Cálculo I

Unidade I — 2 listas somando 1,0 →

Prova discursiva 10
prova de reposição discursiva

Unidade II — 2 listas somando 1,0 →

Prova 1 objetiva 10
prova de reposição discursiva

Prova 2 objetiva 10
prova de reposição discursiva

média

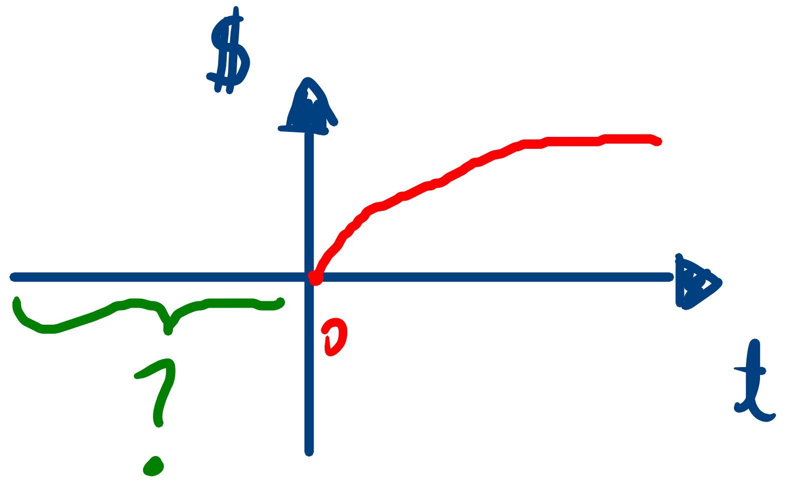
A definição de Função

nome f, g, h

recebe $\longrightarrow$ devolve

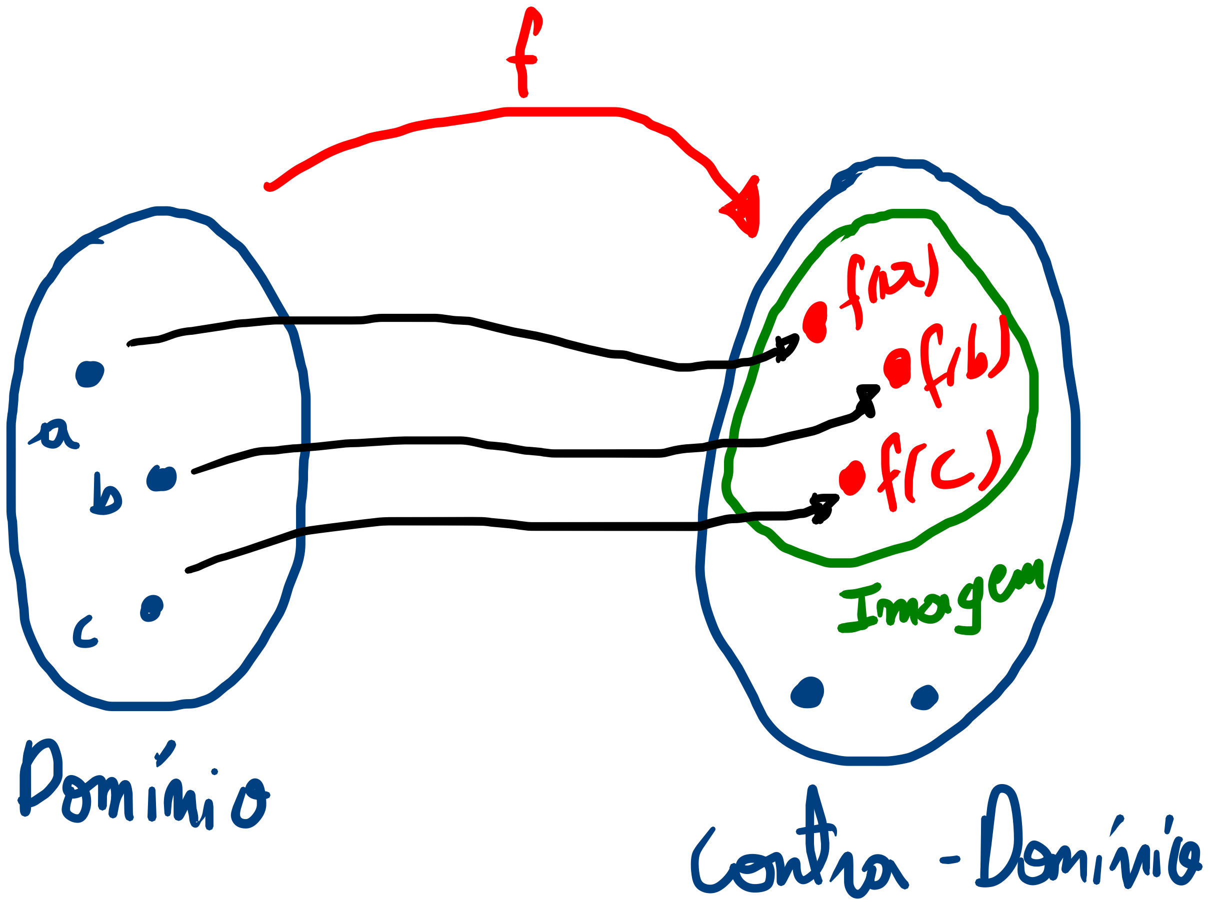
$f(2) = 4$

recebe devolve



$f(t) = d \quad , \quad t \geq 0$

$f: D \rightarrow CD$



Domínio de uma função

$f:\{1,2\} \to \mathbb{R}$ $\qquad\qquad$ $g:\{1\} \to \mathbb{R}$

$f(x) = 2x$ ← lei de formação → $g(x) = 2x$

Pode aplicar 2 em f

$f(2) = 4$

Não $g(2)$ não existe

↳ não definido

Ex: $f(x) = \sqrt{x}$

$dom(f) = \mathbb{R}$ falso

$dom(f) = \mathbb{R}_+^* = \{x \in \mathbb{R},\ x > 0\}$ falso

$dom(f) = \mathbb{R}_+ = \{x \in \mathbb{R},\ x \geq 0\}$ verdade

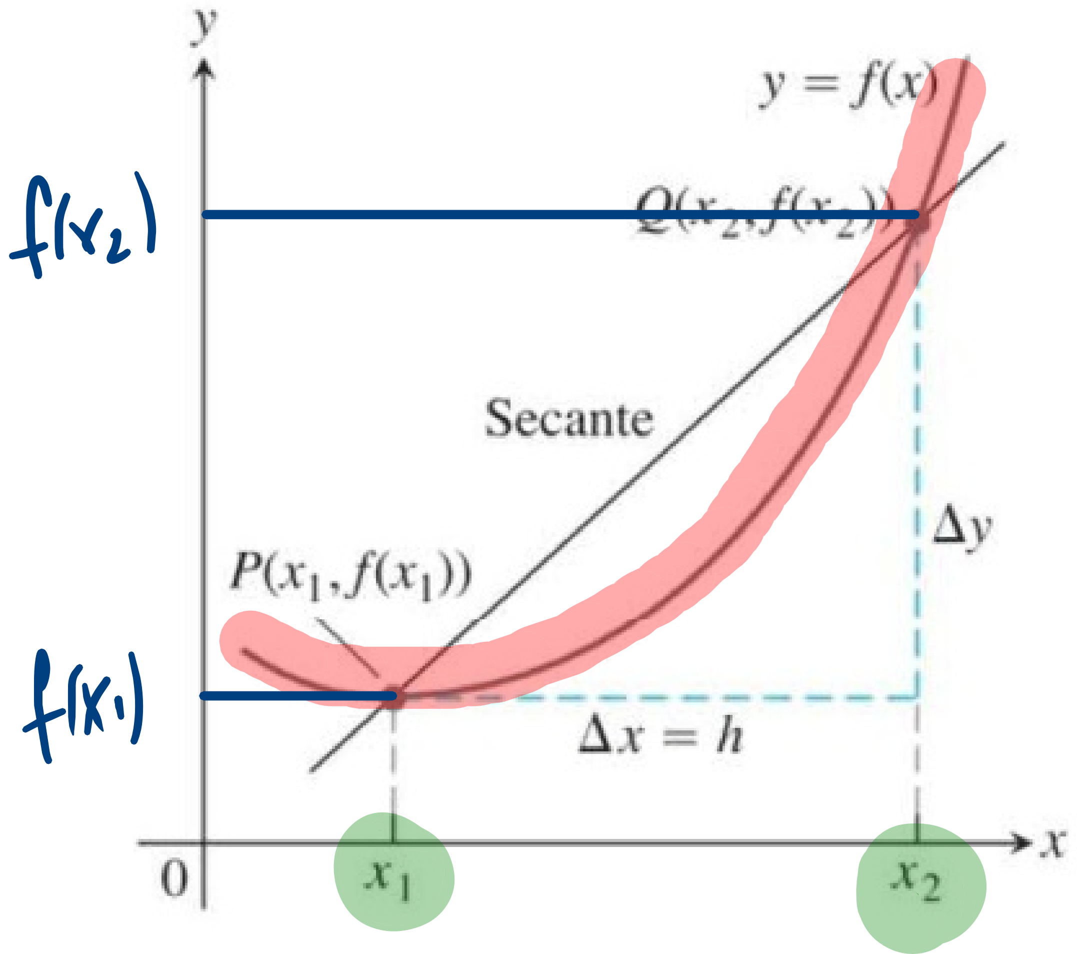
maior dom.

Possível.

Revisando: Taxa de Variação

DEFINIÇÃO A **taxa de variação média** de $y = f(x)$ com relação a x ao longo do intervalo $[x_1, x_2]$ é

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_1 + h) - f(x_1)}{h}, \qquad h \neq 0.$$

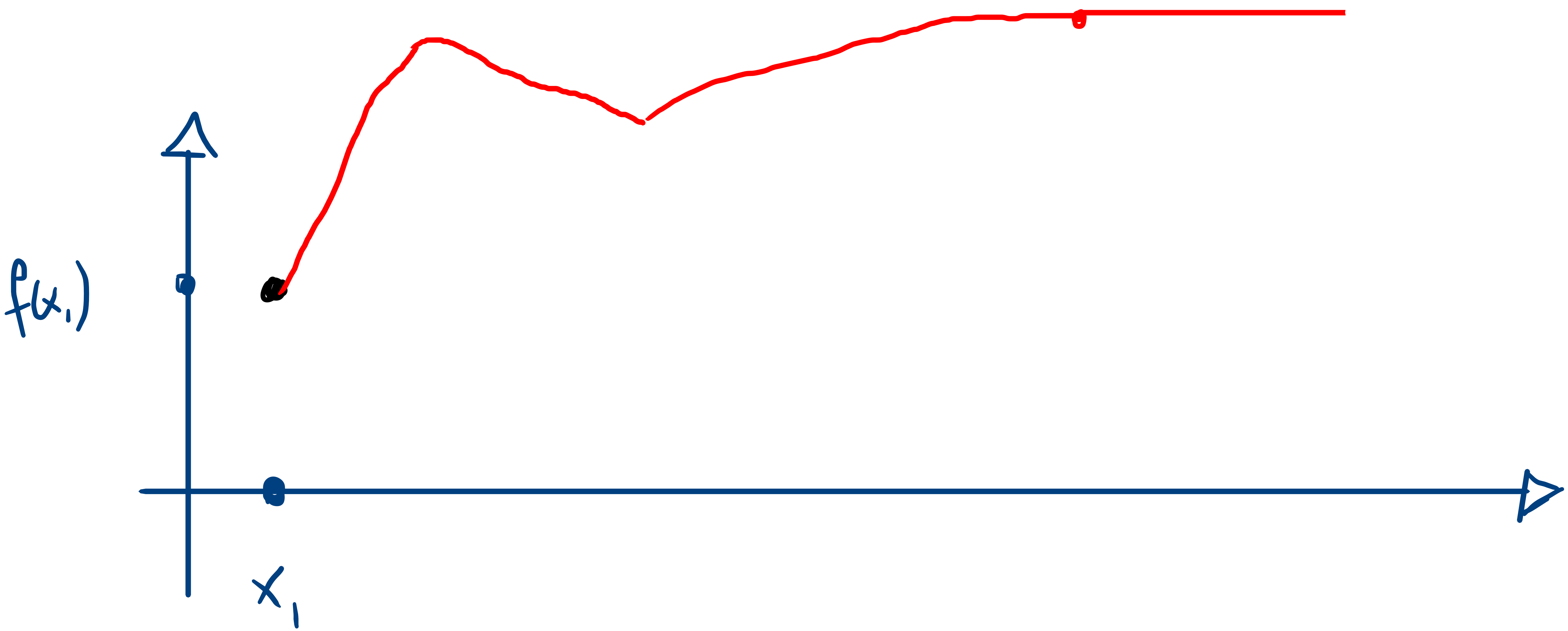


Δ : final - inicial

h quanto variou o x

$x_1 \longrightarrow \underbrace{x_2 = x_1 + h}$

$h = x_2 - x_1$

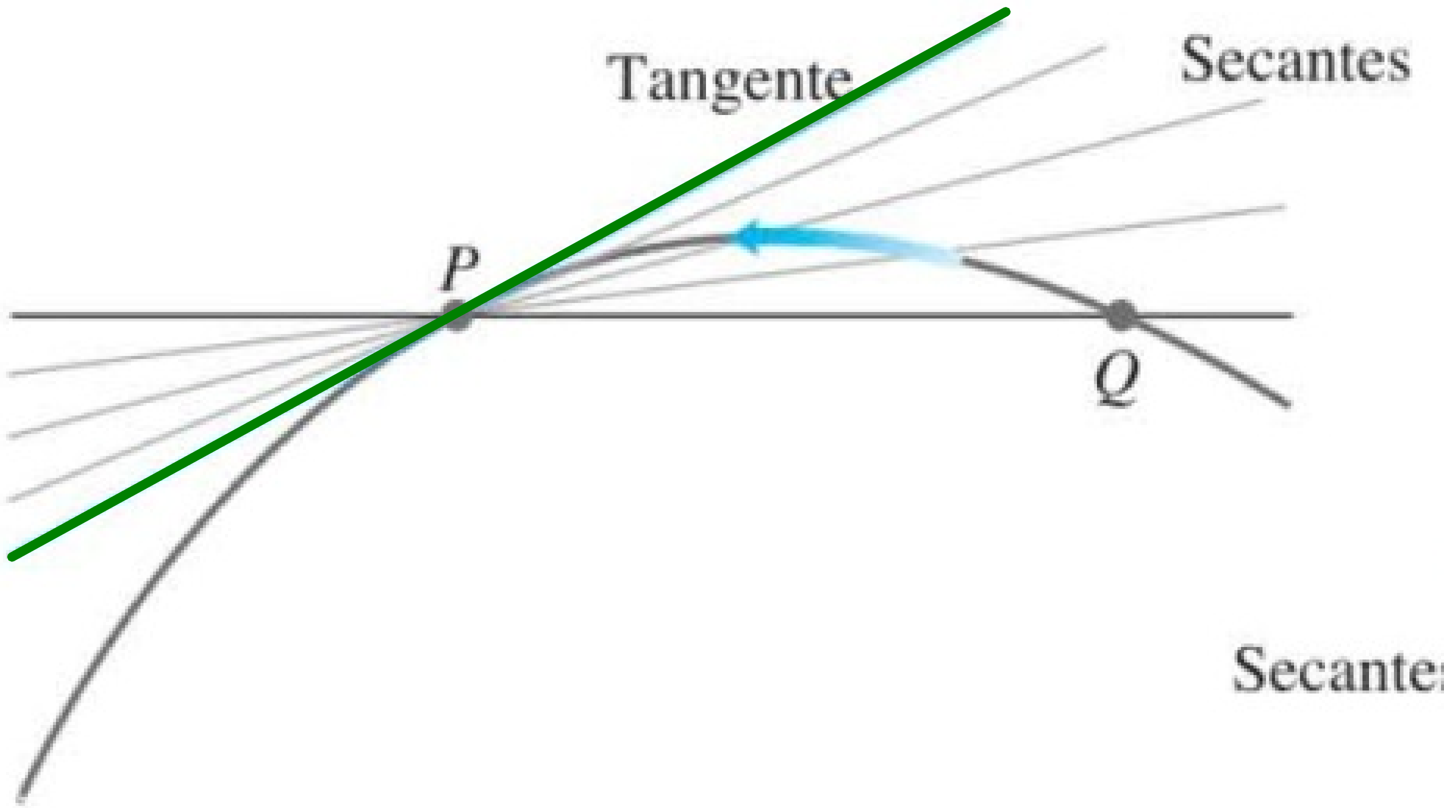


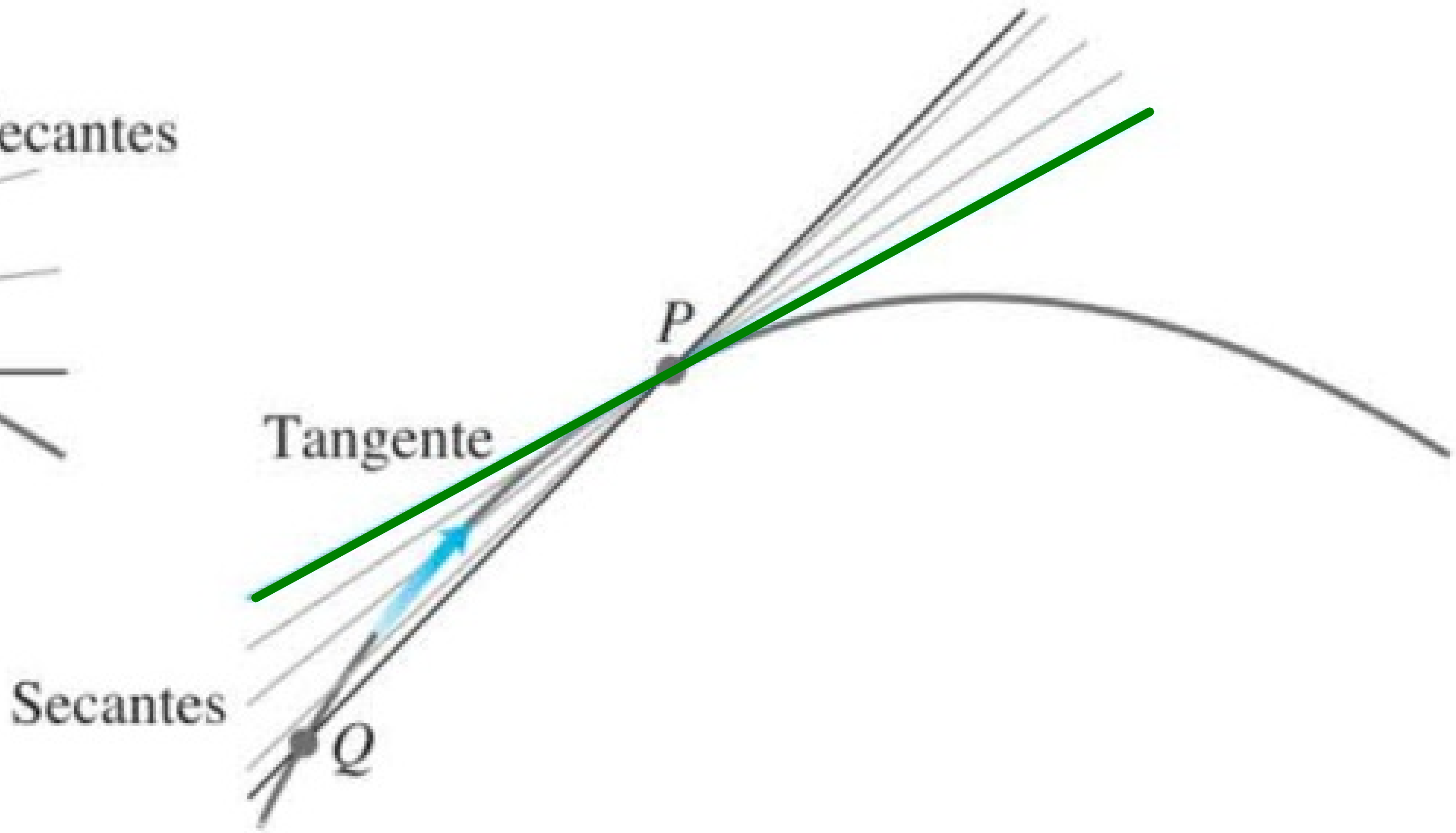
grande + pequena − pequena + taxa zero

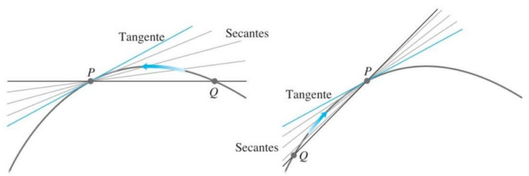
variação

y
y = f(x)
Q(x₂, f(x₂))
Secante
Δy
P(x₁, f(x₁))
Δx = h
0
x₁
x₂
x

Revisando: A reta tangente

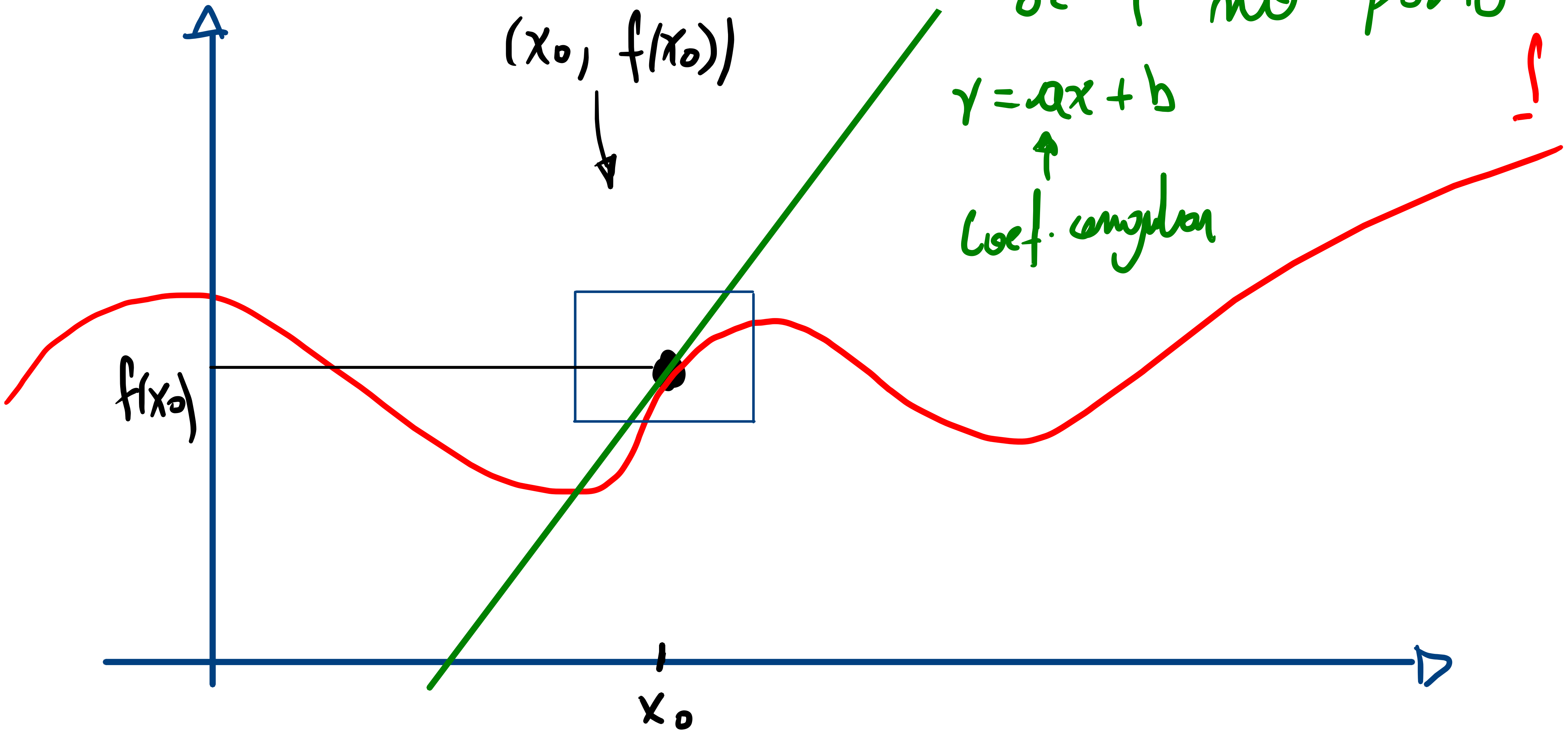





Tangente
Secantes
P
Q
Tangente
P
Secantes
Q

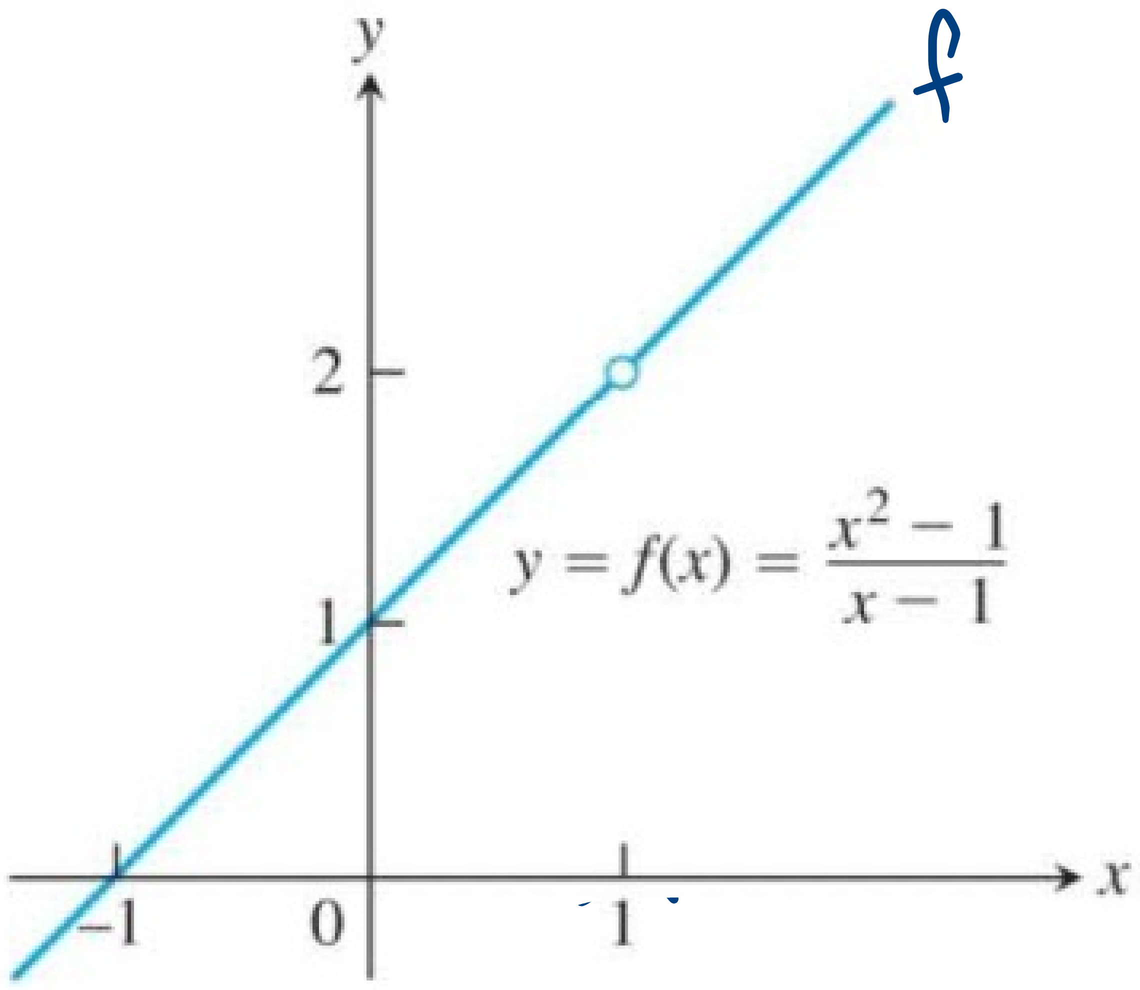
A reta tangente ao gráfico de uma função

reta tangente ao gráfico de f no ponto $(x_0, f(x_0))$

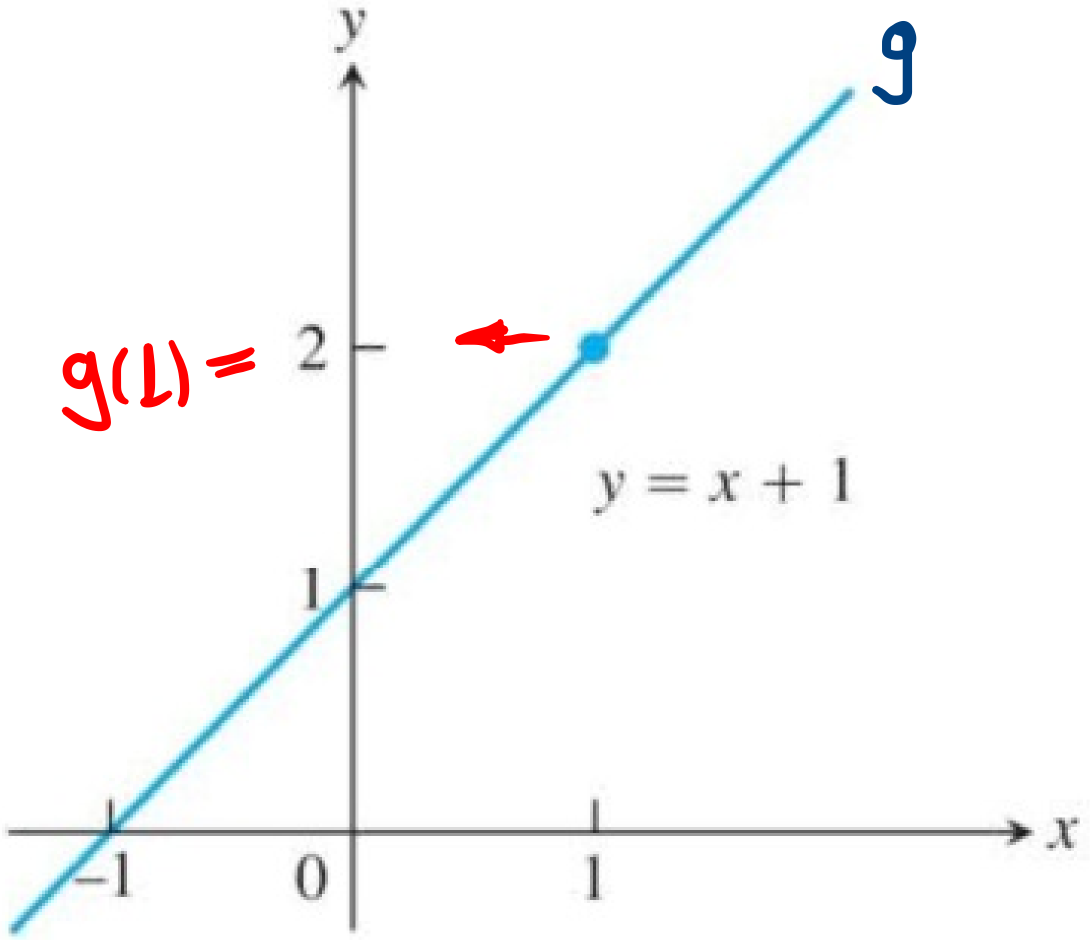


Estipulando valores de funções

$f(x) = g(x)$ se $x \neq 1$



$1 \notin \mathrm{dom}(f)$



$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{\cancel{(x-1)}(x+1)}{\cancel{x-1}} = x+1 = g(x) \qquad x \neq 1$$

TABELA 2.2 Quanto mais x se aproxima de 1, mais perto $f(x) = (x^2 - 1)/(x - 1)$ parece se aproximar de 2

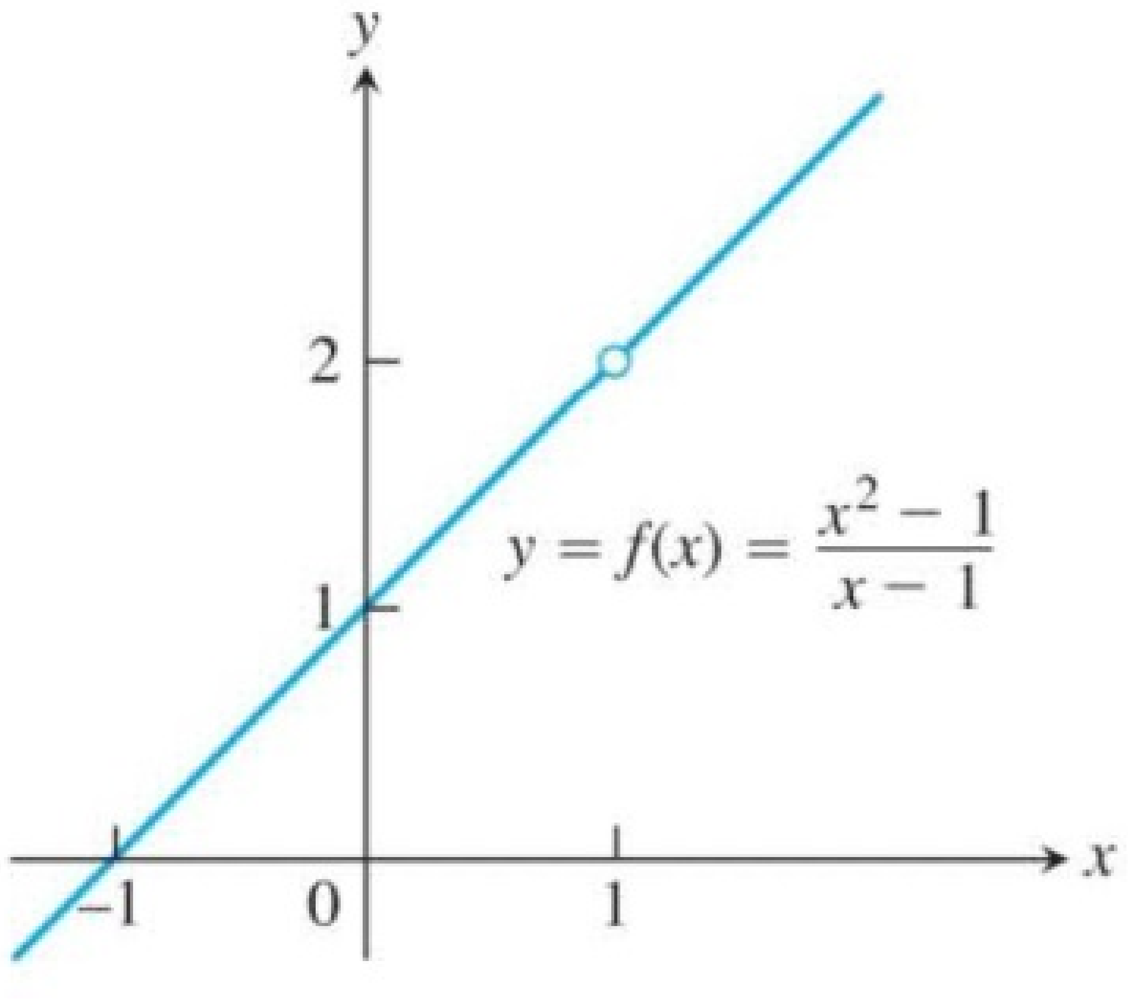
Valores de x abaixo e acima de 1	$f(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x - 1} = x + 1, \quad x \neq 1$
0,9	1,9
1,1	2,1
0,99	1,99
1,01	2,01
0,999	1,999
1,001	2,001
0,999999	1,999999
1,000001	2,000001

Se $f(x)$ está arbitrariamente próxima a L (tão próxima de L quanto queiramos) para todo x próximo o suficiente de x_0, dizemos que f se aproxima do **limite** L quando x se aproxima de x_0, e escrevemos

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = L,$$

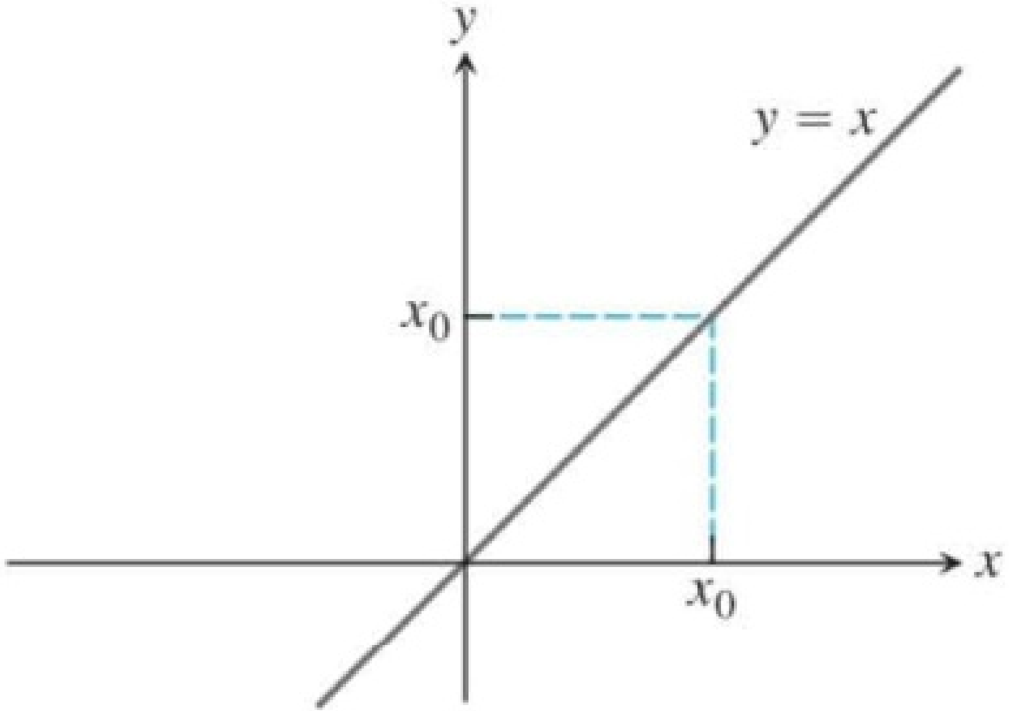
que lemos como "o limite de $f(x)$ quando x tende a x_0 é L".

