O teorema do confronto nos ajuda a estabelecer importantes regras de limite:

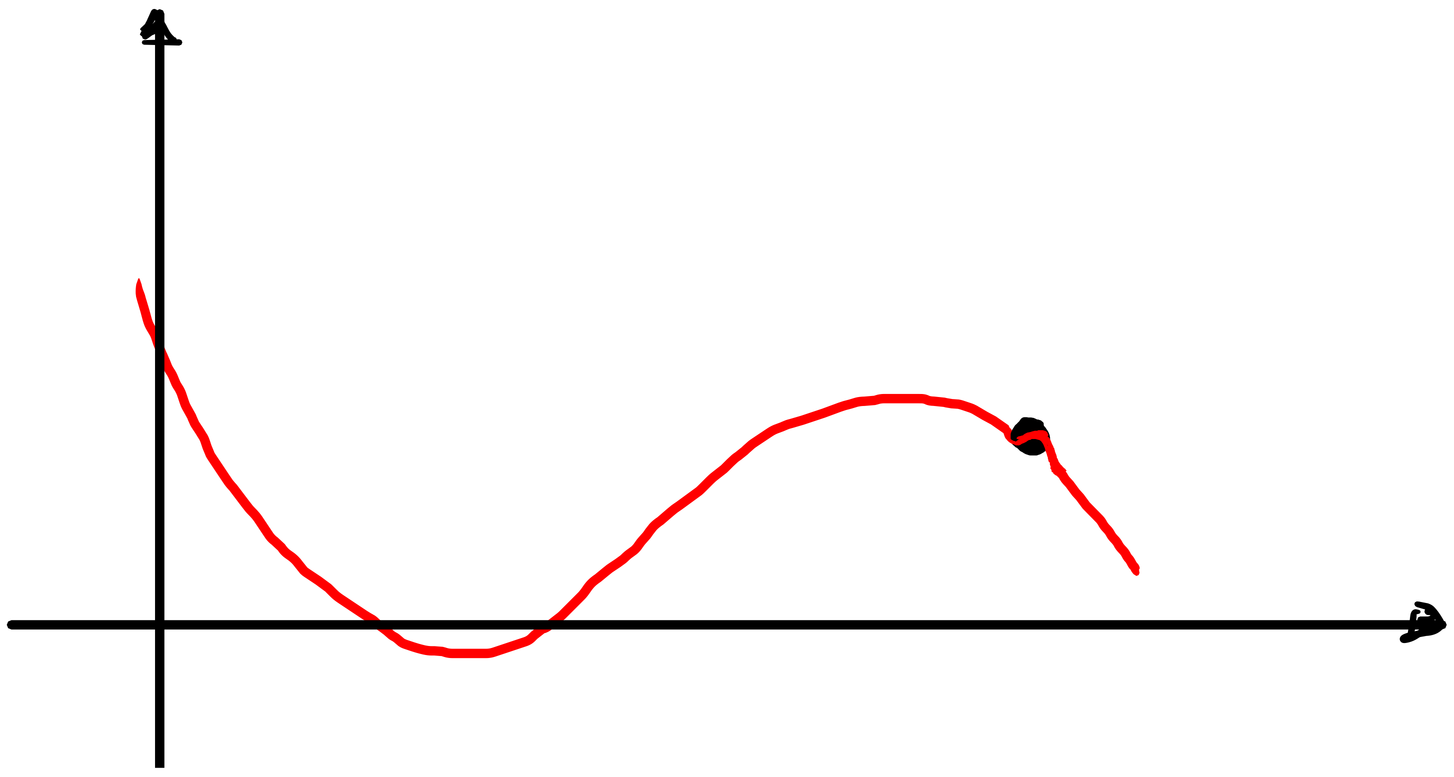
(a) $\lim_{\theta \to 0} \operatorname{sen} \theta = 0$

(b) $\lim_{\theta \to 0} \cos \theta = 1$

(c) Para qualquer função f, $\lim_{x \to c} |f(x)| = 0$ implica $\lim_{x \to c} f(x) = 0$.

Espiadinha:

- Crescimento
- Taxa de Crescimento
- Inclinação da Reta tangente

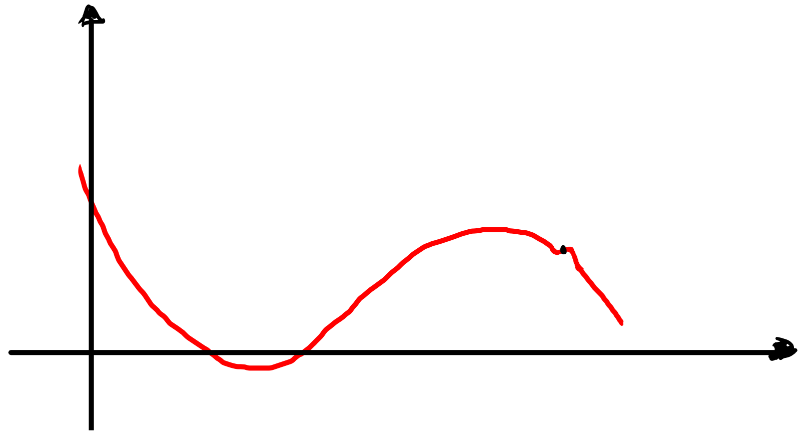


$160\text{ Km} \longrightarrow 2\text{ horas}$

média

$$\frac{160\text{ Km}}{2\text{ horas}} = 80\text{ Km/h}$$

Espiadinha:

