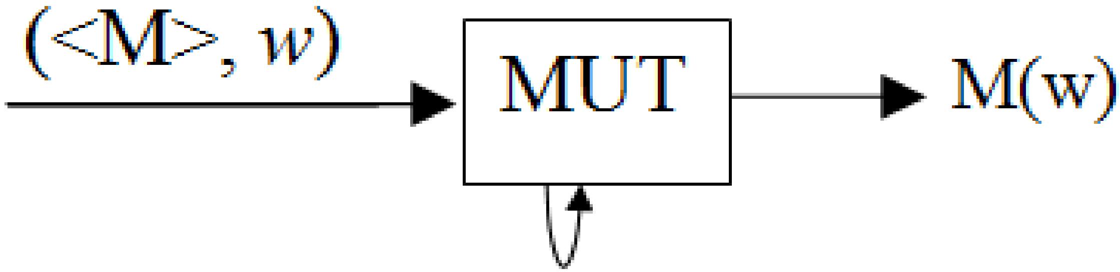
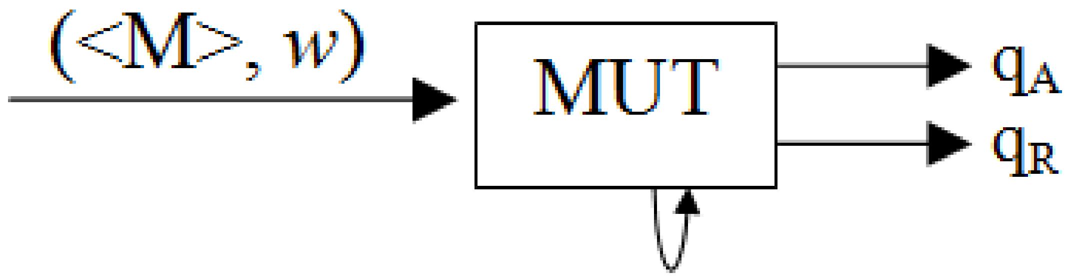
Máquina Universal de Turing (MUT): es una MT que recibe como entrada la codificación de otra MT *M* y un input *w*. La MUT ejecuta la MT *M* sobre el input *w*.



Nota: también se tiene una versión reconocedora de lenguajes



Esta máquina responde a cuestiones relativas a otras MT

Claramente la MUT puede construirse puesto que el proceso de mirar el estado y el símbolo corriente, buscar la quíntupla de δ que se va a aplicar y realizar lo que indica o detenerse es un procedimiento efectivo.

Se puede asumir que el input *w* se separa del código de la MT con 000, y *M* se codifica de la manera que ya se ha visto.

Una idea de cómo construir una MUT

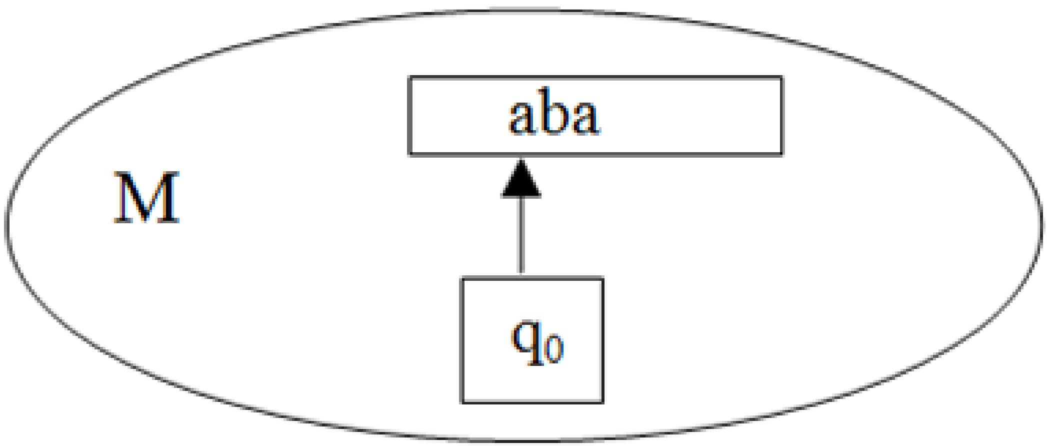
Se copia *w* en la cinta 2 sobre la que se realiza la simulación

Es necesario identificar:

- Posición del cabezal (se puede usar una tercera cinta)
- Estado actual (se puede usar una cuarta cinta)
- Símbolo actualmente leído (se puede usar una quinta cinta)

MUT de 5 cintas

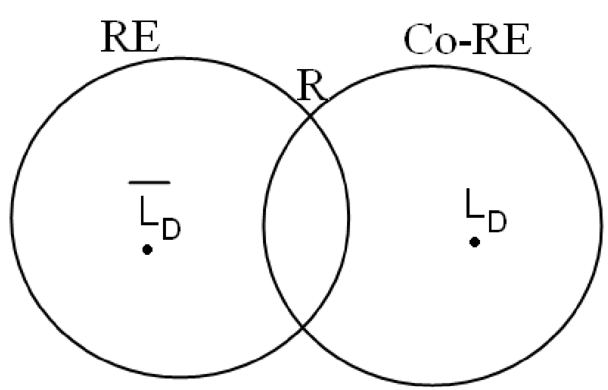
11101101010100 ... 000110111011	Entrada
110111011	Cinta de Simulación
1	Posición del Cabezal
111	Estado Actual
11	Símbolo Actual



Nota1: puede probarse que L_D pertenece a Co-RE, pues fácilmente se verifica que $\overline{\mathrm{L_D}} \in$ RE ($\overline{\mathrm{L_D}} = \{w_i \in \Sigma^* \,/\, w_i \in L(M_i)\}$)
Para ello se construye una MT que utilizando una MTU acepta $\overline{\mathrm{L_D}}$ ejecutando el código de M_i sobre w_i aceptando sii M_i acepta w_i. Recuérdese que el código $<M_i>$ de la MT M_i se obtiene fácilmente pues $<M_i>=w_i$

Pregunta. ¿Por qué le parece que los strings de baja numeración en el orden canónico no pertenecen a $\overline{\mathrm{L_D}}$?

Nota 2: Además $\overline{\mathrm{L_D}}$ no puede estar en R, ya que esto implicaría que L_D también esté en R (y ya sabemos que L_D no pertenece a RE). Por lo tanto $\overline{\mathrm{L_D}} \in$ RE-R.



Def.: se define L_u , el lenguaje universal, como:

$$L_u = \{(<M>, w) \ / \ M \text{ acepta } w\}$$

¿$L_u \in$ RE?

Rta.: claramente sí. Se puede construir M_u de la siguiente manera:

1) Si $(<M>, w)$ no es un par válido parar en q_R

2) En caso contrario separar $<M>$ de w

3) Si $<M>$ es un código inválido parar en q_R

4) Simular M sobre w. Si M para en $q_A \Rightarrow M_u$ para en q_A. Si M para en $q_R \Rightarrow M_u$ para en q_R. Si M loopea M_u también loopea.

Claramente $L_u = L(M_u)$, por lo tanto $L_u \in$ RE

¿$L_u \in$ R?

Se verá que no es cierto probando que $\overline{\mathrm{L_u}} \notin$ RE

$\overline{L_u} = \Sigma^* - L_u$ por lo tanto el input (<M>,w) $\in \overline{L_u}$ sii M rechaza w
Los input que no cumplen con la forma del par (<M>,w) también están en $\overline{L_u}$

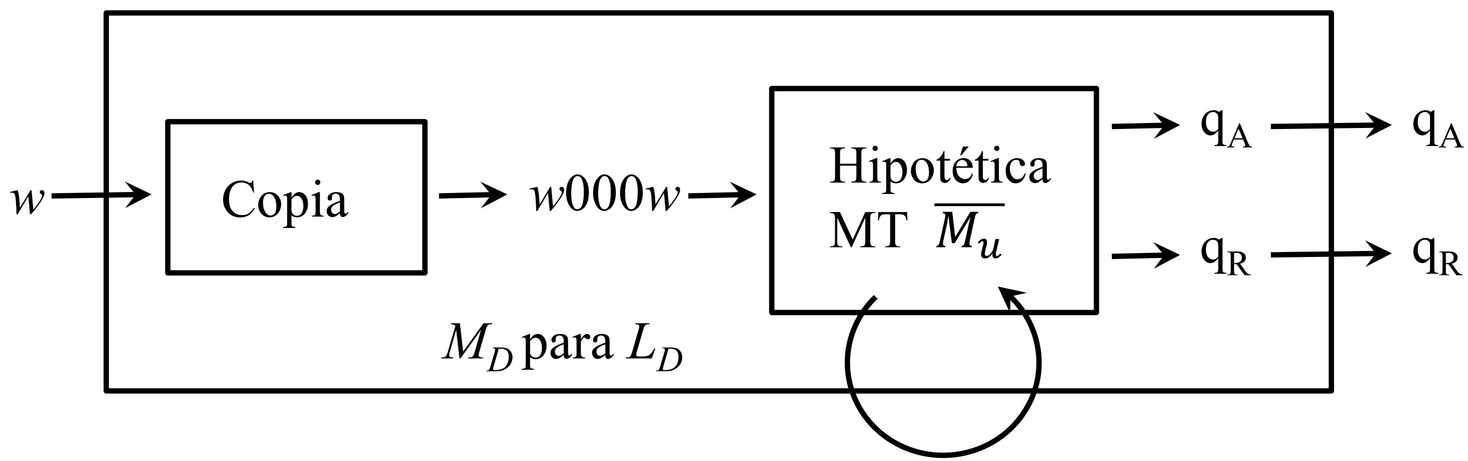
Teorema: $\overline{L_u} \notin$ RE

Dem.: se demuestra que si $\overline{L_u} \in$ RE $\Rightarrow L_D \in$ RE, lo cual es absurdo pues ya se vio que $L_D \notin$ RE.