A importância da definição de limite



Se f é a **função identidade** $f(x) = x$, então, para qualquer valor de x_0 (Figura 2.9a),

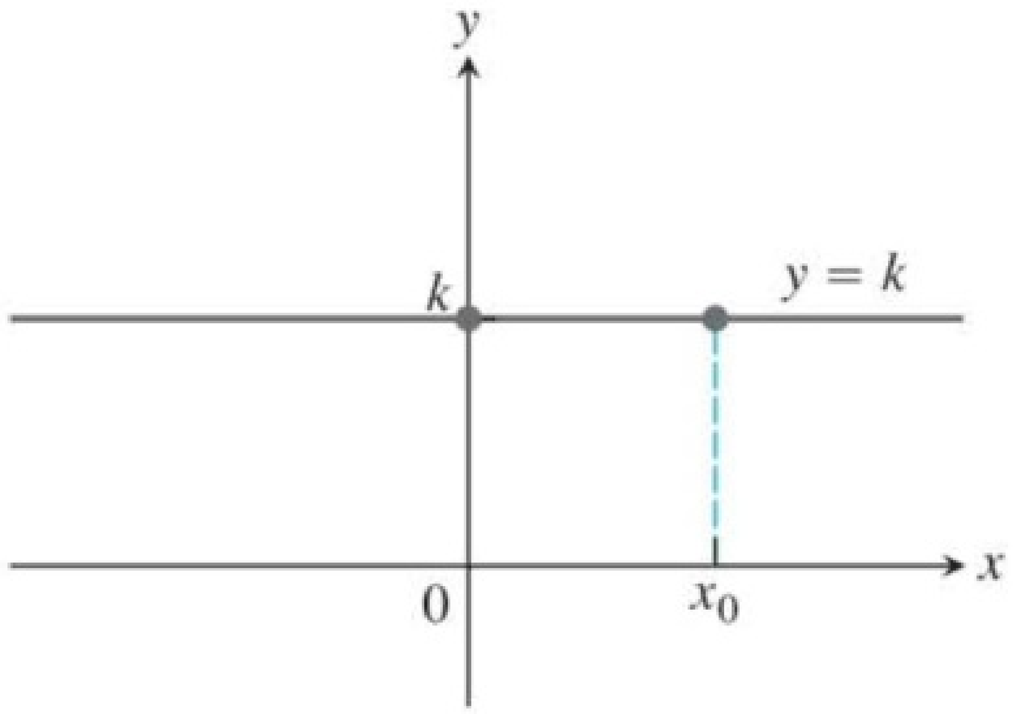
$$\lim_{x \to x_0} f(x) = \lim_{x \to x_0} x = x_0.$$



(a) Função identidade

Se f é a **função constante** $f(x) = k$ (função com o valor k constante), então, para qualquer valor de x_0 (Figura 2.9b),

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = \lim_{x \to x_0} k = k.$$



(b) Função constante

EXEMPLO

(a) $\lim_{x \to c} (x^3 + 4x^2 - 3)$ **(b)** $\lim_{x \to c} \frac{x^4 + x^2 - 1}{x^2 + 5}$ **(c)** $\lim_{x \to -2} \sqrt{4x^2 - 3}$

TEOREMA — Leis do limite Se L, M, c e k são números reais e

$$\lim_{x \to c} f(x) = L \qquad \text{e} \qquad \lim_{x \to c} g(x) = M, \quad \text{então}$$

1. *Regra da soma:* $\lim_{x \to c} (f(x) + g(x)) = L + M$
2. *Regra da diferença:* $\lim_{x \to c} (f(x) - g(x)) = L - M$
3. *Regra da multiplicação por constante:* $\lim_{x \to c} (k \cdot f(x)) = k \cdot L$
4. *Regra do produto:* $\lim_{x \to c} (f(x) \cdot g(x)) = L \cdot M$
5. *Regra do quociente:* $\lim_{x \to c} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{L}{M}, \quad M \neq 0$
6. *Regra da potenciação:* $\lim_{x \to c} [f(x)]^n = L^n$, n é um número inteiro positivo
7. *Regra da raiz:* $\lim_{x \to c} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{L} = L^{1/n}$, n é um número inteiro positivo

(Se n for um número par, suporemos que $\lim_{x \to c} f(x) = L > 0$.)