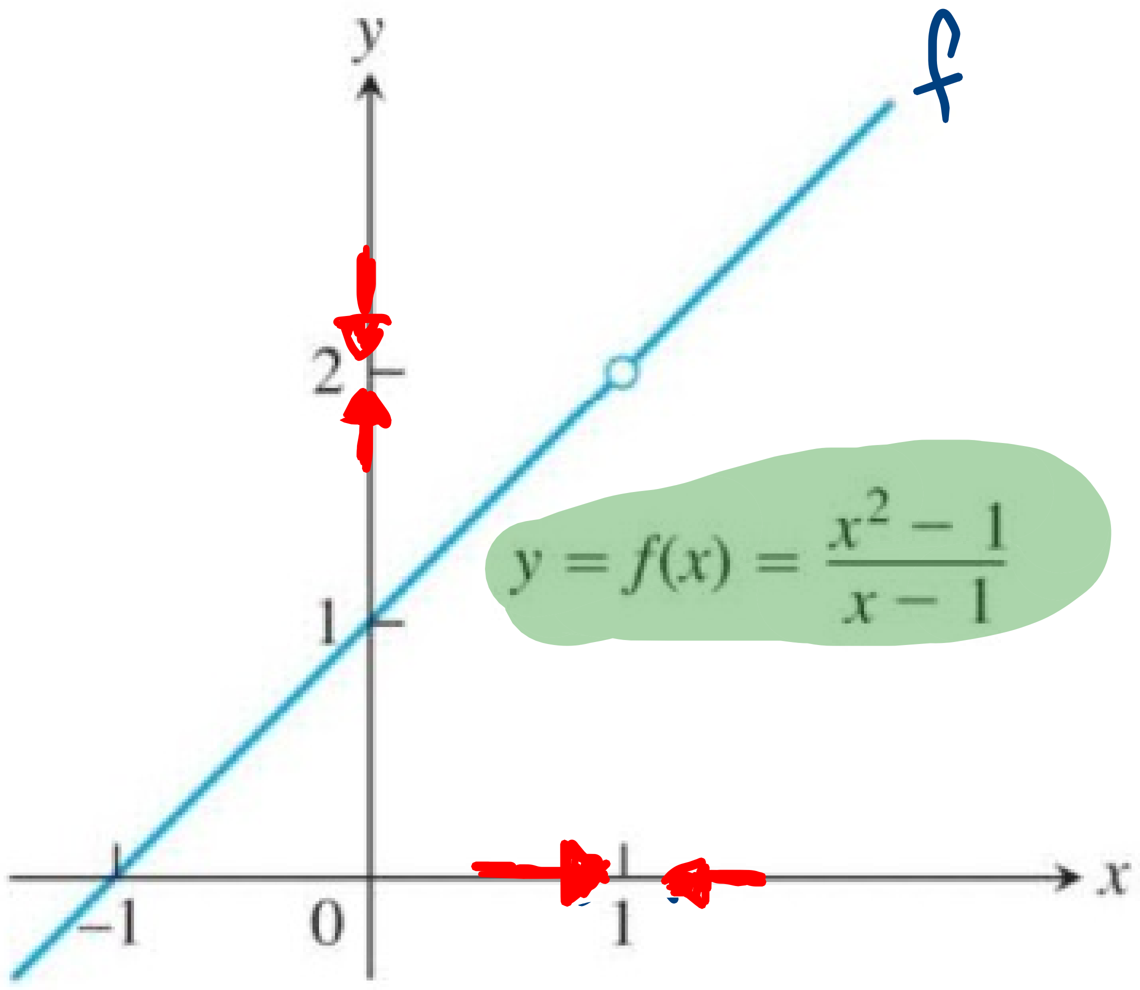
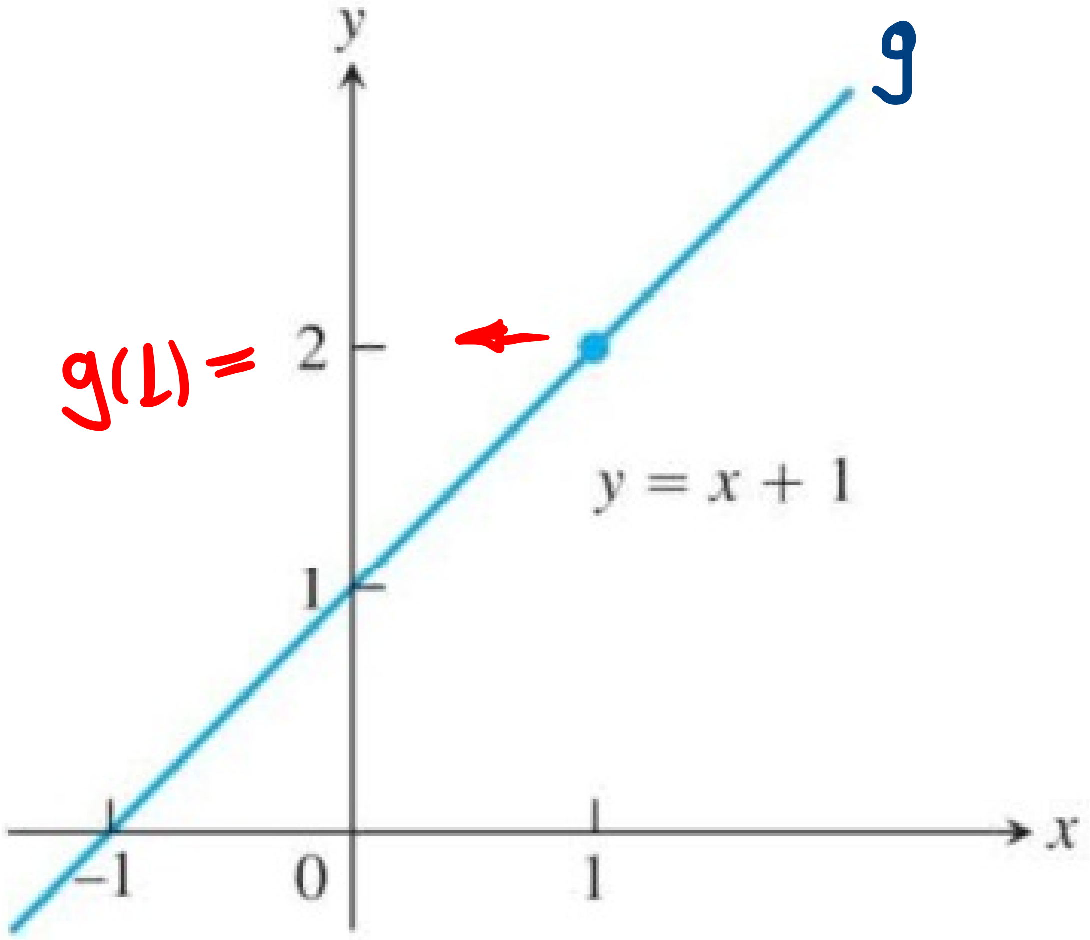
Estipulando valores de funções

