

Trabajo Práctico N°3

Dinámica Molecular Dirigida por Eventos

- Banfi, Malena - 61008
- Caeiro, Alejo Francisco - 60692
- Fleischer, Lucas - 61153

Introducción

Introducción

- El objetivo de este trabajo práctico es explorar el funcionamiento de un sistema cuya dinámica molecular está regida por eventos con choques elásticos.
- Luego, se observarán los resultados mediante animaciones y gráficos con diferentes combinaciones de parámetros.

Fundamentos matematicos

Posición de una partícula

$$y_i(t_c) = y_i(0) + v_{y_i} \cdot t_c$$

$$x_i(t_c) = x_i(0) + v_{x_i} \cdot t_c$$

Fundamentos matematicos

Tiempo de choque

Cálculo tiempo de choque (t_c) entre pared y partícula

$$t_c = \begin{cases} \frac{(x_{p2} - R - x(0))}{v_x} & \text{si } v_{x_i} > 0 \\ \frac{(x_{p1} + R - x(0))}{v_x} & \text{si } v_{x_i} < 0 \\ \infty & \text{si } v_{x_i} = 0 \end{cases}$$

Cálculo tiempo de choque (t_c) entre dos partículas

$$t_c = \begin{cases} \infty & \text{si } \Delta v \cdot \Delta r \geq 0 \\ \infty & \text{si } d < 0 \\ -\frac{\Delta v \cdot \Delta r + \sqrt{d}}{\Delta v \cdot \Delta v} & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$d = (\Delta v \cdot \Delta r)^2 - (\Delta v \cdot \Delta v)(\Delta r \cdot \Delta r - \sigma^2)$$

$$\sigma = R_i + R_j$$

$$\Delta r = (x_j - x_i, y_j - y_i)$$

$$\Delta v = (v_{x_j} - v_{x_i}, v_{y_j} - v_{y_i})$$

Fundamentos matematicos

Consecuencia del choque

Collision con pared horizontal o vertical

Particula con velocidad (vx, vy)

si choca con pared vertical $\rightarrow (-vx, vy)$

si choca con pared horizontal $\rightarrow (vx, -vy)$

Colision entre particulas

$$J_x = \frac{J\Delta x}{\sigma}, J_y = \frac{J\Delta y}{\sigma} \text{ donde } J = \frac{2m_i m_j (\Delta v \cdot \Delta r)}{\sigma(m_i + m_j)}$$

$$\begin{aligned} vx_i^d &= vx_i^a + \frac{J_x}{m_i} \\ vx_j^d &= vx_j^a - \frac{J_x}{m_j} \end{aligned}$$

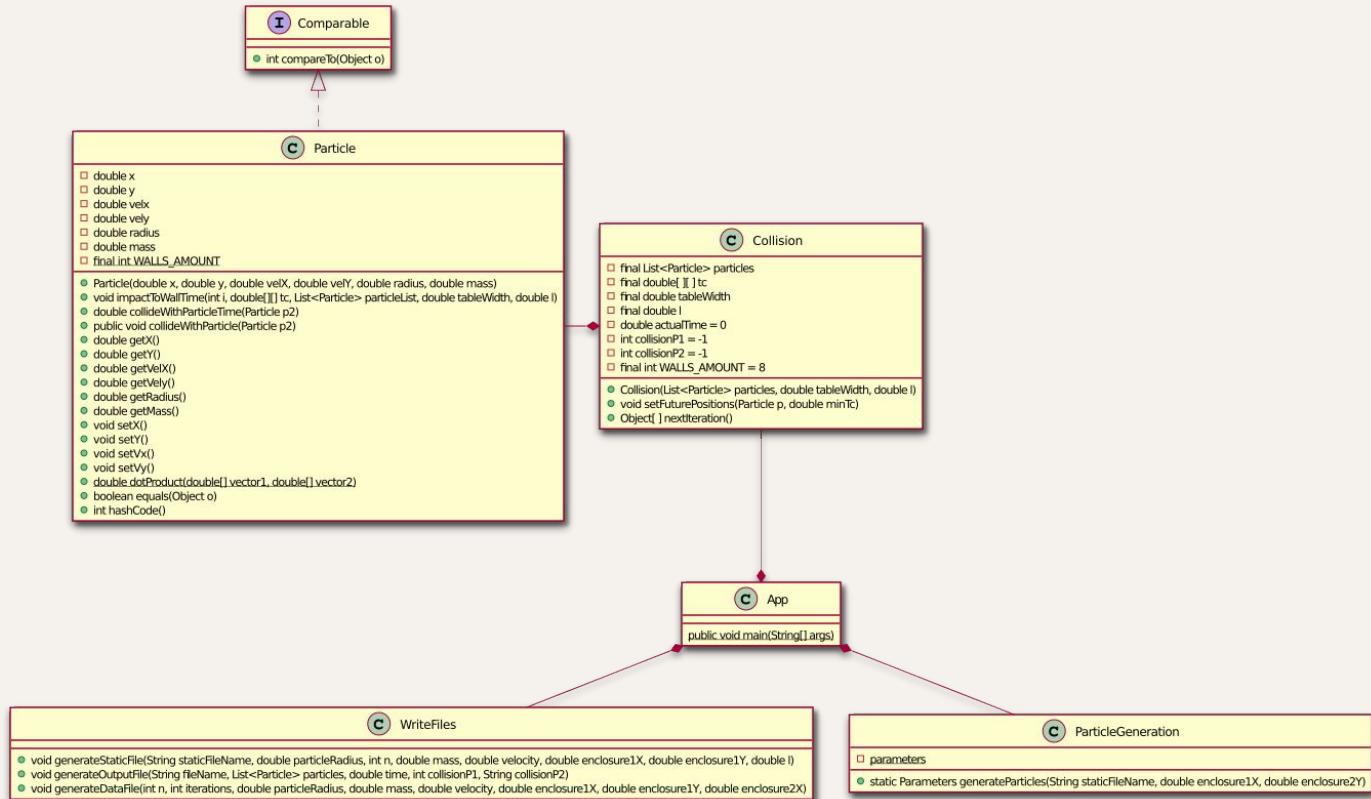
$$\begin{aligned} vy_i^d &= vy_i^a + \frac{J_y}{m_i} \\ vy_j^d &= vy_j^a - \frac{J_y}{m_j} \end{aligned}$$

Colisión entre partículas y vértices

- Este choque se calcula como un choque entre dos partículas explicado previamente.
- El vértice será contemplado como una partícula de:
 - Masa infinita
 - Radio y velocidad cero

Implementación

Diagrama UML



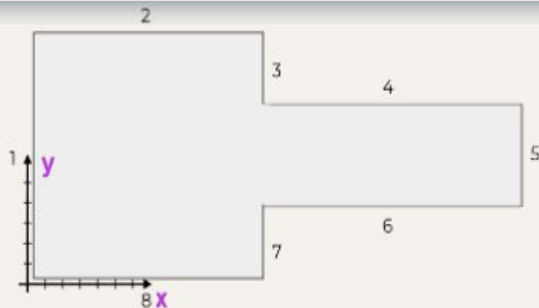
Pseudocodigo

```
class Particle{

    double x, y
    double radius, mass
    double velX, velY
    final int WALLS_AMOUNT = 8

    void impactToWallTime(double[][] tc, List<Particle> particleList)

}
```



```
impactToWallTime(double[] tc, List<Particle> particleList){

    tc[8] = calculateTcWall()

    for(wall = 0 ; i < wallsAmount ; i++){
        if(tc < 0) tc[i] = Infinity

    else{
        double futureX = this.getX() + this.getVx() * tc[wall];
        double futureY = this.getY() + this.getVy() * tc[wall];

        switch case (wall)
            case: 0 isGoingToCollide() ? tc[wall] : Infinity
            ...
            case: 8 isGoingToCollide() ? tc[wall] : Infinity

    }
}

}
```

Pseudocodigo

```
class Collision {  
  
    List<Particle> particles  
    double[][] tcMatrix  
  
    nextIteration()  
    setFuturePositions()  
  
}
```

Pseudocodigo

```
nextIteration(){

    tcMatrix = particles.foreach().collideTime()

    minTc = tcMatrix.getMinTc()
    minTcP1 = tcMatrix.getMinTcP1()
    minTcP2 = tcMatrix.getMinTcP2()

    particles.foreach().setFuturePosition(particle, minTc)

    if(impactWithWall){
        particles.get(minTcP1).impactWall()
    }else{
        particles.get(minTcP1).collideWithParticle(particles.get(minTcP2))
    }

}
```

```
setFuturePositions(Particle p, double minTc){
    p.setX(p.getX() + p.getVx()* minTc)
    p.setY(p.getY() + p.getVy()* minTc)
}
```

Simulaciones

Sistema a simular

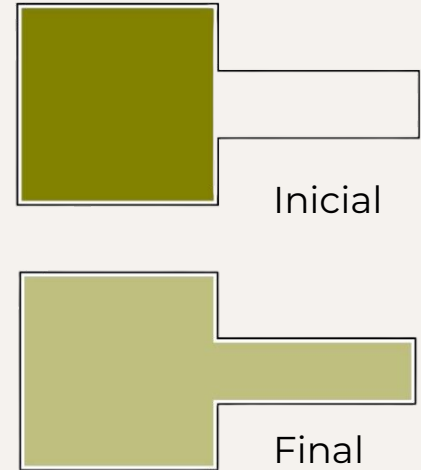
- N partículas puntuales con una dirección variable de radio r , con un módulo de velocidad v y masa m constantes.
- Se mueven dentro de dos recintos unidos. El tamaño del primer recinto es de alto M y largo K y el tamaño del segundo recinto es de ancho J y alto L
- Paso temporal variable dt .

Parametros fijos:

- $r = 0.0015\text{m}$
- $N = 400$
- $K = 0.09\text{m}$
- $M = 0.09\text{m}$
- $J = 0.09\text{m}$
- $v = 0.01 \text{ m/s}$
- $m = 1.0\text{kg}$
- Iteraciones = 30000

Parametros variables:

- $L \in [0.03, 0.05, 0.07, 0.09]$



Observable

Presión

$$P = \frac{\Delta P}{L} = \frac{\Delta P \cdot 1}{\Delta t \cdot L} = \frac{\sum_i (2 \cdot m_i \cdot v_i)}{L_{recinto} \Delta t}$$

Siendo la presión el impulso transferido a las paredes por unidad de tiempo/longitud.

v_i es la componente normal de la velocidad.

Desplazamiento cuadrático medio

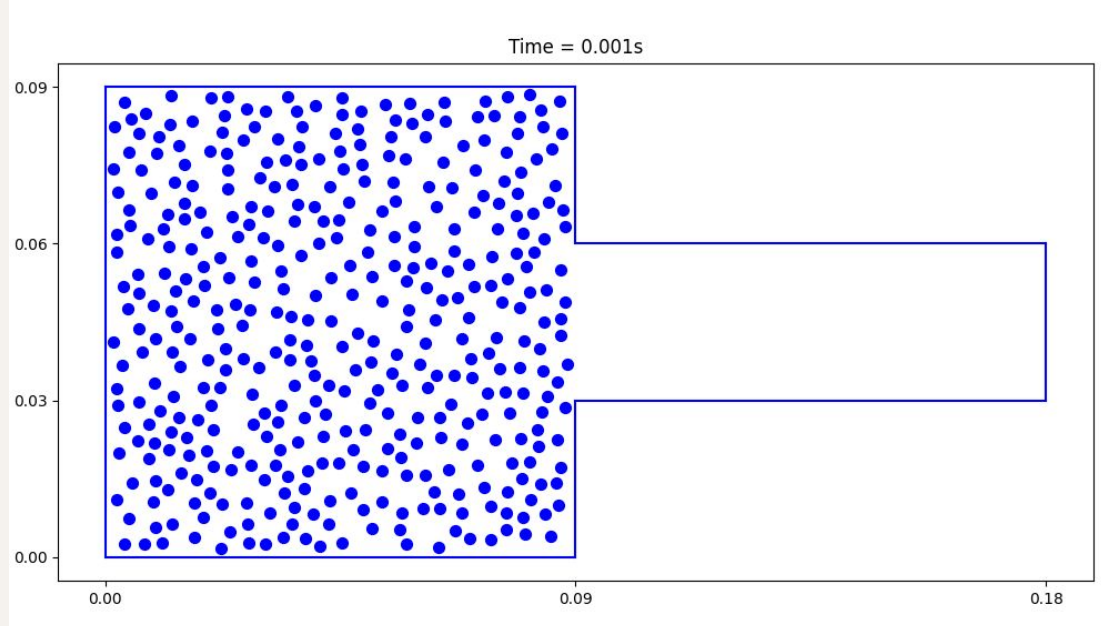
$$\langle z^2 \rangle = 4Dt = \frac{\sum_i^N \|p_t^i - p_{te}^i\|^2}{N}$$

- p_t^i : posición de la partícula i en el tiempo t
- p_{te}^i : posición de la partícula i en el tiempo que se estabilizó el sistema

Resultados

Animación 1

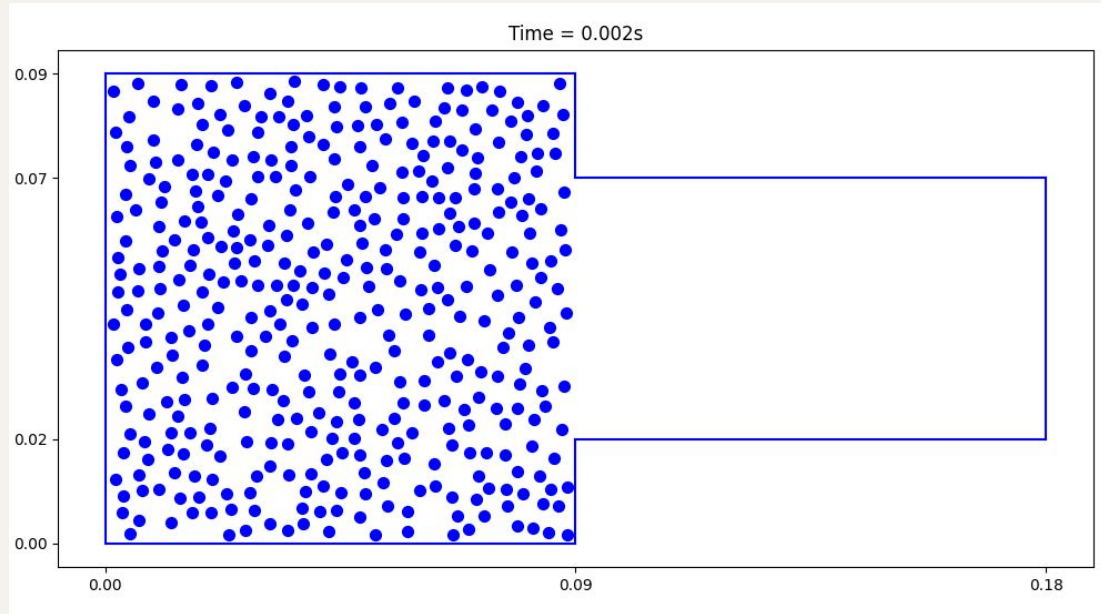
$L = 0.03$



[Clic para ver video en youtube](#)

Animación 2

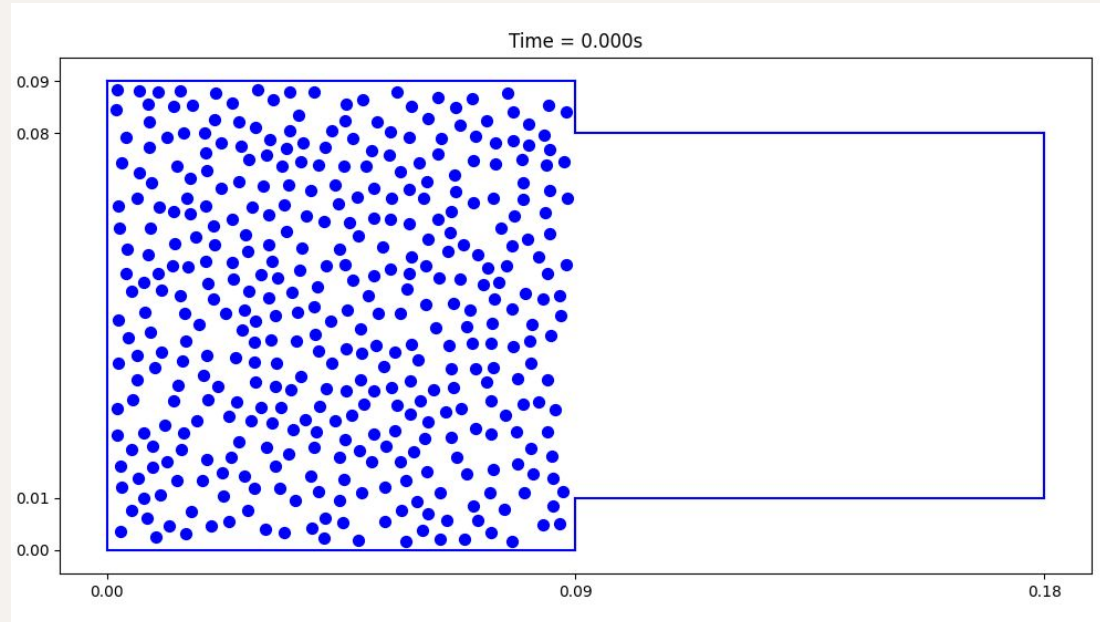
$L = 0.05$



[Clic para ver video en youtube](#)

Animación 3

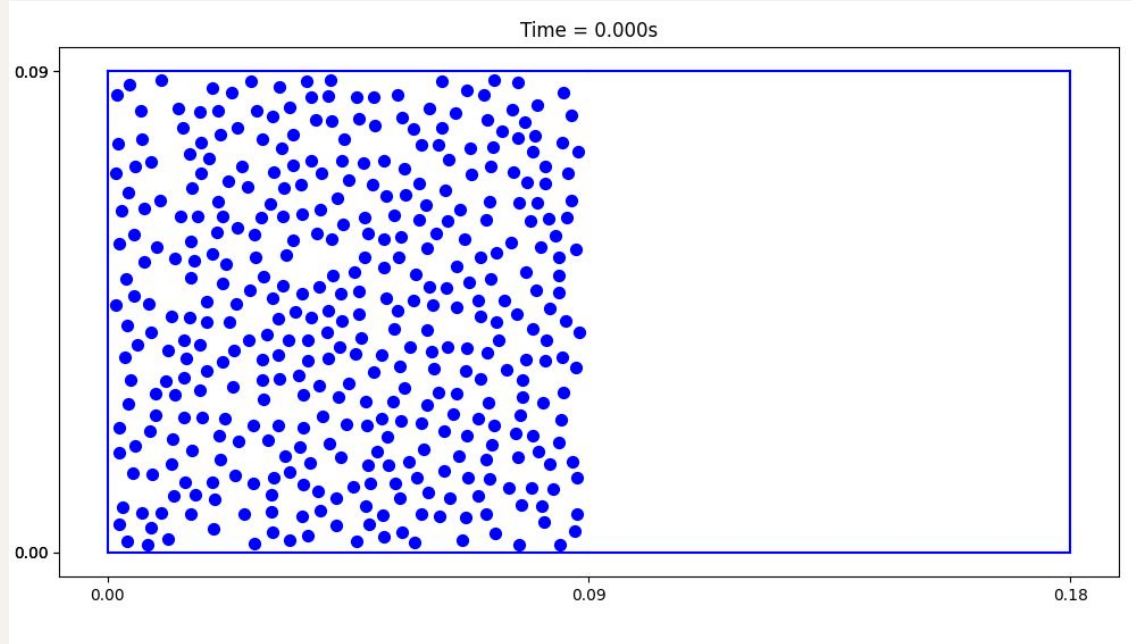
$L = 0.07$



[Clic para ver video en youtube](#)

Animación 4

$L = 0.09$



[Clic para ver video en youtube](#)

Gráfico de la Presión respecto al tiempo

$L = 0.03$

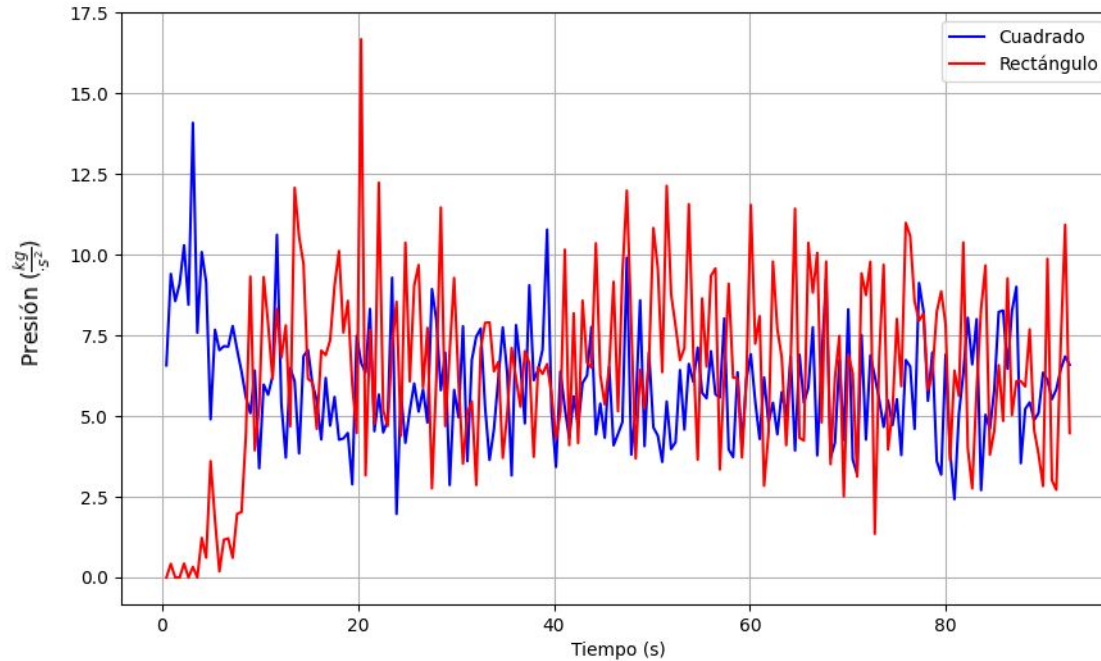


Gráfico de la Presión respecto al tiempo

$L = 0.05$

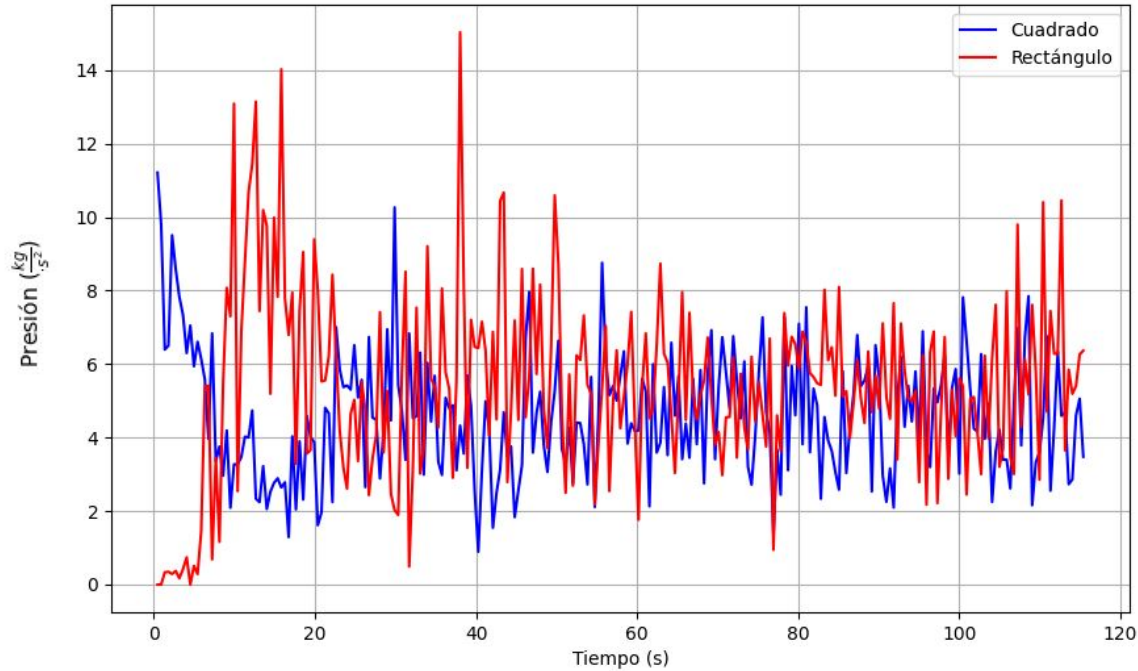


Gráfico de la Presión respecto al tiempo

$L = 0.07$

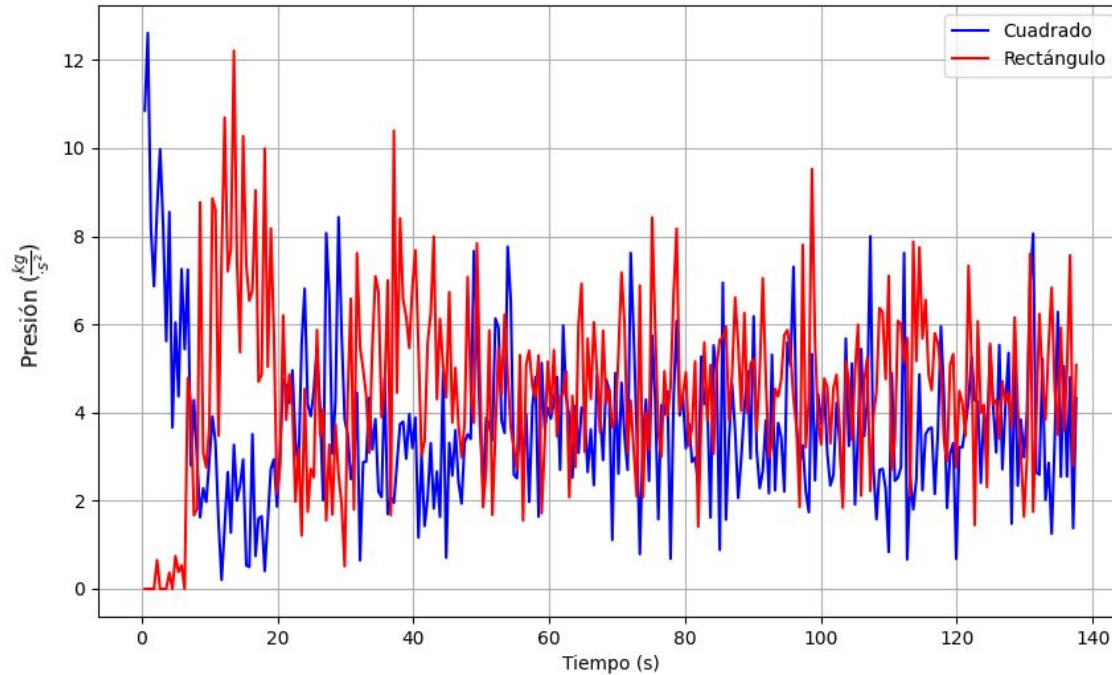


Gráfico de la Presión respecto al tiempo

$L = 0.09$

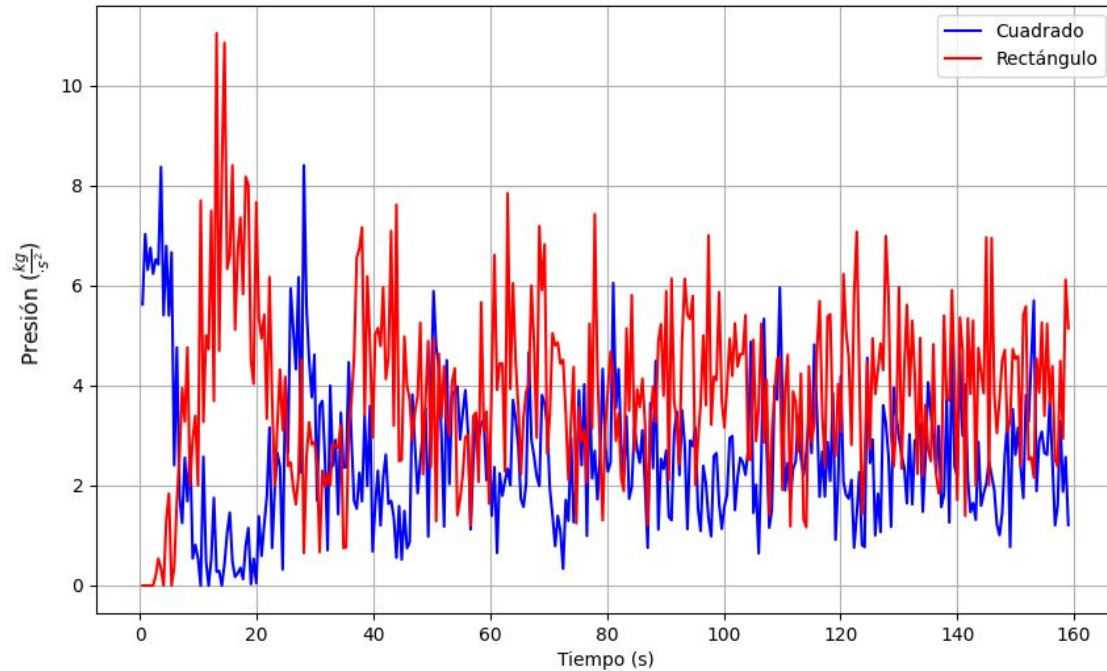


Gráfico de Presión vs 1/área

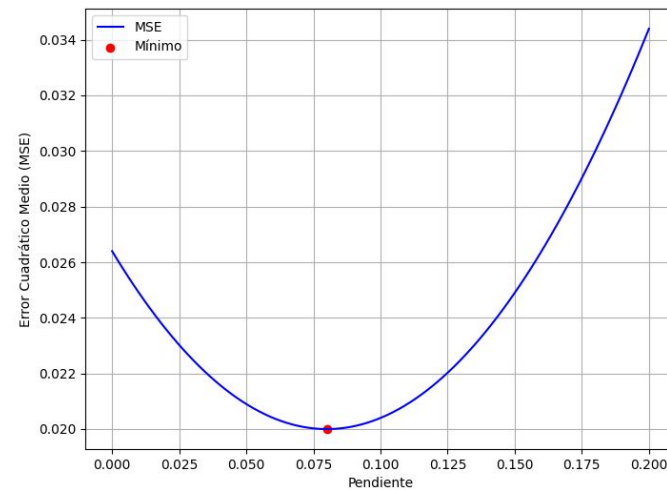
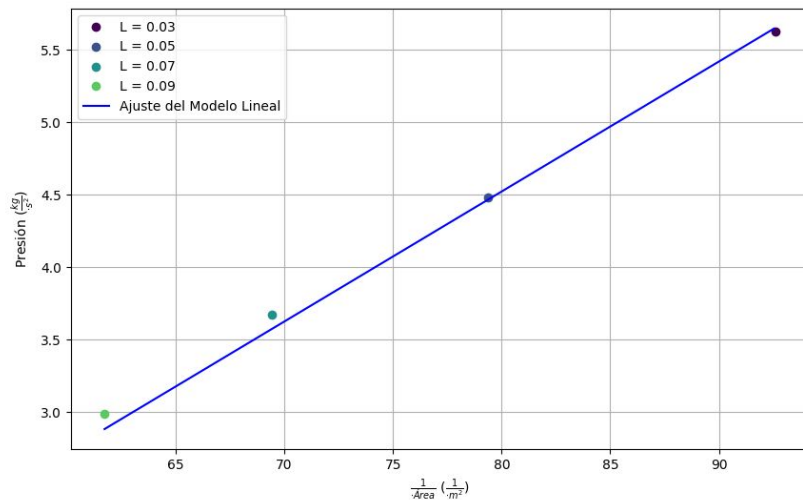
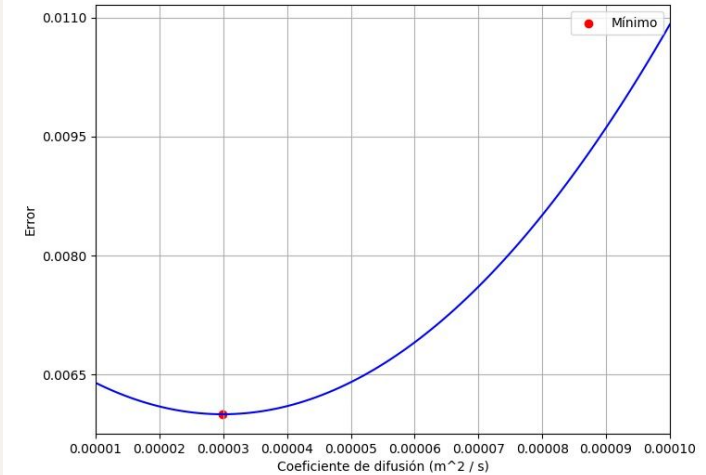
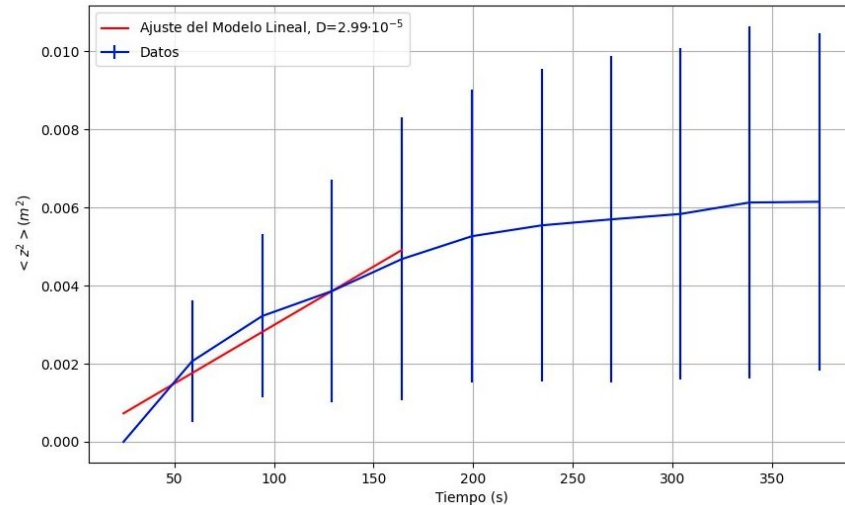


Gráfico de desplazamiento cuadrático medio vs tiempo

A partir
de $t=40s$
 $L=0.09$



Conclusiones

Conclusiones

- A medida que el L del recinto a derecha aumenta, la presión disminuye.
- A medida que el L crece, las presiones en ambos recintos son más parecidas.
- A mayor L se llega a un estado estacionario sin tanta variación de la presión.
- Se concluye que no se cumple la ley de gases ideales.
- Previo al alcance del estado estacionario, el desplazamiento cuadrático medio es proporcional al tiempo.



Fin

Muchas gracias