - m_C, i = m_C + 1, \dots, m \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Com essas definições, o PDE é formulado da seguinte forma:

$$\begin{aligned} & \text{minimizar} && \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ & \text{sujeito à} && \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = 1, \quad i = 1, \dots, m \\ & && x_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, \dots, n. \end{aligned} \tag{2.5}$$

Note que para cada tripulante exatamente uma escala deve ser determinada e cada atividade deve ser atribuída a exatamente uma escala.

Suponha, por exemplo, que para cada tripulante três escalas sejam geradas. Então  $n = 3m_C$ , e a matriz de restrições  $A$  assume forma semelhante a:

Tripulante <sub>1</sub>			Tripulante <sub>2</sub>			...	Tripulante <sub> C </sub>				
$\mathcal{R}_1$	$\mathcal{R}_2$	$\mathcal{R}_3$	$\mathcal{R}_4$	$\mathcal{R}_5$	$\mathcal{R}_6$	...	$\mathcal{R}_{n-2}$	$\mathcal{R}_{n-1}$	$\mathcal{R}_n$		
1	1	1	0	0	0	...	0	0	0	= 1	Atribuições
0	0	0	1	1	1	...	0	0	0	= 1	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋱	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0	0	0	0	0	0	...	1	1	1	= 1	
1	1	0	1	0	1	...	0	1	0	= 1	Atividades
0	1	1	0	0	1	...	1	0	1	= 1	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋱	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
1	0	1	0	0	0	...	0	1	0	= 1	

Existem dois tipos de restrições representadas pela matriz  $A$  no modelo básico. As *restrições de atribuições* garantem que todo tripulante tenha exatamente uma escala atribuída. Elas formam o primeiro bloco  $m_C \times n$  de  $A$ . As *restrições de atividades* garantem que cada atividade será atribuída exatamente uma vez na solução, formando o bloco final  $m_A \times n$  final da matriz  $A$ .

Assim como no PDV, a formulação exposta acima do PDE apresenta dificuldade de resolução devido ao número excessivo de variáveis e restrições. Mesmo os otimizadores mais potentes não são capazes de resolver instâncias práticas do problemas em tempo viável. A solução é utilizar algum tipo de heurística que encontre uma resposta sub-ótima para o problema, ou técnicas de otimização mais avançadas como a geração implícita de colunas.

## 2.4 Formulação Integrada

Atualmente o PDV e o PDE são eficientemente tratados por uma série de técnicas que garantem soluções próximas do ótimo com um tempo de processamento aceitável. Sistemas comerciais foram desenvolvidos em torno dessas técnicas, sendo diariamente utilizados na maioria das empresas para resolução de seus problemas de escalonamento [5].

Um problema muito mais complexo seria o da integração entre o PDV e PDE, onde esses dois sub-problemas seriam analisados e resolvidos simultaneamente. A vantagem dessa abordagem é motivada pelos fatos descritos a seguir.

Primeiro, a fatoração do problema não permite que se estime adequadamente o custo real de um escalonamento global. De fato, na determinação das viagens, busca-se minimizar o custo associado à baixa produtividade de uma jornada de trabalho. Entretanto, o custo real do planejamento só pode ser calculado após a atribuição das viagens aos tripulantes, ou seja, depois da solução do PDE. Isso porque, para um dado horizonte de tempo, faz-se o pagamento de um salário fixo e mais um valor adicional para as horas excedentes.

Segundo, o conjunto “ótimo de viagens” provido na solução do PDV é determinado sem considerar o número e a disponibilidade dos diferentes tripulantes. É claro que se pode incorporar no modelo as restrições de bases (2.4), mas elas fornecem apenas uma estimativa da mão de obra disponível, pois não consideram as restrições impostas pelas regras que limitam a geração de escalas legais. Na realidade, a disponibilidade real só é considerada enquanto se resolve o problema da determinação de escalas.

A tendência recente nos trabalhos sobre escalonamento de tripulantes é de lidar com a versão integrada do problema [8, 9], que apontam para ganhos econômicos da ordem de 5% com relação a versão sequencial. O problema completo, entretanto, é de difícil resolução, dado a combinação do número de variáveis que já eram grandes no PDV e no PDE. Reporta-se em [8] longos tempos de processamento mesmo para instâncias pequenas utilizando técnicas de geração de colunas e agregação dinâmica de restrições. Uma alternativa interessante é a utilização de meta-heurísticas como o algoritmo genético aplicado em [9].

## 3 Métodos de Solução para o PDV

O problema da determinação de viagens pode ser resolvido através de métodos exatos ou (meta) heurísticos. A seguir discutiremos sobre cada um dos métodos estudados e utilizados neste trabalho.

### 3.1 Métodos Exatos

Os métodos exatos buscam a solução ótima global através de técnicas de otimização que resolvem o problema de programação linear inteiro associado.

#### 3.1.1 Set Partition

No modelo *set partition* o problema é formulado de acordo com (2.2). A resolução pelo otimizador é feita inicialmente considerando uma versão relaxada do problema, *i.e.*, permitindo que as variáveis  $x_j$  assumam valores reais entre 0 e 1. A seguir, o problema relaxado é resolvido pelo método Simplex, o que gera uma solução ótima fracionária  $x^*$ . A partir de  $x^*$ , empregando-se um esquema *branch-and-bound*, obtém-se a melhor solução inteira. Vale ressaltar que o procedimento *branch-and-bound* consome tempo e memória exponencial no número de variáveis.

Observe que o modelo (2.2) não admite a existência de *deadheading*, *i.e.*, tripulação viajando como passageiro, o que pode implicar a inviabilidade do problema.

#### 3.1.2 Set Cover

O modelo *set cover* é bastante similar ao *set partition*, porém admite a ocorrência de *deadheading* na solução final, possibilitando a viabilidade do problema.

As restrições adotadas no modelo *set cover* são dadas por (2.3), onde permite-se que uma etapa seja coberta mais do que uma vez. Sendo  $m$  o número de etapas a serem cobertas, podemos adicionar  $m$  variáveis artificiais inteiras  $y_i$ ,  $i = 1, \dots, m$ , onde  $y_i$  representa o número de vezes que a etapa  $i$  é coberta como *deadhead*. Considerando um custo  $d_i$  cada vez que a etapa  $i$

é utilizada como *deadhead*, o problema de programação linear resultante é

$$\begin{aligned}
& \text{minimizar} && \sum_{j=1}^n c_j x_j + \sum_{i=1}^m d_i y_i \\
& \text{sujeito à} && \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j - y_i = 1, \quad i = 1, \dots, m \\
& && x_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, \dots, n \\
& && y_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, m.
\end{aligned} \tag{3.1}$$

O problema (3.1) é resolvido pelo otimizador através dos mesmos procedimentos utilizados na resolução do *set cover* (Simplex e *branch-and-bound*).

### 3.1.3 Geração de Colunas

## 3.2 Métodos (Meta) Heurísticos

### 3.2.1 Busca Local

### 3.2.2 Algoritmo Genético

## 4 Resultados Obtidos

Em nosso estudo, utilizamos os pacotes de otimização GLPK (GNU Linear Programming Kit) e Cplex da IBM. Os resultados finais, entretanto, são baseados apenas na utilização da ferramenta Cplex, uma vez que a mesma provou ser mais eficiente. Além disso, o otimizador Cplex pôde ser utilizado diretamente a partir de nosso código, alimentando o modelo gerado através da API Java fornecida pela IBM. Por outro lado, como o GLPK não fornece API apropriada, sua utilização se limitou a geração do modelo em arquivo (formato mps) e posterior execução do otimizador em um processo separado, sendo necessário realizar um *parsing* no arquivo de saída gerado para obtenção dos resultados.

