Primeira lista da primeira avaliação de Processos Estocasticos turma 2021.4

Questão 1
[0,037pts] Questao_01 Determinar a probabilidade de obtenção de uma cara e duas coroas em 3 arremessos de uma moeda ideal.

Solução:
C - Cara
K - Coroa
Temos 3 possibilidades possiveis sendo: CKK - KCK **OU** KKC
Cada uma dessas tem a chance de:

$$\frac{1}{2} * \frac{1}{2} * \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

de ocorrer
assim:

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

Questão 2
[0,037pts] Questao_2 Uma urna contém cinco bolas numeradas. Suponha que selecionamos duas bolas da urna com reposição. Quantos pares ordenados distintos são possíveis? Qual é a probabilidade de retirar duas vezes a mesma bola?

Solução:
Dado, um par ordenado como sendo (a, b)
Se tem reposição então o espaço amostral é o mesmo e é igual:

$$(1,1)(1,2)(1,3)(1,4)(1,5) = 5$$

$$(2,1)(2,2)(2,3)(2,4)(2,5) = 5$$

$$(3,1)(3,2)(3,3)(3,4)(3,5) = 5$$

$$(4,1)(4,2)(4,3)(4,4)(4,5) = 5$$

$$(5,1)(5,2)(5,3)(5,4)(5,5) = 5$$

entao, $5 \times 5 =$ **25 Resultados possíveis**
b) A probabilidade de tirar uma bola e $\frac{1}{5}$
Assim, $\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{25}$
Agora observe que podemos repetir isso 5 vezes: $\frac{1}{25} \times 5 = 0,2$

Questão 3
[0,037pts] Questao_3 Uma urna contém cinco bolas numeradas. Suponha que selecionamos duas bolas da urna em sucessão, e sem reposição. Quantos pares ordenados distintos são possíveis? Qual é a probabilidade de que a primeira bola tenha um número maior que a segunda?

Solução:
Sabemos que um par ordenado é dado como sendo (a, b)
Se tem reposição então o espaço amostral é o mesmo e é igual:

$$(1,2)(1,3)(1,4)(1,5) = 4$$

$$(2,1)(2,3)(2,4)(2,5) = 4$$

$$(3,1)(3,2)(3,4)(3,5) = 4$$

$$(4,1)(4,2)(4,3)(4,5) = 4$$
$$(5,1)(5,2)(5,3)(5,4) = 4$$

entao, $5 \times 4 =$ **20 Resultados possíveis**

b) A probabilidade de tirar uma bola e ela ser maior que a anterior ou seja $b > a$ é:

$\frac{1}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{20}$ Para o caso de que o primeiro retirado foi **1**
$\frac{1}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{2}{20}$ Para o caso de que o primeiro retirado foi **2**
$\frac{1}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{20}$ Para o caso de que o primeiro retirado foi **3**
$\frac{1}{5} \times \frac{4}{4} = \frac{4}{20}$ Para o caso de que o primeiro retirado foi **4**

Observe que o caso que o primeiro retirado é 5 não é válido porque não tem numero maior que esse

Assim, vamos somar todas essas frações e teremos $\frac{10}{20} = 0.5$

Questão 4
[0,037pts] Questao_4 Suponha que uma moeda é jogada três vezes. Se assumimos que as jogadas são independentes e a probabilidade de caras é p, encontre a probabilidade dos eventos nenhuma coroa, uma coroa, duas coroas e três coroas.

