Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA
Controle para Sistemas Computacionais – CMC-12
Lista 1 – Revisão de EDOs e MATLAB

Professor: Marcos Ricardo Omena de Albuquerque Maximo

7 de março de 2020

Observação: A entrega da solução dessa lista consiste de resposta a um Google Forms e de submissão de arquivos no Google Classroom. Compacte todos os arquivos a serem submetidos em um único .zip (use obrigatoriamente .zip, e **não** outra tecnologia de compactação de arquivos) e anexe esse .zip no Google Classroom. O arquivo com os passos das soluções de todas as questões (rascunho) deve ser entregue num arquivo chamado rascunho.pdf (**não** usar outro formato além de .pdf). Para o .zip, use o padrão de nome <login_ga>_listaX.zip. Por exemplo, se seu login é marcos.maximo, o nome do arquivo deve ser marcos.maximo_lista1.zip. **Não** crie subpastas, deixe todos os arquivos na "raiz" do .zip.

Questão 1. Considere as seguintes equações diferenciais (EDOs):

$$\ddot{y} + 2\dot{y} + 3y = 0, \tag{1}$$

$$5\dddot{y} + 2t\ddot{y} + y = \sin x, \tag{2}$$

$$\ddot{y}\,(1 + y) = 1. \tag{3}$$

Quanto à classificação das EDOs acima, pode-se afirmar:

(a) (1) é linear e homogênea, enquanto (2) é não-linear.

(b) (1) e (3) são não-lineares.

(c) (1) é linear e de 2ª ordem, enquanto (2) é linear e não-homogênea.

(d) (2) é de 3ª ordem, enquanto (3) é linear.

(e) (2) e (3) são lineares.

Questão 2. Considere a EDO de um sistema massa-mola-amortecedor forçado:

$$m\ddot{x}(t) + b\dot{x}(t) + kx(t) = f, \tag{4}$$

em que m é a massa do bloco, b é a constante de amortecimento, k é a constante de força da mola e f é uma força externa. Resolva analiticamente o PVI associado a essa EDO em que $m = 1\ kg$, $b = 1,4\ Ns/m$, $k = 1\ N/m$, $f = 1\ N$, $y(0) = 0$ e $\dot{y}(0) = 0$. Apresente como resposta um gráfico do MATLAB com intervalo $t \in [0, 3]\ s$ em formato `.png` chamado `questao2.png` (veja meu tutorial de MATLAB caso não saiba como salvar nesse formato). Lembre de colocar os títulos dos eixos no gráfico.

Questão 3. Transforme a EDO do sistema massa-mola-amortecedor forçado apresentado em (4) em um sistema de EDOs da seguinte forma:

$$\frac{d}{dt}\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}f, \tag{5}$$

em que $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ e $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{2\times 1}$ são matrizes e $\mathbf{x}(t) = [x(t)\ \dot{x}(t)]^T$. Para submeter a sua resposta, foi fornecido o arquivo de MATLAB `questao3.m` em que há a implementação de uma função chamada `questao3()`. Preencha as matrizes $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$ usando os símbolos m, b e k definidos através do comando `syms`.

Questão 4. Considere a EDO de um pêndulo simples amortecido:

$$ml\ddot{\theta}(t) + b\dot{\theta}(t) + mg\sin\theta(t) = 0, \tag{6}$$

em que m é a massa, l é o comprimento de uma haste com massa desprezível, b é a constante de amortecimento e g é a aceleração da gravidade. Desenvolva uma função em MATLAB que simula o movimento do pêndulo através de integração numérica da EDO (6). Para isso, use o *template* entregue através do arquivo `questao4.m`. Nesse arquivo, define-se a função `questao4(m, l, b, g, theta0, dtheta0, t)`, em que os argumentos `m`, `l`, `b` e `g` se referem a m, l, b e g, respectivamente. Além disso, `theta0` e `dtheta0` se referem às condições iniciais $\theta(t_0)$ e $\dot{\theta}(t_0)$, respectivamente. Finalmente, o vetor $\mathbf{t} = [t_0, t_1, \ldots, t_f]^T$ contém os instantes de simulação. Dica: para integrar a EDO numericamente, use a função `ode45` do MATLAB, a qual usa métodos numéricos semelhantes aos que você aprendeu em CCI-22. Caso não saiba usá-la, foi fornecido um "bizu" juntamente com esse roteiro.