



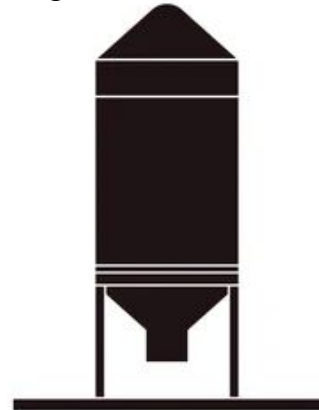
Trabajo Práctico N° 5

Medios Granulares

- Banfi, Malena - 61008
- Caeiro, Alejo Francisco - 60692
- Fleischer, Lucas - 61153

Introducción

- Sistema constituido de muchas partículas macroscópicas
- Interacción a través de fuerzas de contacto normales y tangenciales
- Interacciones altamente disipativas, el sistema llega al reposo si no recibe energía del exterior o propias



Fundamentos



Superposición entre partículas

$$\xi_{ij} = R_i + R_j - |r_j - r_i|$$

Velocidad relativa
entre partículas

$$\dot{r}_{rel}^c = (\dot{r}_i - \dot{r}_j)$$

Superposición entre partícula y pared

$$\xi_{ij} = R_i - |r_{ip}|$$

Velocidad relativa entre
partícula y pared

$$\dot{r} = (\dot{r}_i)$$



Fuerza de contacto normal

$$F_N = [-k_n \xi - \gamma \dot{\xi}] \hat{n}$$

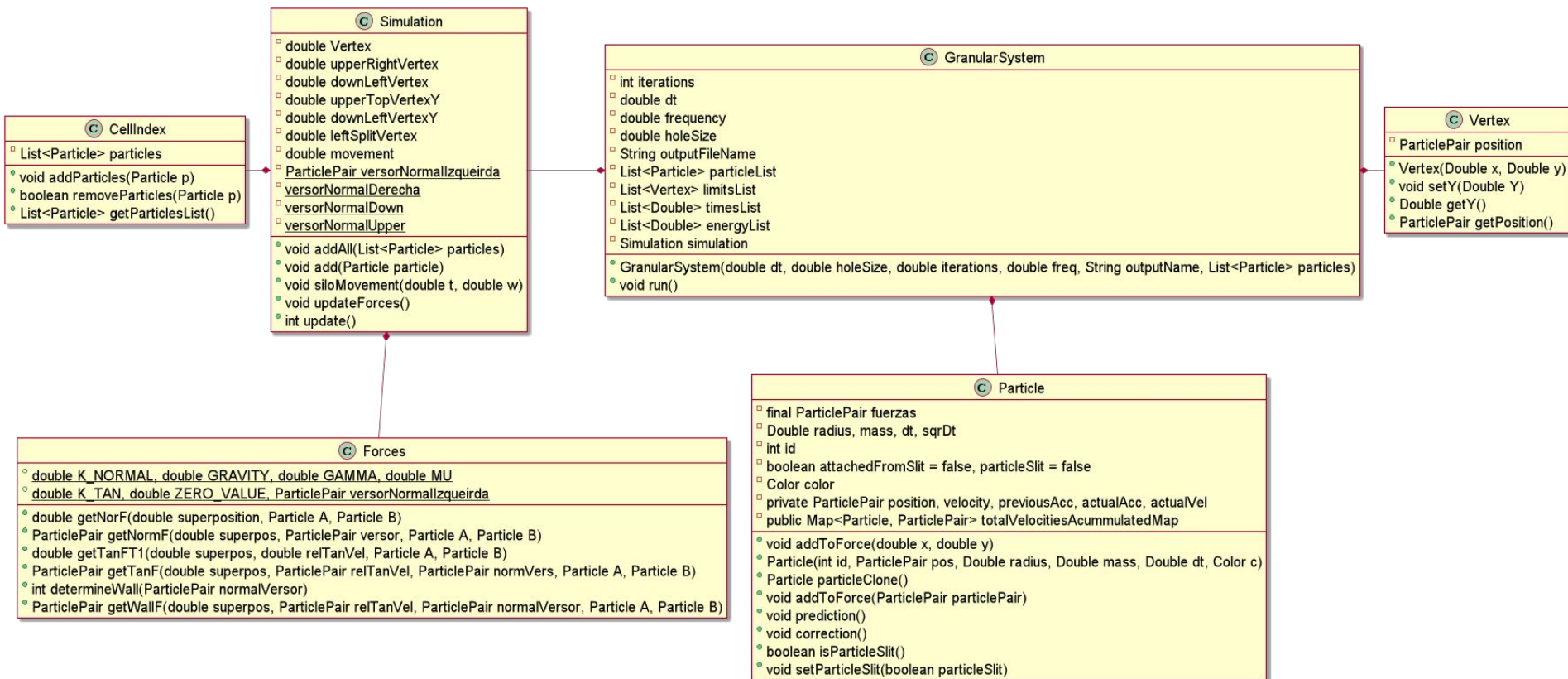
Fuerza de contacto tangencial

$$t_c = \begin{cases} -u |F_N| \operatorname{sgn}(\dot{r}_{rel} \cdot \hat{t}) \hat{t} \\ -k_T \xi_T \hat{t} \end{cases} \quad \text{donde } \xi = \sum_t \Delta t \dot{r}_{rel}^c(t)$$

Suma de fuerzas proyectadas

$$F_i^{Tot} = m_i g + \sum_j F_{Nij} + \sum_j F_{Tij}$$

Implementación





```
GranularSystem.java

void run(){
    for(int i=0 ; i < iterations ; i++){
        simulation.siloMovement(i*dt, frequency)

        particles.foreach(predict())

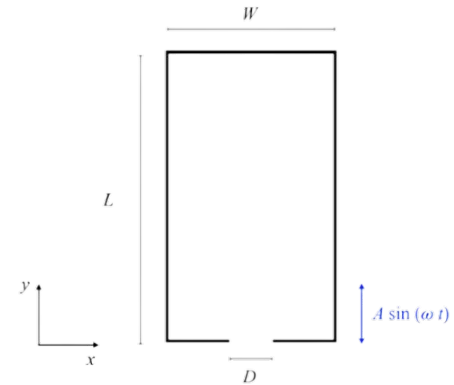
        simulation.uptadeForces()

        particles.foearch(correction())

        simulation.uptadeForces()
    }
}
```

Simulación

- N partículas inicialmente no superpuestas, con velocidad cero, radio r y masa m constante.
- Fluyen en un silo de ancho W y alto L con una apertura de salida de ancho D . Caen hasta $L/10$ cm y se reinyecta.
- El silo está vibrando en su base.
- Paso temporal fijo Δt_1 y Δt_2 fijo para imprimir el estado del sistema.
- Método de integración Beeman.



Parámetros fijos:

- $N = 200$
- $m = 1 \text{ g}$
- $W = 20 \text{ cm}$
- $L = 70 \text{ cm}$
- $A = 0.15 \text{ cm}$
- $\Delta t_1 = 10^{-3} \text{ s}$
- $\Delta t_2 = 10^{-1} \text{ s}$
- $r_i \in \text{Uniforme } [0.85, 1.15] \text{ cm}$
- $T_f = 1000 \text{ s}$
- $K_N = 250 \text{ dina/cm}$
- $K_T = 2|K_N|$
- $\gamma = 2.5 \text{ g/s}$
- $g = 5 \text{ cm/s}^2$



Parámetros variables:

- $\omega = [5, 10, 15, 20, 30, 50] \text{ rad/s}$
- $D = [3, 4, 5, 6] \text{ cm}$
- $\mu = [5 \cdot 10^{-1}, 7 \cdot 10^{-1}]$



- Curva de Descarga
- Caudal (Q) en función de ω
- Caudal (Q) en función de D
- Ajuste del parámetro libre de la Ley de Beverloo:

$$Q \approx n_p \sqrt{g} (d - cr)^{1.5} = B(d - cr)^{1.5}$$

- Error Cuadrático Medio :

$$E(c) = \sum_{d \in D} [Q(d) - \text{beverloo}(d, c)]^2$$

Resultados

Animaciones variando ω

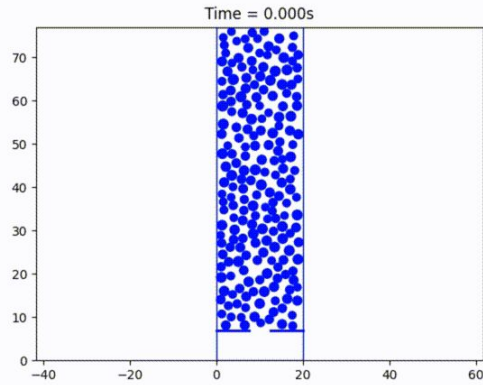
Resultados



- $D = 5 \text{ cm}$
- $\mu = 0.7$

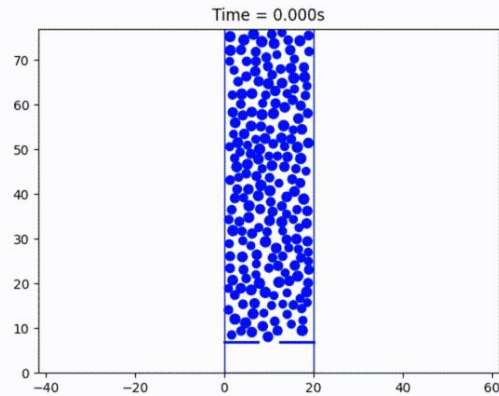


$\omega = 5 \text{ rad/s}$



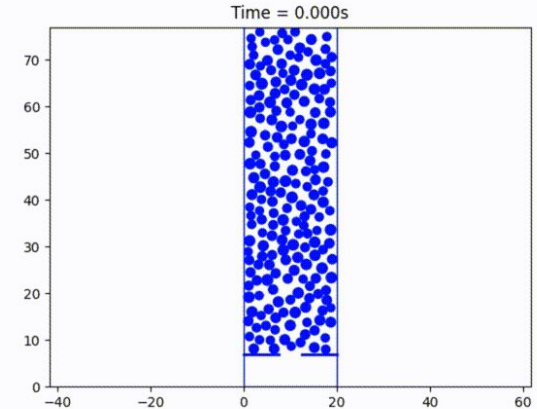
<https://youtu.be/bng3H-yIUKU>

$\omega = 20 \text{ rad/s}$



<https://youtu.be/ZZD5yOYA65I>

$\omega = 50 \text{ rad/s}$



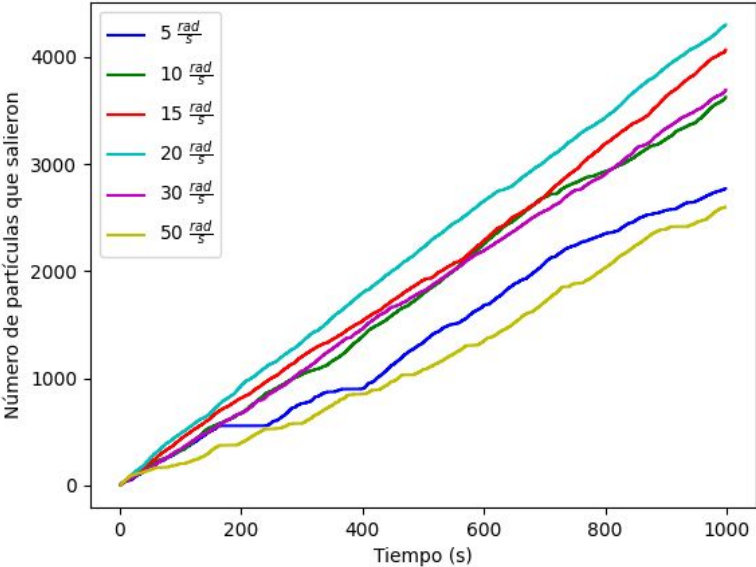
<https://youtu.be/SCozr3A21hM>

Gráfico de las curvas de descarga vs tiempo

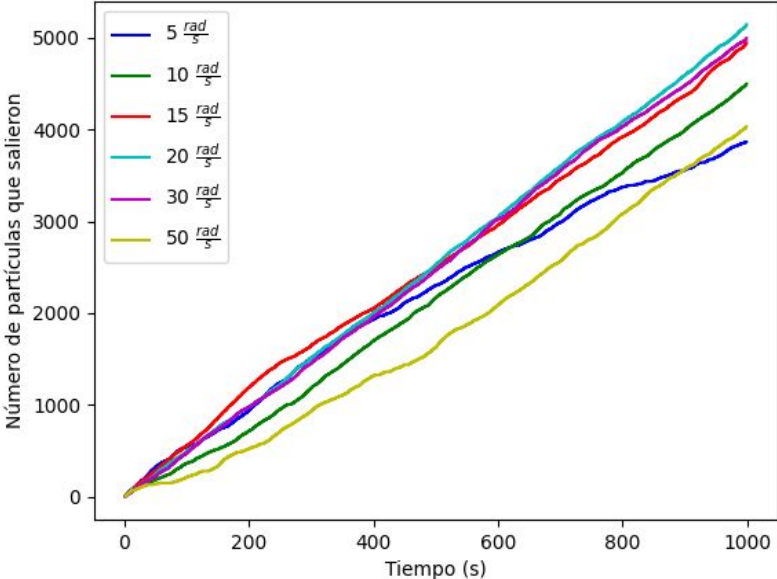
- $D = 5\text{ cm}$



$\mu = 0.7$

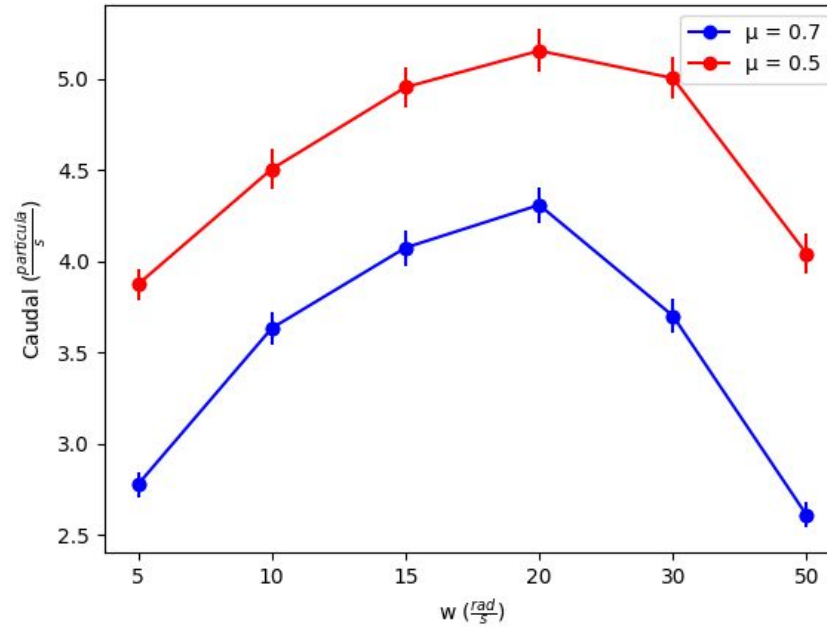


$\mu = 0.5$





- $D = 5 \text{ cm}$



Animaciones variando la apertura

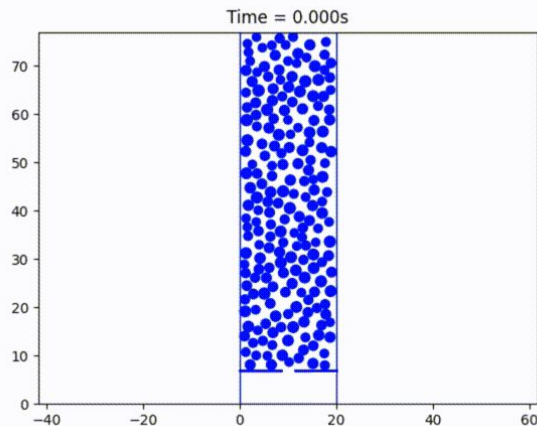
Resultados



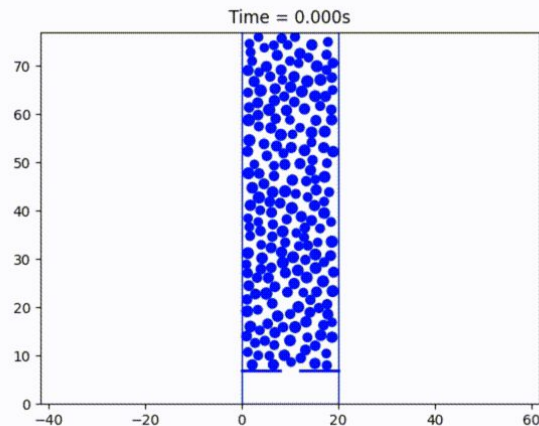
- $\omega = 20 \text{ rad/s}$



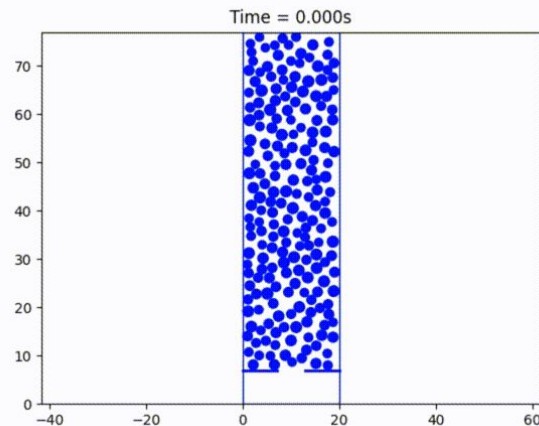
D = 3 cm



D = 4 cm



D = 6 cm



<https://youtu.be/xcQfdwBMp14>

https://youtu.be/_1P3TFFASaY

<https://youtu.be/Tv2xBHVmZyQ>

Gráfico de las curvas de descarga vs tiempo

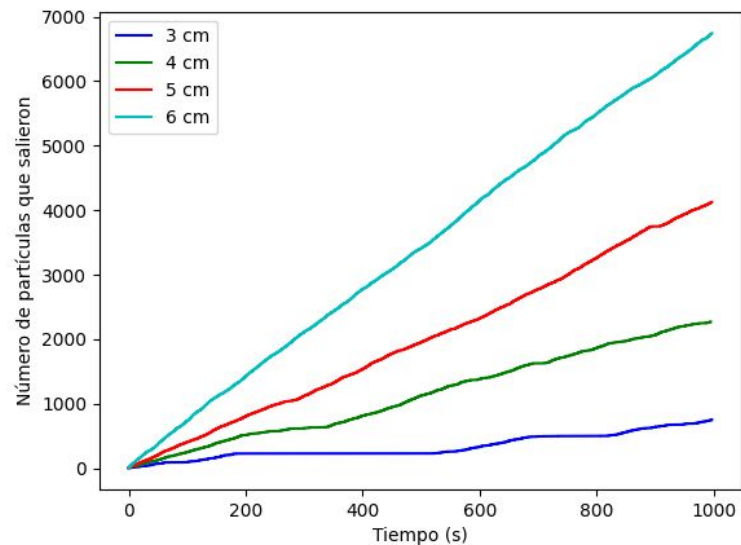
Resultados



- $\omega = 20 \text{ rad/s}$



$\mu = 0.7$



$\mu = 0.5$

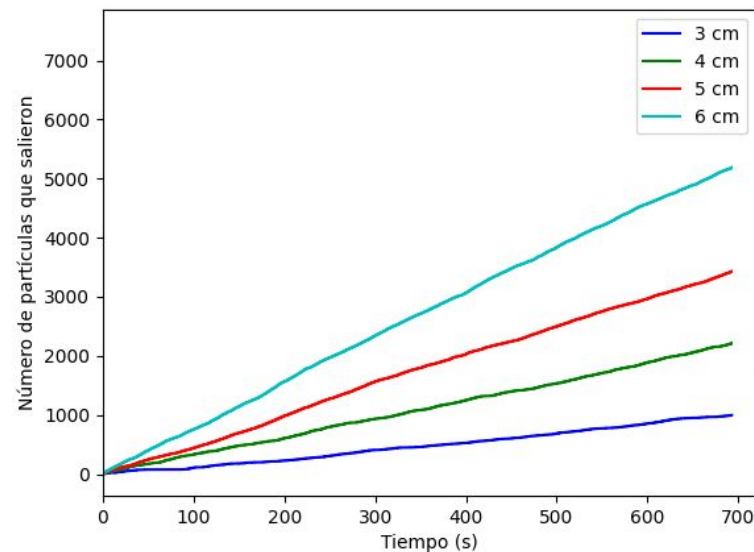
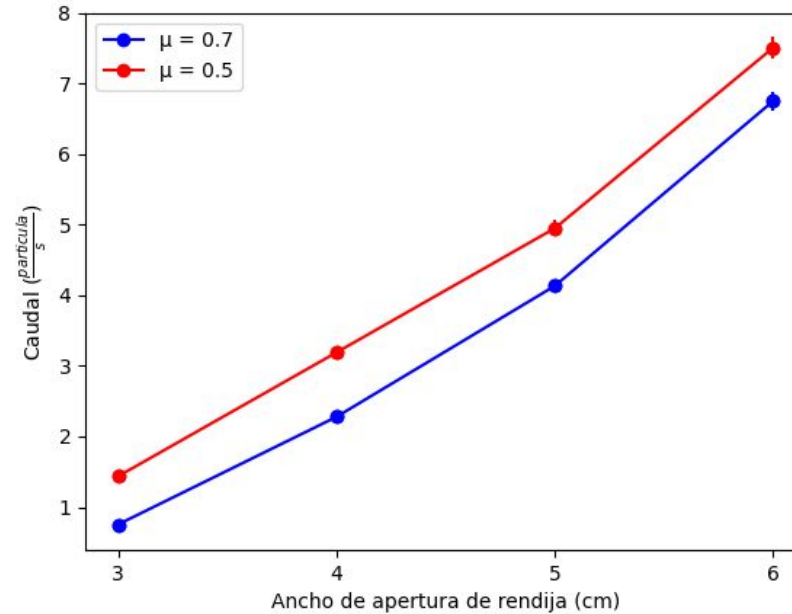


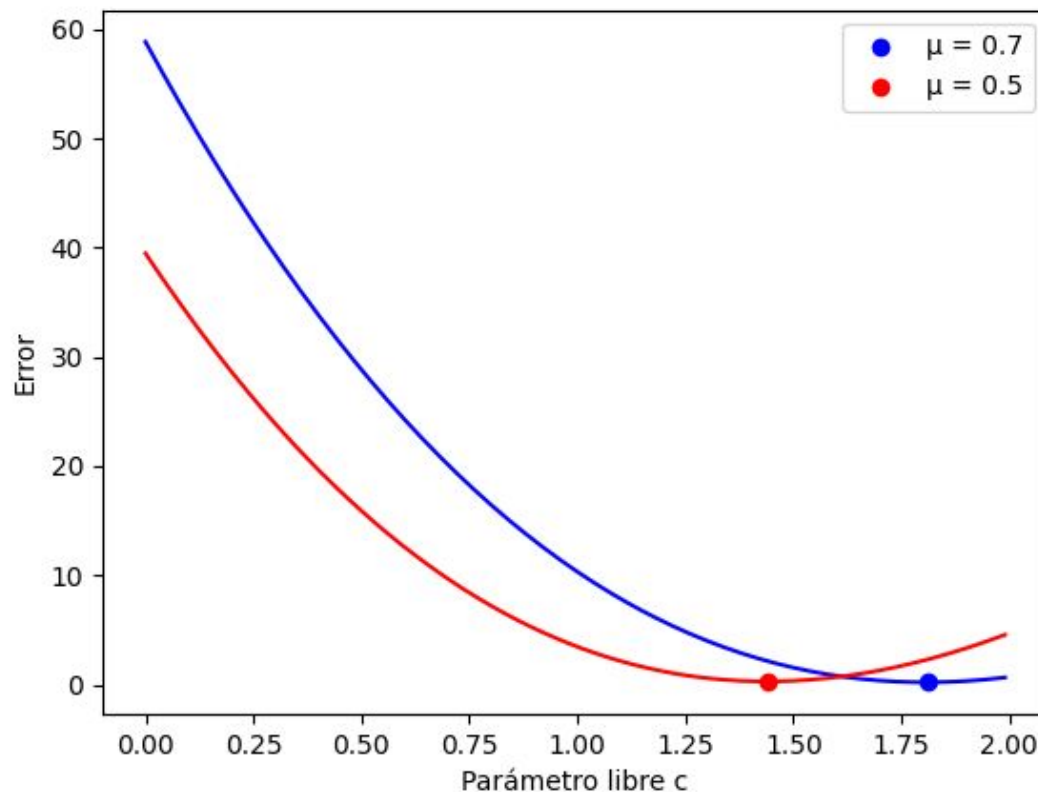
Gráfico del caudal en función del ancho de la rendija

Resultados

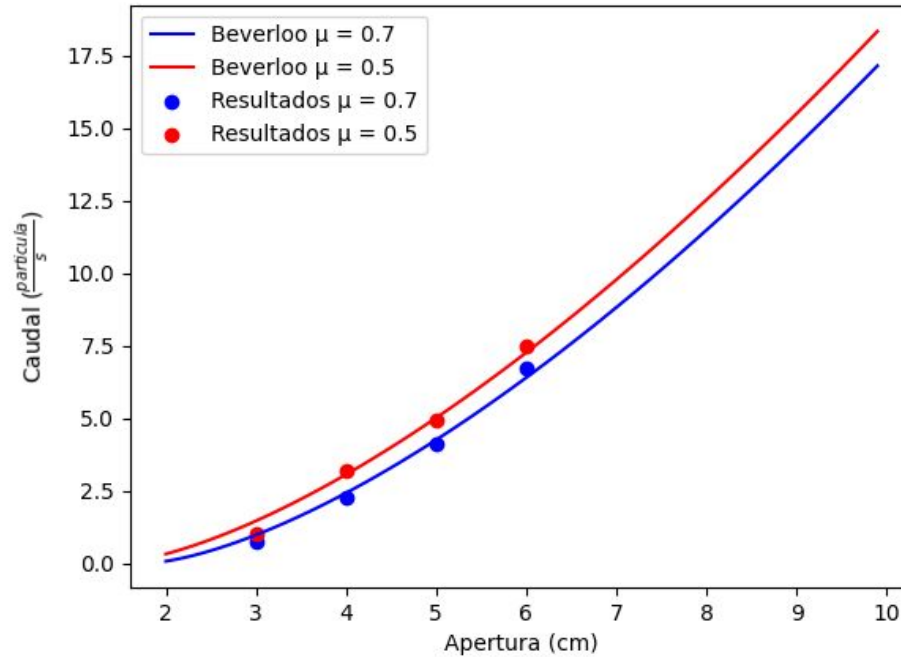


- $\omega = 20 \text{ rad/s}$





- $\mu=0.7$
 - $c = 1.81$
 - $E(c) = 0.205$
- $\mu=0.5$
 - $c = 1.44$
 - $E(c) = 0.286$



Conclusiones



- Con una frecuencia angular de 20 rad/s se obtiene el mayor caudal
- Incrementar el movimiento del silo no siempre permite incrementar el flujo
- A mayor D mayor caudal
- A mayor μ menor caudal
- Las simulaciones se ajustan de manera consistente con la Ley de Beverloo

Fin

¡Muchas gracias!