Solução:
Para resolver essa questao basta verificar as probabilidades:
p - probabilidade de sair CARA k - probabilidade de sair COROA
$p + K = 1$ assim, $k = 1 - p$
Dessa forma,
(a) Probabilidade de não sair coroa:
P(i) $= p \times p \times p = p^3$
(b) Probabilidade de sair uma coroa:
P(b) $= C(3,1) \times p \times p \times (1-p) = 3p^2(1-p)$
(c) Probabilidade de sair duas coroa:
P(c) $= C(3,2) \times p \times (1-p) \times (1-p) = 3p(1-p)^2$
(d) Probabilidade de sair 3 coroas:
P(d) $= (1-p) \times (1-p) \times (1-p) = (1-p)^3$

Questão 5
[0,037pts] Questao_5 Uma companhia tem três máquinas B1, B2 e B3 que fabricam resistores de $1k\Omega$ Observou-se que 80% dos resistores produzidos por B1 têm tolerância de 50Ωdo valor nominal. A máquina B2 produz 90% dos resistores com tolerância de 50Ω do valor nominal. A porcentagem para a máquina B3 é de 60%. A cada hora, a máquina B1 produz 3000 resistores, B2 produz 4000 resistores, e B3 produz 3000 resistores. Todos os resistores são misturados em um recipiente comum e empacotados para envio. Desenhe um diagrama em árvore para este experimento. Qual a probabilidade de escolher um resistor da máquina B2 com tolerância maior que 50?

Solução:
Dados da questão:
$B_1 = 80\%$ resistores com tolerancia de 50Ω
$B_2 = 90\%$ resistores com tolerancia de 50Ω
$B_3 = 90\%$ resistores com tolerancia de 50Ω

$B_1 =$ A cada hora produz 3000 resistores
$B_2 =$ A cada hora produz 4000 resistores
$B_3 =$ A cada hora produz 3000 resistores

Dessa, forma teremos:

$\frac{80}{100} \times 3000 = 2400$

$\frac{90}{100} \times 4000 = 3600$

$\frac{60}{100} \times 3000 = 1800$

Observe o que esses valores nos dizem, em B_1 temos 3000 resistores, desses 3000 2400 resistores tem tolerancia e 600 não tem. Assim:

Fazendo:
B_j = O resistor da máquina B_j
T = O resistor de tolerância de 50Ω

Assim,
$P(B_j \cap T)$ = probabilidade do resistor ser da caixa B_j e ter tolerância de 50Ω
$P(T|B_2)$ = probabilidade do resistor ter tolerancia maior que 50 Ω dado que pertence a caixa B_2
Assim: $P(B_2 \cap T) = P(B_2 \times P(T|B_2)$
Temos que:
$P(T|B_2) = 0,1$
$P(B_2 \cap T) = \frac{4000}{3000+4000+3000} = 0,4$

Por isso: $P(B_2 \cap T) = 0,4 \times 0,1 = 0,04$

Questão 6
[0,037pts] Questao_6 Considere o jogo do Três. Você embaralha um baralho de três cartas: às, 2 e 3. Se o às vale um ponto, você retira cartas do baralho até que a soma seja 3 ou mais. Você ganha se o total for 3. Calcule P[W], a probabilidade de vencer o jogo.

Solução:
Observe que o espaço amostral é o conjunto dos pares ordenados das retiradas de cartas:
$S = (1,2),(1,3),(2,1),(2,3)(3)$
Em qual desses casos vencemos ?
$A = (1,2),(2,1),(3)$
Assim, $P[W] = \frac{3}{5}$

Questão 7
[0,037pts] Questao_7 Quatro moedas ideais são arremessadas simultaneamente.
(a) Quantos resultados são possíveis? (b) Associe probabilidades adequadas para a obtenção de quatro coroas, uma cara, duas caras, três caras e quatro caras neste experimento.

Solução:
a)
C - Evento CARA K - Evento COROA
Espaço amostral é tal que:

$$S = (0000),(0001),(0010),(0011),(0100),(0101),(0110),(0111),(1000),(1001),(1010),(1011),(1100),(1101),(1110),(1111)$$

Assim a quantidade de resultados possíveis são 16
b) (i) A possibilidade de 4 coroas:
P(i) = $\frac{1}{16}$
(ii) A probabilidade de 1 cara
P(ii) = $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$
(iii) A probabilidade de 2 caras
P(iii) = $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$
(iv) A probabilidade de 3 caras
P(iv) = $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

(v) A probabilidade de 4 caras
P(v) = $\frac{1}{16}$

Questão 8
[0,037pts] Questao_8 Três dados não viciados são jogados. Calcule as probabilidades dos eventos de se obter uma soma de 8, 9 e 10 pontos.

Solução:
Antes de resolvermos a questão é preciso definir que o dado se trata de um dado normal com 6 lados (1-6)
Em vista disso, o espaço amostral é $6 \times 6 \times 6 = 216$ possibilidades
(i) Evento soma obtida igual a 8
Para isso ser verdade temos os valores: (1,1,6) (1,4,3) (1,5,2) (2,3,3) (2,2,4)
Observe que para os eventos (1,1,6) (2,3,3) e (2,2,4) o número de possibilidades é equivalente ao número de permutações distintas igual a uma combinação de 2 pra 3
$C = \frac{3!}{2! \times (3-2)!} = 3$
Para os eventos (1,4,3) e (1,5,2) temos um arranjo de 3 pra 3
$A = 3 \times 2 \times 1 = 6$
Por isso a probabilidade da soma ser 8 é:
$P(i) = \frac{3 \times 2 + 3 \times 6 + 1}{216} = \frac{25}{216}$
(ii) Evento soma obtida igual a 10
Para isso ser verdade temos os valores: (1,3,6) (1,5,4) (2,2,6) (2,3,5) (4,3,3) (4,4,2)
Novamente aplicando combinação e arranjo temos:
Combinação de 2 pra 3 para (2,2,6), (4,3,3) (4,4,2)
$C = \frac{3!}{2! \times (3-2)!} = 3$
Arranjo 3 pra 3 para (1,3,6) (1,5,4) (2,3,5)
$A = 3 \times 2 \times 1 = 6$
Por isso a probabilidade da soma ser 10 é:
$P(ii) = 3\frac{\times 3 + 6 \times 3}{216} = \frac{27}{216}$

Questão 9
[0,037pts] Questao_9 Uma certa cidade tem 8 faróis aleatoriamente localizados, quatro dos quais ficam verdes por meio minuto na direção leste-oeste e meio minuto na direção nortesul, três permanecem verdes por 1/4 de minuto na direção leste-oeste e 3/4 de minuto na direção norte-sul, e o último permanece verde 3/4 de minuto na direção leste-oeste e 1/4 de minuto na direção norte-sul. Assuma que todos os faróis são independentes, isto é, não existe nenhum tipo de sincronização entre eles.

Um automóvel está viajando de forma aleatória através da cidade. Encontre:
a) a probabilidade de o automóvel encontrar um sinal verde na direção leste-oeste.
b) a probabilidade de o automóvel encontrar um sinal verde na direção norte-sul.
c)Qual é a probabilidade de um automóvel viajando aleatoriamente pela cidade encontre um sinal verde?

Solução:
TOTAL = 8 faróis
Tipo A - 4 primeiros faróis Tipo B - 3 faróis seguintes Tipo C - último farol
A probabilidade de pertencer aos faróis do Tipo A
Eventos:
(i) Probabilidade do veículo viajar entre os faróis do Tipo A
(ii) Probabilidade do veículo viajar entre os faróis do Tipo B
(iii) Probabilidade do veículo viajar entre os faróis do Tipo C
(iv) Probabilidade de viajar na direção leste-oeste
(v) Probabilidade de viajar na direção leste-oeste E trafegando em um dos faróis do Tipo A
(vi) Probabilidade de viajar na direção leste-oeste E trafegando em um dos faróis do Tipo B
(vii) Probabilidade de viajar na direção leste-oeste E trafegando em um dos faróis do Tipo C

(viii) Probabilidade de viajar na direção norte-sul
Assim,
$P(iv) = P(i) \cap P(iv) + P(ii) \cap P(iv) + P(iii) \cap P(iv)$ Dessa forma,
$P(iv) = \frac{4}{8} \times \frac{1}{2} + \frac{3}{8} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \times \frac{3}{4} = \frac{14}{32} = \frac{7}{16}$
b)
Parecido com o que foi feito antes podemos fazer exatamente a mesma coisa substituindo P(iv) por P(viii)
Assim,
$P(viii) = \frac{4}{8} \times \frac{1}{2} + \frac{3}{8} \times \frac{3}{4} + \frac{1}{8} \times \frac{1}{4} = \frac{18}{32} = \frac{9}{16}$
Observe que isso satisfaze o teorema da probabilidade: $P(iv) + P(viii) = 1$

c) Uma vez que o tempo de um sinal estar verde ou vermelho é exatamente o mesmo e que na questão não é dito nenhuma condição de alternância entre eles podemos supor o caso ideal onde a probabilidade seria de 50% para verde assim como para vermelho

Questão 10
[0,037pts] Questao_10 Uma urna contém 3 bolas vermelhas e 2 brancas. Duas bolas são retiradas em sucessão, a primeira bola sendo recolocada antes da retirada da segunda.
(a) Quantos resultados são possíveis?
(b) Associe probabilidades a cada um destes resultados.

Solução:
a) $S = (V, V), (B, B), (V, B), (B, V)$
b)
$P(V, V) = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$
$P(B, B) = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$
$P(V, B) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{25}$
$P(B, V) = \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{25}$

Questão 11
[0,037pts] Questao_11 Repita o problema anterior se a primeira bola não for recolocada antes da segunda retirada.

Solução:
a) O espaço amostral não muda: $S = (V, V), (B, B), (V, B), (B, V)$
b)
$P(V, V) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{6}{20}$
$P(B, B) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{20}$
$P(V, B) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{6}{20}$
$P(B, V) = \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{20}$

Questão 12
[0,037pts] Questao_12 No problema anterior, se sabemos que a primeira retirada foi de uma bola branca, qual é a probabilidade de a segunda retirada ser também de uma bola branca ?

Solução:
$P[B|B] = \frac{P[B \cap B]}{P[B]} = \frac{\frac{2}{20}}{\frac{2}{5}} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

Questão 13
[0,037pts] Questao_13 No problema 11), se sabemos que a segunda bola é vermelha, qual a probabilidade de a primeira também ter sido vermelha? Qual a probabilidade da primeira bola ter sido branca?

Solução:
Eventos:
(i) A primeira bola ser vermelha
(ii) A segunda bola ser vermelha

P(ii—i) Probabilidade da segunda bola ser vermelha dado que a primeira foi vermelha
P(i—ii) Probabilidade da primeira bola ser vermelha dado que a segunda foi vermelha
$P(i|ii) = \frac{P(ii|i) \times P(i)}{P(ii)}$
Onde, $P(ii) = P(ii \cap i) + P(ii \cap B)$
Assim, $P(ii) = P(i) \times P(ii|i) + P(B) \times P(ii|B)$
$P(ii) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$
$P(i|ii) = \frac{\frac{2}{4} \times \frac{3}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$
b)
P(B,V) Probabilidade da primeira bola ter sido branca dado que a segunda foi vermelha
$P(B, ii) = \frac{P(ii|B) \times P(B)}{P(ii)} = \frac{\frac{3}{4} \times \frac{2}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{1}{2}$

Questão 14
[0,037pts] Questao_14 Uma urna contém 3 bolas vermelhas, 5 bolas brancas e 8 bolas pretas. Outra urna contém 6 bolas vermelhas, 7 bolas brancas e 4 bolas pretas. Uma bola é retirada de cada urna. Encontre a probabilidade de obter duas bolas da mesma cor.