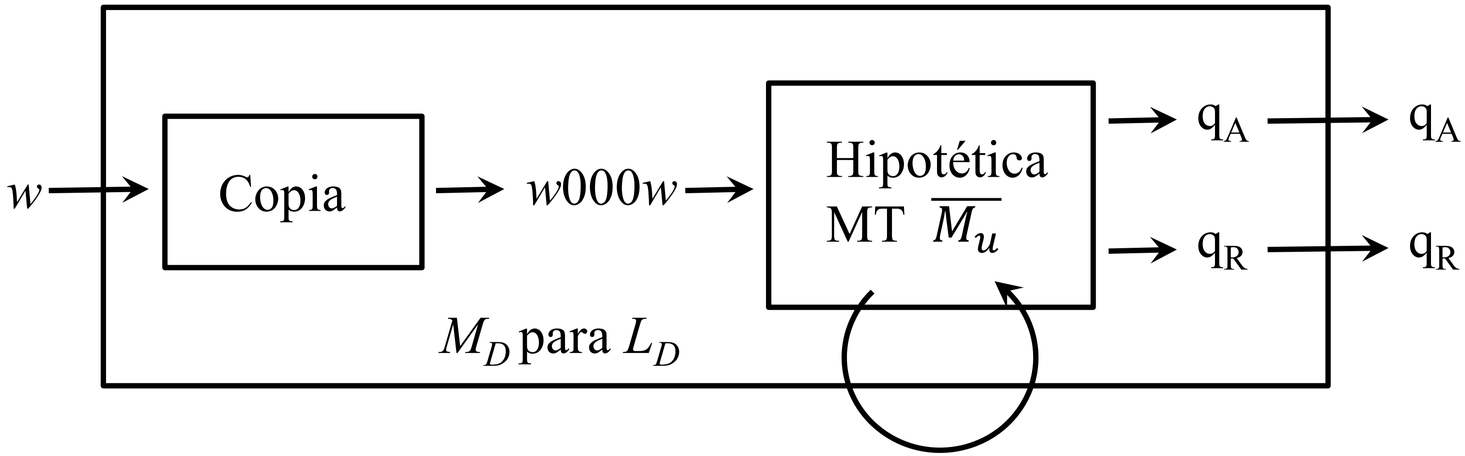
Si $\overline{L_u} \in$ RE $\Rightarrow \exists$ MT $\overline{M_u}$ que acepta $\overline{L_u}$. Se construye la MT M_D que acepta L_D de la siguiente manera:

1) M_D cambia el input w por $w000w$ (recordar que <M_i> = w_i)

2) M_D simula $\overline{M_u}$ sobre el nuevo input. M_D acepta w sii $\overline{M_u}$ acepta $w000w$



$\overline{L_u} = \Sigma^* - L_u$ por lo tanto el input $(<M>,w) \in \overline{L_u}$ sii M rechaza w
Los input que no cumplen con la forma del par $(<M>,w)$ también están en $\overline{L_u}$



Si w es w_i en nuestra numeración se tiene que:

M_D acepta $w_i \Leftrightarrow \overline{M_u}$ acepta $<M_i>000w_i \Leftrightarrow M_i$ rechaza $w_i \Leftrightarrow w_i \in L_D$

De esta forma $L(M_D) = L_D$ lo que significa que $L_D \in$ RE

Por lo tanto, si $\overline{L_u} \in$ RE $\Rightarrow L_D \in$ RE,

Por contrarrecíproca se tiene que $L_D \notin$ RE $\Rightarrow \overline{L_u} \notin$ RE

y como ya se conoce que $L_D \notin$ RE se tiene que $\boldsymbol{\overline{L_u} \notin}$ **RE**

Corolario: $L_u \in (\mathrm{RE} - \mathrm{R})$.

Inmediato pues ya sabemos que L_u está en RE y que L_u no puede estar en R pues ello implicaría que $\overline{L_u}$ también estuviese en R lo que sería un absurdo pues acabamos de demostrar que $\overline{L_u} \notin \mathrm{RE}$

Hasta acá se tiene entonces la siguiente situación: