



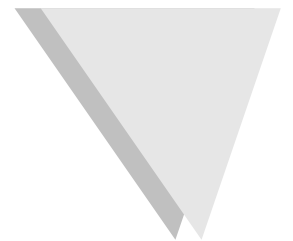
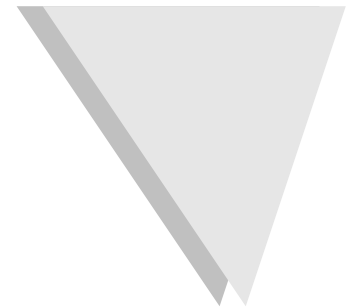
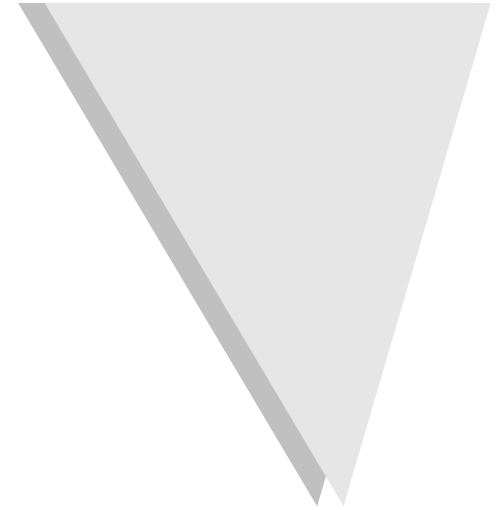
PROGRAMACIÓN FUNCIONAL

Aplicación de conceptos: Listas



Listas

- ◆ Definición de listas
- ◆ Funciones sobre listas
- ◆ Propiedades de las listas
- ◆ Secuencias aritméticas
- ◆ Listas por comprensión



Ejemplo: LISTAS

- ◆ Dado un tipo cualquiera a , definimos inductivamente al conjunto $[a]$ con las siguientes reglas:
 - ◆ $[] :: [a]$
 - ◆ si $x :: a$ y $xs :: [a]$ entonces $x:xs :: [a]$
- ◆ ¿Qué elementos tiene $[\text{Bool}]$? ¿Y $[\text{Int}]$?
- ◆ Notación:
$$[x_1, x_2, x_3] = (x_1 : (x_2 : (x_3 : [])))$$

Funciones sobre listas

- ◆ Siguiendo el patrón de recursión

`len :: [a] -> Int`

`len [] = ...`

`len (x:xs) = ... len xs ...`

`append :: [a] -> [a] -> [a]`

`append [] ys = ...`

`append (x:xs) ys = ... x ... (append xs) ...`

`(++) = append`

Funciones sobre listas

- ◆ Siguiendo el patrón de recursión

`len :: [a] -> Int`

`len [] = 0`

`len (x:xs) = 1 + len xs`

`append :: [a] -> [a] -> [a]`

`append [] ys = ys`

`append (x:xs) ys = x : (append xs ys)`

`(++) = append`

Funciones sobre listas

- ◆ Sin seguir el patrón de recursión

head :: [a] -> a
head (x:xs) = x

tail :: [a] -> [a]
tail (x:xs) = xs

null :: [a] -> Bool
null [] = True
null (x:xs) = False

Funciones sobre listas

- ◆ Más funciones siguiendo el patrón de recursión

`sum :: [Int] -> Int`

`sum [] = ...`

`sum (n:ns) = ... n ... sum ns ...`

`prod :: [Int] -> Int`

`prod [] = ...`

`prod (n:ns) = ... n ... prod ns ...`

- ◆ ¿Por qué se puede definir `(sum [])` y `(prod [])` de esta manera?

Funciones sobre listas

- ◆ Más funciones siguiendo el patrón de recursión

```
sum :: [Int] -> Int
sum [ ]      = 0
sum (n:ns) = n + sum ns
```

```
prod :: [ Int ] -> Int
prod [ ]      = 1
prod (n:ns) = n * prod ns
```

- ◆ ¿Por qué se puede definir (sum []) y (prod []) de esta manera?