Solução:
Primeira Urna - 3V 5B 8P Segunda Urna - 6V 7B 4P
Eventos:
$B|U_1$ A bola ser branca dado que pertence a urna 1 $B|U_2$ A bola ser branca dado que pertence a urna 1 $V|U_1$ A bola ser branca dado que pertence a urna 1 $V|U_2$ A bola ser branca dado que pertence a urna 1 $P|U_1$ A bola ser branca dado que pertence a urna 1 $P|U_2$ A bola ser branca dado que pertence a urna 1 X evento da questão
Então, para resolver é simples, basta encontrar a probabilidade de VV BB ou PP
$P(X) = P(B|U_1) \times (B|U_2) + (V|U_1) \times (V|U_1) + (P|U_1) \times (P|U_1)$
$P(X) = \frac{5}{16} \times \frac{7}{17} + \frac{3}{16} \times \frac{6}{17} + \frac{8}{16} \times \frac{4}{17} = \frac{85}{272}$

Questão 15
[0,037pts] Questao_15 A caixa I contém 3 bolas vermelhas e 5 bolas brancas, e a caixa II, 4 vermelhas e 2 brancas. Extrai-se ao acaso uma bola da primeira caixa e coloca-se na segunda, sem observar a cor. Extrai-se então uma bola da segunda caixa. Qual a probabilidade da mesma ser branca?

Solução:
Caixa I - $3V_15B_1$ Caixa II - $4V_22B_2$
Evento 1: A bola que sai da caixa 1 para a caixa 2 é branca
Para isso, temos que a bola que sai tanto da primeira caixa quanto da segunda é branca (E)
$P(B_2|1) = P(B_1)P(B_2|B_1 = \frac{5}{8} \times \frac{3}{7} = \frac{15}{56}$
Evemtp 2: A bola que sai da caixa 1 para a caixa 2 é vermelha
Para isso, temos que a bola que sai da primeira caixa é vermelha e da segunda é branca
$P(B_2|2) = P(V_1)P(B_2|V_1 = \frac{3}{8} \times \frac{2}{7} = \frac{6}{56}$
$P(B_2) = P(B_2|1) + P(B_2|2) = \frac{15}{56} + \frac{6}{56} = \frac{21}{56}$

Questão 16
[0,037pts] Questao_16 Em certo colégio, 25% dos estudantes foram reprovados em matemática, 15% em química e 10% em matemática e química ao mesmo tempo. Um estudante é selecionado aleatoriamente.
a) Se ele foi reprovado em química, qual é a probabilidade de ele ter sido reprovado em matemática?
b) Se ele foi reprovado em matemática, qual é a probabilidade de ele ter sido reprovado em química?
c) Qual é a probabilidade de ele ter sido reprovado em matemática ou química?

Solução:
M - Matemática Q - Química
a)
$P(M|Q) = \frac{P(M \cap Q)}{P(Q)} = \frac{\frac{10}{100}}{\frac{15}{100}} = \frac{10}{100} \times \frac{100}{15} = \frac{2}{3}$

b) $P(Q|M) = \frac{P(Q \cap M)}{P(M)} = \frac{\frac{10}{100}}{\frac{25}{100}} = \frac{10}{100} \times \frac{100}{25} = \frac{2}{5}$
c) $P(Q \cup M) = P(Q) + P(M) - P(Q \cap M) = \frac{15}{100} + \frac{25}{100} - \frac{10}{100} = \frac{30}{100} = 30\%$

Questão 17
[0,037pts] Questao_17

Solução:

Questão 18
[0,037pts] Questao_18 Uma urna contém duas bolas pretas e três bolas brancas. Duas bolas são selecionadas aleatoriamente da urna sem reposição, e a sequência de cores é anotada. Encontre a probabilidade de retirar duas bolas pretas.

Solução:
Urna: 2P 3B
$P(P) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$

Questão 19
[0,037pts] Questao_19 Lança-se uma moeda viciada de modo que P[cara] = 2/3 e P[coroa] = 1/3. Se aparecer cara, então seleciona-se aleatoriamente um número dentre os de 1 a 9; se aparecer coroa, seleciona-se aleatoriamente um número dentre os de 1 a 5. Encontre a probabilidade p de um número par ser selecionado.

