

# Relatório

Lucas Emanuel de Oliveira Santos  
GRR20224379  
Universidade Federal do Paraná – UFPR  
Curitiba, Brasil

## I. Introdução

O presente trabalho tem como objetivo mostrar a produção de um multiplicador de 6 bits utilizando a porta lógica universal NOR, através do uso de simplificações da Álgebra de Boole e da confecção de tabelas verdades.

## II. O Multiplicador

A primeira etapa foi entender qual era a função necessária para realizar a multiplicação de números binários, pra isso foi utilizada a seguinte tabela verdade:

Tabela I  
MULTIPLICAÇÃO DE DOIS NÚMEROS BINÁRIOS

A	B	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Através da produção dessa tabela foi possível concluir que a multiplicação de dois números binários é equivalente a um “e” lógico. O próximo passo era, portanto, produzi-lo utilizando a porta lógica NOR. Na Álgebra de Boole um NOR é equivalente a negação de um OR, ou seja:  $\overline{(A + B)}$ . Então usamos as seguintes simplificações para obter um A.B:

$$\begin{aligned}\overline{A + A} &= \bar{A} \rightarrow \text{Idempotência} \\ \overline{B + B} &= \bar{B} \rightarrow \text{Idempotência} \\ \overline{(\bar{A} + \bar{B})} &= \bar{\bar{A}}.\bar{\bar{B}} \rightarrow \text{De Morgan} \\ A.B &\rightarrow \text{Dupla negação}\end{aligned}$$

O próximo passo é realizar a soma dos resultados obtidos, para isso seriam necessários Half Adders e Full Adders. Portanto as seguintes tabelas verdade mostram as funções necessárias para a confecção desses somadores:

Tabela II  
FULL ADDER

A	B	Cin	S	Cout
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

A partir dessa tabela verdade e da simplificação por Álgebra de Boole a função de saída de S e a função de saída de Cout são respectivamente:

$$S = A \oplus B \oplus C$$

$$\text{Cout} = B.\text{Cin} + A.\text{Cin} + A.B$$

Tabela III  
HALF ADDER

A	B	S	Cout
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

A partir da tabela verdade do Half Adder encontramos outras funções de saída S e Cout, que são respectivamente:

$$S = A \oplus B$$

$$\text{Cout} = A.B$$

Para obter essas funções é utilizado o “e” lógico (que já foi demonstrado), o XNOR e o “ou” lógico. Para produzir essas novas portas lógicas utilizando apenas NORs, são necessárias as seguintes simplificações:

I. XNOR:

$$\begin{aligned}\overline{(A + (\bar{A} + \bar{B}))} &= \bar{A}.(A + B) \rightarrow \text{De Morgan} \\ \overline{(B + (\bar{A} + \bar{B}))} &= \bar{B}.(A + B) \rightarrow \text{De Morgan} \\ \overline{(\bar{B}.(A + B) + \bar{A}.(A + B))} &\rightarrow \text{NOR} \\ \overline{(\bar{B}.A + \bar{A}.B)} &\rightarrow \text{Distributividade, Complemento} \\ (B + \bar{A}).(\bar{B} + A) &\rightarrow \text{De Morgan} \\ B.A + \bar{A}.\bar{B} &\rightarrow \text{Distributividade, Complemento}\end{aligned}$$

II. “ou” lógico:

$$\begin{aligned}\overline{((\bar{A} + \bar{B}) + (\bar{A} + \bar{B}))} &\rightarrow \text{NOR} \\ \overline{(\bar{A} + \bar{B})} &\rightarrow \text{Idempotência} \\ A + B &\rightarrow \text{Dupla negação}\end{aligned}$$

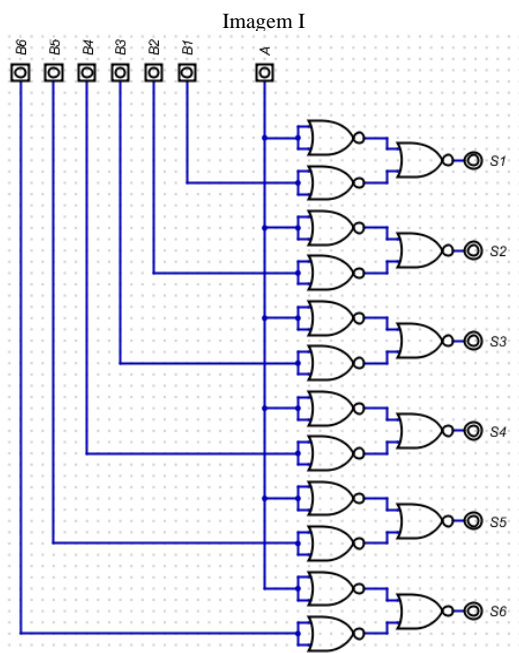
Com todas as equações necessárias para a produção do multiplicador, o último passo foi construir subcircuitos que realizassem essas operações, com o intuito de simplificar o circuito principal e melhorar o entendimento, para isso foram criados quatro tipos de subcircuitos diferentes:

I. Subcircuito de Multiplicação: a função do subcircuito de multiplicação é multiplicar um número A com todos os números B. Então basta aplicar esse circuito em todos os números

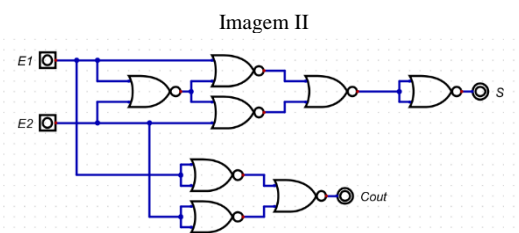
# Relatório

Lucas Emanuel de Oliveira Santos  
GRR20224379  
Universidade Federal do Paraná – UFPR  
Curitiba, Brasil

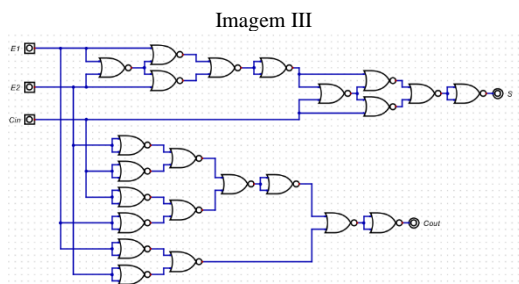
de A, assim ele resulta em seis números diferentes que depois serão somados pelo Adder.



II. Half Adder: a função do Half Adder é somar os dois primeiros resultados do subcircuito de multiplicação.

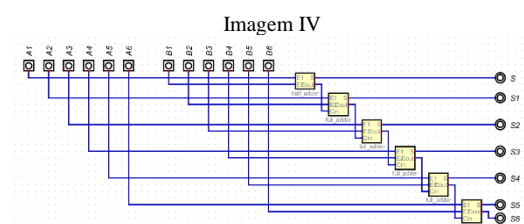


III. Full Adder: a função do Full Adder é somar os demais resultados do subcircuito de multiplicação (duas entradas).



A combinação do Full Adder com o Half Adder, gerou o quarto subcircuito, um Adder completo, capaz de realizar a soma de doze entradas, ou seja, seis vezes mais que um Full Adder. Responsável por somar as saídas das diferentes multiplicações e as saídas de outros Adders.

## IV. Adder



A primeira saída de A0, é o primeiro bit do resultado, o próximo bit do resultado é a soma da segunda saída da multiplicação de A0 e a primeira saída da multiplicação de A1. Os demais resultados são obtidos através da combinação de um adder com outros adder até a última saída de A5.

## III. Conclusão

Portanto, a associação de todos esses subcircuitos gera um circuito capaz de multiplicar quaisquer números binários de até 6 bits. Sendo construído única e exclusivamente a partir da porta lógica NOR, utilizando métodos de simplificação da Álgebra de Boole e da confecção de tabelas verdade.