Funciones sobre listas

- ◆ Más funciones siguiendo el patrón de recursión

`upperl :: [Char] -> [Char]`

`upperl [] = ...`

`upperl (c:cs) = ... c ... (upperl cs)`

`novacias :: [[a]] -> [[a]]`

`novacias [] = ...`

`novacias (xs:xss) = ... xs ... novacias xss`

Funciones sobre listas

- ◆ Más funciones siguiendo el patrón de recursión

```
upperl :: [Char] -> [Char]
upperl [] = []
upperl (c:cs) = (upper c) : (upperl cs)
```

```
novacias :: [[a]] -> [[a]]
novacias [] = []
novacias (xs:xss) = if null xs then novacias xss
                    else xs : novacias xss
```

Funciones sobre listas

- ◆ Siguiendo otro patrón de recursión

maximum :: [a] -> a

maximum [x] = x

maximum (x:xs) = x `max` maximum xs

last :: [a] -> a

last [x] = x

last (x:xs) = last xs

- ◆ ¿puede establecer cuál es el patrón?
- ◆ ¿por qué (maximum []) no está definida?

Funciones sobre listas

◆ Otras funciones

`reverse :: [a] -> [a]`

`reverse [] = ...`

`reverse (x:xs) = ... reverse xs ... x ...`

`insert :: a -> [a] -> [a]`

`insert x [] = ...`

`insert x (y:ys) = ... y ... x ... ys ... (insert x ys) ...`

Funciones sobre listas

◆ Otras funciones

`reverse :: [a] -> [a]`

`reverse [] = []`

`reverse (x:xs) = reverse xs ++ [x]`

`insert :: a -> [a] -> [a]`

`insert x [] = [x]`

`insert x (y:ys) = if x <= y then x : (y : ys)
else y : (insert x ys)`

Secuencias aritméticas

- ◆ Notación especial para escribir listas
 - ◆ Para elementos de la clase Enum
 - ◆ con operaciones toEnum y fromEnum
 - ◆ enteros, flotantes, caracteres, booleanos
 - ◆ Ejemplos:
 - ◆ `[1..10] = [1,2,3,4,5,6,7,8,9,10]`
 - ◆ `[10..1] = []`
 - ◆ `['a'..'e'] = ['a','b','c','d','e',]`
 - ◆ `[False .. True] = [False,True]`

Secuencias aritméticas

- ◆ Pueden tener un paso mayor o menor a uno

- ◆ Ejemplos:

- ◆ $[2, 4..10] = [2, 4, 6, 8, 10]$

- ◆ $[10, 9..1] = [10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1]$

- ◆ $['a', 'd'..'z'] = ['a', 'd', 'g', 'j', 'm', 'p', 's', 'v', 'y']$

- ◆ $[True, False .. True] = [True]$

Secuencias aritméticas

◆ Definición

$[a..b] = \text{enumFromTo } a \ b$

$[a,b..c] = \text{enumFromThenTo } a \ b \ c$

$\text{enumFromTo } a \ b = \text{enumFromStepTo } a \ 1 \ b$

$\text{enumFromThenTo } a \ b \ c = \text{enumFromStepTo } a \ (b - a) \ c$

$\text{enumFromStepTo} :: \text{Int} \rightarrow \text{Int} \rightarrow [\text{Int}]$

$\text{enumFromStepTo } a \ s \ b =$

 if $(s > 0 \ \&\& \ a > b) \ || \ (s \leq 0 \ \&\& \ a < b)$

 then $[\]$

 else $a : \text{enumFromStepTo } (a+s) \ s \ b$

Listas por comprensión

- ◆ Notación especial para escribir listas
 - ◆ Similar a la notación de conjuntos por comprensión.
 - ◆ ¡El orden importa!
 - ◆ Ejemplos:
 - ◆ $[x^2 \mid x \leftarrow [1..10], \text{even } x]$
= [4,16,36,64,100]
 - ◆ $[(i,j) \mid i \leftarrow [1..3], j \leftarrow ['a','b']]$
= [(1,'a'),(1,'b'),(2,'a'),(2,'b'),(3,'a'),(3,'b')]]

Listas por comprensión

◆ Definición:

$[e \mid \text{qual}_1 , \dots , \text{qual}_n]$

donde

- ◆ e es una expresión cualquiera
- ◆ qual_i es un calificador que puede ser
 - ◆ un generador de la forma $x \leftarrow \text{lexp}$, siendo x una variable y lexp una expresión de tipo $[a]$
 - ◆ un test de la forma bexp , siendo bexp una expresión de tipo Bool

Listas por comprensión

◆ Observaciones

- ◆ Las variables de un generador pueden aparecer:
 - ◆ en la expresión e
 - ◆ en cualquier $lexp$ ó $bexp$ a la derecha de su generador
- ◆ Las variables **NO** pueden aparecer definidas por más de un generador
- ◆ El orden de los calificadores es importante
- ◆ Puede no haber ningún calificador

Listas por comprensión

◆ Significado (informal)

- ◆ $[e \mid] = [e]$

- ◆ $[e \mid \text{True}, q_2, \dots, q_k] = [e \mid q_2, \dots, q_k]$

- ◆ $[e \mid \text{False}, q_2, \dots, q_k] = []$

- ◆ $[e \mid x \leftarrow [a_1, a_2, \dots, a_n], q_2, \dots, q_k] =$
 $[e\{a_1/x\} \mid q_2\{a_1/x\}, \dots, q_k\{a_1/x\}]$
 ++ $[e\{a_2/x\} \mid q_2\{a_2/x\}, \dots, q_k\{a_2/x\}]$
 ++ ...
 ++ $[e\{a_n/x\} \mid q_2\{a_n/x\}, \dots, q_k\{a_n/x\}]$

◆ (Notación: $e\{v/x\}$ significa e donde x fue reemplazado por v)

Listas por comprensión

◆ Ejemplo

```
◆ [ x^2 | x <- [1..6], even x ]  
  = [ 1^2 | even 1 ] ++ [ 2^2 | even 2 ]  
    ++ [ 3^2 | even 3 ] ++ [ 4^2 | even 4 ]  
    ++ [ 5^2 | even 5 ] ++ [ 6^2 | even 6 ]  
  
  = [ 1^2 | False ] ++ [ 2^2 | True ]  
    ++ [ 3^2 | False ] ++ [ 4^2 | True ]  
    ++ [ 5^2 | False ] ++ [ 6^2 | True ]  
  
  = [ ] ++ [ 2^2 ] ++ [ ] ++ [ 4^2 ] ++ [ ] ++ [ 6^2 ]  
  = [ 4, 16, 36 ]
```

Listas por comprensión

◆ Ejemplo

◆ $[(i,j) \mid i \leftarrow [1..3], j \leftarrow ['a','b']]$

= $[(1,j) \mid j \leftarrow ['a','b']]$
++ $[(2,j) \mid j \leftarrow ['a','b']]$
++ $[(3,j) \mid j \leftarrow ['a','b']]$

= $([(1,'a') \mid] ++ [(1,'b') \mid])$
++ $([(2,'a') \mid] ++ [(2,'b') \mid])$
++ $([(3,'a') \mid] ++ [(3,'b') \mid])$

= $[(1,'a'), (1,'b'), (2,'a'), (2,'b'), (3,'a'), (3,'b')]$

Listas por comprensión

◆ Otros ejemplos

- ◆ `spaces n = [' ' | i <- [1..n]]`
- ◆ `divisores n = [d | d <- [1..n], d `divide` n]`
- ◆ `d `divide` n = n `mod` d == 0`
- ◆ `primo n = divisores n == [1,n]`
- ◆ `prodCart xs ys = [(x,y) | x <- xs, y <- ys]`

Resumen

- ◆ Distintas formas de escribir listas
- ◆ Funciones sobre listas
- ◆ Propiedades sobre listas