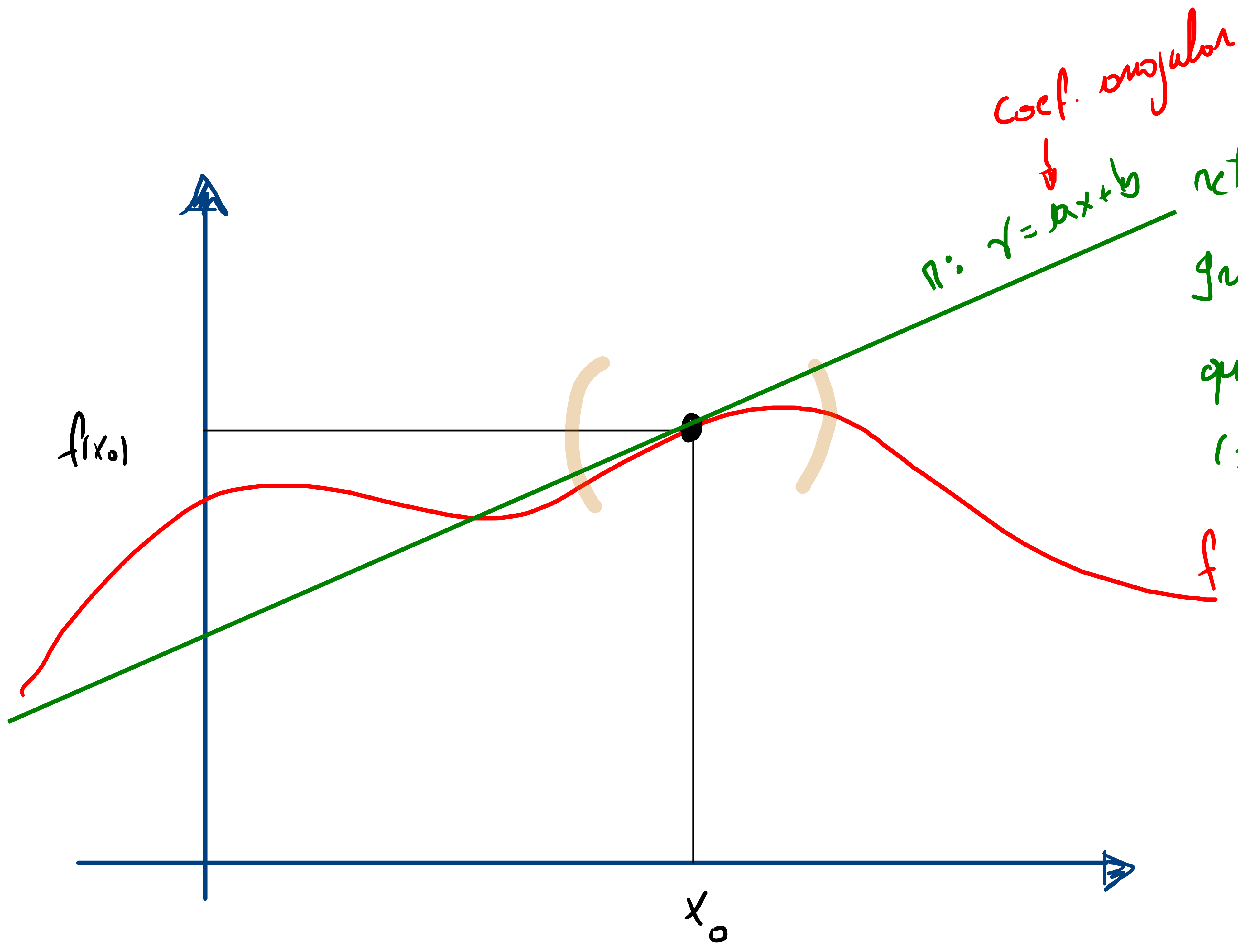


- Crescimento
- Taxa de Crescimento
- Inclinação da Reta tangente

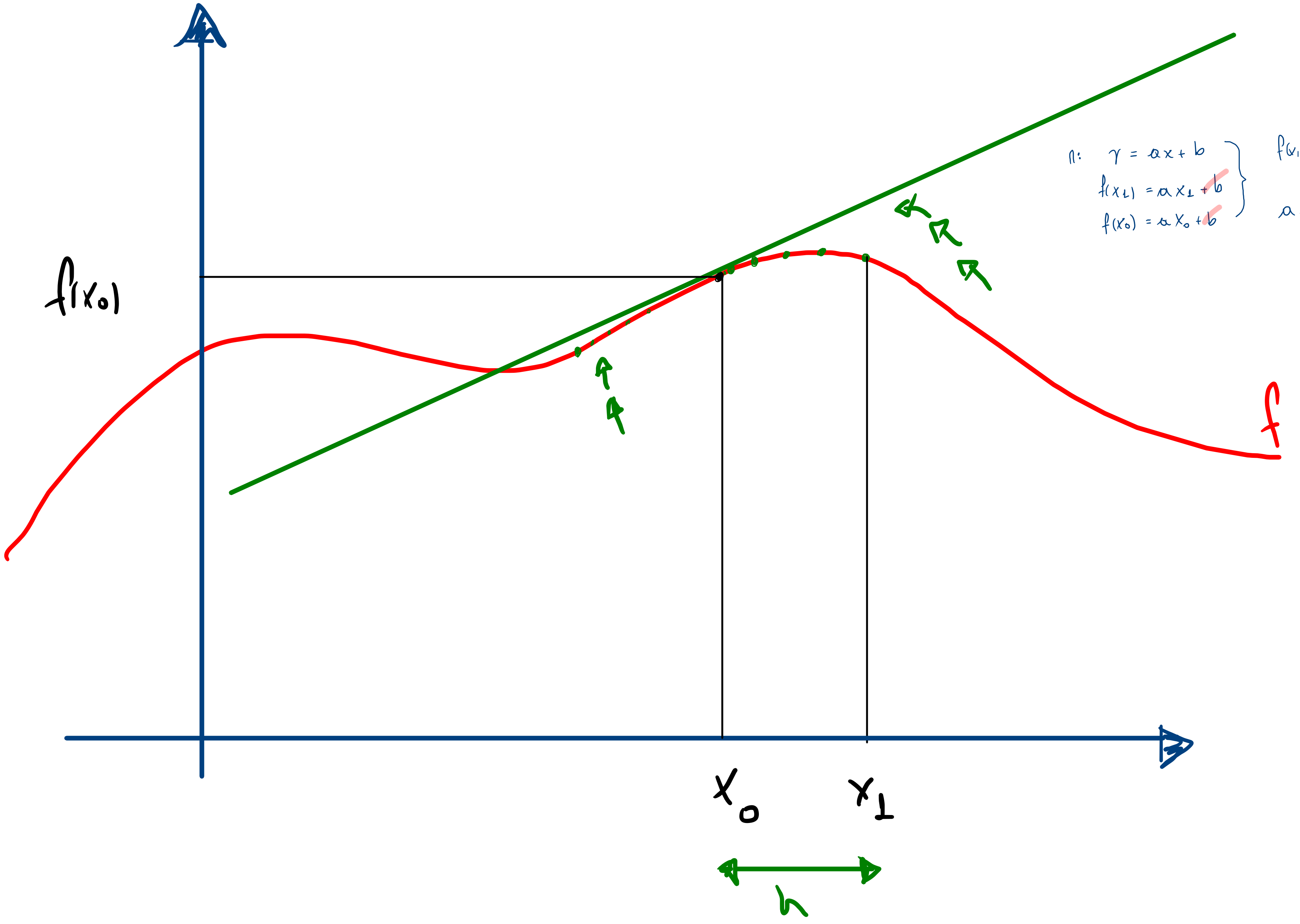
Revisando: Taxa de Variação

DEFINIÇÃO A **taxa de variação média** de $y = f(x)$ com relação a x ao longo do intervalo $[x_1, x_2]$ é

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_1 + h) - f(x_1)}{h}, \quad h \neq 0.$$



reta tangente ao gráfico da função f que toca o ponto $(x_0, f(x_0))$

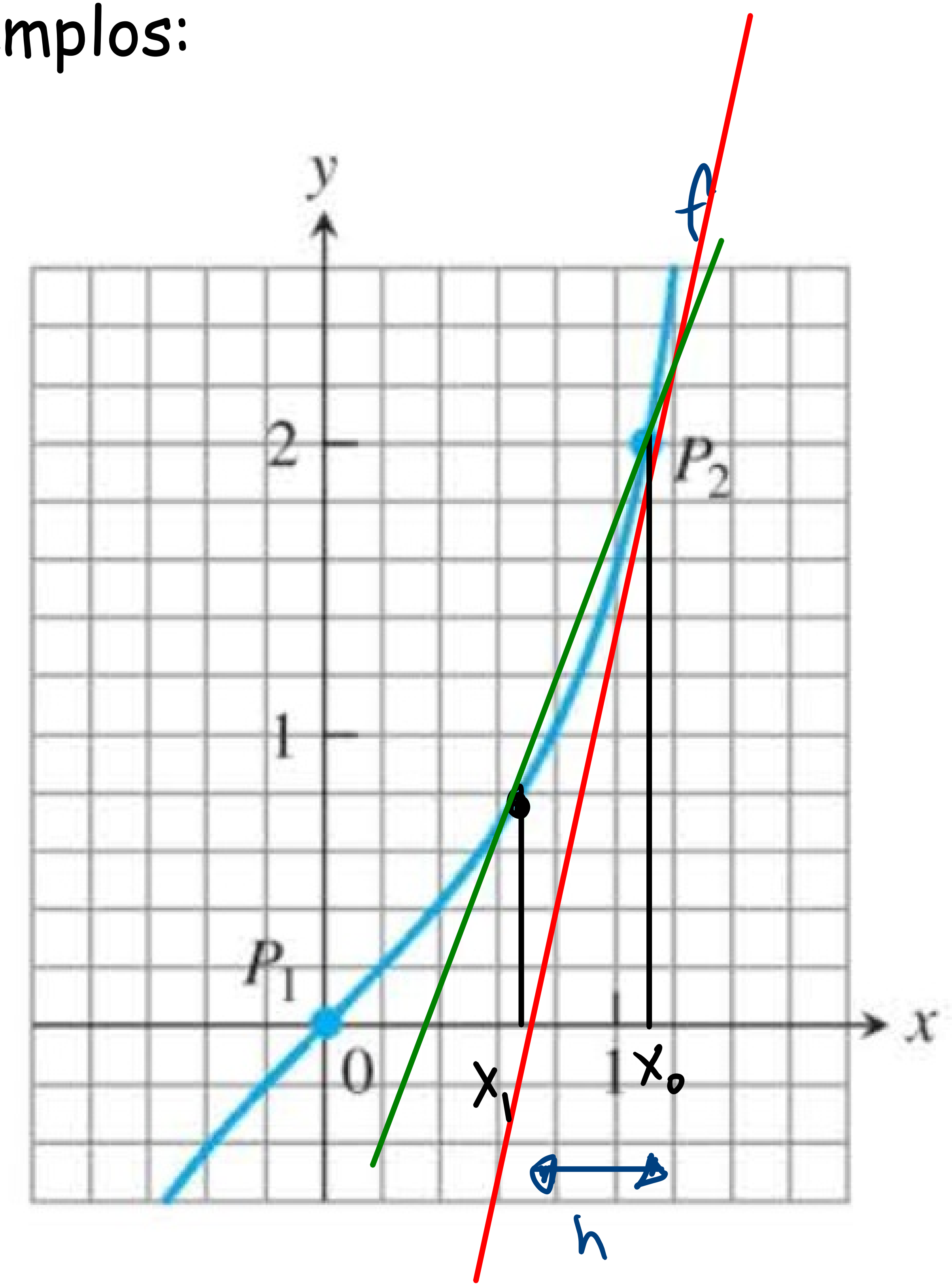


$$\left.\begin{aligned} n:\quad y &= ax+b \\ f(x_1) &= ax_1 + \cancel{b} \\ f(x_0) &= ax_0 + \cancel{b} \end{aligned}\right\} \qquad f(x_1)-f(x_0) = a(x_1-x_0)$$

$$a = \frac{f(x_1)-f(x_0)}{x_1-x_0} = \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

$$x_1 - x_0 = h$$

Exemplos:



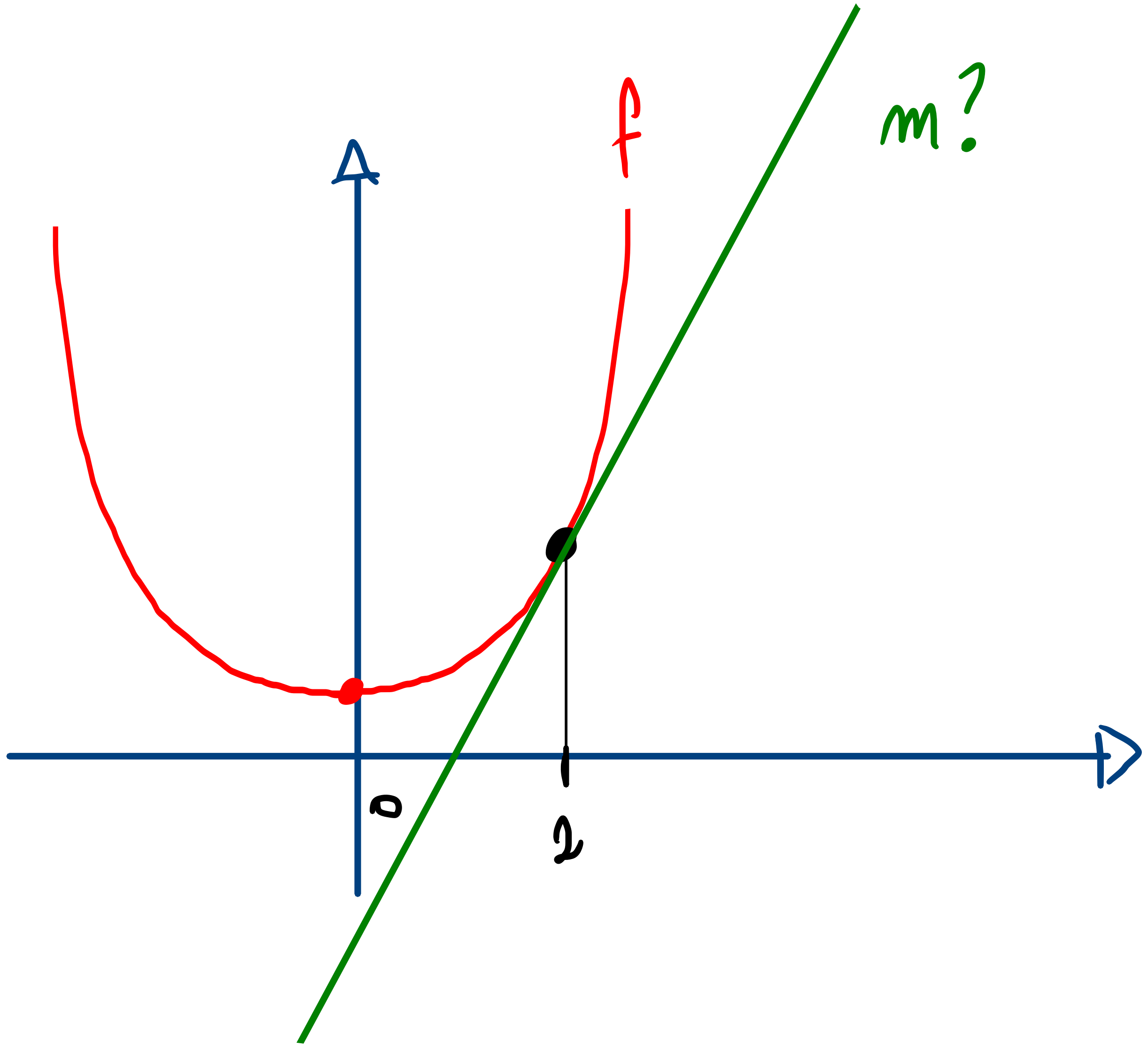
$$x_1 - x_0 = h$$

$$\frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

$\boxed{\text{C.A.}}$ m é o coef. angular da reta tangente ao gráfico da função f que toca o ponto $(x_0, f(x_0))$

Determinar o coeficiente angular da reta tangente que toca o gráfico da função no ponto indicado.

$$f(x) = x^2 + 1, \quad (2, 5)$$



$$\boxed{m = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}}$$

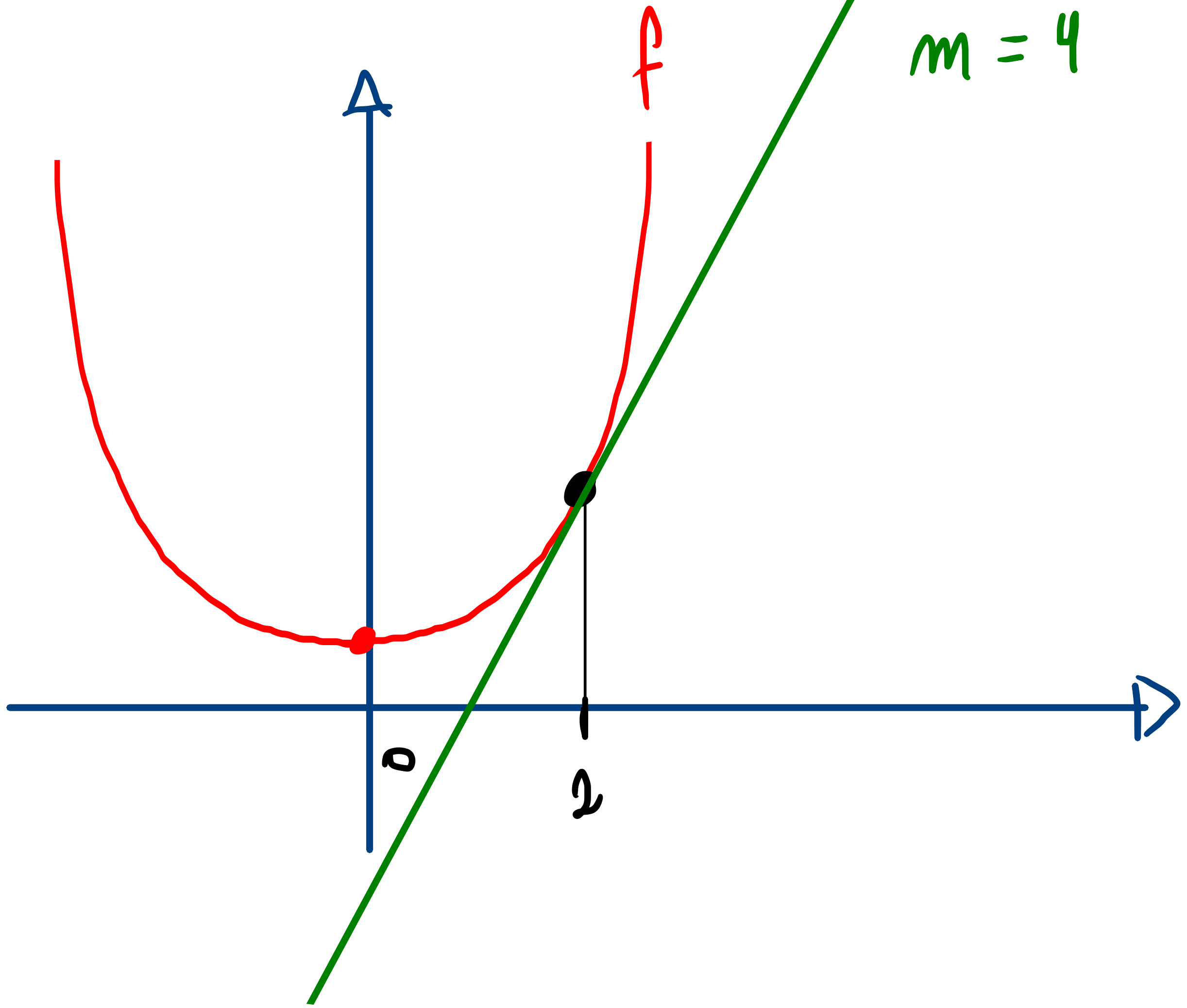
Determinar o coeficiente angular da reta tangente que toca o gráfico da função no ponto indicado.

$f(x) = x^2 + 1, \quad (2, 5)$

$$\boxed{m = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}} = \lim_{h \to 0} \frac{f(2 + h) - f(2)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{(2+h)^2 + 1 - 5}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{\cancel{4} + 4h + h^2 - \cancel{4}}{h} =$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{\cancel{h}(4+h)}{\cancel{h}} = \lim_{h \to 0} 4 + h = 4 + 0 = 4$$



