

## Projeto 2 - Rede Trófica

Celso Gabriel Vieira Robeiro Lopes  
Felipe Hikari Kawahama  
Lucas Eduardo Nogueira Gonçalves

Instituto de Ciência e Tecnologia  
Universidade Federal de São Paulo

13 de Abril de 2018

# Índice

Rede Simulada

Modelo Matemático

Parâmetros

Simulações

## Rede Simulada

# Representação Gráfica

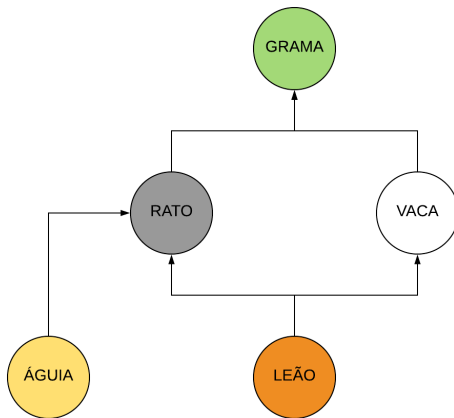


Figura: Representação em Grafo da rede simulada

## Modelo Matemático

# Populações

## Representação das populações

- $G(t)$ : a "população" de grama no tempo  $t$ . Representa a parte mais baixa da cadeia alimentar.
- $R(t)$ : a população de ratos no tempo  $t$ . Consideramos aqui, que os ratos se alimentam apenas da grama.
- $V(t)$ : a população das vacas no tempo  $t$ . Consideramos, novamente, que as vacas se alimentam apenas da grama.
- $A(t)$ : a população das águias no tempo  $t$ . Consideramos que as águias se alimentam somente da população dos ratos.
- $L(t)$ : a população dos leões no tempo  $t$ . Consideramos que os leões se alimentam tanto da população dos ratos quanto das vacas.

# O Modelo

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dG}{dt} = G(t) \left( \kappa \left( 1 - \frac{G(t)}{k} \right) - \gamma_{G_1} V(t) - \gamma_{G_2} R(t) \right) \\ \frac{dR}{dt} = R(t) (\theta_R G(t) - \gamma_{R_1} A(t) - \gamma_{R_2} L(t) - \mu_R) \\ \frac{dV}{dt} = V(t) (\theta_V G(t) - \gamma_V L(t) - \mu_V) \\ \frac{dA}{dt} = A(t) (\theta_A R(t) - \mu_A) \\ \frac{dL}{dt} = L(t) (\theta_{L_1} R(t) + \theta_{L_2} V(t) - \mu_L) \end{array} \right. \quad (1)$$

## Parâmetros



# Parâmetros considerados

**Tabela:** Resumo dos parâmetros utilizados no sistema.

Símbolo	Significado
$\gamma_{G_1}$	Taxa em que G é prejudicada, em proporção a V
$\gamma_{G_2}$	Taxa em que G é prejudicada, em proporção a R
$\gamma_{R_1}$	Taxa em que R é prejudicado, em proporção a A
$\gamma_{R_2}$	Taxa em que R é prejudicado, em proporção a L
$\gamma_V$	Taxa em que V é prejudicada, em proporção a L
$\mu_R$	Taxa de mortalidade de R
$\mu_V$	Taxa de mortalidade de V
$\mu_A$	Taxa de mortalidade de A
$\mu_L$	Taxa de mortalidade de L

## Parâmetros considerados

Símbolo	Significado
$\kappa$	Taxa de crescimento de G
$k$	Capacidade de suporte do ambiente
$\theta_R$	Taxa em que R se beneficia de G
$\theta_V$	Taxa em que V se beneficia de G
$\theta_A$	Taxa em que A se beneficia de R
$\theta_{L_1}$	Taxa em que L se beneficia de R
$\theta_{L_2}$	Taxa em que L se beneficia de V

# Representação em matriz

**Tabela:** Matriz relacionando os parâmetros com as populações.

	G	R	V	A	L
G	$\kappa$	$-\gamma_{G_2}$	$-\gamma_{G_2}$	-	-
R	$\theta_R$	$-\mu_R$	$-\gamma_{R_1}$	$-\gamma_{R_2}$	
V	$\theta_V$	-	$-\mu_V$	-	$\gamma_V$
A	-	$\theta_A$	-	$-\mu_A$	-
L	-	$\theta_{L_1}$	$\theta_{L_2}$	-	$-\mu_L$

## Simulação 1

# Simulação 1

Foram consideradas as seguintes populações iniciais na primeira simulação:

## Populações iniciais

- $G(0) = 130$
- $R(0) = 30$
- $V(0) = 5$
- $A(0) = 10$
- $L(0) = 4$

# Simulação 1

**Tabela:** Valor dos parâmetros utilizados na Simulação 1.

Símbolo	Valor
$\gamma_{G_1}$	0.1
$\gamma_{G_2}$	0.2
$\gamma_{R_1}$	0.8
$\gamma_{R_2}$	0.002
$\gamma_V$	0.87
$\mu_R$	0.1
$\mu_V$	0.03
$\mu_A$	0.8
$\mu_L$	0.99

# Simulação 1

Símbolo	Valor
$\kappa$	8
$k$	1000
$\theta_R$	0.6
$\theta_V$	0.06
$\theta_A$	0.029999
$\theta_{L_1}$	0.001
$\theta_{L_2}$	0.03

# Resultados

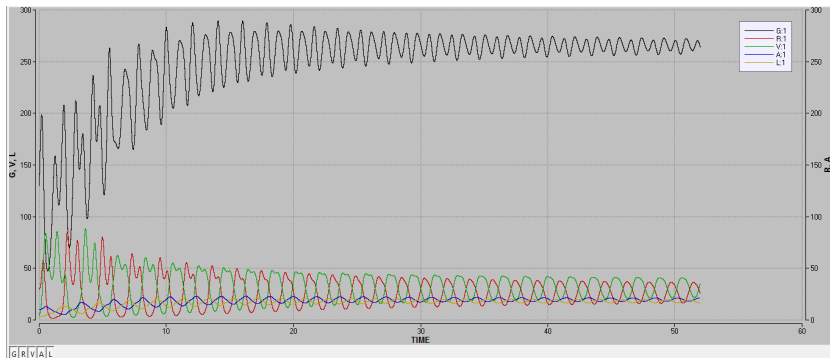


Figura: Gráfico das populações, por tempo, da Simulação 1.



## Resultados

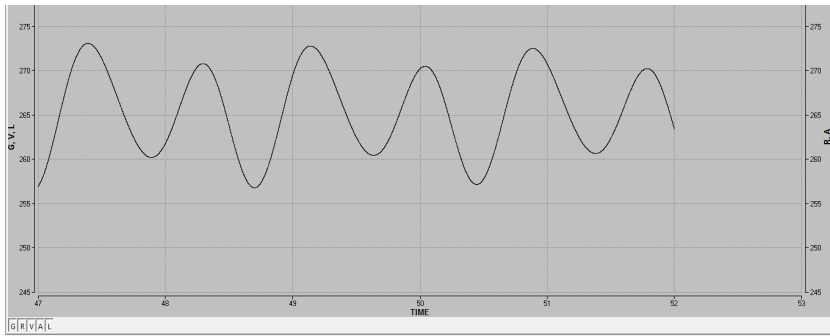
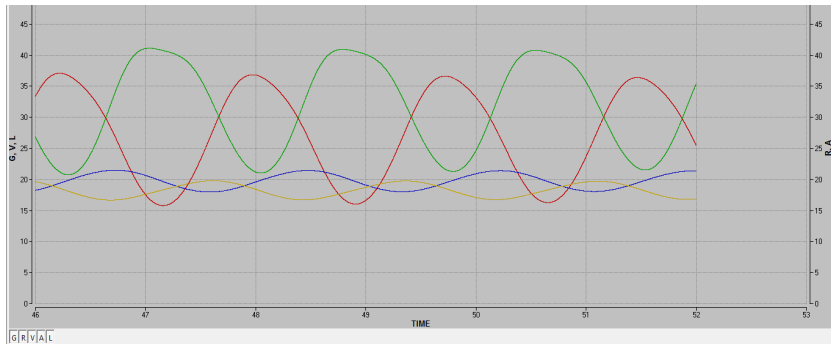


Figura: Zoom na figura acima, focando na população de grama.

## Resultados



**Figura:** Zoom na figura, focando nas populações de ratos, vacas, águias e leões.

# Perturbações

## Gripe Bovina

No tempo  $t=35$ , aumentamos  $\mu_V$ , para simular uma doença atingindo essa população. Em  $t=60$ , a população se recupera da doença e  $\mu_V$  volta ao valor original.

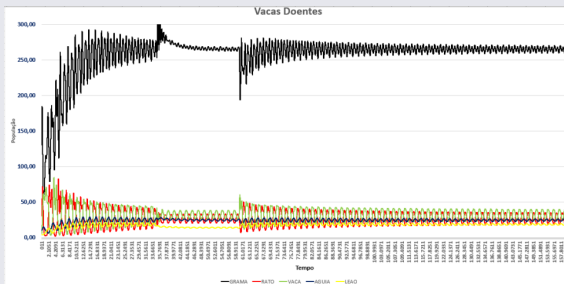


Figura: Gráfico das populações, por tempo, sob a Perturbação 1

# Perturbações

## Fenômeno Natural

No tempo  $t=25$ , diminuímos a população de G, em 50%, e a cada intervalo de tempo de 25, o fenômeno se repete, simulando um fenômeno natural recorrente, que varre a vegetação da região.

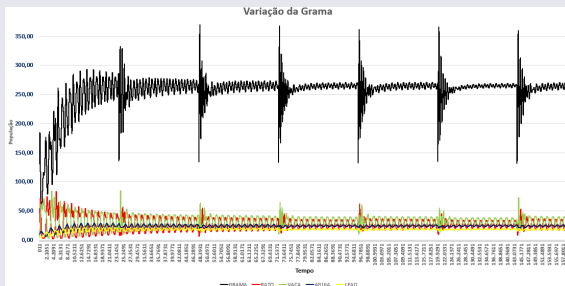


Figura: Gráfico das populações por tempo, sob a Perturbação 2.

# Perturbações

## Surto Populacional de Ratos

No tempo  $t=35$ , aumentamos a taxa de crescimento de  $R$ ,  $\theta_R$ , simulando um surto populacional em  $R$ , a taxa de crescimento de  $R$  volta em  $t=45$ .

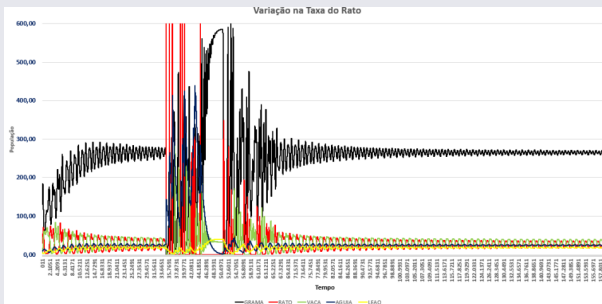


Figura: Gráfico das populações por tempo, sob a Perturbação 3.

## Simulação 2

## Simulação 2

Foram consideradas as seguintes populações iniciais na segunda simulação:

### Populações iniciais

- $G(0) = 1000$
- $R(0) = 20$
- $V(0) = 50$
- $A(0) = 20$
- $L(0) = 15$

## Simulação 2

**Tabela:** Valor dos parâmetros utilizados na Simulação 2.

Símbolo	Valor
$\gamma_{G_1}$	0.1
$\gamma_{G_2}$	0.1
$\gamma_{R_1}$	0.8
$\gamma_{R_2}$	0.002
$\gamma_V$	0.999
$\mu_R$	0.9
$\mu_V$	0.02
$\mu_A$	0.8
$\mu_L$	0.99



## Simulação 2

Símbolo	Valor
$\kappa$	8
$k$	10000
$\theta_R$	0.04
$\theta_V$	0.05
$\theta_A$	0.029
$\theta_{L_1}$	0.001
$\theta_{L_2}$	0.03

# Resultados

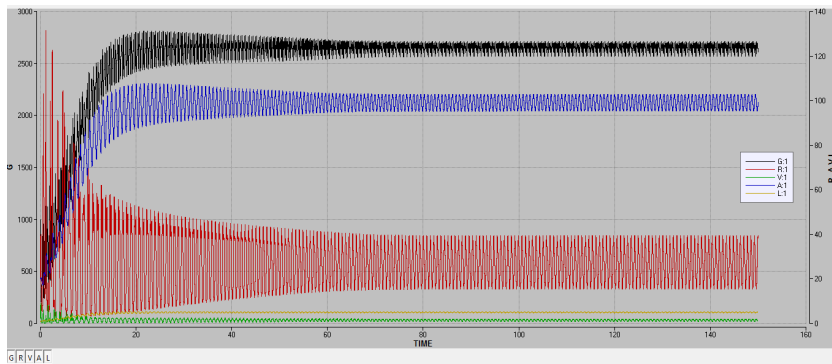


Figura: Gráfico das populações, por tempo, da Simulação 2.

# Perturbações

## Temporada de caça de Águias

Incluimos como uma perturbação na Simulação 2, a temporada de caça de águias, ou seja, aumentamos  $\mu_A$ . A temporada dura  $t=5$ , e se repete a cada  $t=40$ .

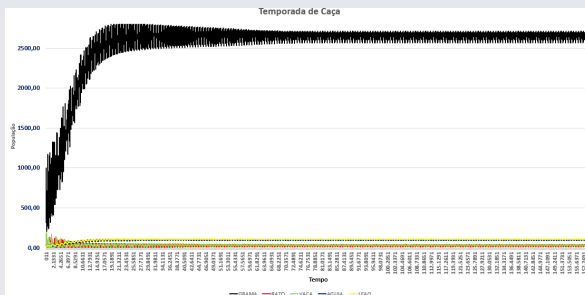


Figura: Gráfico das populações, por tempo, sob a Perturbação 1.

# Perturbações

## Temporada de caça de Águias

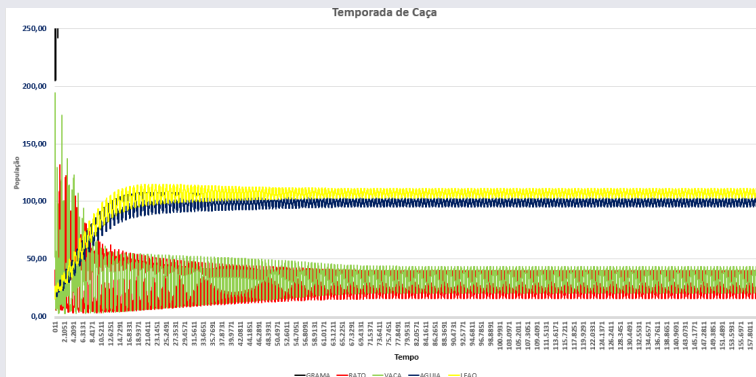


Figura: Gráfico acima, com escala modificada.

# Perturbações

## Migração de L

Em  $t=50$ , a população de L dobra de tamanho, decorrente de um processo migratório muito rápido.

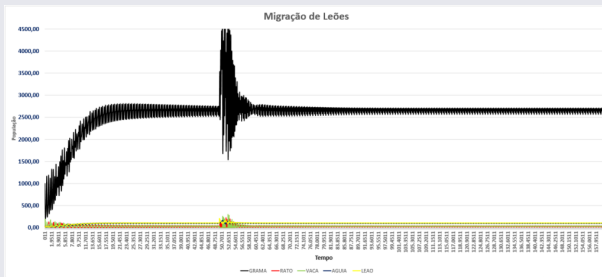


Figura: Gráfico das populações por tempo, sob a Perturbação 2.

# Perturbações

## Migração de L

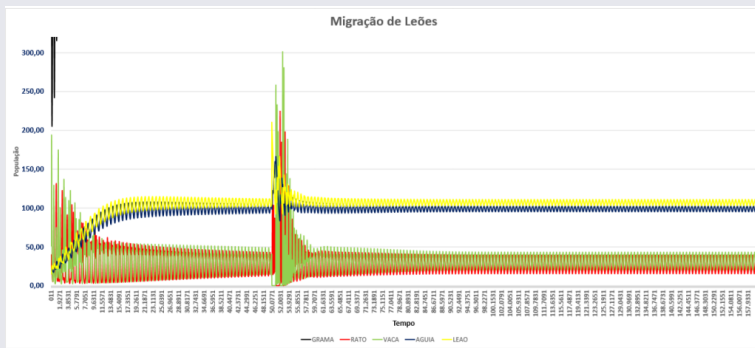


Figura: Gráfico anterior, com escalas diferentes

Obrigado pela atenção!