Restringimos o nosso estudo de escalonamento à resolução do problema de determinação de viagens. Implementamos os métodos de solução do PDV descritos na Seção 3. Os parâmetros utilizados, que garantem a legalidade das viagens geradas, são apresentados na Tabela 4.1 e baseiam-se na legislação brasileira para aviação comercial regular.

Parâmetro	Descrição	Valor
MAX_LEGS	Máximo de pernas por jornada	5
MAX_FLIGHT_TIME	Total máximo de voo por jornada	9,5 h
MAX_DUTY_TIME	Duração máxima de uma jornada	11,5 h
MIN_SIT_TIME	Tempo mínimo de conexão	30 min
MAX_SIT_TIME	Tempo máximo de conexão	120 min
BRIEFING_TIME	Tempo para o <i>briefing</i>	0 min
DEBRIEFING_TIME	Tempo para o <i>debriefing</i>	0 min
MIN_REST_TIME	Tempo mínimo de repouso	12 h
MAX_REST_TIME	Tempo máximo de repouso	36 h
MAX_DUTIES	Máximo de jornadas por viagem	2, 3 ou 4

Tabela 4.1: Parâmetros utilizados na geração das viagens.

Todos os testes foram realizados em um computador utilizando um processador Intel Core i3 64 bits, com 4 Gb de memória RAM, rodando o sistema operacional MacOS 10.6. Toda a implementação foi escrita em Java (JDK 1.6.33).

## 4.1 Análise Preliminar

O objetivo desta análise preliminar foi definir o limite de utilização do procedimento de geração de viagens e do otimizador na resolução exata do modelo *set partition* (2.2). Com essa finalidade, construímos alguns gráficos que relacionam o tempo de geração e otimização utilizado em nossa implementação, em função do número de etapas dadas como entrada do problema.

Para estudar a influência do número de pernas isoladamente, restringimos a entrada apenas para um conjunto de voos entre duas localidades, São Paulo (CGH) e Rio de Janeiro (SDU), considerando os trechos diários oferecidos na ponte-aérea pela companhia aérea Gol. Um total de 62 pernas (31 de CGH para SDU e 31 de SDU para CGH) representam a instância global de entrada.

Vale observar que o caso da ponte-aérea é um pouco atípico no sentido de que representa um malha muito densa de voos: muitas etapas são oferecidas de ida e volta num curto intervalo de tempo, criando muitas conexões legais (arcos) entre os nós da rede de voos gerada. Com isso, o número de viagens retornadas pela procedimento de busca no grafo explode rapidamente.

O gráfico da Figura 4.1 mostra o número de viagens geradas em função



do número de etapas na ponte-aérea. As viagens foram geradas para a base CGH. São apresentadas três curvas, uma para cada valor do parâmetro `MAX_DUTIES` (2, 3 e 4). Observe a escala logarítmica do eixo vertical. O comportamento praticamente linear das curvas indica um crescimento exponencial do número de viagens que podem ser geradas. Observe ainda que a taxa de crescimento é maior quanto maior o número máximo de jornadas permitidas, já que nesse caso permite-se um número muito maior de combinações. Para `MAX_DUTIES` = 4, encontrou-se um número da ordem de  $10^8$  viagens com apenas 36 pernas.