$m = 4$

$r: \quad y = mx + b$

$y = 4x + b$

$5 = 4 \cdot 2 + b$

$5 = 8 + b$

$b = -3$

$$\boxed{y = 4x - 3}$$

Revisando Limite

$$\lim_{x \to 2} \frac{\sqrt{x^2 + 12} - 4}{x - 2}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{1 + x + \operatorname{sen} x}{3 \cos x}$$

$$\lim_{x \to 0} (x^2 - 1)(2 - \cos x)$$

$$\lim_{x \to 0} \sqrt{7 + \sec^2 x}$$

$$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x^2+12}-4}{x-2}$$

$$\frac{2}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\cancel{2}\sqrt{2}}{\cancel{2}} = \sqrt{2}$$

$$\frac{2}{4+\sqrt{3}}\cdot\frac{4-\sqrt{3}}{4-\sqrt{3}} = \frac{2(4-\sqrt{3})}{16-3}$$

• RdQ folha

$$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x^2+12}-4}{x-2}\cdot\frac{\sqrt{x^2+12}+4}{\sqrt{x^2+12}+4} =$$

$$= \lim_{x\to 2}\frac{x^2+12-16}{(x-2)\left(\sqrt{x^2+12}+4\right)} =$$

$$= \lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{(x-2)\left(\sqrt{x^2+12}+4\right)} = \quad 2^2$$

$$= \lim_{x\to 2}\frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{(x-2)}\left(\sqrt{x^2+12}+4\right)} =$$

$$= \lim_{x\to 2}\frac{x+2}{\sqrt{x^2+12}+4} = \frac{\lim_{x\to 2} x+2}{\lim_{x\to 2}\sqrt{x^2+12}+4} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\boxed{\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x^2+12}-4}{x-2} \overset{\text{falso}}{=} \frac{\lim_{x\to 2}\sqrt{x^2+12}-4}{\lim_{x\to 2} x-2} = \frac{0}{0} \notin \mathbb{R}}$$

TESTE $\lim_{x\to 2}\sqrt{x^2+12}+4 \neq 0$. De fato,

$$\lim_{x\to 2}\sqrt{x^2+12}+4 = \left(\lim_{x\to 2}\sqrt{x^2+12}\right)+4 = \sqrt{\lim_{x\to 2} x^2+12}+4 = \sqrt{16}+4 = 8 \neq 0$$

$$\boxed{\text{TESTE} \quad \lim_{x\to 2} x^2+12 = 4+12 = 16 > 0}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{1 + x + \operatorname{sen} x}{3\cos x}$$

TESTE $\lim_{x\to 0} 3\cos(x) = 3\lim_{x\to 0}\cos(x) = 3\cdot 1 = 3 \neq 0$

$$\lim_{x\to 0} \frac{1 + x + \operatorname{sen} x}{3\cos x} = \frac{\lim_{x\to 0} 1 + x + \operatorname{sen}(x)}{\lim_{x\to 0} 3\cos(x)} = \frac{1 + 0 + 0}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\lim_{x\to 0} (x^2 - 1)(2 - \cos x) = \left(\lim_{x\to 0} (x^2-1)\right)\left(\lim_{x\to 0} (2-\cos(x))\right) =$$

$$= (0^2-1)(2-1) = -1$$

$$\lim_{x\to 0} \sqrt{7+\sec^2 x} = \sqrt{\lim_{x\to 0} 7+\sec^2(x)} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

TESTE

$$\lim_{x\to 0} 7+\sec^2(x) = \lim_{x\to 0} 7+\left(\sec(x)\right)^2 =$$

$$= \lim_{x\to 0} 7+\left(\frac{1}{\cos(x)}\right)^2 = \lim_{x\to 0} 7 + \lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{\cos(x)}\right)^2 =$$

$$= 7 + \left(\lim_{x\to 0} \frac{1}{\cos(x)}\right)^2 = 7 + \left(\frac{1}{1}\right)^2 = 8 > 0$$

Determinar o coeficiente angular da reta tangente que toca o gráfico da função no ponto indicado.

$$h(t) = t^3, \quad (2, 8)$$

$$f(x) = x - 2x^2, \quad (1, -1)$$

$$g(x) = \frac{x}{x - 2}, \quad (3, 3)$$

$$f(x) = \sqrt{x}, \quad (4, 2)$$