

Uma Rede Bayesiana aplicada à Modelagem do Conhecimento Algébrico do Aprendiz

Lucas Ferreira Mateus
lucas.mateus@utp.com.br

27 de novembro de 2020

1 Introdução

Devido a matemática ser considerada umas das disciplinas mais difíceis, e exigir um raciocínio com base em incógnitas, algumas tecnologia podem auxiliar o aluno, como Sistemas Tutores Inteligentes (STIs), que podem oferecer um auxílio capacitado e individual para cada aluno.

Os STIs é capaz de ao decorrer da interação com o aluno, criar um perfil para auxiliar o aluno com uma maior eficácia utilizando dessas informações. Este artigo descreve a implementação de um rede Bayesiana para identificar a linha de raciocínio de um aluno e mapear seu conhecimento, para que possa ser feito uma um auxílio focado em resolução de equações de primeiro grau, a realizar a correção levando em consideração a o desenvolvimento do problema e não somente o resultado final.

2 Redes Bayesianas

Redes Bayesianas(RB) são modelos probabilísticos que trabalham com dados incertos ou imprecisos, permitindo a representação das dependências entre as variáveis. RB podem ser representadas por meio de um grafos acíclico direcionado, a relação entre pai e filho no grafo é estabelecida através de arestas que apontam em uma direção de outra variável, se A possui um aresta que aponta para B, logo A é o pai de B e B é o filho de A. E cada uma das variáveis com pais associadas possuem ma tabela de probabilidades condicionais conjuntas $P(A \mid B_1, B_2, \dots B_n)$.

A Figura 1 representa a origem de um espirro em uma pessoa se é devido a um resfriado ou a

uma alergia, mas para que a pessoa tenha a possibilidade de não estar com um resfriado e sim uma alergia, ela precisa estar em um mesmo ambiente que um gato, que ocasiona os arranhões.

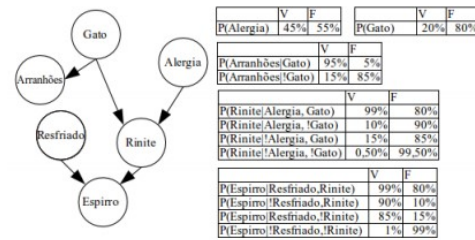


Figura 1: Exemplo de Rede Bayesiana

Após estabelecidas essas relações as colunas V(Verdadeiro) e F(Falso), tem seus valores de porcentagem alterados para 0% ou 100%, levando assim a probabilidade de qual possível origem do espirro. No exemplo podemos observar que 100% na ocorrência de arranhões o que significa uma maior probabilidade de rinite, como pode ser visto na Figura 2.

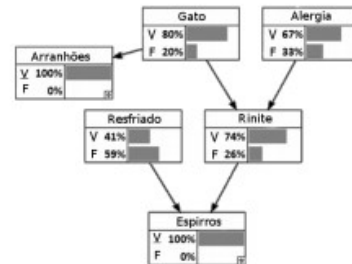


Figura 2: Resultado da rede com base nas evidências apresentadas

3 Trabalhos Relacionados

Em [Gertner et al. 1998, Conati et al. 2002], utiliza de uma RB identificar o raciocínio de um aluno durante a resolução de um exercício que é mapeado para um grafo que mapeia as resoluções possíveis, a modo que o aluno vai desenvolvendo sua resolução as ações do aluno são representadas como nós do grafo, pedindo medir o nível de conhecimento do aluno.

No trabalho de [Millán et al. 2013], mede o conhecimento de um aluno em equações de primeiro grau levando em consideração conhecimentos prévios, como um exemplo que um aluno conhece adição e multiplicação, o aluno quem quase uma probabilidade de 100% de conhecer equivalência. Todo exercício finalizado independente da resposta estar correta ou não é atualizado na rede assim modificando a probabilidade do aluno conhecer o conteúdo.

Já em sistemas como SQL-Tutor utilizam de RB dinâmicas, para medir o conhecimento adquirido pelo aluno, comparando informações passadas com as atuais. A modelo proposto pelo artigo utiliza um modelo de RB genérico, tem como medir o objetivo atual com aluno com base nas evidencias: 1. correções do tutor. 2. desenvolvimento do aluno. O que permite para o tutor corrigir a questão por etapas de desenvolvimento não somente o resultado final, diferente do modelo de [Millán et al. 2013] que utiliza apenas o resultado final.

4 Uma mapa conceitual no domínio de álgebra

Para a desdobramento da MA, é necessário definir os conceitos do domínio da álgebra e relacioná-los entre si. Por conseguinte, primariamente foi concebido um Mapa Conceitual (MC) de álgebra, que relaciona os conceitos basilares para a solução de qualquer equação de primeiro grau. MCs tem sido utilizados, além de outras funções, como recurso educacional, por exemplo, como dispositivo de mapeamento do conteúdo curricular [FARIA 1995].

Destarte, após estudos realizados por uma especialista, arquitetou-se um MC de álgebra. O referido mapa exprime as operações necessárias para resolver equações de primeiro grau. Conforme esboçado no MC desenvolvido na Figura

3, as operações possuem ligação de interdependência entre si. O MC elaborado é o fundamento para a concepção da RB que compõe o MA no STI do projeto PAT2Math. A formatação da RB é exteriorizada no segmento seguinte.

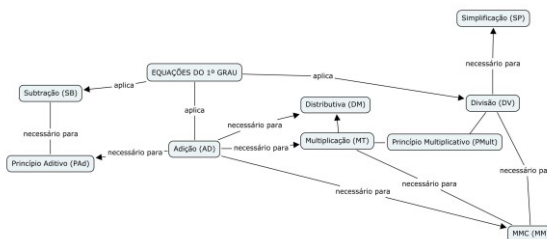


Figura 3: Mapa conceitual de Equações de primeiro grau.

5 Trabalho Proposto

O trabalho em questão tem como objetivo testar o conhecimento do aluno no que se refere ao domínio de álgebra. Esta RB foi modelada de modo a ostentar a ligação entre as operações algébricas e a sequência das operações, quais devem ser vistas primeiro.

5.1 Estrutura da Rede

A Rede é estruturada a partir de nós que representam as operações, que por sua vez, correspondem às operações ou unidades de conhecimento, os quais são os fatores que determinam a aprendizagem ou não do aluno. A medida que uma etapa é resolvida, uma evidência análoga é inserida na rede, estando a etapa correta ou não.

Nesta execução foram pesados somente conhecimentos de operações de 1º Grau, quais sejam: Adição, Subtração, Multiplicação, Divisão, Simplificação, MMC, Propriedade Distributiva, Princípio Aditivo e Multiplicativo. Além de nós estampando cada uma das operações, foram também determinados cinco nós representando cinco operações. Correferidos a cada equação, estão as etapas substanciais para solucioná-las.

5.2 Probabilidades

Cada nó de rede apresenta duas possibilidades possíveis. Para os nós que exprimem operações, as possibilidades indicam se o aluno domina ou não domina uma unidade de conhecimento. Para os demais nós, as possibilidades indicam se a equação e as etapas estão corretas ou incorretas.

As chances em cada tipo nó foram determinadas dessemelhantemente, em virtude de possuírem significados distintos. As chances de acertos ou erros para os nós das equações foram calculadas como sendo as chances de acerto da equação, dada a efetuação de um conjunto de etapas. Cada etapa correta aumenta em $\frac{1}{\text{nro total de passos}}$ as chances de acerto.

Na definição das probabilidades das operações que decorrem de outras operações, foi levado em conta o grau de importância de cada operação precursora. Exemplo: Um cálculo de MMC pressupõe operações de adição, divisão e multiplicação. Como a operação de MMC faz uso mais recorrente de divisões e multiplicações do que adições, estas duas primeiras terão mais importância nas probabilidades que a operação de adição. A Tabela 1 externa o percentual de influência de um procedimento sobre seu sucessor. Explicando a tabela: As operações PAd e PMult dependem, imprescindivelmente, de duas operações (MT e DV, AD e SB). Destarte, a referida tabela apresenta uma dependência de 98% para ambas as operações. Para operações que não possuem sujeições, foi ponderada uma probabilidade de 50%. Observando a tabela, é possível constatar que se o aluno conhece a operação, ele possui 98% de chance de resolver uma etapa corretamente, à medida que, se ele não sabe, ele tem 98% de chance de errar a etapa.

Em se tratando das etapas da equação, foram acrescentados elementos de adivinha (“chute” – *guess*) e falta de atenção (*slip*). Tais elementos apontam que existe uma probabilidade de 2% de acerto da etapa por sorte do aluno ou de falha no caso de falta de atenção. À vista disso, a chance de acerto é de no máximo de 98%.

	AD	SB	MT	DV
MT	98%			
SP				98%
PAd	98%	98%		
PMult			98%	98%
MM	10%		45%	45%
DM	20%		80%	

Tabela 1. Dependência entre as operações.

6 Avaliação da Rede Bayesiana

Avaliação da RB foi feita a partir de 24 testes aplicados na turma da oitava série do Ensino Fundamental de uma escola privada de Porto Alegre/RS, cada teste composto por cinco questões de primeiro grau.

Os testes foram analisados por especialistas no intuito de avaliar o conhecimento do aluno sobre cada operação realizada e não em resultados ou passos resolvidos corretamente.

Como parâmetro de entrada da rede foi passado uma equação e a ação correta a se tomar como próximo passo. Por exemplo na equação $2x + 10 = 4(x + 1)$ se o aluno fornecer $2x + 10 = 4x + 4$ como próximo passo da equação o nó do passo seria atualizado para 100% certo. Utilizando desses parâmetros a especialista, avaliou os 24 alunos.

Na Tabela 2 podemos verificar que o percentual de previsão da RB se obteve uma diferença de 0,26% se comparada a media dos alunos, sendo a maior de 6,79 e a menor de 0,01. Esses resultados apontam uma boa taxa de precisão nas previsões feitas pela RB.

Aluno	Especialista	Rede	Aluno	Especialista	Rede
1	68,00%	61,21%	13	95,00%	95,92%
2	98,00%	98,99%	14	95,00%	94,62%
3	95,00%	98,77%	15	90,00%	94,15%
4	0,00%	1,06%	16	95,00%	94,62%
5	92,00%	95,92%	17	98,00%	98,99%
6	95,00%	95,92%	18	0,00%	1,06%
7	99,00%	98,99%	19	100,00%	98,99%
8	98,00%	98,99%	20	10,00%	6,90%
9	95,00%	95,92%	21	95,00%	95,92%
10	95,00%	95,92%	22	95,00%	95,92%
11	95,00%	91,65%	23	99,00%	98,99%
12	98,00%	95,92%	24	95,00%	95,92%

Tabela 2. Resultados da Avaliação

Através da análise dos resultados dessa rede foi possível identificar que cerca de 67 dos alunos possuíam um deficit no aprendizado e serio indicado uma retomada do conteúdo pra aprendizado seja fixado pelo aluno. Ainda na Tabela 2 podemos verificar que os alunos 4 e 18 não acertaram nenhuma das operações das equações propostas, obtendo 0% em especialista, a rede atribui 1,06% para considerar a chance do aluno acertar a questão com base no “chute”.

7 Conclusão

Neste artigo, com base no mapeamento, são introduzidas a definição do mapa conceitual do

domínio algébrico e a criação de redes Bayesianas para identificar o conhecimento dos alunos no domínio das equações de primeiro grau.

Foram conduzidos estudos com 24 alunos e um especialista para análise dos dados, e a RB obteve um resultado satisfatório, com uma forte semelhança entre as opiniões dos especialistas e o resultado da rede.

Para o futuro esperasse aplicar uma RB dinâmica para que possa ser possível acompanhar o grau de aprendizado do aluno com base no decorrer do experimento.

Referências

Conati, C., Gertner, A., and Vanlehn, K. (2002). Using Bayesian networks to manage uncertainty in student modeling. *User Modeling and User-Adapted Interaction*, 12(4):371–417.

Faria, W. d. (1995). Mapas conceituais: aplicações ao ensino, currículo e avaliação . São Paulo: EPU.

Gertner, M. A., Gertner, A. S., Conati, C., and Vanlehn, K. (1998). Procedural help in andes: Generating hints using a bayesian network student. In *Proceedings of the 15th National Conference on Artificial Intelligence*, pages 106–111. AAAI Press.

Millan, E., Descalço, L., Castillo, G., Oliveira, P., and Diogo, S. (2013). Using Bayesian networks to improve knowledge assessment. *Computers Education*, 60(1):436–447.