Solução:
C - 1,2,3,4,5,6,7,8,9 K - 1,2,3,4,5
$Ppar = P(par \cap C) + P(par \cap K)$
$P(par) = P(C)P(par|C) + P(K)P(par|K)$
$P(par) = \frac{2}{3} \times \frac{4}{9} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{8}{27} + \frac{2}{15} = \frac{58}{135}$

Questão 20
[0,037pts] Questao_20 Dois dígitos são selecionados aleatoriamente de 1 a 9, sem reposição. Se a soma é par, encontre a probabilidade p de ambos os números serem ímpares.

Solução:
S: 1,2,3,4,5,6,7,8,9
P - Evento par, os dois numeros serem pares I - Evento impar, os dois números serem impares
Espaco amostral de P: $S_P = C(4, 2) = \frac{4!}{2!(4-2)!} = 6$
Espaco amostral de I: $S_I = C(5, 2) = \frac{5!}{2!(5-2)!} = 10$
$P(I) = \frac{S_I}{S_I + S_P} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$

Questão 21
[0,037pts] Questao_21 elefones celulares realizam handoffs à medida em que se movem de uma célula para outra. Suponha que durante uma chamada, os telefones realizam zero handoffs (H0), um handoff (H1), ou dois handoffs (H2). Adicionalmente, cada chamada pode ser longa (L) ou breve (B).

Sabendo que P[L,H0] = 0.1, P[B,H1] = 0.1, P[H2] = 0.3, P[B] = 0.6 e P[H0] =0.5, calcule:
(a) A probabilidade de não ocorrer nenhum handoff durante uma chamada.
(b) A probabilidade de uma chamada ser breve.
(c) A probabilidade de uma chamada ser longa ou existirem pelo menos dois handoffs.

Solução:
Dados:
B - Breve
L - Longa
P(B) = 0,6 P(L) = 0,4

$P(H_0) = 0,5$ $P(L \cap H_0) = P(H_0 \cap L)0,1$
$P(H_0) = P(H_0 \cap L) + P(H_0 \cap B)$
O que implica dizer que: $P(H_0 \cap B) = 0,4$
Assim,
$P[B] = P(B \cap H_0) + P(B \cap H_1) + P(B \cap H_2)$
$0,6 = 0,4 + 0,1 + P(B \cap H_2)$
$P(B \cap H_2) = 0,1$
Assim: $P(B) + P(L) = 1$ então, $P(L) = 0,4$
$P(H_2 \cap L)$ pode ser encontrado como:
$P(H_2) = P(H_2 \cap L) + P(H_2 \cap B)$ $0,3 = 0,1 + P(H_2 \cap L)$ $P(H_2 \cap L) = 0,2$
A ultima probabilidade é:
$P(L) = P(L \cap H_0) + P(L \cap H_1) + P(L \cap H_2)$ $0,4 = 0,1 + P(L \cap H_1) + 0,2$ $P(L \cap H_1) = 0,1$
a) A probabilidade de não ocorrer nenhum handoff é 50%
b) A probabilidade de uma chamada ser breve é: 60%
c) A probabilidade de uma chamada ser longa ou existirem pelo menos dois handoffs é dado como: $P(L) + P(H_2) - P(L \cap H_2) = 0,4 + 0,3 - 0,2 = 0,5$

Questão 22
[0,037pts] Questao_22 Três máquinas A, B e C produzem 50%, 30% e 20% respectivamente, do total de peças de uma fábrica. As porcentagens de produção de peças defeituosas destas máquinas são 3%, 4% e 5%, respectivamente.
a) Se uma peça é selecionada aleatoriamente, ache a probabilidade dela ser defeituosa.
(b) Suponha que uma peça, selecionada aleatoriamente, seja considerada defeituosa. Encontre a probabilidade dela ter sido produzida pela máquina A.

Solução:
a)
$P(D) = P(D \cap A) + P(D \cap B) + P(D \cap C)$
$P(D) = 0,5 \times 0,03 + 0,3 \times 0,04 + 0,2 \times 0,05 = 0,037$
b) $P(A|D) = \frac{P(D|A) \times P(A)}{P(D)} = \frac{0,03 \times 0,5}{0,037} = \frac{0,015}{0,037} = \frac{15}{37}$

Questão 23
[0,037pts] Questao_23 No sistema de comunicação ternário mostrado na figura abaixo, um 3 é enviado três vezes mais frequentemente que um 1, e um 2 é enviado duas vezes mais frequentemente que um 1. Um 1 é observado. Qual a probabilidade de um 1 ter sido enviado?

Solução:
$P(X = 3) = 3 \times P(X = 1)$ $P(X = 2) = 2 \times P(X = 1)$
$\sum_{-\infty}^{+\infty} P(X = x_i) = 1$
$P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) = 1$ $P(X = 1) + 2 \times P(X = 1) + 3 \times P(X = 1) = 1$ $P(X = 1) = \frac{1}{6}$
$P(Y = 1)(X = 1) = \frac{P(y=1 \cap x=1}{P(x=1)}$
Assim, pelo teorema de Bayes
$P(X = 1)(Y = 1) = \frac{P(y=1)(x=1) \times P(x=1)}{P(y=1)}$
Calculando a probabilidade total:
$P(y = 1) = P(x = 1)P(Y = 1)(x = 1) + P(x = 2)P(y = 1)(x = 2) + P(x = 3)O(y = 1)(x = 3)$
$P(y = 1) = \frac{1}{6}(1 - \alpha) + \frac{2}{6} \times \frac{\beta}{2} + \frac{3}{6} \times \frac{\gamma}{2}$
$P(y = 1) = \frac{1}{6}(1 - \alpha + \frac{1}{6}\beta + 1,5\gamma)$
Assim,
$P(x = 1)(y = 1) = \frac{(1-\alpha)}{(1-\alpha+\frac{1}{6}\beta+1,5\gamma)}$

Questão 24
[0,037pts] Questao_24 Para a comunicação entre os terminais A e B são necessários enlaces que são representados nas figuras abaixo por arcos (linhas). Sendo p a probabilidade de que um enlace esteja

ocupado, determine a probabilidade de que não exista caminho livre para comunicação em cada uma das seguintes configurações:

Solução:
a)

Questão 25
[0,037pts] Questao_25 Durante a recepção de mensagens codificadas, consistindo de pulsos de formas A e B, estabeleceu-se que de cada 10 combinações equiprováveis, três são do tipo AAB, cinco são do tipo AB, e duas são do tipo ABB. Qual é a probabilidade de que um pulso escolhido aleatoriamente seja da forma A?

Solução:
Dados:
3 mensagens codificadas
Evento 1: A cada 10 mensagens equiprováveis: 3 são do tipo AAB
Evento 2: A cada 10 mensagens equiprováveis: 5 são do tipo AB
Evento 3: A cada 10 mensagens equiprováveis: 2 são do tipo ABB
$P(A) = P(1) \times P(1|A) + P(2) \times P(2|A) + P(3) \times P(3|A)$
$P(A) = \frac{3}{10} \times \frac{2}{3} + \frac{5}{10} \times \frac{1}{2} + \frac{2}{10} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{1} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{5} \times \frac{1}{3}$
$\frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{15} = \frac{31}{60}$

Questão 26
[0,037pts] Questao_26 Sabendo que a probabilidade de um homem viver mais de dez anos é 1/4, a probabilidade de sua esposa viver mais de dez anos é 1/3, encontre a probabilidade dos seguintes eventos
(a) ambos estarem vivos depois de dez anos,
(b) ao menos um estar vivo depois de dez anos,
(c) nenhum deles estar vivo depois de dez anos,
(d) somente a esposa estar viva depois de dez anos.

Solução:

Questão 27
[0,037pts] Questao_27

Solução:

Questão 28
[0,037pts] Questao_28

Solução: