

Universidade de São Paulo
Instituto de Matemática e Estatística

OTIMIZAÇÃO DE VIAGENS
EM
COMPANHIAS AÉREAS BRASILEIRAS

Daniel Augusto Cortez
Lucas Rodrigues Colucci
Renato Lerac Corrêa de Sá

Orientador: Prof. Dr. Alfredo Goldman

Trabalho de Conclusão de Curso
Bacharelado em Ciência da Computação

<https://github.com/bublecamp/TCC2012>
<http://social.stoa.usp.br/profile/daniel-lucas-renato>

São Paulo
2012

Resumo

Sumário

I	Conteúdo Técnica	1
1	Introdução	2
1.1	Definições	3
1.2	Formulação do PDV	5
1.3	Objetivos e Estrutura	8
2	Geração de Viagens	9
2.1	Regras de Trabalho e Estrutura de Custo	9
2.2	Gerador de Viagens	11
2.3	Exemplo	11
3	Heurísticas	14
3.1	Refatornado o Modelo	14
3.2	Busca Local	15
3.3	Algoritmo Genético	16
3.4	Geração de Colunas	19
4	Resultados	21
4.1	Análise Preliminar	22
4.2	Instâncias Estudadas	23
4.3	Soluções Exatos	23
4.4	Um Resultado Explícito	25
4.5	Busca Local	26
4.6	Algoritmo Genético	26
4.7	Geração de Colunas	28
4.8	Implementações	28
5	Conclusão	30

5.1	Comparação Entre Heurísticas	31
5.2	Perspectivas Futuras	31

II Conteúdo Subjetivo 32

6 Opiniões e Impressões 33

6.1	Sobre Ciência da Computação	33
6.2	Sobre o BCC	33
6.3	Sobre o IME	33
6.4	Sobre o Projeto	33

Lista de Figuras

1.1	Sequência de problemas resolvidos no planejamento de operações de uma empresa aérea.	3
1.2	Subproblemas enfrentados na solução do problema de escalonamento de tripulantes (adaptado de [10]).	4
1.3	Exemplo de uma viagem de dois dias para a base CGH.	5
1.4	Representação do problema da determinação de viagens (PDV).	6
2.1	Rede de voos referente às 7 etapas do exemplo ilustrativo. Consiroou-se viagens de no máximo 3 dias, por isso os nós são replicados três vezes para o problema diário. A base dos tripulantes considerada foi a localidade A, dando origem as ligações da fonte e do sorvedouro. Arcos tracejados representam conexões legais entre localidades. O caminho em vermelho representa uma das viagens possíveis.	13
3.1	Algoritmo para o método da busca local. O fluxograma mostra como o processo de otimização repete o loop de gerar viagens e encontrar um subconjunto ótimo otimizar até que algum critério de parada seja atingido.	16
3.2	Fluxograma mostrando o funcionamento do algoritmo genético híbrido proposto. O quadro em azul representa uma novidade com relação ao algoritmo usual de [?, ?], inspirado na heurística GRASP, resultando em um ganho considerável de qualidade e performance.	19
3.3	Fluxograma mostrando o funcionamento do procedimento de geração de colunas. O <i>pricing problem</i> é traduzido em um problema de caminho mais curto com restrições.	19
3.4	Caminho mais curto com restrições entre os nós s e t : $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$	20
4.1	Número de viagens geradas em função do número de pernas utilizadas na construção da rede de voos.	22
4.2	Tempo gasto na geração das viagens em função do número de pernas utilizadas na construção da rede de voos. São apresentados valor médio \pm desvio-padrão, considerando 5 medidas para cada ponto. O primeiro ponto da curva verde encontra-se um pouco fora provavelmente devido a algum transiente da máquina, visto que ele foi o primeiro a ser processado.	23

4.3	Tempo utilizado pelo otimizador GLPK na obtenção de uma solução inteira, em função do número de etapas. São apresentados valor médio \pm desvio-padrão, considerando 3 medidas para cada ponto. Valores medidos com tempo de execução de 0,0 s não são apresentados (número pequeno de pernas). Os últimos pontos da curva azul não puderam ser estimados, mesmo após algumas horas de processamento.	24
4.4	Resultados obtidos para o otimizador Cplex. Valem as mesmas observações feitas na legenda da Figura 4.3.	25
4.5	Evolução do processo de otimização para o método da busca local (custo \times iteração). São apresentadas os resultados para as cinco instâncias estudadas. As curvas correspondem a três escolhas do parâmetro k	27
4.6	Evolução do processo de otimização para o algoritmo genético (custo médio da população \times geração). São apresentadas os resultados para as cinco instâncias estudadas. As curvas correspondem a três escolhas do parâmetro L	27
4.7	Evolução do processo de otimização para o procedimento de geração de colunas (custo \times iteração). São apresentadas os resultados para as cinco instâncias estudadas.	29
5.1	Comparação das evoluções do processos de otimização para as heurísticas estudadas (custo \times iteração). São apresentadas os resultados para as cinco instâncias estudadas.	31

Parte I

Conteúdo Técnica

Capítulo 1

Introdução

Métodos de otimização no planejamento das operações de uma empresa aérea têm sido aplicados a várias décadas [12]. Tal planejamento envolve diversos problemas que normalmente são resolvidos de forma separada e sequencial devido ao tamanho e a complexibilidade de cada problema individual, embora eles estejam intimamente relacionados [5] (veja Figura 1.1).

Primeiro, resolve-se o problema da *malha de voos*, que consiste em determinar todos os trechos a serem voados pela empresa num determinado período de tempo. O planejamento é basicamente feito em termos de demanda de mercado.

Segundo, trata-se do problema da *atribuição de frotas*. Nele, determina-se qual o tipo de aeronave (tal como Boeing 737, Boeing 767, Airbus 320, etc) deve ser atribuído para efetuar cada trecho da malha de voos. O objetivo é maximizar os lucros de venda, em função da demanda prevista e do custo de se operar determinada frota em determinado trecho, sujeito à restrição de que todos os voos da malha sejam cobertos com a frota disponível.

Terceiro, considera-se o problema do *roteamento de aeronaves*, que envolve a escolha das aeronaves de uma frota que vão realizar determinados voos de forma que cada aeronave passe um tempo adequado em aeroportos específicos com a finalidade de serem revisadas pela manutenção. O objetivo é maximizar os lucros, respeitando ainda a restrição de que todos os voos da frota sejam cobertos.

Finalmente, o problema de *escalonamento de tripulantes* é resolvido. Tal problema foi um dos primeiros a receber atenção significativa por parte da comunidade de pesquisa operacional [4], sendo ainda um dos mais estudados. Isso porque, no transporte aéreo, os custos com a tripulação representam a segunda maior parcela dos custos operacionais da empresa, perdendo apenas para os custos com combustível. Para se ter uma ideia, o custo total com tripulação excede 1,3 bilhões de dólares todo ano na American Airlines [3]. Hoje em dia, a otimização no planejamento de escalas representa economia de cerca de 50 milhões de dólares anuais para uma companhia de grande porte [5].

De forma geral, escalonamento de tripulantes pode ser definido como o problema de se atribuir um grupo de trabalhadores (uma tripulação) para realizar um conjunto de atividades. No contexto da aviação, cada tripulante (comandante, co-piloto, comissário, etc) deve ser designado para realizar um determinado voo da empresa. Tal designação deve ser feita respeitando-se uma série de restrições impostas pelas agências reguladoras da aviação, bem como regras de regulamentação trabalhista, restrições operacionais impostas pela própria empresa e acordos

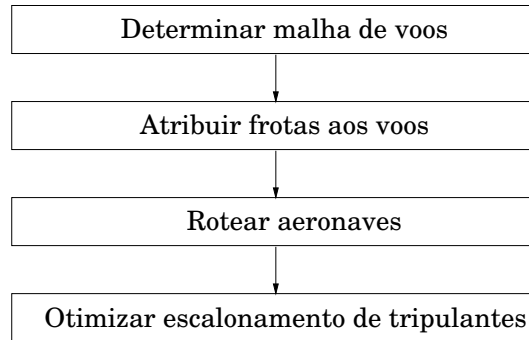


Figura 1.1: Sequência de problemas resolvidos no planejamento de operações de uma empresa aérea.

trabalhistas entre empregado e empregador. Dado o grande número de variáveis e restrições envolvidas, assim como a possibilidade de grandes ganhos econômicos, o problema torna-se bastante interessante, tanto do ponto de vista da indústria, quanto acadêmico.

Normalmente o problema do escalonamento de tripulantes é dividido em dois subproblemas que são resolvidos de forma independente e sequencial. O primeiro deles é conhecido como *problema da determinação de viagens* (PDV), que consiste na obtenção de um subconjunto de viagens, obedecendo as regras de trabalho impostas pela legislação, com custo mínimo, cobrindo todas os segmentos de voo exatamente uma vez. Obtida a solução das viagens, um segundo problema é resolvido, conhecido como *problema da determinação de escalas* (PDE), cujo objetivo é construir as escalas dos tripulantes, distribuindo as viagens de tal forma que cada viagem seja atribuída exatamente uma vez para cada tripulante requerido. Na atribuição, visa-se minimizar os custos e garantir distribuição uniforme de trabalho. A atribuição das viagens também está sujeita a uma série restrições reguladoras.

Tanto o PDV quanto o PDE têm sido extensamente estudados na literatura [8]. Em especial, o primeiro deles recebeu mais atenção, principalmente no contexto norte-americano, dada o seu potencial em produzir economia significativa de custos. No problema da determinação de escalas, além de minimizar custos, é importante também levar em conta aspectos da qualidade de vida dos tripulantes. Uma visão geral e esquemática dos dois problemas é apresentada na Figura 1.2.

As modelagens matemáticas usuais do PDV e do PDE são semelhantes e baseiam-se em um problema de otimização combinatória conhecido por *set partition*. A técnica de resolução comum utilizada pode ser descrita como “gerar-e-otimizar”. Outras abordagens vem sendo recentemente propostas, buscando por soluções através de métodos meta-heurísticos. Nos próximos capítulos apresentaremos mais detalhes sobre as duas abordagens.

1.1 Definições

Antes que possamos apresentar e explorar a estrutura do problema com mais detalhes, faz-se necessário a introdução de algumas definições e nomenclaturas normalmente utilizadas, as quais serão amplamente utilizadas neste trabalho.

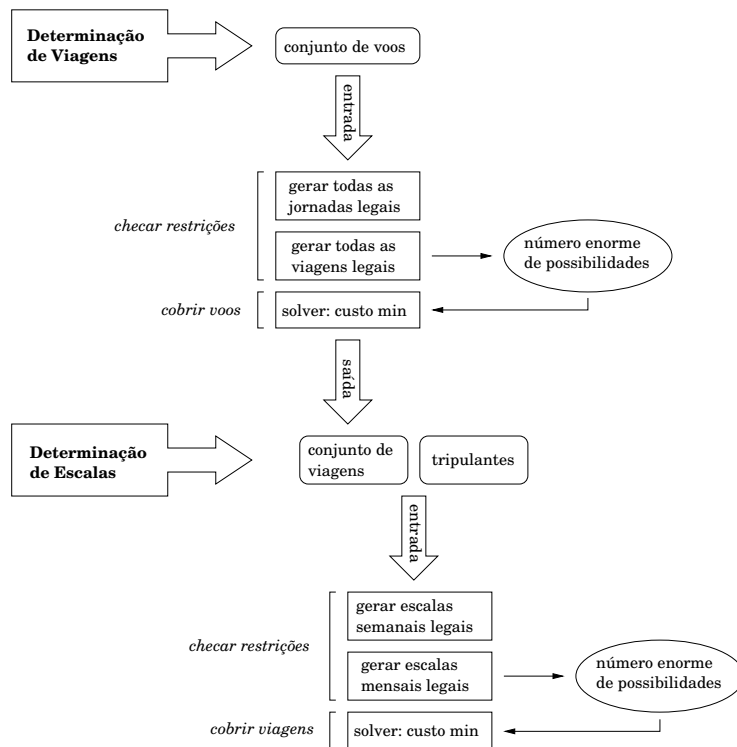


Figura 1.2: Subproblemas enfrentados na solução do problema de escalonamento de tripulantes (adaptado de [10]).

- **Etapa:** é um voo único sem paradas, também chamado de **perna**, **trecho** ou **segmento de voo**.
- **Jornada:** conjunto de uma ou mais etapas sequenciais, também chamado de **jornada de trabalho**.
- **Tempo Mínimo de Conexão:** menor intervalo possível de tempo entre duas etapas consecutivas em uma jornada.
- **Tempo Máximo de Conexão:** maior intervalo possível de tempo entre duas etapas consecutivos em uma jornada.
- **Tempo de Briefing:** tempo mínimo que antecede o início da primeira etapa de uma jornada, necessário para o *briefing* da tripulação.
- **Tempo de Debriefing:** tempo mínimo que sucede o término da última etapa de uma jornada, necessário para o *debriefing* da tripulação.
- **Início da Jornada:** horário em que a tripulação deve se apresentar para o início de uma jornada. Corresponde ao horário da decolagem da primeira etapa menos o tempo de *briefing*. Também chamado de **checkin**.
- **Término da Jornada:** horário em que a tripulação encerra suas atividade em uma jornada. Corresponde ao horário de pouso da última etapa mais o tempo de *debriefing*. Também chamado de **checkout**.

- **Base Contratual:** cidade onde uma dado tripulante está domiciliado, também chamada simplesmente de **base**.
- **Viagem:** conjunto de jornadas de trabalho, com a primeira etapa da primeira jornada e a última etapa da última jornada começando e terminando na mesma base contratual. Uma viagem também é chamada de **pairing**, ou **rotação**.
- **Descanso:** intervalo mínimo de tempo ininterrupto de repouso após uma jornada.
- **Pernoite:** intervalo de tempo separando duas jornadas consecutivas de uma viagem.

A Figura 1.3 apresenta o exemplo de uma viagem que ilustra alguns dos conceitos expostos acima. As etapas na figura estão representadas pelos retângulos mais internos. São indicados os aeroportos de origem e destino, bem como os horários de decolagem e pouso. As jornadas são indicadas pelos retângulos pontilhados, englobando uma cadeia de etapas. A base contratual considerada é CGH (São Paulo).

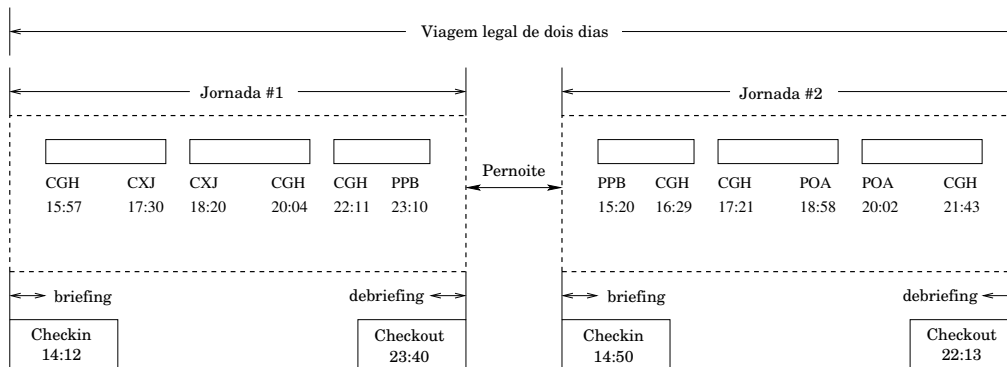


Figura 1.3: Exemplo de uma viagem de dois dias para a base CGH.

1.2 Formulação do PDV

No problema da determinação das viagens, tem-se como entrada o conjunto de voos a ser operado pela empresa, o conjunto de bases contratuais dos tripulantes, as regras de trabalho que ditam a construção de viagens legais e uma estrutura de custo (mais detalhes na Seção 2.1). A saída, então, deve ser um conjunto de viagens que cubra todos os voos operados exatamente e uma vez e que tenha o custo mínimo (veja Figura 1.4).

Normalmente os voos das companhias aéreas apresentam uma frequência regular de oferecimento, sendo que a maioria deles operam diariamente. Outros são oferecidos apenas em alguns dias fixos da semana e poucos são oferecidos vez ou outra no mês. Costuma-se então inicialmente resolver o problema diário, onde se assume que todos os voos são repetidos diariamente. Note que para o problema diário, viagens de vários dias com etapas repetidas são inviáveis. Um segmento de voo repetido causaria o efeito de mais de uma tripulação ser atribuída para realização dessa etapa, uma vez que quando se faz a implementação da solução diária, uma tripulação distinta é atribuída a cada um dos dias da viagem.



Figura 1.4: Representação do problema da determinação de viagens (PDV).

O problema semanal é mais complicado porque envolve um maior número de etapas consideradas. De qualquer forma, a solução do problema semanal pode ser obtido a partir de um ajuste da solução do problema diário, sem perda significativa de custo [8]. A solução do problema mensal completo segue da solução do problema semanal. Como a maior parte da redução de custos está associada à resolução do problema diário, ele se torna o mais importante. Daqui em diante trataremos apenas do problema diário.

Uma outra simplificação do problema está no fato que os tripulantes são habilitados para operar apenas um tipo, ou família, de aeronaves dentro de uma frota. Assim, fatora-se o problema da determinação das viagens por tipo de aeronave. Para cada tipo, resolve-se um PDV considerando apenas as etapas operadas por aquele tipo. As viagens assim geradas são atribuídas aos tripulantes habilitados no tipo ao se resolver o PDE.

Há uma formulação natural para o PDV em termos de um problema de programação linear. Suponha que seja possível gerar e enumerar todas as n viagens associadas a uma dada entrada do problema contendo m etapas a serem cobertas. Seja $x_j \in \{0, 1\}$ uma variável de decisão que assume o valor 1 se a viagem j for escolhida na solução de custo mínimo e 0 caso contrário. Então, o PDV pode ser modelado da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 &\text{minimizar} && \sum_{j=1}^n c_j x_j \\
 &\text{sujeito à} && \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = 1, \quad i = 1, \dots, m \\
 &&& x_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, \dots, n.
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

Os coeficientes a_{ij} são definidos por (matriz de incidência)

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se a viagem } j \text{ cobre a etapa } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

As restrições em (1.1) garantem que cada etapa seja coberta exatamente uma vez por alguma

viagem. Existe ainda uma formulação alternativa onde as restrições são dadas por

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \geq 1, \quad i = 1, \dots, m. \quad (1.2)$$

Nesse caso uma mesma etapa pode ser coberta por mais de uma viagem e o problema se torna um *set cover*. Do ponto de vista do escalonamento, se uma etapa é coberta por mais de uma viagem, então uma tripulação estará trabalhando nessa etapa e as demais viajando de passageiro (situação conhecida por *deadheading*). As vezes essa situação é necessária para que se garanta viabilidade da solução. Se o preço a se pagar pela operação com *deadheading* for essencialmente o mesmo de uma operação normal, então não há alteração significativa no custo da viagem associada. Isso permite que o problema seja modelado com as restrições (1.2) sem alterar a estrutura de custos.

É comum a inserção de restrições adicionais ao modelo que garantem uma distribuição de trabalho entre as bases compatível com os recursos disponíveis em cada base. Se o número total de bases do problema considerado é r , então as *restrições de bases* são expressas por

$$H_k^L \leq \sum_{j=1}^n h_{kj}x_j \leq H_k^U, \quad k = 1, \dots, r, \quad (1.3)$$

onde H_k^L é o número mínimo de horas disponíveis na base k e H_k^U é seu número máximo. Note que H_k^L pode ser diferente de zero desde que se exija que não mais do que um certo número de tripulantes fiquem de reserva. O coeficiente h_{kj} dá o número de horas necessárias para efetuar a viagem j ($h_{kj} = 0$ se a viagem j não pertencer à base k).

O grande problema com a formulação (1.1) está no enorme número de variáveis geradas, mesmo nos casos das instâncias pequenas (poucas etapas diárias). A Tabela 1.1 ilustra o número de viagens legais geradas, com duração máxima de 3 ou 4 dias, para diversas frotas de aeronaves. O número enorme de variáveis está associada com a natureza combinatória do problema. A maioria das empresas aéreas operam em aeroportos conhecidos como *hubs*, onde um grande número de aeronaves chegam e partem em um mesmo intervalo de tempo, possibilitando que os passageiros efetuem suas conexões para uma variedade de destinos em pouco tempo. Esse tipo de estrutura em rede leva à explosão no número de viagens legais que podem ser construídas [9]. Note da Tabela 1.1 que apesar do número de viagens ser gigantesco, o número de jornadas tem um valor mais gerenciável.

Frota	Max Dias	Etapas	Bases	Jornadas	Viagens ($\times 10^6$)
AAS80	3	1.152	12	690.000	48.400
AA757	3	251	15	7.000	1
AA727	3	375	11	31.000	36
AAF10	4	307	3	55.000	63.200
UA737	4	773	7	568.000	100.000.000
USDC9	4	478	4	562.000	105.000.000

Tabela 1.1: Jornadas e viagens legais geradas para um conjunto de frotas de aeronaves de companhias norte-americanas (fonte: [2]).

Como o problema de partição é NP-difícil [6], a aplicação de métodos diretos de otimização é impraticável para qualquer situação real. Discutiremos esse ponto na Seção 4.1. Os métodos de solução normalmente envolvem algum tipo de heurística e/ou algum critério de parada que leva a soluções sub-ótimas.

1.3 Objetivos e Estrutura

Neste trabalho focamos no problema da determinação das viagens. Os objetivos foram estudar a literatura, entender e implementar alguns dos métodos de solução disponíveis, aplicando-os no contexto de companhias aéreas brasileiras e, por fim, analisar os resultados obtidos.

O contexto brasileiro difere significativamente dos contextos estrangeiros no que se refere à estrutura de custos e regras que ditam a viabilidade de uma viagem. Como os trabalhos estudados na literatura se referem ao escopo norte-americano e europeu, tivemos por objetivo também efetuar as devidas adaptações na tentativa de solucionar problemas de companhias aéreas brasileiras.

Esta monografia está estruturada da seguinte forma: neste capítulo faz-se uma introdução e contextualização do problema em estudo. Em seguida, no Capítulo 2 apresentamos o método de geração de viagens, com destaque especial na estrutura de custos e regras de viabilidade. Um exemplo explícito é apresentado. No Capítulo 3 apresentamos as três heurísticas implementadas neste trabalho, a saber, um método de busca local, um algoritmo genético híbrido e um procedimento de geração de colunas. O Capítulo 4 mostra os resultados obtidos aplicando-se as heurísticas estudadas a algumas instâncias reais do problema. Em particular, mostramos a redução do custo da solução em função do número de iterações que controla a evolução dos algoritmos. Finalmente, no Capítulo 5 destacamos algumas conclusões e comparações de resultados. Listamos também alguns pontos de melhorias, dificuldades com o projeto e perspectivas futuras.

A segunda parte desta monografia apresenta o conteúdo subjetivo, destacando a opinião e as impressões de cada autor sobre o curso do BCC/IME e a relação com este projeto (Capítulo 6).

Capítulo 2

Geração de Viagens

Todos os métodos de solução do PDV (exatos ou heurísticos) exigem um mecanismo de geração explícita de viagens legais. Esses serão os objetos referentes às variáveis que desejamos otimizar.

A geração pode ser eficientemente implementada através de um mecanismo de busca em uma rede de voos. O resultado da busca depende explicitamente das regras de trabalho impostas pelo contexto do problema. As viagens geradas apresentam um custo também intimamente ligado ao contexto e ao objetivo que se deseja atingir.

Neste capítulo apresentaremos mais detalhes sobre o procedimento de geração de viagens. Ao final, será exibido um exemplo explícito.

2.1 Regras de Trabalho e Estrutura de Custo

É importante explicitar os tipos de restrições e a estrutura de custo envolvidos no problema, em especial no contexto brasileiro, já que há uma diferença significativa com relação aos contextos norte-americano e europeu, normalmente analisados na literatura.

No caso do PDV, a geração de uma viagem é regida por uma série de regras impostas pela Agência Nacional de Aviação Civil (ANAC), além de restrições impostas por leis trabalhistas e acordos contratuais. Uma viagem é dita legal se ela obedecer todas as regras impostas pela legislação em questão. Abaixo apresenta-se valores típicos para as regras que regem a construção de uma viagem em uma empresa de aviação regular do Brasil com voos de curto e médio alcance (veja a Seção 1.1 para as definições):

- Duração máxima de uma jornada de trabalho: 11 horas;
- Número máximo de horas de voo em uma jornada: 9 horas e 30 minutos;
- Número máximo de pousos em uma jornada: 6 pousos;
- Descanso mínimo entre jornadas: 12 horas;
- Tamanho máximo de uma viagem: 6 dias;
- Tempo mínimo de conexão: 30 minutos;

- Tempo máximo de conexão: 4 horas;
- Número máximo de trocas de aeronave em uma jornada: 2 trocas;
- Tempo de *briefing*: 30 minutos fora de base e 45 minutos na base;
- Tempo de *debriefing*: 30 minutos.

O custo de uma viagem está associado à produtividade mais os custos referentes à estadia do tripulante quando esse precisar pernoitar fora da base, além das diárias de alimentação. Uma expressão típica para calcular o custo c_p de uma viagem p é dada por

$$c_p = \sum_{d \in D_p} c_d, \quad c_d = \alpha_0 \left[t_d - \left(tp_d - \sum_{i \in I_d} t_i \right) \right] + cp_d, \quad (2.1)$$

onde

D_p : conjunto de jornadas que constituem a viagem p ;

c_d : custo da jornada d ;

α_0 : custo da hora de trabalho do tripulante;

t_d : duração da jornada d (em horas);

tp_d : tempo de preparação (*briefing* mais *debriefing*) usado na jornada d ;

I_d : conjunto de etapas que compõe a jornada d ;

t_i : duração da etapa i , incluindo o tempo mínimo de conexão;

cp_d : custo do pernoite mais diárias de alimentação da jornada d .

Note que a expressão que multiplica α_0 em (2.1) representa o tempo que o tripulante passou trabalhando sem estar voando, portanto representa uma medida de produtividade. Quanto mais cara a viagem, menor foi a produtividade do tripulante.

A estrutura descrita acima se refere a um modelo padrão para companhias aéreas brasileiras. Fora do Brasil, entretanto, a estrutura do custos pode ser diferente. Nos Estados Unidos, por exemplo, o custo de uma viagem é dado por uma função não-linear de diferentes custos. Especificamente, o custo de uma viagem p é dado por

$$c_p = \max \left\{ \sum_{d \in D_p} MIN_GRT_d, \sum_{d \in D_p} FLY_TIME_d, TIME_AWAY_p \right\},$$

onde MIN_GRT_d é o mínimo de garantia oferecido ao tripulante ao voar a jornada d , FLY_TIME_d é o tempo de voo da jornada d (pode ser multiplicado por algum fator) e $TIME_AWAY_p$ é o tempo total que o tripulante passa fora de sua base na viagem p (também pode ser multiplicado por algum fator). Observe assim, que nesse modelo, o custo de cada etapa depende da viagem em ela está incluída.

2.2 Gerador de Viagens

O primeiro passo em direção à solução do PDV consiste na implementação de um gerador de viagens eficiente que seja capaz de produzir um grande número de viagens legais em pouco tempo. Como já mencionamos, os métodos de resolução de (1.1) baseiam-se no conceito de “gerar-e-otimizar”, e já que as rotinas de otimização estão normalmente prontas em pacotes fechados, a parte de geração é de grande importância.

Uma viagem pode ser vista como um caminho especial em um grafo estruturado. Esse grafo é chamado de *rede de voos* e será detalhado a seguir.

As etapas na rede de voos podem ser representadas como nós ou arcos. Escolhemos a representação em termos de arcos. Os nós da rede representam as saídas e chegadas de cada etapa, bem como uma fonte s e um sorvedouro t . Existe um arco representando cada etapa da malha de voos. Para o problema diário, replicamos cada arco quantas vezes for o número máximo de dias permitido em um viagem. O conjunto de arcos será denotado por \mathcal{A} .

O nó fonte é ligado ao nó de saída de cada etapa que se origina em uma base específica. O nó de chegada de cada etapa que termina nessa base é ligado ao sorvedouro. Existem ainda arcos representando conexões legais entre etapas. Um par de etapas terá um arco de conexão entre eles se o aeroporto de chegada do primeiro corresponder ao aeroporto de saída do segundo, e o intervalo de tempo entre a chegada e a saída estiver for uma conexão legal de uma jornada, ou descanso regular entre jornadas.

É fácil notar que toda viagem legal é representada por um caminho $s - t$ na rede de voos. Porém, existem caminhos $s - t$ que não representam viagens legais pois podem desrespeitar alguma regra de trabalho, embora as conexões possíveis sejam legais. A estrutura da rede garante que não seja feita nenhuma conexão entre duas etapas que não tenham seus respectivos destino e origem coincidentes no espaço e no tempo. Entretanto, não garante, por exemplo, que o número máximo de horas de voo permitido em uma jornada seja excedido.

O gerador de viagens funciona aplicando um algoritmo de busca em profundidade à rede de voos. O algoritmo inicia-se no nó de origem s e explora todas as conexões viáveis $(i, j) \in \mathcal{A}$, até retroceder. O processo de busca em profundidade controla a viabilidade das viagens, levando em conta a duração máxima das jornadas e limites de horas de voo e de pousos, etc (ou seja, verifica as regras de trabalho ao atravessar cada aresta).

2.3 Exemplo

A tabela abaixo mostra um conjunto fictício (para fins de ilustração) de 7 etapas operadas diariamente entre as localidades A, B, C e D. O exemplo é adaptado de [5].

A rede de voos (parcial) para uma base contratual A é ilustrado na Figura 2.1, onde são apresentadas algumas das conexões legais possíveis para clareza do desenho. O caminho vermelho na figura representa uma viagem legal com dois dias de duração.

A partir da rede apresentada, montamos as seguintes jornadas válidas (os números repre-

#	Etapa	Origem	Destino	Saída	Chegada
1		A	B	08:00	09:00
2		B	C	10:00	11:00
3		C	D	13:00	14:00
4		C	A	15:00	16:00
5		D	A	15:00	16:00
6		A	B	17:00	18:00
7		B	C	11:00	12:00

sentam os números das etapas)

$$\begin{aligned}
D_1 &= \{1\}, & D_2 &= \{2\}, & D_3 &= \{3\}, & D_4 &= \{4\} \\
D_5 &= \{5\}, & D_6 &= \{6\}, & D_7 &= \{7\}, & D_8 &= \{1, 2\} \\
D_9 &= \{1, 7, 3\}, & D_{10} &= \{2, 3\}.
\end{aligned}$$

Assumindo que as localidades A, B e D sejam bases contratuais, geramos seis viagens, que podem ser expressas em termos das jornadas como

$$\begin{aligned}
P_1 &= \{D_4, D_8\}, & P_2 &= \{D_9, D_5\}, & P_3 &= \{D_5, D_6, D_{10}\} \\
P_4 &= \{D_4, D_6, D_7\}, & P_5 &= \{D_1, D_7, D_4\}, & P_6 &= \{D_5, D_7, D_9\}.
\end{aligned}$$

Note que a viagem P_6 cobre a etapa 7 duas vezes, então ela não é válida e deve ser desconsiderada. Supondo que os custos associados as viagens sejam $c_1 = c_2 = c_3 = c_4 = 4$ e $c_5 = 5$, a partir de (1.1) obtemos o seguinte problema ($x_i \in \{0, 1\}$, $i = 1, \dots, 5$):

$$\begin{aligned}
\min \quad & 4x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 4x_4 + 5x_5 \\
& x_1 + x_2 + x_5 = 1 \quad (\text{etapa 1}) \\
& x_1 + x_3 = 1 \quad (\text{etapa 2}) \\
& x_2 + x_3 = 1 \quad (\text{etapa 3}) \\
& x_1 + x_4 + x_5 = 1 \quad (\text{etapa 4}) \\
& x_2 + x_3 = 1 \quad (\text{etapa 5}) \\
& x_3 + x_4 = 1 \quad (\text{etapa 6}) \\
& x_2 + x_4 + x_5 = 1 \quad (\text{etapa 7})
\end{aligned}$$

Se pelo menos 3 horas e no máximo 6 horas estejam disponíveis nas bases A e D, e no máximo 5 horas na base C, então as restrições de bases (1.3) são

$$\begin{aligned}
3 &\leq 4x_2 + 3x_5 \leq 6 & (\text{base A}) \\
0 &\leq 3x_1 + 3x_4 \leq 5 & (\text{base C}) \\
3 &\leq 4x_3 \leq 6 & (\text{base D})
\end{aligned}$$

A solução ótima para o problema formulado usa as viagens 3 e 5 ($x_3 = x_5 = 1$, $x_1 = x_2 = x_4 = 0$) e tem um custo total igual à 9. Por se tratar de um problema pequeno, a resolução do mesmo pode ser obtido por qualquer pacote de otimização linear.

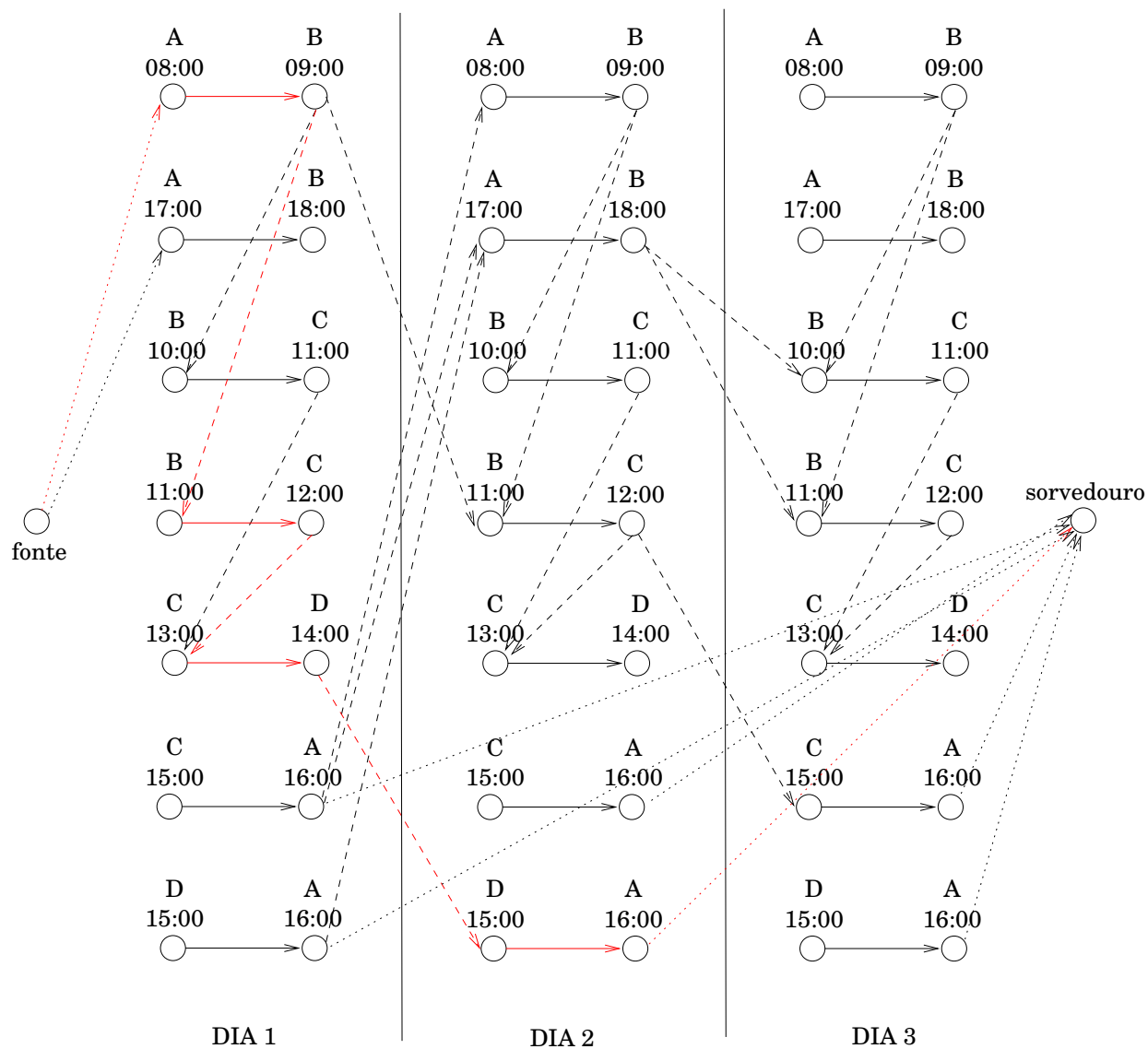


Figura 2.1: Rede de voos referente às 7 etapas do exemplo ilustrativo. Consiroou-se viagens de no máximo 3 dias, por isso os nós são replicados três vezes para o problema diário. A base dos tripulantes considerada foi a localidade A, dando origem as ligações da fonte e do sorvedouro. Arcos tracejados representam conexões legais entre localidades. O caminho em vermelho representa uma das viagens possíveis.

Capítulo 3

Heurísticas

Os métodos exatos de solução do PDV resolvem, utilizando técnicas de otimização, o modelo de programação linear inteiro (1.1). Dessa forma, uma solução ótima global para o problema é obtida [1]. A resolução pelo otimizador é feita inicialmente considerando uma versão relaxada do problema, *i.e.*, permitindo que as variáveis x_j assumam valores *reais* entre 0 e 1. A seguir, o problema relaxado é resolvido pelo método Simplex, ou alguma especialização do mesmo, o que gera uma solução ótima fracionária x^* . A partir de x^* , empregando-se um esquema *branch-and-bound*, ou *branch-and-cut*, obtém-se a melhor solução inteira. Vale ressaltar que tais procedimentos de enumeração implícita consomem tempo e memória exponencial no número de variáveis. Assim, a aplicação de tais métodos limita-se a instâncias pequenas.

Diversos métodos heurísticos foram desenvolvidos ao longo dos anos para lidar com o número gigantesco de variáveis do problema e a incapacidade dos otimizadores lidarem com elas. Uma listagem descritiva das principais heurísticas pode ser encontrado em [8].

Após análise da literatura, resolvemos estudar mais a fundo e implementar três alternativas: um método de busca local, um algoritmo genético híbrido e um procedimento de geração de colunas.

Busca local foi a primeira heurística historicamente adotada pelas empresas para resolver seus grandes problemas de escalonamento, levando a resultados satisfatórias [7] na década de 80. Dentre as meta-heurísticas, algoritmos genéticos vem sendo mais recentemente aplicados como forma de se obter uma solução aproximada [?]. Os resultados para problemas grandes, entretanto, ainda não são satisfatórios. Finalmente, procedimentos de geração de colunas representam o estado-da-arte dos métodos de solução, e constituem a base dos poderosos métodos do tipo *branch-and-price* [11].

3.1 Refatornado o Modelo

Antes de explicarmos em mais detalhes cada uma das heurísticas estudadas, vamos fazer uma pequena modificação ao modelo (1.1). Observe que o mesmo não admite a existência de *de-adheading*, *i.e.*, tripulação viajando como passageiro. Em algumas situações isso pode implicar na inviabilidade do problema.

A formulação que adotaremos a seguir modela o problema conhecido por *set cover*. Ele é

bastante similar ao *set partition*, porém admite a ocorrência de *deadheading* na solução final, tornando possível a existência de soluções viáveis para o problema original.

As restrições no *set cover* são dadas pelas equações (1.2), onde permite-se que uma etapa seja coberta mais do que uma vez. Sendo m o número de etapas a serem cobertas, podemos adicionar m variáveis artificiais inteiras y_i , $i = 1, \dots, m$, onde y_i representa o número de vezes que a etapa i é coberta como *deadhead*. Considerando um custo d_i cada vez que a etapa i é utilizada como *deadhead*, o problema de programação linear resultante é

$$\begin{aligned}
& \text{minimizar} && \sum_{j=1}^n c_j x_j + \sum_{i=1}^m d_i y_i \\
& \text{sujeito à} && \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j - y_i = 1, \quad i = 1, \dots, m \\
& && x_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, \dots, n \\
& && y_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, m.
\end{aligned} \tag{3.1}$$

A adoção de custos altos associados às variáveis y_i faz com que elas sejam naturalmente expulsas da base no final, levando a uma solução livre de *deadheading*, se alguma existir. Isso funciona mais ou menos como o método- M na primeira fase do algoritmo Simplex para obtenção de uma solução viável básica.

A vantagem do modelo (3.1) é que com ele fica mais fácil encontrar uma solução viável inicial para o problema. Como é permitido a sobreposição de etapas, podemos ir percorrendo a rede de voos e ir gerando as viagens. Toda vez que uma nova viagem gerada cobrir uma perna não coberta, armazenamos essa viagem na solução. Paramos quando todas as pernas tiverem sido cobertas.

3.2 Busca Local

Busca local é uma abordagem geral utilizada para encontrar soluções de boa qualidade para problemas de otimização combinatória difíceis, em tempo aceitável. O método é baseado em uma exploração iterativa de vizinhos da solução tentando melhorar a solução atual através de alterações locais.

A solução encontrada por um algoritmo de busca local tem a garantia apenas de ser ótima com relação a alterações locais e, em geral, não será a solução ótima global.

O método de busca local no contexto do PDV é bastante simples e foi um dos primeiros a ser utilizado na tentativa de melhorar uma solução viável do problema (3.1). Basicamente o método consiste em escolher aleatoriamente um número pequeno k de viagens da solução viável inicial (subproblema) e, a partir da lista de etapas cobertas e tripuladas por essas viagens, gerar explicitamente todas as possíveis viagens legais usando o gerador. Como o número de etapas não é muito grande, o número de variáveis geradas é gerenciável. O modelo (3.1) é então resolvido pelo otimizador para todas essas variáveis, obtendo-se um novo conjunto de viagens que cobre o lista inicial de etapas. Se o custo desse novo conjunto de viagens for menor do que o original, então as viagens originais serão substituídas na solução inicial. O processo é

iterado um número máximo de vezes (ou um tempo máximo de execução), ou até que não haja variação significativa do custo (mínimo local), de tal forma que o custo sempre seja reduzido a cada passo.

Um fluxograma da execução do algoritmo é apresentado na Figura 3.1. Note que se tivermos uma boa rotina de geração de viagens e otimização, o método pode ser facilmente implementado. O sucesso na aplicação do método depende crucialmente do fato de sermos capazes de resolver eficientemente o PLI (3.1) para um número pequeno de variáveis.

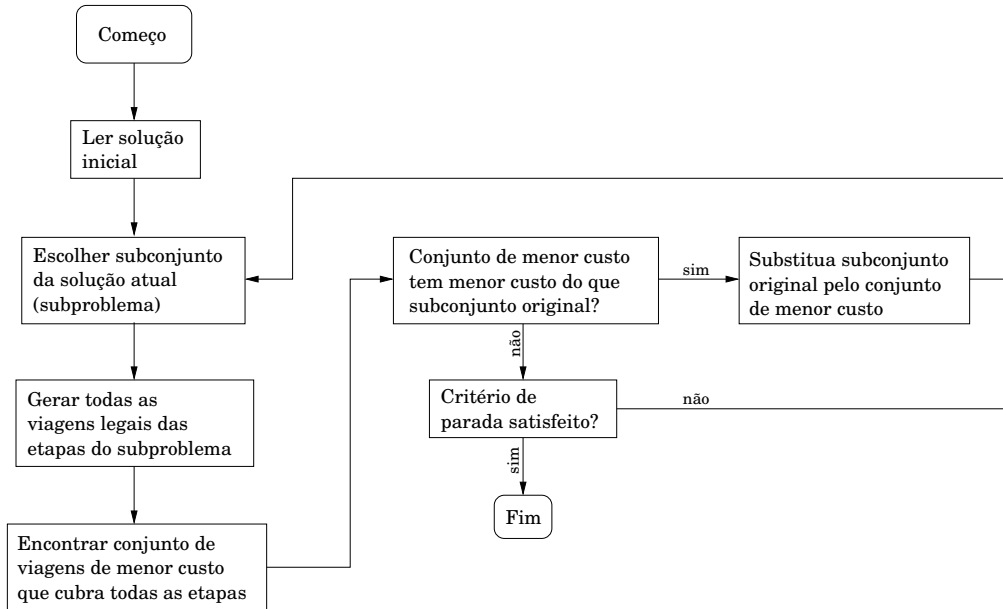


Figura 3.1: Algoritmo para o método da busca local. O fluxograma mostra como o processo de otimização repete o loop de gerar viagens e encontrar um subconjunto ótimo otimizar até que algum critério de parada seja atingido.

A escolha do subproblema de forma aleatória é uma das mais simples possíveis. Algumas outras propostas foram consideradas [3, 4]. Entretanto, a escolha aleatória ainda parece ser a que apresenta melhor custo-benefício. Assim, adotamos a estratégia aleatória em nossa implementação.

3.3 Algoritmo Genético

Computação evolucionária tem se tornado um termo padrão para indicar técnicas de resolução de problemas que usam princípios de *design* inspirados a partir de modelos da evolução natural das espécies.

Algoritmos genéticos [?, ?] representam um tipo de estratégia desenvolvida dentro da área de computação evolucionária. A abordagem comum dos algoritmos é baseada no uso de uma população e de operadores inspiradas pela genética de seres vivos para explorar o espaço de busca (os operadores mais típicos são *reprodução*, *mutação* e *recombinação*). Cada indivíduo no algoritmo representa direta ou indiretamente (através de um esquema de decodificação) uma solução para o problema em consideração. O operador de reprodução se refere ao processo de

seleção de indivíduos que irão sobreviver e se tornar parte da próxima geração. Esse operador normalmente utiliza um viés em direção à indivíduos de boa qualidade: quanto melhor a função objetivo de um indivíduo, maior será a probabilidade do indivíduo ser selecionado e se tornar membro da próxima geração. O operador de recombinação (também chamado de *crossover*) combina partes de dois ou mais indivíduos para gerar novos indivíduos, também chamados de *offspring*. O operador de mutação é um operador unitário que introduz modificações aleatórias em um indivíduo. Algoritmos genéticos tipicamente utilizam variáveis com valores binários ou discretos para representar informação em seus indivíduos, priorizando o uso de recombinação.

O uso de técnicas evolucionárias aplicadas à resolução do problema *set cover* é encontrado em [?]. Inspirado nesse trabalho, os autores de [?] propõem um algoritmo genético para resolver o problema da determinação de viagens. Na verdade, o algoritmo proposto em [?] é uma especialização daquele em [?], com algumas modificações que visam a minimização do número de *deadheads* na solução final e um método para corrigir soluções que violam restrições (soluções que não cobrem todas as etapas). Estudamos os dois trabalhos em detalhes. Vamos apresentar abaixo uma síntese de seus métodos e descrever a nossa implementação.

Inicialmente um determinado conjunto de viagens é gerado. O processo de otimização do algoritmo genético se refere a esse conjunto de viagens. Indivíduos são representados por cromossomos. Uma codificação binária é utilizada para cada cromossomo. Cada gene corresponde a uma viagem e quando seu valor é 0, significa que aquela viagem não faz parte da solução. Se o valor for 1, então a viagem correspondente é incluída na solução.

A função objetivo utilizada para representar a qualidade (*fitness*) de cada indivíduo é

$$f = \sum_i c_i g_i + \rho D,$$

onde c_i é o custo da i -ésima viagem, g_i é o valor do i -ésimo gene, ρ é uma constante utilizada para penalizar etapas que são cobertas mais de uma vez e D o número total de tais etapas na solução.

A seleção dos membros da população que se tornarão pais é baseada em suas posições na população, as quais são ordenadas em ordem decrescente com base no valor da função de *fitness* (método da roleta). Ou seja, o indivíduo mais apto é o que vai ter maior chance de ser escolhido.

Para selecionar o indivíduo que será substituído a cada geração, escolhemos uniformemente dentre todos aqueles que apresentam valor de *fitness* menor do que da média da população.

Uma vez que dois pais tenham sido escolhidos, a operação de *crossover* é aplicada de forma a se obter um novo indivíduo que herde características de ambos os pais: se um gene tem o mesmo valor no cromossomo dos dois pais, esse valor é atribuído ao mesmo gene do cromossomo filho. Se os valores forem diferentes, o gene correspondente no *offspring* pode ser 0 ou 1, com igual probabilidade. Isso define um operador de *crossover* uniforme.

A operação de mutação é aplicada ao indivíduo filho gerado. O objetivo da mutação é prevenir que a busca fique presa em um mínimo local. Isso é feito alterando aleatoriamente alguns dos genes do cromossomo gerado, de forma direcionar a busca em direção a novas áreas no espaço de busca. O número de genes μ a serem mutados é dado pela fórmula [?] (*steady-state replacement model*)

$$\mu = \left\lceil \frac{m_f}{1 + \exp(-4m_g(k - m_c)/m_f)} \right\rceil,$$

onde k é o número da geração, m_f especifica a taxa de mutação estável final, m_c representa o número de gerações no qual a taxa $m_f/2$ é atingida e m_g específica o gradiente em $k = m_c$. Os parâmetros acima podem ser livremente escolhidos de modo a produzir os melhores resultados. Assim, escolhendo μ genes do cromossomo aleatoriamente, cada um será mutado para 0 com probabilidade igual ao número de zeros do cromossomo mais apto da população, de outra forma será mutado para 1.

Pode acontecer que depois das operações de *crossover* e mutação o cromossomo gerado não mais represente uma solução viável, *i.e.*, nem todas as etapas estão presentes em pelo menos uma das viagens do cromossomo. Deve-se então aplicar um algoritmo correctivo no novo indivíduo. Esse algoritmo funciona de forma heurística alterando o valor de alguns genes para 1, até que todos os voos sejam cobertos, tornando a solução viável: para cada perna descoberta da solução, adicionamos uma viagem que cobre aquela perna. Para isso, escolhemos uma viagem de baixo custo que quando selecionada cubra o máximo de pernas descobertas possível e o mínimo de pernas já cobertas. Para mais detalhes e uma descrição forma do método corretivo, consulte [?].

A população inicial criada pelo algoritmo deve ter a maior diversidade de indivíduos possível para que uma boa parte do espaço de busca seja explorado no início. Para tanto, geramos os indivíduos iniciais escolhendo viagens aleatoriamente, que não tenham pernas comuns com as outras viagens já selecionadas. Quando atingirmos um ponto em que não é mais possível escolher tais viagens, rodamos o algoritmo corretivo para tornar o cromossomo viável. Assim, bastante aleatoriedade estará presente na geração dos indivíduos, de forma que a população criada apresentará a diversidade desejada.

A implementação do algoritmo genético descrito acima não se mostrou satisfatória. O problema está no fato de precisarmos inicialmente gerar um conjunto com um grande número de viagens para serem otimizadas, no primeiro passo do algoritmo. Para instâncias grandes esse número é muito grande, tornando inclusive seu armazenamento em memória complicado. Mesmo utilizando estruturas de dados mais inteligentes para armazenar informações como *hashes* e *lists*, o algoritmo torna-se demasiadamente lento.

O essencial para o algoritmo, entretanto, é possuir pelo menos um conjunto de viagens que gere alguma solução viável. Isso é fácil de ser obtido, conforme sugerimos no final da Seção 3.1, resultando em um conjunto relativamente pequeno de viagens. Todavia, somente a partir desse conjunto, a geração dos indivíduos iniciais não apresentará a diversidade necessária para uma exploração ampla do espaço de busca. Para contornar essa dificuldade, podemos melhorar a qualidade de cada indivíduo inicialmente gerado aplicando o procedimento de busca local descrito na seção anterior. Novas e melhores viagens serão geradas durante o procedimento, aumentando a aptidão do indivíduo em construção. Essas viagens geradas são incluídas na construção dos próximos indivíduos e estarão disponíveis para os operadores de *crossover*, mutação e para o algoritmo corretivo. A ideia é semelhante é inspirada na heurística GRASP (*greedy randomized adaptive search procedures*) [?, ?].

Na Figura 3.2 apresentamos uma descrição esquemática do algoritmo genético híbrido implementado. O algoritmo é híbrido por que envolve alguns passos de otimização usando o procedimento de busca local para melhorar a qualidade e a diversidade da população inicial. Mais especificamente, introduzimos um parâmetro L que representa o número de iterações do tipo apresentado na Figura 3.1 que um indivíduo deve se submeter antes de entrar na população inicial.

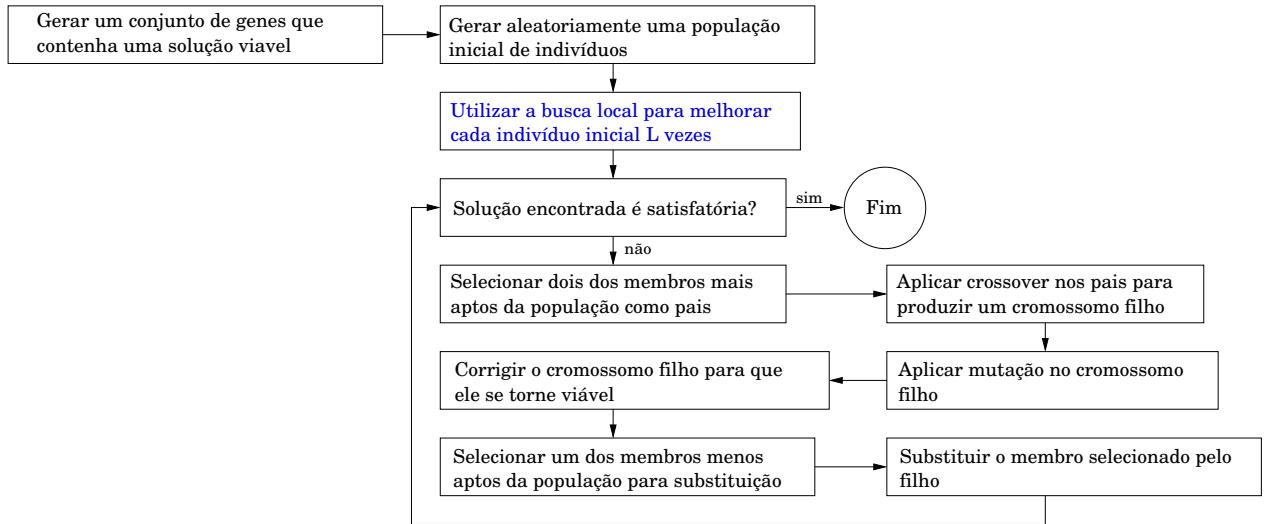


Figura 3.2: Fluxograma mostrando o funcionamento do algoritmo genético híbrido proposto. O quadro em azul representa uma novidade com relação ao algoritmo usual de [?, ?], inspirado na heurística GRASP, resultando em um ganho considerável de qualidade e performance.

3.4 Geração de Colunas

$$w^* = \min_{j=1, \dots, n} \left[c_j - \sum_{i=1}^m \pi_i a_{ij} \right], \quad (3.2)$$

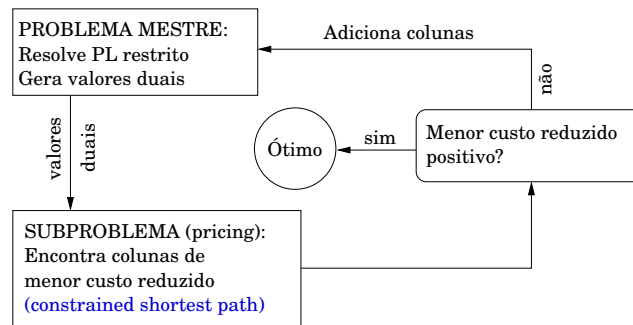


Figura 3.3: Fluxograma mostrando o funcionamento do procedimento de geração de colunas. O *pricing problem* é traduzido em um problema de caminho mais curto com restrições.

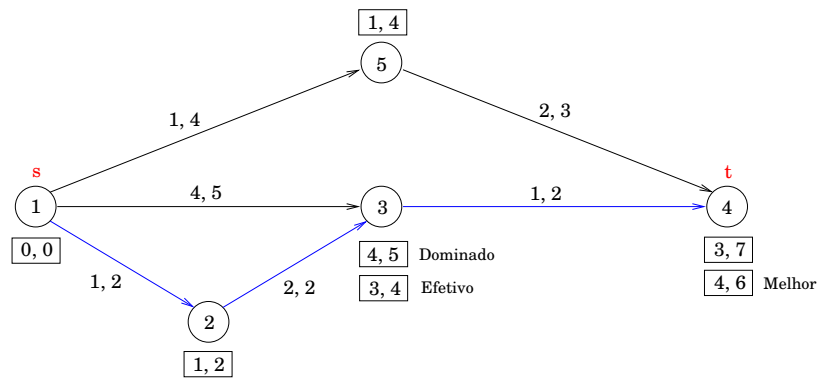


Figura 3.4: Caminho mais curto com restrições entre os nós s e t : $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$.

Capítulo 4

Resultados

Em nosso estudo, utilizamos os pacotes de otimização GLPK (GNU Linear Programming Kit) e Cplex da IBM. Os resultados finais, entretanto, são baseados apenas na utilização da ferramenta Cplex, uma vez que a mesma provou ser mais eficiente. Além disso, o otimizador Cplex pôde ser utilizado diretamente a partir de nosso código, alimentando o modelo gerado através da API Java fornecida pela IBM. Por outro lado, como o GLPK não fornece API apropriada, sua utilização se limitou a geração do modelo em arquivo (formato mps) e posterior execução do otimizador em um processo separado, sendo necessário realizar um *parsing* no arquivo de saída gerado para obtenção dos resultados.

Restringimos o nosso estudo de escalonamento à resolução do problema de determinação de viagens. Implementamos os métodos de solução do PDV descritos na Seção ???. Os parâmetros utilizados, que garantem a legalidade das viagens geradas, são apresentados na Tabela 4.1 e baseiam-se na legislação brasileira para aviação comercial regular.

Todos os testes foram realizados em um computador utilizando um processador Intel Core i3 64 bits, com 4 Gb de memória RAM, rodando o sistema operacional MacOS 10.6. Toda a implementação foi escrita em Java (JDK 1.6.33).

Parâmetro	Descrição	Valor
MAX_LEGS	Máximo de pernas por jornada	5
MAX_FLIGHT_TIME	Total máximo de voo por jornada	9,5 h
MAX_DUTY_TIME	Duração máxima de uma jornada	11,5 h
MIN_SIT_TIME	Tempo mínimo de conexão	30 min
MAX_SIT_TIME	Tempo máximo de conexão	120 min
BRIEFING_TIME	Tempo para o <i>briefing</i>	0 min
DEBRIEFING_TIME	Tempo para o <i>debriefing</i>	0 min
MIN_REST_TIME	Tempo mínimo de repouso	12 h
MAX_REST_TIME	Tempo máximo de repouso	36 h
MAX_DUTIES	Máximo de jornadas por viagem	2, 3 ou 4

Tabela 4.1: Parâmetros utilizados na geração das viagens.

4.1 Análise Preliminar

O objetivo desta análise preliminar foi definir o limite de utilização do procedimento de geração de viagens e do otimizador na resolução exata do modelo *set partition* (1.1). Com essa finalidade, construímos alguns gráficos que relacionam o tempo de geração e otimização utilizado em nossa implementação, em função do número de etapas dadas como entrada do problema.

Para estudar a influência do número de pernas isoladamente, restringimos a entrada apenas para um conjunto de voos entre duas localidades, São Paulo (CGH) e Rio de Janeiro (SDU), considerando os trechos diários oferecidos na ponte-aérea pela companhia aérea Gol. Um total de 62 pernas (31 de CGH para SDU e 31 de SDU para CGH) representam a instância global de entrada.

Vale observar que o caso da ponte-aérea é um pouco atípico no sentido de que representa um malha muito densa de voos: muitas etapas são oferecidas de ida e volta num curto intervalo de tempo, criando muitas conexões legais (arcos) entre os nós da rede de voos gerada. Com isso, o número de viagens dado pela procedimento de busca no grafo explode rapidamente.

O gráfico da Figura 4.1 mostra o número de viagens geradas em função do número de etapas na ponte-aérea. As viagens foram geradas para a base CGH. São apresentadas três curvas, uma para cada valor do parâmetro `MAX_DUTIES` (2, 3 e 4). Observe a escala logarítmica do eixo vertical. O comportamento praticamente linear das curvas indica um crescimento exponencial do número de viagens que podem ser geradas. Observe ainda que a taxa de crescimento é maior quanto maior o número máximo de jornadas permitidas, já que nesse caso permite-se um número muito maior de combinações. Para `MAX_DUTIES` = 4, encontrou-se um número da ordem de 10^8 viagens com apenas 36 pernas.

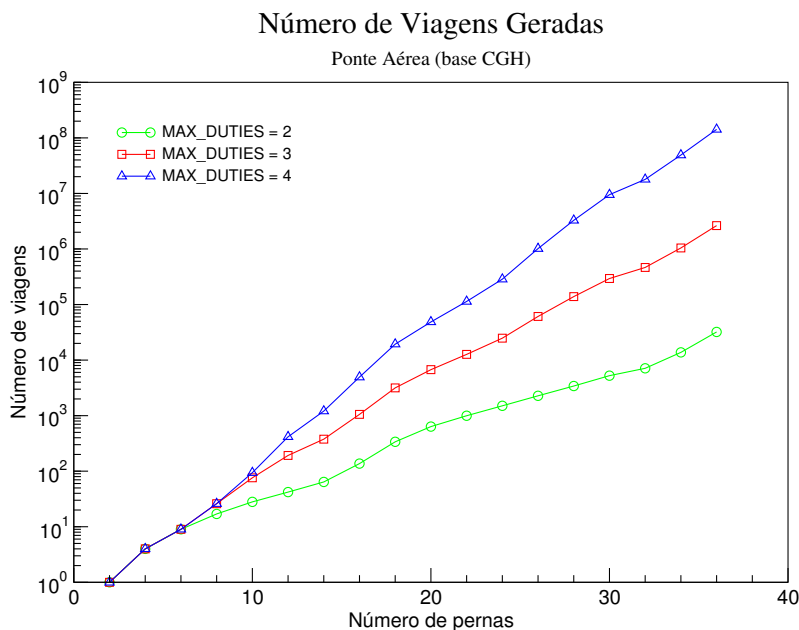


Figura 4.1: Número de viagens geradas em função do número de pernas utilizadas na construção da rede de voos.

O consumo de tempo gasto pelo algoritmo de busca em profundidade também foi medido em função do número de pernas. Os resultados são apresentados na Figura 4.2. O comportamento

das curvas indicam também um crescimento exponencial do tempo gasto pelo algoritmo, ainda que ele seja executado de forma rápida (para $\text{MAX_DUTIES} = 4$, encontrou-se um tempos da ordem de 10^4 ms para 36 pernas).

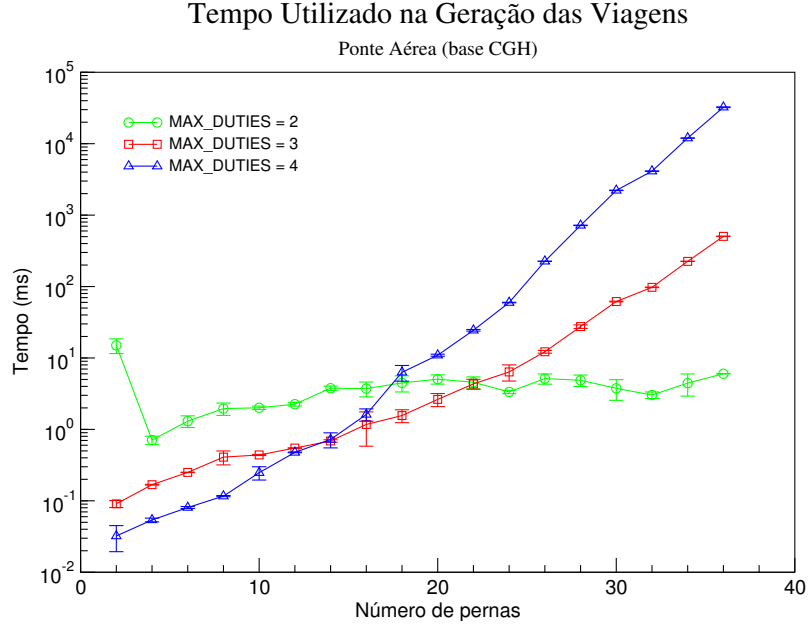


Figura 4.2: Tempo gasto na geração das viagens em função do número de pernas utilizadas na construção da rede de voos. São apresentados valor médio \pm desvio-padrão, considerando 5 medidas para cada ponto. O primeiro ponto da curva verde encontra-se um pouco fora provavelmente devido a algum transiente da máquina, visto que ele foi o primeiro a ser processado.

O tempo gasto pelo otimizador GLPK para resolver o modelo proposto é apresentado no gráfico da Figura 4.3. Mais uma vez, observa-se um crescimento exponencial muito forte (note a escala logarítmica do eixo vertical) em função do número de etapas considerado. A Figura 4.4 mostra os resultados obtidos para o otimizador Cplex.

4.2 Instâncias Estudadas

4.3 Soluções Exatos

Apenas três instâncias (pequenas) puderam ser resolvidas exatamente pela solução do modelo *set partition* (1.1), com um tempo de processamento pequeno. A descrição das instâncias é apresentada na Tabela 4.2, as quais foram extraídas de dados reais fornecidos por companhias aéreas brasileiras. Na tabela são indicados o nome da instância, a companhia a qual pertence, a frota de aeronaves (ou parte dela) a que se refere, as bases domiciliares dos tripulantes, o número de etapas e o número de trilhos. O trilho identifica o conjunto de etapas que uma determinada aeronave da frota deve executar diariamente. No caso de uma frota com k aeronaves, deverão ser fornecidos k trilhos distintos.

Na resolução dos problemas, foram utilizados os parâmetros da Tabela 4.1. Além disso, limitou-se a 1 o número máximo de trocas de aeronaves por jornada. Com isso, forçamos a

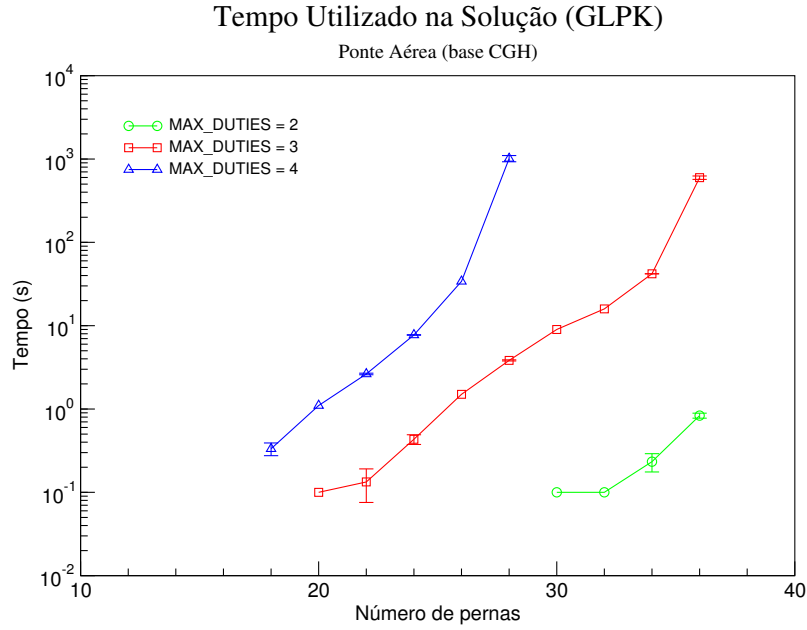


Figura 4.3: Tempo utilizado pelo otimizador GLPK na obtenção de uma solução inteira, em função do número de etapas. São apresentados valor médio \pm desvio-padrão, considerando 3 medidas para cada ponto. Valores medidos com tempo de execução de 0,0 s não são apresentados (número pequeno de pernas). Os últimos pontos da curva azul não puderam ser estimados, mesmo após algumas horas de processamento.

Instância	Cia	Frota	Bases	Etapas	Trilhos
73H_26	Gol	737-800	GRU	26	5
738_48	WebJet	737-800	GRU GIG	48	7
733_92	WebJet	737-300	GRU GIG POA	92	12

Tabela 4.2: Caracterização das instâncias resolvidas exatamente através dos modelos *set partition* e *set cover*. GRU = São Paulo, GIG = Rio de Janeiro e POA = Porto Alegre.

tripulação acompanhar, na medida do possível, o trilho percorrido pela aeronave, reduzindo a possibilidade de conexões em cada localidade. Naturalmente os tempos de conexão serão reduzidos, tornando as viagens geradas mais baratas e diminuindo o número total de variáveis geradas. Além disso, esse procedimento torna a solução mais robusta, uma vez que o atraso de uma aeronave não acarretará atraso na saída de outro voo que dependa daquela aeronave na troca.

O custo de uma viagem foi calculado como sendo o tempo “ocioso” relativo no qual o tripulante está trabalhando mas não está voando, ou seja, pela diferença entre o tempo total de uma viagem, menos o tempo total de voo efetuado, descontando ainda os tempos mínimos regulamentares de conexão entre pernas e de descanso entre jornadas, dividido pelo tempo total de voo. Esse custo avalia de forma relativa a produtividade de uma viagem, o qual deve ser minimizado na solução final.

Os resultados obtidos são apresentados e resumidos na Tabela 4.3. Nela são indicadas a instância resolvida, o número total de variáveis geradas, o número de viagens na solução, o

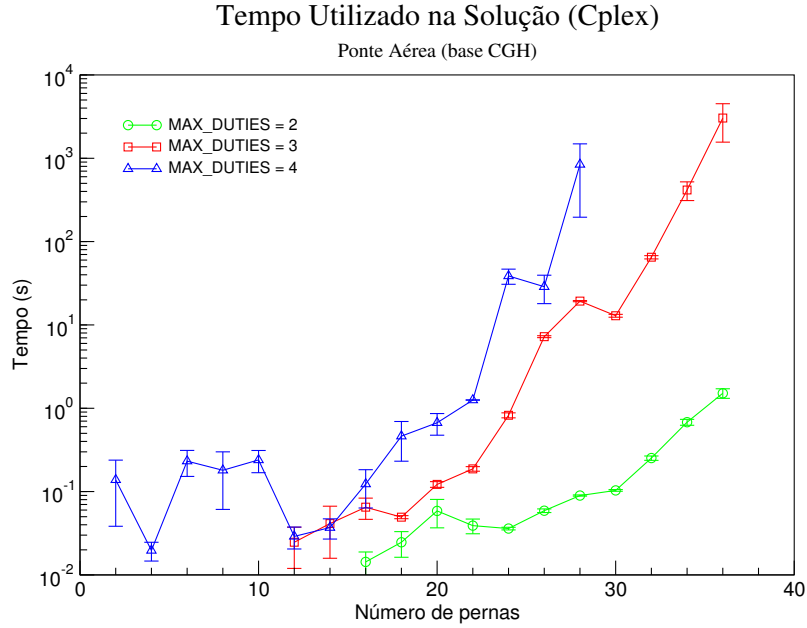


Figura 4.4: Resultados obtidos para o otimizador Cplex. Valem as mesmas observações feitas na legenda da Figura 4.3.

custo da solução e o tempo de processamento do otimizador (Cplex).

Instância	Variáveis	Viagens	Custo	Tempo (s)
73H_26	180	6	6,952	< 1
738_48	66411	6	6,436	3,75
733_92	1023818	11	6,942	170,86

Tabela 4.3: Resultados obtidos na geração e otimização de viagens para as instâncias consideradas.

As mesmas instâncias 73H_26, 738_48, 733_92 também foram resolvidas utilizando o modelo *set cover*, o qual admite a existência de *deadheading*. Os resultados obtidos foram idênticos aos listados na Tabela 4.3. Em particular, todas as variáveis artificiais y_i receberam valor zero na solução final, indicando a não necessidade de *deadheading*.

4.4 Um Resultado Explícito

Para tornar mais concreto a entrada e a saída do problema, apresentamos na Tabela 4.4 o conjunto de etapas referentes a instância 73H_26¹. A mesma representa 26 trechos oferecidos diariamente pela companhia aérea Gol para uma frota especial de 5 aeronaves B737-800. Para cada etapa são fornecidos o seu número, aeroporto de origem, aeroporto de destino, horário local de decolagem (DEP) e horário local de pouso (ARR) e o trilha correspondente.

¹Não há problema de confidencialidade nos dados apresentados.

Na Tabela 4.5 listamos as 6 viagens geradas como solução do problema de otimização. Cada etapa na tabela apresenta o número do voo, origem e destino, horário local de decolagem e pouso, e o trilho executado. O custo final resultante foi de 6,952, para um total de 180 variáveis geradas, considerando a base GRU (São Paulo). Observe a presença de uma viagem bate-volta (4), bem como uma viagem de 3 dias de duração (5).

Número	Origem	Destido	DEP	ARR	Trilho
7625	GRU	GIG	07:00	08:00	1
7622	GIG	GRU	09:00	09:55	1
7622	GRU	CCS	11:00	15:30	1
7622	CCS	AUA	16:10	17:55	1
7623	AUA	CCS	21:20	22:05	1
7623	CCS	GRU	22:45	06:00	1
1841	CWB	GRU	07:52	08:55	2
1902	GRU	NAT	11:00	14:20	2
1903	NAT	GRU	15:30	19:10	2
1704	GRU	MAO	21:15	00:10	2
1798	GRU	REC	08:05	11:21	3
1149	REC	GRU	12:04	15:30	3
7680	GRU	AEP	18:25	21:15	3
7681	AEP	GRU	22:40	01:30	3
1705	MAO	GRU	03:42	08:35	4
1766	GRU	CWB	09:20	10:16	4
1846	CWB	GRU	11:13	12:15	4
7480	GRU	ASU	13:05	13:50	4
1847	GRU	CWB	18:10	19:20	4
1767	CWB	GRU	20:56	21:50	4
1566	GRU	CWB	22:35	23:30	4
7481	ASU	GRU	14:30	17:25	4
7678	GRU	AEP	08:00	10:50	5
7679	AEP	GRU	11:50	14:35	5
7658	GRU	EZE	15:15	18:15	5
7659	EZE	GRU	20:35	23:25	5

Tabela 4.4: Dados de entrada da instância 73H_26, contendo 26 etapas e 5 trilhos.

4.5 Busca Local

Parte do Renato.

4.6 Algoritmo Genético

Parte do Renato.

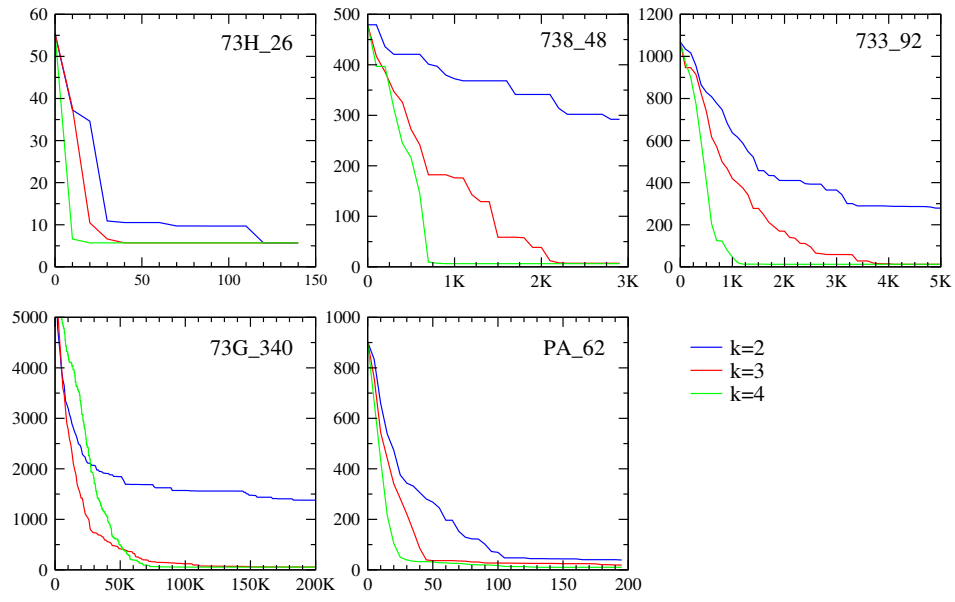


Figura 4.5: Evolução do processo de otimização para o método da busca local (custo \times iteração). São apresentadas os resultados para as cinco instâncias estudadas. As curvas correspondem a três escolhas do parâmetro k .

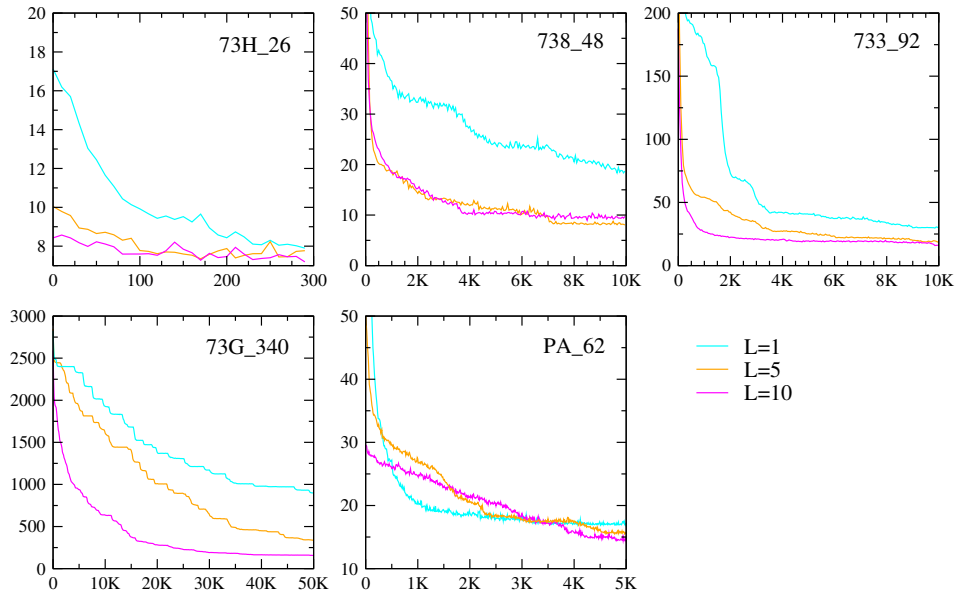


Figura 4.6: Evolução do processo de otimização para o algoritmo genético (custo médio da população \times geração). São apresentadas os resultados para as cinco instâncias estudadas. As curvas correspondem a três escolhas do parâmetro L .

Viagem	Jornada	Etapa				
1	1	7625	GRU-GIG	07:00	08:00	001
		7622	GIG-GRU	09:00	09:55	001
		7622	GRU-CCS	11:00	15:30	001
		7622	CCS-AUA	16:10	17:55	001
	2	7623	AUA-CCS	21:20	22:05	001
		7623	CCS-GRU	22:45	06:00	001
2	1	1902	GRU-NAT	11:00	14:20	002
		1903	NAT-GRU	15:30	19:10	002
3	1	1704	GRU-MAO	21:15	00:10	002
	2	1705	MAO-GRU	03:42	08:35	004
4	1	1798	GRU-REC	08:05	11:21	003
		1149	REC-GRU	12:04	15:30	003
5	1	1847	GRU-CWB	18:10	19:20	004
		1767	CWB-GRU	20:56	21:50	004
		1566	GRU-CWB	22:35	23:30	004
	2	1841	CWB-GRU	07:52	08:55	002
		1766	GRU-CWB	09:20	10:16	004
		1846	CWB-GRU	11:13	12:15	004
		7480	GRU-ASU	13:05	13:50	004
	3	7481	ASU-GRU	14:30	17:25	004
		7680	GRU-AEP	18:25	21:15	003
		7681	AEP-GRU	22:40	01:30	003
6	1	7678	GRU-AEP	08:00	10:50	005
		7679	AEP-GRU	11:50	14:35	005
		7658	GRU-EZE	15:15	18:15	005
	2	7659	EZE-GRU	20:35	23:25	005

Tabela 4.5: Conjunto de viagens obtido como solução ótima da instância 73H_26.

4.7 Geração de Colunas

Parte do Renato.

4.8 Implementações

Parte do Lucas.

		73H_26		738_48		733_92		73G_340		PA_62	
		OBJ (DH)	CPU	OBJ (DH)	CPU	OBJ (DH)	CPU	OBJ (DH)	CPU	OBJ (DH)	CPU
BL	$k = 2$	0% (0)	1,10	>100% (116)	1,22	>100% (124)	3,16	>100% (654)	208,44	>100% (8)	0,79
	$k = 3$	0% (0)	1,48	14,1% (0)	7,91	8,1% (0)	18,68	32,5% (9)	1303,53	87,7% (0)	1,31
	$k = 4$	0% (0)	1,81	0% (0)	11,46	7,7% (0)	99,09	25,5% (11)	2182,31	0% (0)	17,83

Tabela 4.6: Resultados do processo de otimização para busca local e três valores do parâmetro k . OBJ corresponde ao valor da função objetivo para a solução. DH corresponde ao número de *deadheads* na solução. CPU corresponde ao tempo de processamento total em segundos.

		73H_26		738_48		733_92		73G_340		PA_62	
		OBJ (DH)	CPU	OBJ (DH)	CPU	OBJ (DH)	CPU	OBJ (DH)	CPU	OBJ (DH)	CPU
AG	$L = 1$	0% (0)	1,39	78,1% (2)	4,35	>100% (9)	8,30	>100% (476)	1074,97	56,2% (0)	4,31
	$L = 5$	0% (0)	4,17	13,8% (0)	13,19	46,4% (0)	10,79	>100% (208)	763,19	36,2% (0)	13,99
	$L = 10$	0% (0)	11,01	0% (0)	33,99	72,2% (3)	17,85	>100% (78)	482,10	30,5% (0)	27,50

Tabela 4.7: Resultados do processo de otimização para o algoritmo genético híbrido e três valores do parâmetro L .

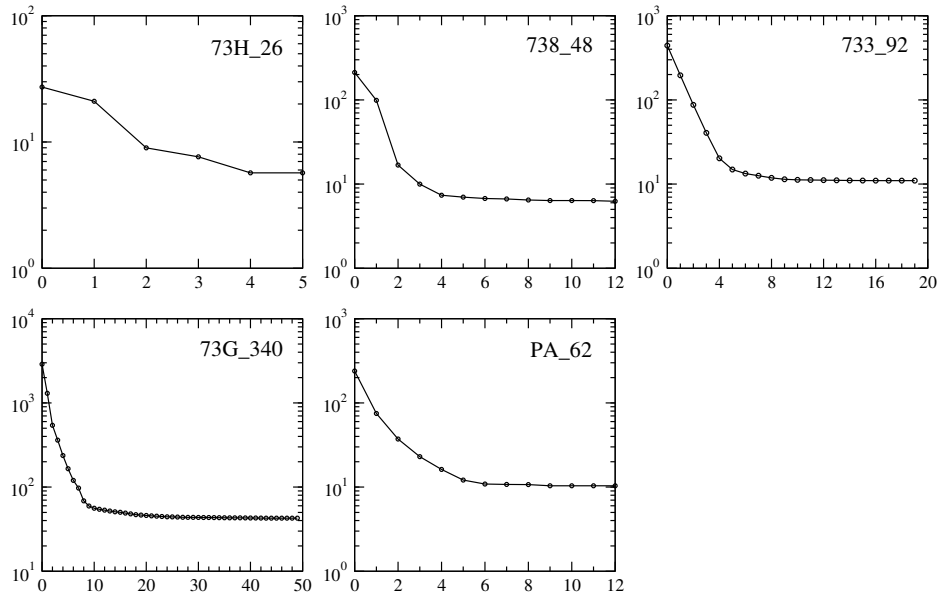


Figura 4.7: Evolução do processo de otimização para o procedimento de geração de colunas (custo × iteração). São apresentadas os resultados para as cinco instâncias estudadas.

		73H_26		738_48		733_92		73G_340		PA_62	
		OBJ (DH)	CPU	OBJ (DH)	CPU	OBJ (DH)	CPU	OBJ (DH)	CPU	OBJ (DH)	CPU
GC		5,696 (0)	0,26	6,230 (0)	0,54	10,973 (0)	1,36	42,744 (0)	54,02	10,103 (0)	1,13

Tabela 4.8: Resultados do processo de otimização para a geração de colunas.

Capítulo 5

Conclusão

Com relação a análise preliminar apresentada na Seção ??, concluímos que o procedimento de geração de viagens leva a um número gigantesco de variáveis, mesmo para um pequeno número de pernas (Figura 4.1). Isso porque a natureza combinatória do problema leva o algoritmo de busca a explorar diversas possibilidades, principalmente em uma rede como a da ponte aérea, onde existem diversas possibilidades de conexão toda vez que se chega em uma das localidades. Além disso, essas possibilidades se multiplicam quando consideramos um maior número de jornadas permitidas (`MAX_DUTIES`). Apesar disso, a geração de viagens ainda se fez em tempo aceitável, podendo ser aplicada para redes maiores (Figura 4.2).

Entretanto, quando esse número enorme de variáveis é levado ao otimizador, o tempo de processamento se torna impraticável. Para se certificar disso, basta extrapolar as curvas obtidas nas Figuras 4.3 e 4.4. **Uma tentativa de resolução de uma instância da ponte-aérea contendo 40 etapas, não pode ser resolvida mesmo após 12 horas de processamento.** Ainda assim, ficamos surpresos com a capacidade do otimizador resolver instâncias com um número de variáveis da ordem de 10^6 em tempo aceitável (resultados da Tabela 4.3).

A análise preliminar então nos mostra que o método de “gerar-e-otimizar” para resolver o modelo (1.1) não é adequado para resolver o problema de forma geral. Em particular, das milhares de variáveis geradas, apenas poucas delas são escolhidas para entrar na solução final, como se pode observar da Tabela 4.3. Isso indica que o procedimento de geração explícita de variáveis não é adequado, pois muitas delas não servem para nada. Um procedimento mais inteligente seria o de gerar apenas variáveis “boas”, ou seja, com grande chance de aparecerem na solução final. O método de geração de colunas desenvolve essa ideia e será explorado futuramente.

Com relação aos resultados obtidos utilizando o modelo *set cover*, observamos que como as colunas associadas às variáveis y_i de *deadheading* (veja a formulação (3.1)) foram ajustadas com preços altos, e como os problemas analisados eram viáveis do ponto de vista do *set partition*, o otimizador conseguiu encontrar as mesmas soluções obtidas sem a presença de *deadheading*. Concluímos que a utilização de *deadheading* só será realizada se for estritamente necessária para viabilidade do problema.

5.1 Comparação Entre Heurísticas

Parte do Renato.

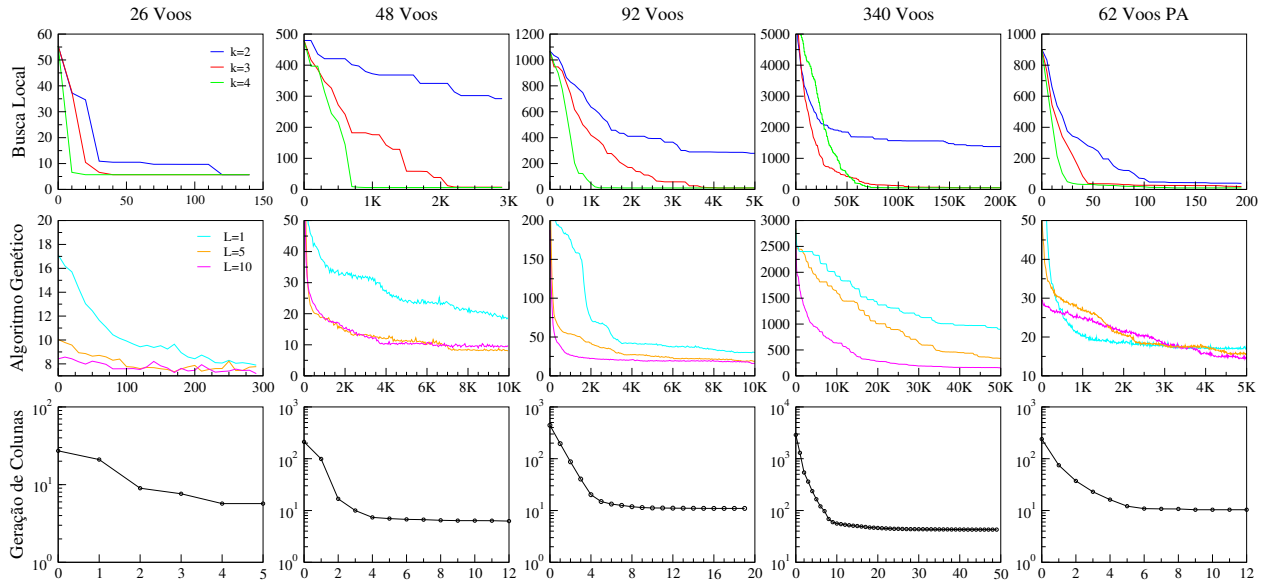


Figura 5.1: Comparação das evoluções do processos de otimização para as heurísticas estudadas (custo \times iteração). São apresentadas os resultados para as cinco instâncias estudadas.

		73H_26		738_48		733_92		73G_340		PA_62	
		OBJ (DH)	CPU	OBJ (DH)	CPU	OBJ (DH)	CPU	OBJ (DH)	CPU	OBJ (DH)	CPU
GC		5,696 (0)	0,26	6,230 (0)	0,54	10,973 (0)	1,36	42,744 (0)	54,02	10,103 (0)	1,13
BL	$k = 2$	0% (0)	1,10	>100% (116)	1,22	>100% (124)	3,16	>100% (654)	208,44	>100% (8)	0,79
	$k = 3$	0% (0)	1,48	14,1% (0)	7,91	8,1% (0)	18,68	32,5% (9)	1303,53	87,7% (0)	1,31
	$k = 4$	0% (0)	1,81	0% (0)	11,46	7,7% (0)	99,09	25,5% (11)	2182,31	0% (0)	17,83
AG	$L = 1$	0% (0)	1,39	78,1% (2)	4,35	>100% (9)	8,30	>100% (476)	1074,97	56,2% (0)	4,31
	$L = 5$	0% (0)	4,17	13,8% (0)	13,19	46,4% (0)	10,79	>100% (208)	763,19	36,2% (0)	13,99
	$L = 10$	0% (0)	11,01	0% (0)	33,99	72,2% (3)3	17,85	>100% (78)	482,10	30,5% (0)	27,50

Tabela 5.1: Resultados do processo de otimização para as três heurísticas: GC = geração de colunas, BL = busca local e AG = algoritmo genético. OBJ corresponde ao valor da função objetivo para a solução. DH corresponde ao número de *deadheads* na solução. CPU corresponde ao tempo de processamento total em segundos.

5.2 Perspectivas Futuras

Parte II

Conteúdo Subjetivo

Capítulo 6

Opiniões e Impressões

6.1 Sobre Ciência da Computação

6.2 Sobre o BCC

6.3 Sobre o IME

6.4 Sobre o Projeto

Referências Bibliográficas

- [1] R. Anbil, E. L. Johnson, and R. Ranga. A global approach to crew pairing optimization. *IBM System Journal*, 31:71–78, 1991.
- [2] Ranga Anbil, John J. Forrest, and William R. Pulleyblank. Column generation and the airline crew pairing problem. *Documenta Mathematica*, 3:677–686, 1998.
- [3] Ranga Anbil, Eric Gelman, Bruce Patty, and Rajan Tanga. Recent advances in crew-pairing optimization at american airlines. *Interfaces*, 21(1):62–74, 1991.
- [4] J. P. Arabeyre, J. Fearnley, F. C. Steiger, and W. Teather. The airline crew scheduling problem: A survey. *Transportation Science*, 3:140–163, 1969.
- [5] Cynthia Barnhart, Amy M. Cohn, Ellis L. Johnson, Diego Klabjan, George L. Nemhauser, and Pamela H. Vance. *Airline Crew Scheduling*, chapter 14, pages 517–560. Kluwer Academic Publishers, Norwell, MA, 2 edition, 2003.
- [6] M. R. Garey and D. S. Johnson. *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness*. W. H. Freeman, 1979.
- [7] I. Gershkoff. Optimizing flight crew schedules. *Interfaces*, 19(4):24–43, 1989.
- [8] Balaji Gopalakrishnan and Ellis L. Johnson. Airline crew scheduling: State-of-the-art. *Annals of Operations Research*, 140:305–337, 2005.
- [9] G. W. Graves, R. D. McBride, I. Gershkoff, D. Anderson, and D. Mahidhara. Flight crew scheduling. *Management Science*, 39(6):736–745, 1993.
- [10] Nadia Souai and Jacques Teghem. Genetic algorithm based approach for the integrated airline crew-pairing and rostering problem. *European Journal of Operational Research*, 199:674–683, 2009.
- [11] P. H. Vance, C. Barnhart, E. L. Johnson, and G. L. Nemhauser. Airline crew scheduling: A new formulation and decomposition algorithm. *Operations Research*, 45(2):188–200, 1997.
- [12] Gang Yu, editor. *Operations Research in the Airline Industry*. Kluwer Academic Publishers, 1998.