$f(x) = g(x)$ se $x \neq 1$



$1 \notin \mathrm{dom}(f)$



$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{\cancel{(x-1)}(x+1)}{\cancel{x-1}} = x+1 = g(x) \quad x \neq 1$$

TABELA 2.2 Quanto mais x se aproxima de 1, mais perto $f(x) = (x^2 - 1)/(x - 1)$ parece se aproximar de 2

Valores de x abaixo e acima de 1	$f(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x - 1} = x + 1, \quad x \neq 1$
0,9	1,9
1,1	2,1
0,99	1,99
1,01	2,01
0,999	1,999
1,001	2,001
0,999999	1,999999
1,000001	2,000001

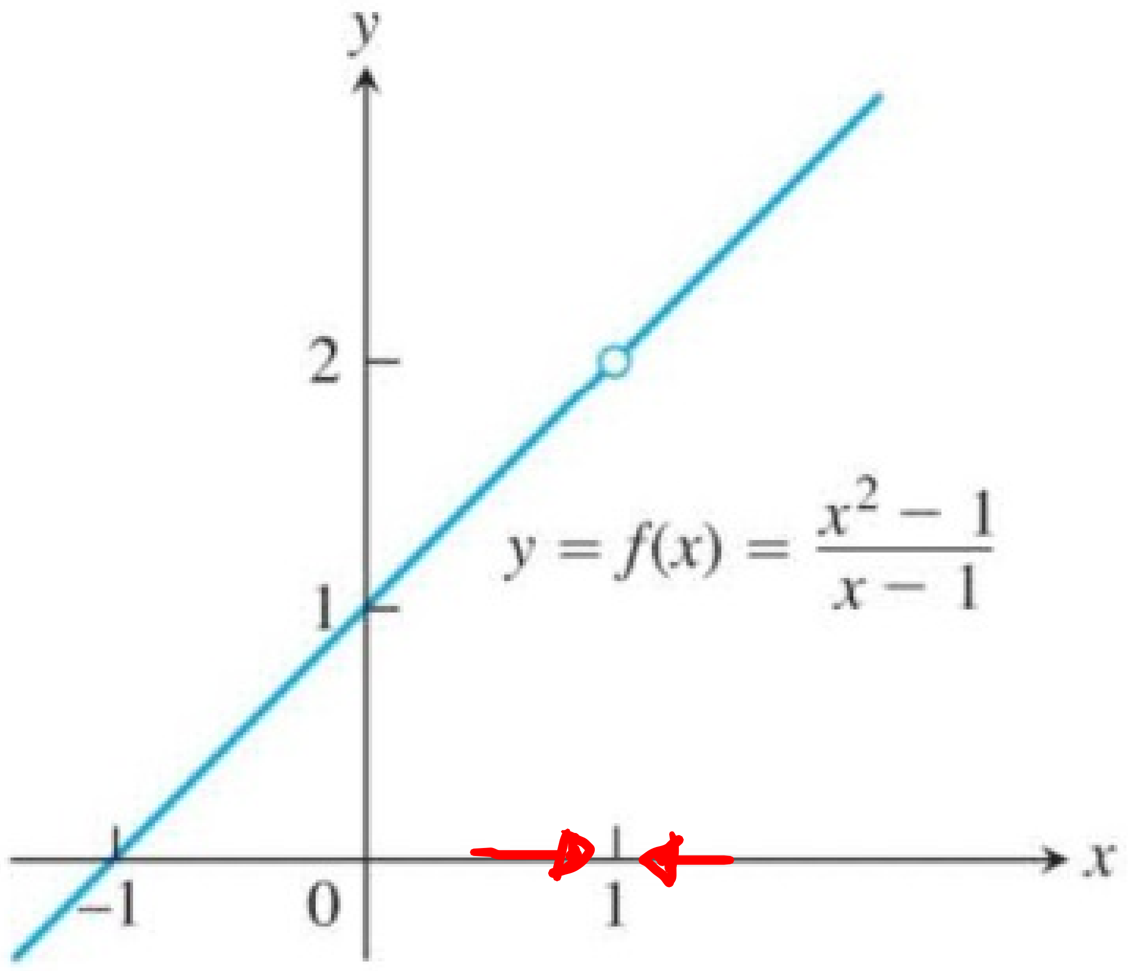
Se $f(x)$ está arbitrariamente próxima a L (tão próxima de L quanto queiramos) para todo x próximo o suficiente de x_0, dizemos que f se aproxima do **limite** L quando x se aproxima de x_0, e escrevemos

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = L,$$

que lemos como "o limite de $f(x)$ quando x tende a x_0 é L".

Ex: $f(6) \in \mathbb{R} \neq \lim_{x \to 6} f(x)$

A importância da definição de limite

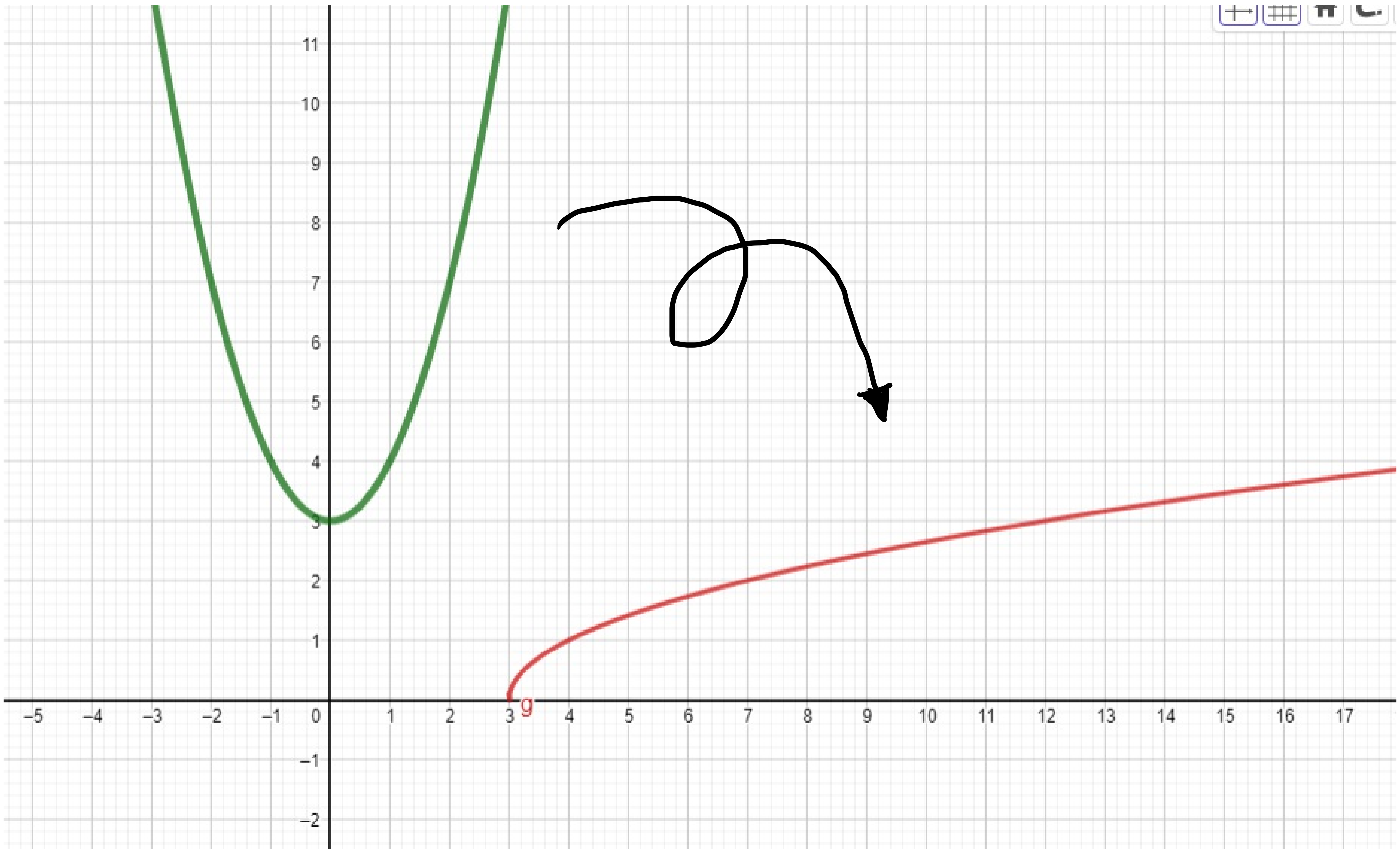


$y = x^2 + 3$

$\downarrow$

$y - 3 = x^2$

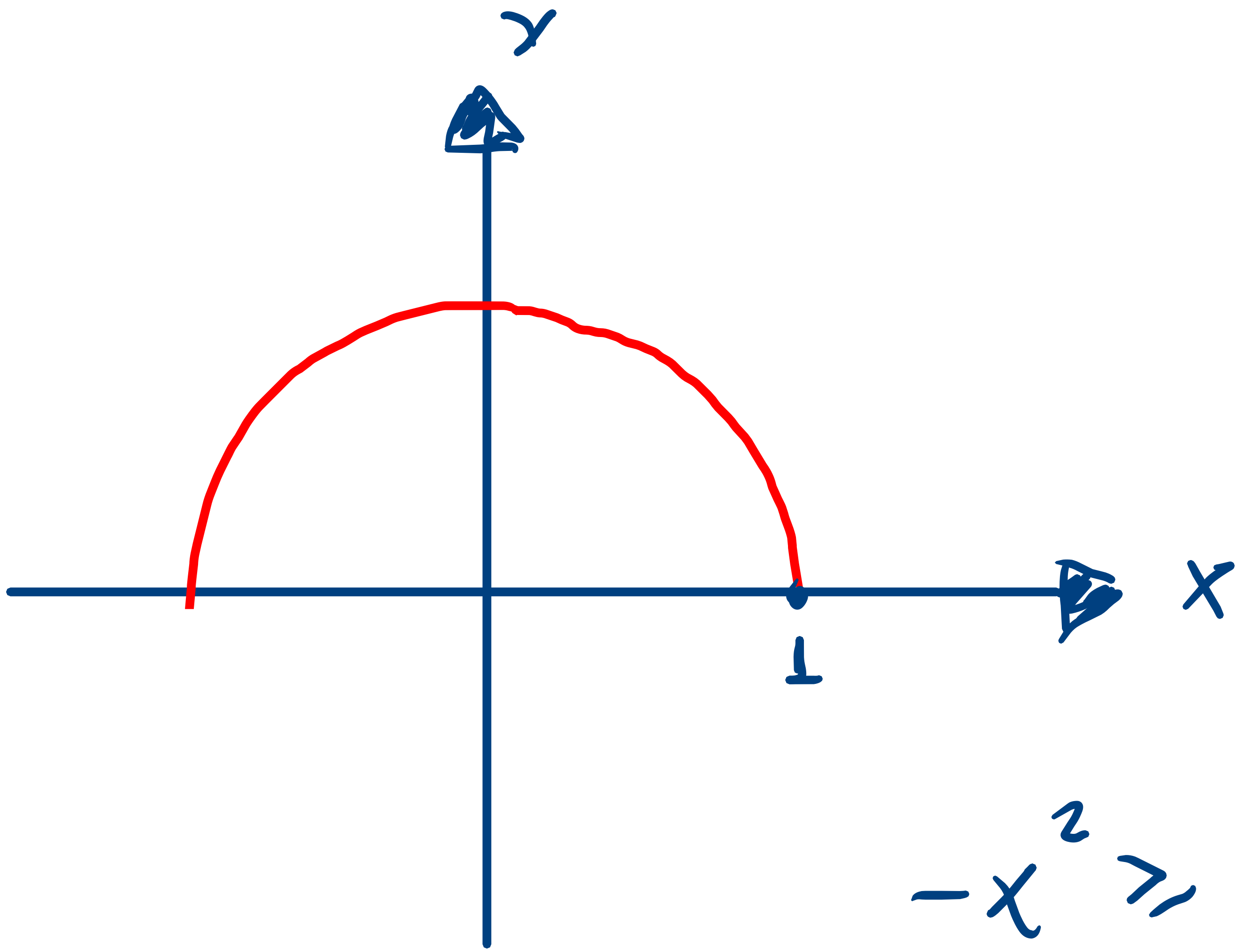
$x = \sqrt{y-3}$ $\begin{cases} y - 3 \geq 0 \\ y \geq 3 \end{cases}$



11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
−1
−2
−5
−4
−3
−2
−1
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
g

12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
−1
−2
−3
−2
−1
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
f
g

Ex:



$$x^1 + y^2 = 1$$

$$\Downarrow$$

$$y^2 = 1 - x^2$$

$$y = +\sqrt{1 - x^2} \rightarrow$$

$$\text{dom}(\gamma) = \{x \in \mathbb{R},\ 1 - x^2 \geq 0\}$$

$$-x^2 \geq -1$$

$$x^2 \leq 1 \rightarrow x \leq 1$$

pode ser negativo

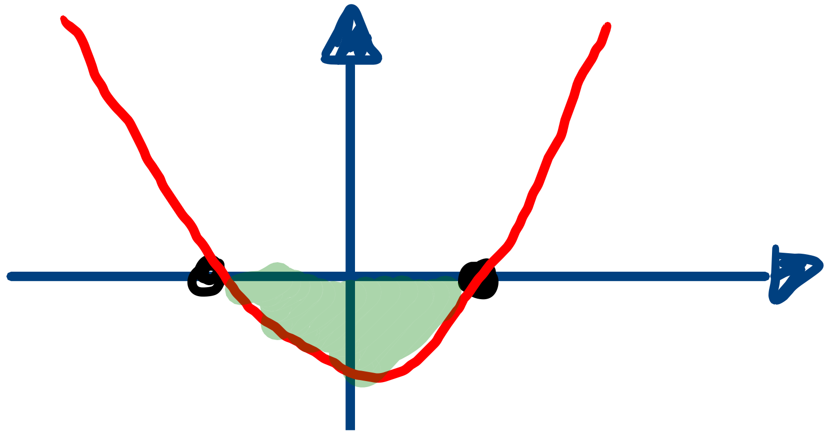
$$x \geq -1$$

$$x^2 - 1 \leq 0$$

$x^2 - 1 = 0 \rightarrow$ raízes

$x = 1$ e $x = -1$

$x^2 - 1 \leq 0$



entre $x = 1$ e $x = -1$, $x^2 - 1 \leq 0$

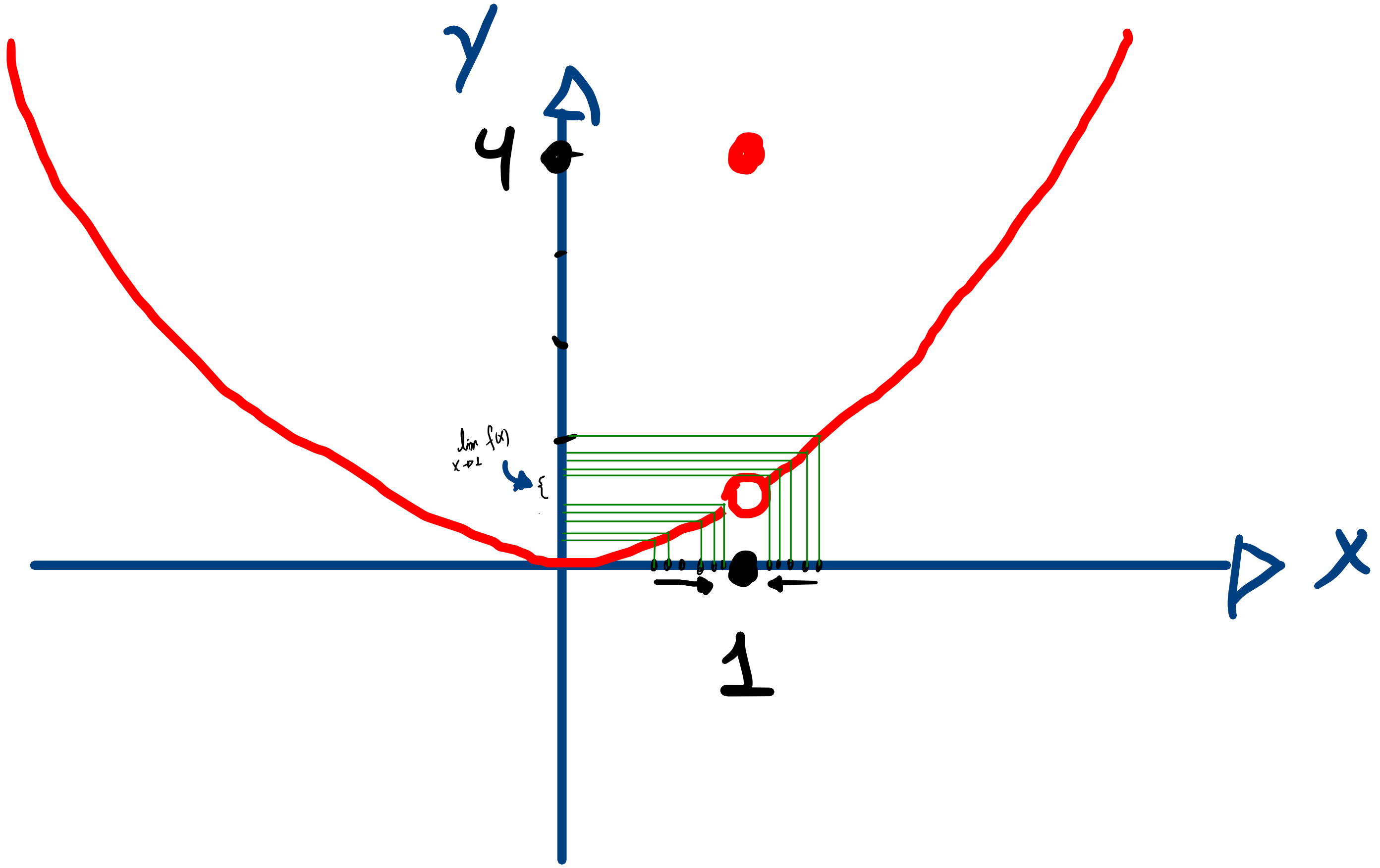
$-1 \leq x \leq 1$ satisfazem $x^2 - 1 \leq 0$

Ex:

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x \in \mathbb{R} \setminus \{1\} \\ 4, & x = 1 \end{cases}$$

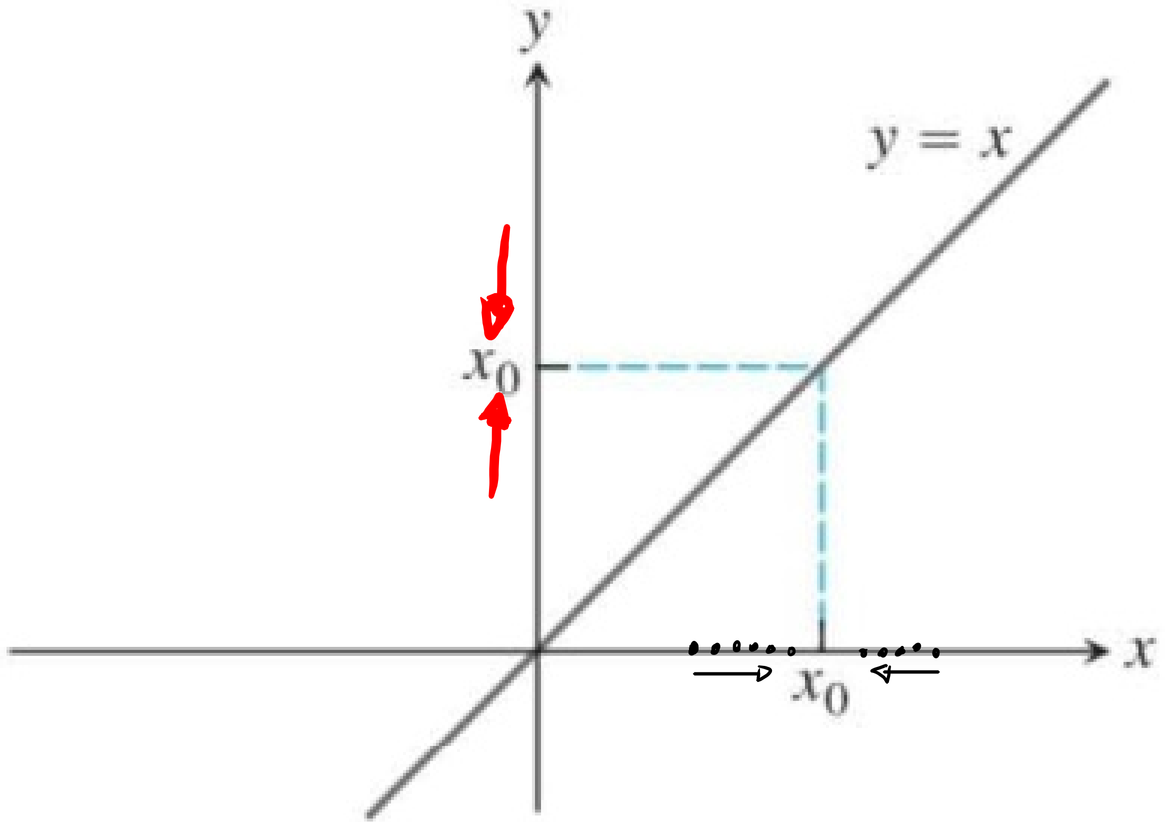
$$\boxed{f(1) = 4}$$

$$\boxed{\lim_{x \to 1} f(x) = 1}$$



Se f é a **função identidade** $f(x) = x$, então, para qualquer valor de x_0 (Figura 2.9a),

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = \lim_{x \to x_0} x = x_0 .$$



(a) Função identidade

Ex: $\lim_{x \to \sqrt{2}} x = \sqrt{2}$

$\lim_{x \to \pi} x = \pi$

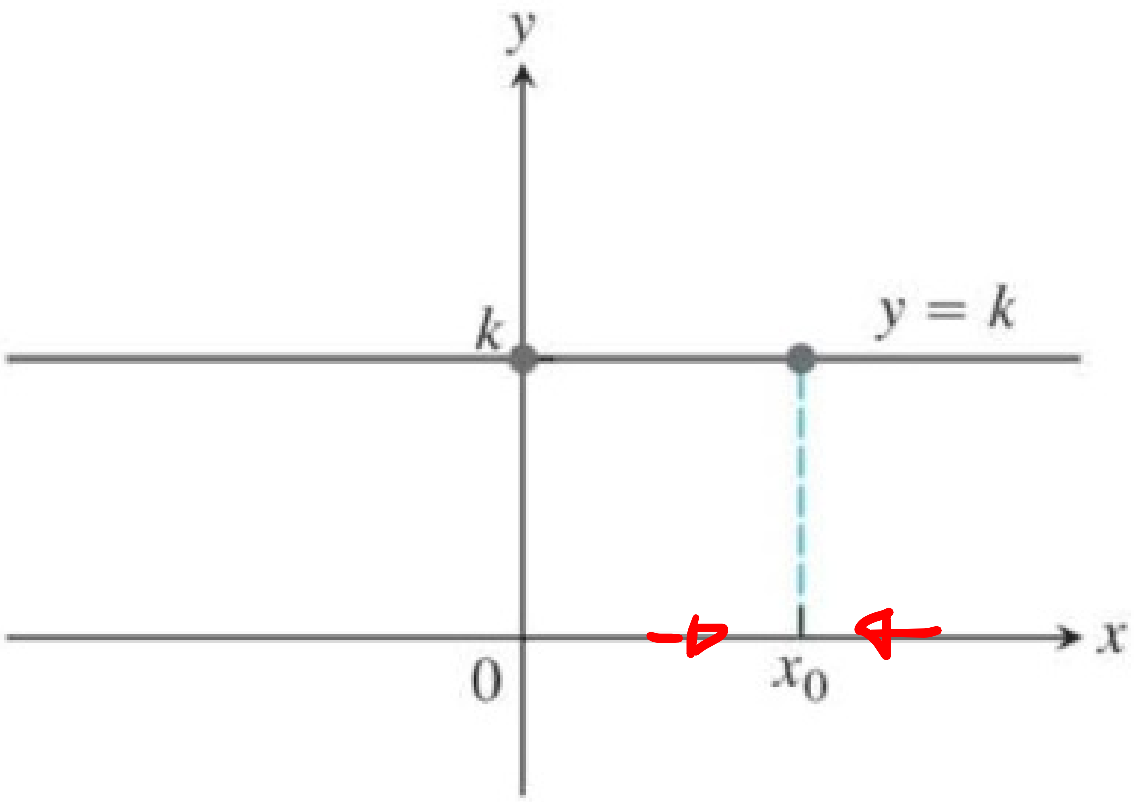
Se f é a **função constante** $f(x) = k$ (função com o valor k constante), então, para qualquer valor de x_0 (Figura 2.9b),

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = \lim_{x \to x_0} k = k.$$

$f(\pi) = k$

$f(2) = k$

$f(0) = k$



(b) Função constante

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = k$$

função identidade

$$\lim_{x \to c} x = c$$

função constante.

k constante.

$$\lim_{x \to c} k = k$$

EXEMPLO

(a) $\lim_{x \to c} (x^3 + 4x^2 - 3)$ **(b)** $\lim_{x \to c} \dfrac{x^4 + x^2 - 1}{x^2 + 5}$ **(c)** $\lim_{x \to -2} \sqrt{4x^2 - 3}$

$\lim_{x \to c} (x^3 + 4x^2 - 3)$

$\lim_{x \to c} x^3$

$\lim_{x \to c} x = c$

TEOREMA — Leis do limite Se L, M, c e k são números reais e

$$\lim_{x \to c} f(x) = L \quad \text{e} \quad \lim_{x \to c} g(x) = M, \quad \text{então}$$

1. *Regra da soma:* $\lim_{x \to c} (f(x) + g(x)) = L + M$
2. *Regra da diferença:* $\lim_{x \to c} (f(x) - g(x)) = L - M$
3. *Regra da multiplicação por constante:* $\lim_{x \to c} (k \cdot f(x)) = k \cdot L$
4. *Regra do produto:* $\lim_{x \to c} (f(x) \cdot g(x)) = L \cdot M$
5. *Regra do quociente:* $\lim_{x \to c} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{L}{M}, \quad M \neq 0$
6. *Regra da potenciação:* $\lim_{x \to c} [f(x)]^n = L^n$, n é um número inteiro positivo
7. *Regra da raiz:* $\lim_{x \to c} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{L} = L^{1/n}$, n é um número inteiro positivo

(Se n for um número par, suporemos que $\lim_{x \to c} f(x) = L > 0$.)