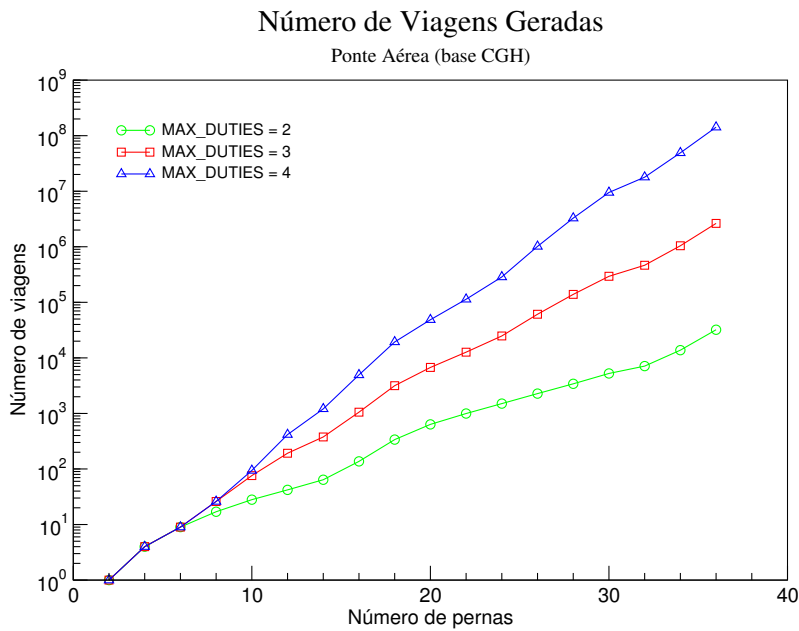


Figura 4.1: Número de viagens geradas em função do número de pernas utilizadas na construção da rede de voos.

O consumo de tempo gasto pelo algoritmo de busca em profundidade também foi medido em função do número de pernas. Os resultados são apresentados na Figura 4.2. O comportamento das curvas indicam também um crescimento exponencial do tempo gasto pelo algoritmo, ainda que ele seja executado de forma rápida (para `MAX_DUTIES` = 4, encontrou-se um tempos da ordem de  $10^4$  ms para 36 pernas).

O tempo gasto pelo otimizador GLPK para resolver o modelo proposto é apresentado no gráfico da Figura 4.3. Mais uma vez, observa-se um crescimento exponencial muito forte (note a escala logarítmica do eixo vertical) em função do número de etapas considerado. A Figura 4.4 mostra os resultados

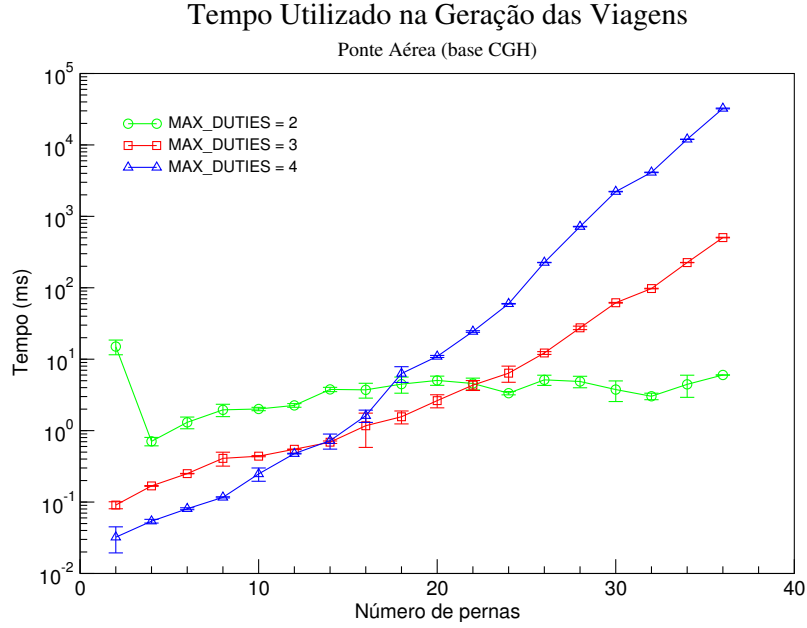


Figura 4.2: Tempo gasto na geração das viagens em função do número de pernas utilizadas na construção da rede de voos. São apresentados valor médio  $\pm$  desvio-padrão, considerando 5 medidas para cada ponto.

obtidos para o otimizador Cplex.

