Códigos perfeitos em Reticulados Ambientes

Lucas Eduardo Nogueira Gonçalves, lucasedng@gmail.com

São José dos Campos - SP, Brasil

1 Resultados

Teorema 1. *Seja $r > 0$ um número natural de modo que $r \equiv 0 \pmod 2$. Temos que o reticulado Λ', com base $\beta' = \{(0, 2(r+1)), (r+1, r+1)\}$ é um r-código linear perfeito em D_2 na métrica ℓ_1.*

Exemplo 1. Tomemos $r = 2$. Pelo Teorema 1, temos que o reticulado Λ_1, com base $\beta_1 = \{(0, 6), (3, 3)\}$ é um 2-código linear perfeito em D_2 na métrica ℓ_1.

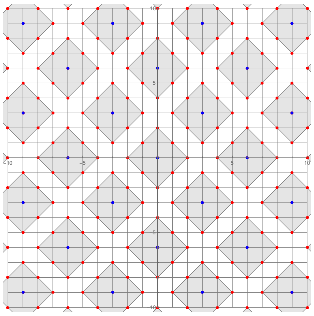

Figura 1: Reticulado Λ_1 em D_2 na métrica ℓ_1.

Observação 1. *O reticulado Λ_1 também é um r-código linear perfeito em D_2 na métrica ℓ_2.*

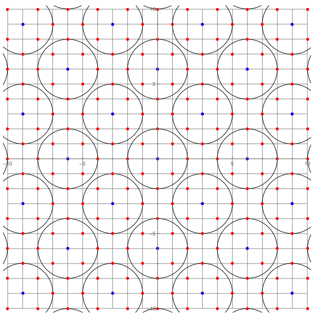

Figura 2: Reticulado Λ_1 em D_2 na métrica ℓ_2.

Exemplo 2. Tomemos agora $r = 4$. Pelo Teorema 1, temos que o reticulado Λ_2, com base $\beta_2 = \{(0, 10), (5, 5)\}$ é um 4-código linear perfeito em D_2 na métrica ℓ_1. Além disso, temos que Λ_2 também é um 4-código linear perfeito em D_2 na métrica ℓ_2.

Observação 2. *Notemos que, o reticulado simétrico de Λ', obtido pela transformação linear $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ dada por $T(x, y) = (y, x)$, é igual a Λ'. Isto é, $T(\Lambda') = \Lambda'$. Isso se da pelo fato de que $\beta'' = \{(2(r+1), 0), (r+1, r+1)\}$ é uma base para $T(\Lambda')$. Como $(2(r+1), 0) = 2(r+1, r+1) - (0, 2(r+1))$, isto é, pode ser escrito como combinação linear inteira dos elementos de β', temos que os dois reticulados coincidem, já que $(r+1, r+1)$ pertence as duas bases.*

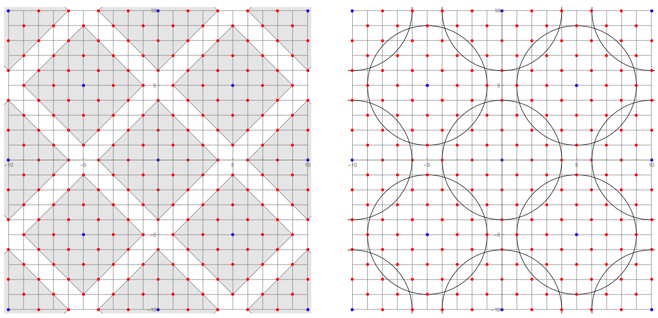

Figura 3: Reticulado Λ_1 em D_2 nas métrica ℓ_1 e ℓ_2 respectivamente.