Universidade Estadual da Paraíba

Centro de Ciências e Tecnologia

Curso de Engenharia Sanitária e Ambiental

⑤ Métodos Numéricos – Raízes Equações

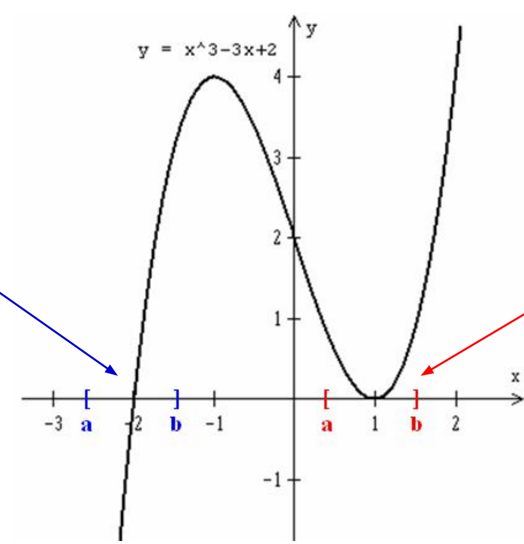
2020.1

Prof. Antonio Carlos

Determinação de Raízes Reais de uma Equação

- **Uma raiz x' é um valor de x que torna a função igual a zero; isto é, $f(x') = 0$.**
- **A raiz pode ser "vista" por meio do gráfico da função.**
- **Uma raiz é um ponto no eixo dos x onde o gráfico "toca" ou "cruza" esse eixo.**
- **E, é claro, que a raiz sempre vai estar dentro de um intervalo $[a,b]$ sobre o eixo dos x.**

"cruza"



"toca"

⑤ MN – Raízes de Equações
Determinação de Raízes Reais

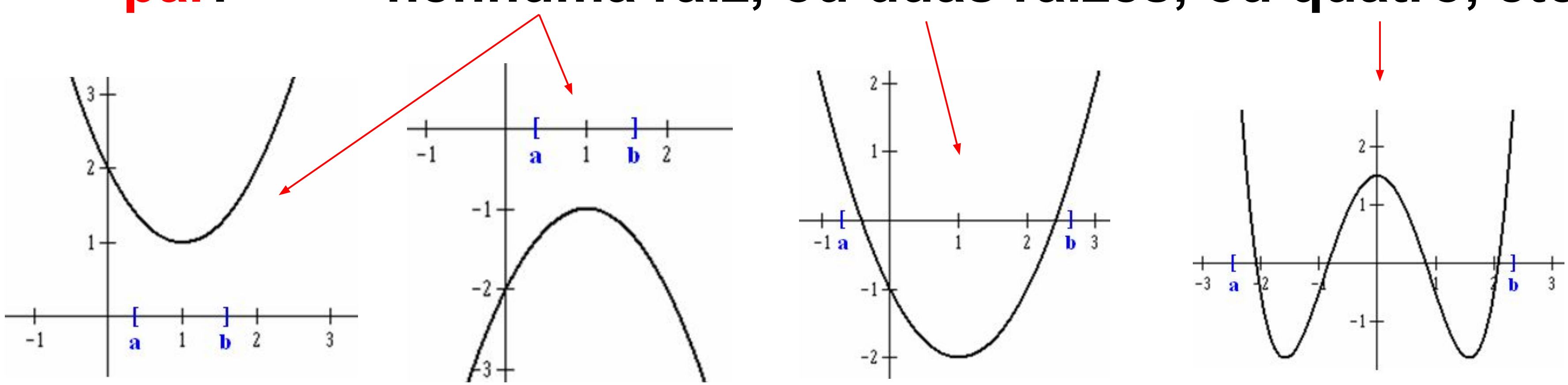
Para a determinação da raiz, são necessários dois passos:

1. **Localização da(s) raíz(es)** -> **saber onde a raiz está**
2. **Refinamento (ou Cálculo)** -> **calcular o seu valor**

1. Localizar a raiz nada mais é do que determinar o intervalo ***[a,b]*** **onde a raiz se encontra.**

- **A seguir algumas técnicas do Cálculo para se localizar uma ou mais raízes:**

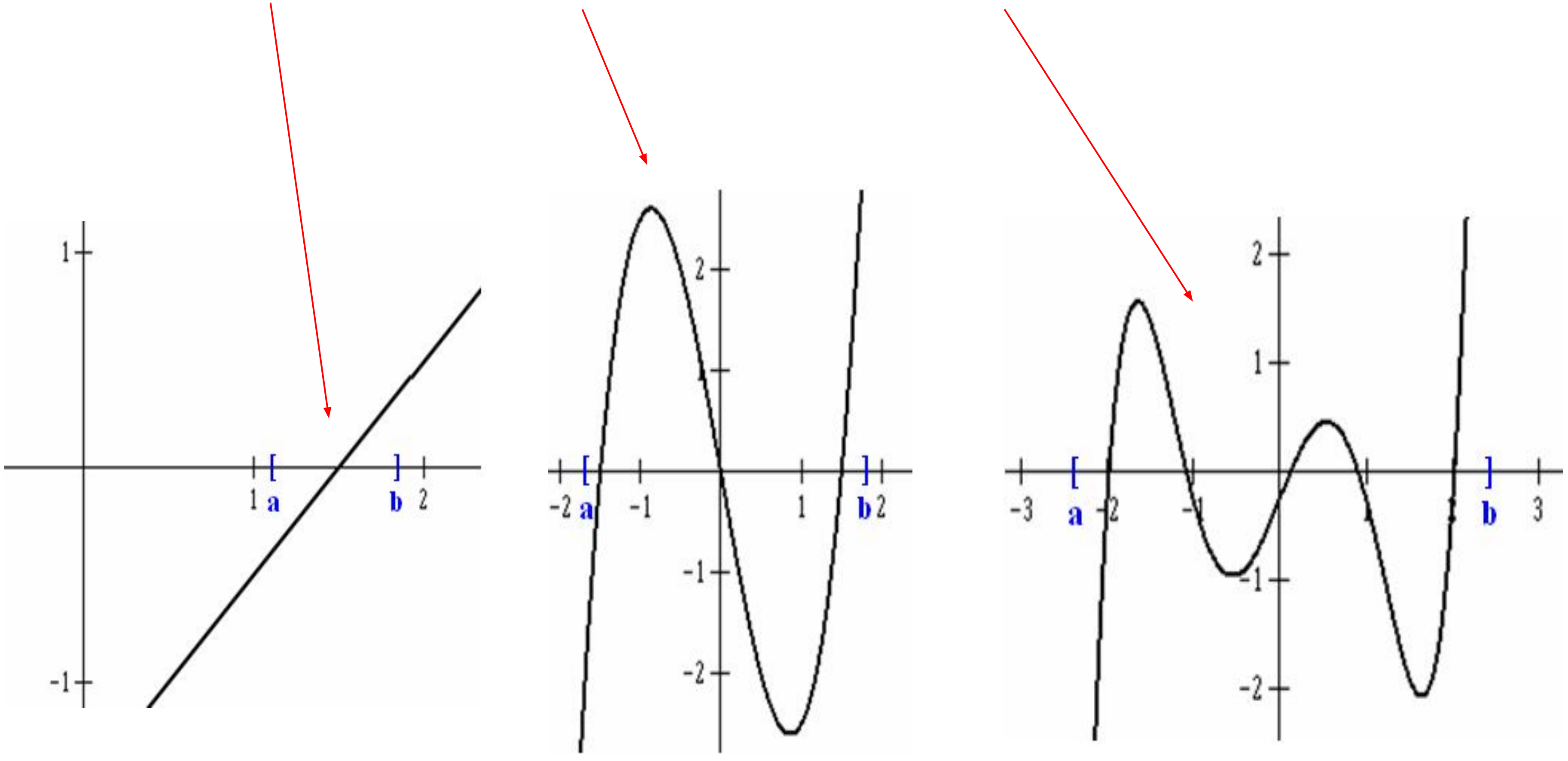
1.1. Se $f(a)*f(b) > 0$**, então o número de raízes em** ***[a,b]*** **é par:** $\Rightarrow$ **nenhuma raiz, ou duas raízes, ou quatro, etc.**



Determinação de Raízes Reais

1.2. Se $f(a)*f(b) < 0$**, então número de raízes em** $[a,b]$ ***é ímpar*****:**

⇒ uma raiz, ou três raízes, ou cinco, etc.