## 4.2 Métodos Exatos

Apenas três instâncias (pequenas) puderam ser resolvidas exatamente pela solução do modelo *set partition* (2.2), com um tempo de processamento pequeno. A descrição das instâncias é apresentada na Tabela 4.2, as quais foram extraídas de dados reais fornecidos por companhias aéreas brasileiras. Na tabela são indicados o nome da instância, a companhia a qual pertence, a frota de aeronaves (ou parte dela) a que se refere, as bases domiciliares dos tripulantes, o número de etapas e o número de trilhos. O trilho identifica o conjunto de etapas que uma determinada aeronave da frota deve executar diariamente. No caso de uma frota com  $k$  aeronaves, deverão ser fornecidos  $k$  trilhos distintos.

Na resolução dos problemas, utilizou-se os parâmetros da Tabela 4.1. Além disso, limitou-se a 1 o número máximo de trocas de aeronaves por jornada. Com isso, forçamos a tripulação acompanhar, na medida do possível, o trilho percorrido pela aeronave, reduzindo a possibilidade de conexões

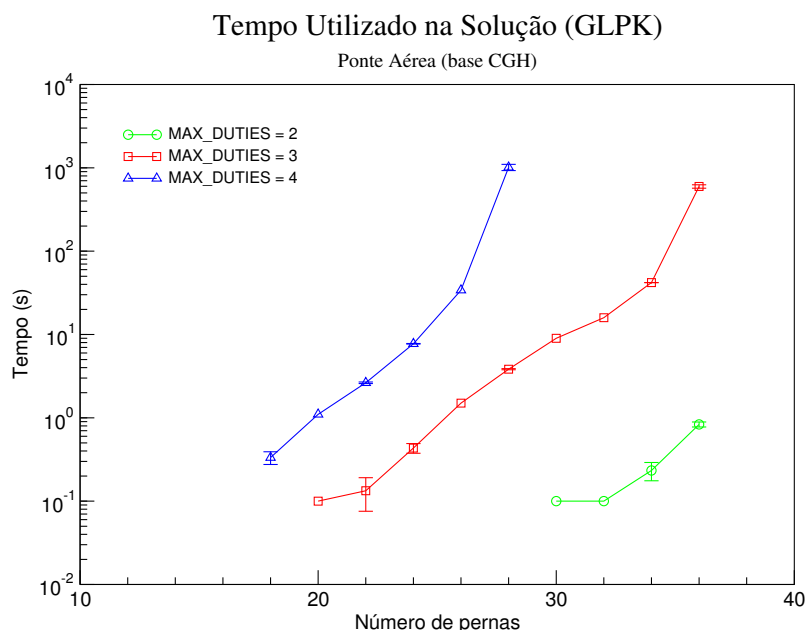


Figura 4.3: Tempo utilizado pelo otimizador GLPK na obtenção de uma solução inteira, em função do número de etapas. São apresentados valor médio  $\pm$  desvio-padrão, considerando 3 medidas para cada ponto. Valores medidos com tempo de execução de 0,0 s não são apresentados (número pequeno de pernas). Os últimos pontos da curva azul não puderam ser estimados, mesmo após algumas horas de processamento.

em cada localidade. Naturalmente os tempos de conexão serão reduzidos, tornando as viagens geradas mais baratas e diminuindo o número total de variáveis geradas. Além disso, esse procedimento torna a solução mais robusta, uma vez que o atraso de uma aeronave não acarretará atraso na saída de outro voo que dependa daquela aeronave na troca.

O custo de uma viagem foi calculado como sendo o tempo “ocioso” relativo no qual o tripulante está trabalhando mas não está voando, ou seja, pela diferença entre o tempo total de uma viagem, menos o tempo total de voo efetuado, descontando ainda os tempos mínimos regulamentares de conexão entre pernas e de descanso entre jornadas, dividido pelo tempo total de voo. Esse custo avalia de forma relativa a produtividade de uma viagem, o qual deve ser minimizado na solução final.

Os resultados obtidos são apresentados e resumidos na Tabela 4.3. Nela são indicadas a instância resolvida, o número total de variáveis geradas, o número de viagens na solução, o custo da solução e o tempo de processamento

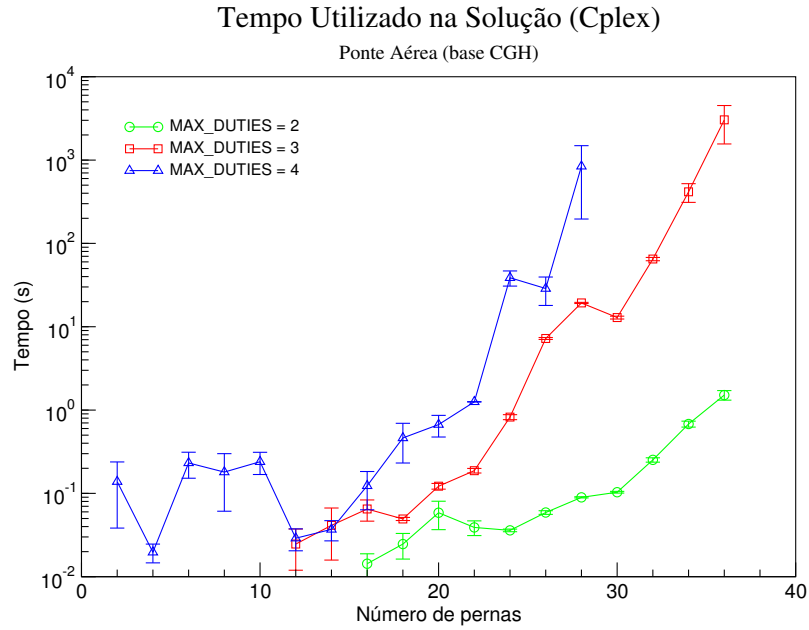


Figura 4.4: Resultados obtidos para o otimizador Cplex. Valem as mesmas observações feitas na legenda da Figura 4.3.

do otimizador (Cplex).

As mesmas instâncias 73H\_26, 738\_48, 733\_92 também foram resolvidas utilizando o modelo *set cover*, o qual admite a existência de *deadheading*. Os resultados obtidos foram identicos aos listados na Tabela 4.3. Em particular, todas as variáveis artificiais  $y_i$  receberam valor zero na solução final, indicando a não necessidade de *deadheading*.

Instância	Cia	Frota	Bases	Etapas	Trilhos
73H_26	Gol	737-800	GRU	26	5
738_48	WebJet	737-800	GRU GIG	48	7
733_92	WebJet	737-300	GRU GIG POA	92	12

Tabela 4.2: Caracterização das instâncias resolvidas exatamente através dos modelos *set partition* e *set cover*. GRU = São Paulo, GIG = Rio de Janeiro e POA = Porto Alegre.

Instância	Variáveis	Viagens	Custo	Tempo (s)
73H_26	180	6	6,952	< 1
738_48	66411	6	6,436	3,75
733_92	1023818	11	6,942	170,86

Tabela 4.3: Resultados obtidos na geração e otimização de viagens para as instâncias consideradas.

#### 4.2.1 Resultado Explícito

Para tornar mais concreto a entrada e a saída do problema, apresentamos na Tabela 4.4 o conjunto de etapas referentes a instância 73H\_26. A mesma representa 26 trechos oferecidos diariamente pela companhia aérea Gol para uma frota especial de 5 aeronaves B737-800. Para cada etapa são fornecidos o seu número, aeroporto de origem, aeroporto de destino, horário local de decolagem (DEP) e horário local de pouso (ARR) e o trilha correspondente.

Na Tabela 4.5 listamos as 6 viagens geradas como solução do problema de otimização. Cada etapa na tabela apresenta o número do voo, origem e destino, horário local de decolagem e pouso, e o trilha executado. O custo final resultante foi de 6,952, para um total de 180 variáveis geradas, considerando a base GRU (São Paulo). Observe a presença de uma viagem bate-volta (4), bem como uma viagem de 3 dias de duração (5).

### 4.3 Métodos (Meta) Heurísticos

#### 4.3.1 Busca Local

#### 4.3.2 Algoritmo Genético

## 5 Conclusões

Com relação a análise preliminar apresentada na Seção 4.1, concluímos que o procedimento de geração de viagens leva a um número gigantesco de variáveis, mesmo para um pequeno número de pernas (Figura 4.1). Isso porque a natureza combinatória do problema leva o algoritmo de busca a explorar diversas possibilidades, principalmente em uma rede como a da ponte aérea, onde existem diversas possibilidades de conexão toda vez que se chega em uma das localidades. Além disso, essas possibilidades se multiplicam quando con-

Número	Origem	Destido	DEP	ARR	Trilho
7625	GRU	GIG	07:00	08:00	1
7622	GIG	GRU	09:00	09:55	1
7622	GRU	CCS	11:00	15:30	1
7622	CCS	AUA	16:10	17:55	1
7623	AUA	CCS	21:20	22:05	1
7623	CCS	GRU	22:45	06:00	1
1841	CWB	GRU	07:52	08:55	2
1902	GRU	NAT	11:00	14:20	2
1903	NAT	GRU	15:30	19:10	2
1704	GRU	MAO	21:15	00:10	2
1798	GRU	REC	08:05	11:21	3
1149	REC	GRU	12:04	15:30	3
7680	GRU	AEP	18:25	21:15	3
7681	AEP	GRU	22:40	01:30	3
1705	MAO	GRU	03:42	08:35	4
1766	GRU	CWB	09:20	10:16	4
1846	CWB	GRU	11:13	12:15	4
7480	GRU	ASU	13:05	13:50	4
1847	GRU	CWB	18:10	19:20	4
1767	CWB	GRU	20:56	21:50	4
1566	GRU	CWB	22:35	23:30	4
7481	ASU	GRU	14:30	17:25	4
7678	GRU	AEP	08:00	10:50	5
7679	AEP	GRU	11:50	14:35	5
7658	GRU	EZE	15:15	18:15	5
7659	EZE	GRU	20:35	23:25	5

Tabela 4.4: Dados de entrada da instância 73H\_26, contendo 26 etapas e 5 trilhos.

sideramos um maior número de jornadas permitidas (**MAX\_DUTIES**). Apesar disso, a geração de viagens ainda se fez em tempo aceitável, podendo ser aplicada para redes maiores (Figura 4.2).

Entretanto, quando esse número enorme de variáveis é levado ao otimizador, o tempo de processamento se torna impraticável. Para se certificar disso, basta extrapolar as curvas obtidas nas Figuras 4.3 e 4.4. **Uma tentativa de resolução de uma instância da ponte-aérea contendo 40 etapas, não pode ser resolvida mesmo após 12 horas de processamento.** Ainda

Viagem	Jornada	Etapa				
1	1	7625	GRU-GIG	07:00	08:00	001
		7622	GIG-GRU	09:00	09:55	001
		7622	GRU-CCS	11:00	15:30	001
		7622	CCS-AUA	16:10	17:55	001
	2	7623	AUA-CCS	21:20	22:05	001
		7623	CCS-GRU	22:45	06:00	001
2	1	1902	GRU-NAT	11:00	14:20	002
		1903	NAT-GRU	15:30	19:10	002
3	1	1704	GRU-MAO	21:15	00:10	002
	2	1705	MAO-GRU	03:42	08:35	004
4	1	1798	GRU-REC	08:05	11:21	003
		1149	REC-GRU	12:04	15:30	003
5	1	1847	GRU-CWB	18:10	19:20	004
		1767	CWB-GRU	20:56	21:50	004
		1566	GRU-CWB	22:35	23:30	004
	2	1841	CWB-GRU	07:52	08:55	002
		1766	GRU-CWB	09:20	10:16	004
		1846	CWB-GRU	11:13	12:15	004
		7480	GRU-ASU	13:05	13:50	004
		7481	ASU-GRU	14:30	17:25	004
	3	7680	GRU-AEP	18:25	21:15	003
		7681	AEP-GRU	22:40	01:30	003
6	1	7678	GRU-AEP	08:00	10:50	005
		7679	AEP-GRU	11:50	14:35	005
		7658	GRU-EZE	15:15	18:15	005
	2	7659	EZE-GRU	20:35	23:25	005

Tabela 4.5: Conjunto de viagens obtido como solução ótima da instância 73H\_26.

assim, ficamos surpresos com a capacidade do otimizador resolver instâncias com um número de variáveis da ordem de  $10^6$  em tempo aceitável (resultados da Tabela 4.3).

A análise preliminar então nos mostra que o método de “gerar-e-otimizar” para resolver o modelo (2.2) não é adequado para resolver o problema de forma geral. Em particular, das milhares de variáveis geradas, apenas poucas delas são escolhidas para entrar na solução final, como se pode observar da

Tabela 4.3. Isso indica que o procedimento de geração explícita de variáveis não é adequado, pois muitas delas não servem para nada. Um procedimento mais inteligente seria o de gerar apenas variáveis “boas”, ou seja, com grande chance de aparecerem na solução final. O método de geração de colunas desenvolve essa ideia e será explorado futuramente.

Com relação aos resultados obtidos utilizando o modelo *set cover*, observamos que como as colunas associadas às variáveis  $y_i$  de *deadheading* (veja a formulação (3.1)) foram ajustadas com preços altos, e como os problemas analisados eram viáveis do ponto de vista do *set partition*, o otimizador conseguiu encontrar as mesmas soluções obtidas sem a presença de *deadheading*. Concluímos que a utilização de *deadheading* só será realizada se for estritamente necessária para viabilidade do problema.

## Referências

- [1] Ranga Anbil, John J. Forrest, and William R. Pulleyblank. Column generation and the airline crew pairing problem. *Documenta Mathematica*, 3:677–686, 1998.
- [2] Ranga Anbil, Eric Gelman, Bruce Patty, and Rajan Tanga. Recent advances in crew-pairing optimization at american airlines. *Interfaces*, 21(1):62–74, 1991.
- [3] J. P. Arabeyre, J. Fearnley, F. C. Steiger, and W. Teather. The airline crew scheduling problem: A survey. *Transportation Science*, 3:140–163, 1969.
- [4] Cynthia Barnhart, Amy M. Cohn, Ellis L. Johnson, Diego Klabjan, George L. Nemhauser, and Pamela H. Vance. *Airline Crew Scheduling*, chapter 14, pages 517–560. Kluwer Academic Publishers, Norwell, MA, 2 edition, 2003.
- [5] Balaji Gopalakrishnan and Ellis L. Johnson. Airline crew scheduling: State-of-the-art. *Annals of Operations Research*, 140:305–337, 2005.
- [6] G. W. Graves, R. D. McBride, I. Gershkoff, D. Anderson, and D. Mahidhara. Flight crew scheduling. *Management Science*, 39(6):736–745, 1993.
- [7] Niklas Kohl and Stefane E. Karisch. Airline crew rostering: Problem types, modeling, and optimization. *Annals of Operations Research*, 127:223–257, 2004.



- [8] Mohammed Saddoune, Guy Desaulniers, Issmail Elhallaoui, and François Soumis. Integrated airline crew pairing and crew assignment by dynamic constraint aggregation. *Transportation Science*, 46(1):39–55, 2012.
- [9] Nadia Souai and Jacques Teghem. Genetic algorithm based approach for the integrated airline crew-pairing and rostering problem. *European Journal of Operational Research*, 199:674–683, 2009.
- [10] Gang Yu, editor. *Operations Research in the Airline Industry*. Kluwer Academic Publishers, 1998.