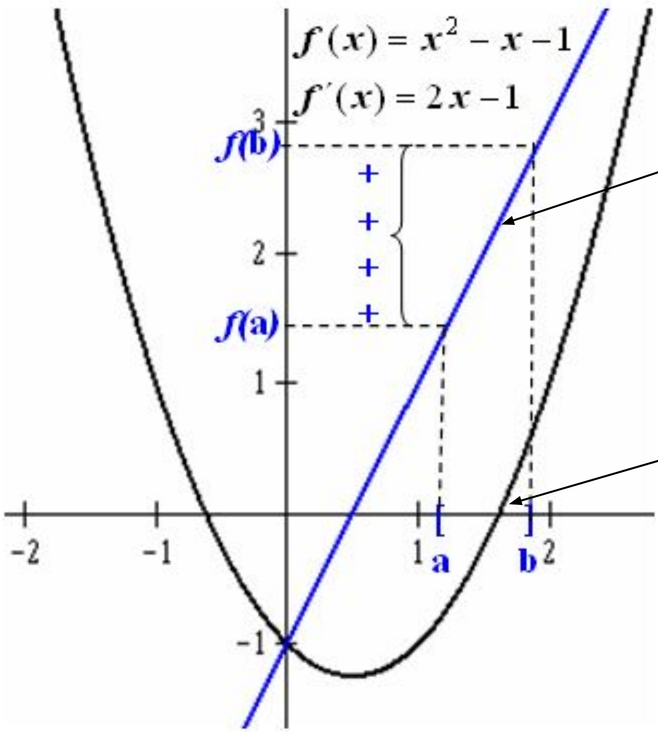


⑤ MN – Raízes de Equações

Determinação de Raízes Reais

1.3. Se ***f(a)*f(b) < 0*** **e** ***sinal de f´(x) for constante*** **em todo o intervalo** ***[a,b]*****, então** **existe uma única** **raiz em** ***[a,b]*****.**

Obs.: **nós vamos sempre trabalhar com a condição acima, isto é, achar a única raiz em** ***[a,b]*** **.**



Derivada sempre positiva em ***[a,b]*****, então, nesse intervalo o sinal de** ***f´(x)*** **é constante**

Uma só raiz no intervalo ***[a,b]***

Determinação de Raízes Reais

2. Os métodos de refinamento para se achar o valor da raiz são iterativos (isto é, repetitivos); o processo se repete até a raiz atingir uma precisão ε pré-fixada. A precisão é alcançada por meio de um critério de parada adequado ao caso.

2.1. Critérios de Parada: são utilizados, principalmente, dois critérios; raramente se usa os dois juntos; ou se usa um ou o outro.

Critério 1: Diferença entre dois valores consecutivos da raiz calculada

$$\left| x'_{atual} - x'_{ant} \right| \le \varepsilon$$

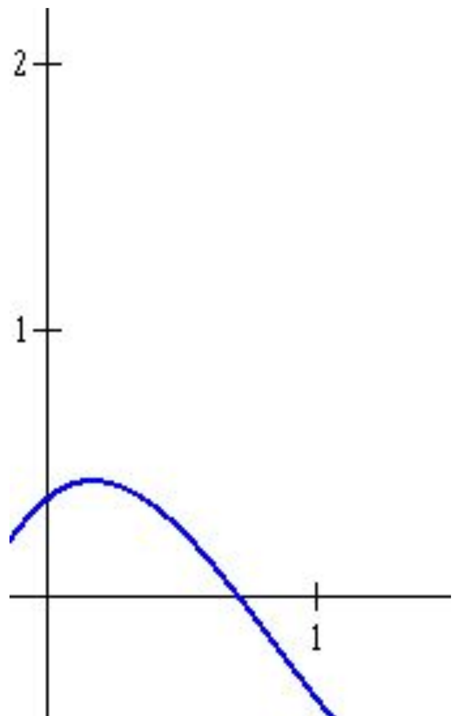
Critério 2: Valor da função para a raiz calculada

$$\left| f(x'_{atual}) \right| \le \varepsilon$$

Determinação de Raízes Reais

2.2. Qual critério de parada devo usar? O 1 ou o 2?

2.2.1. Quando a inclinação da função na vizinhança da raiz não for muito acentuada nem para a vertical nem para a horizontal, pode se usar o critério 1. (este é, de longe, o critério de parada mais usado).



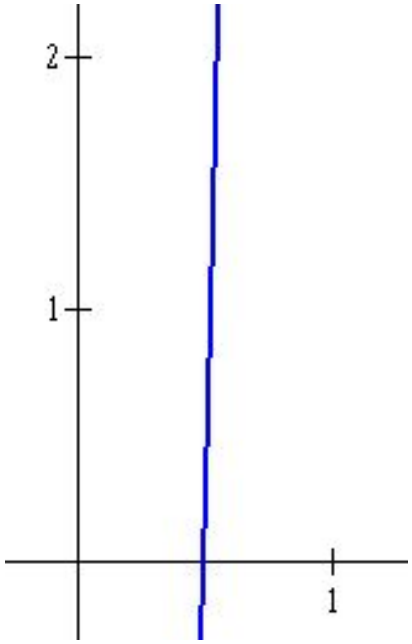
- **Nas proximidades da raiz o gráfico desce suavemente, nem muito vertical, nem muito horizontal.**

⑤ MN – Raízes de Equações
Determinação de Raízes Reais

2.2. Qual critério de parada devo usar? O 1 ou o 2?

2.2.2. Quando a inclinação da função na vizinhança da raiz for muito acentuada para a vertical é melhor usar o critério 2.

- **É o caso de funções que sobem ou descem abruptamente na vizinhança da raiz.**



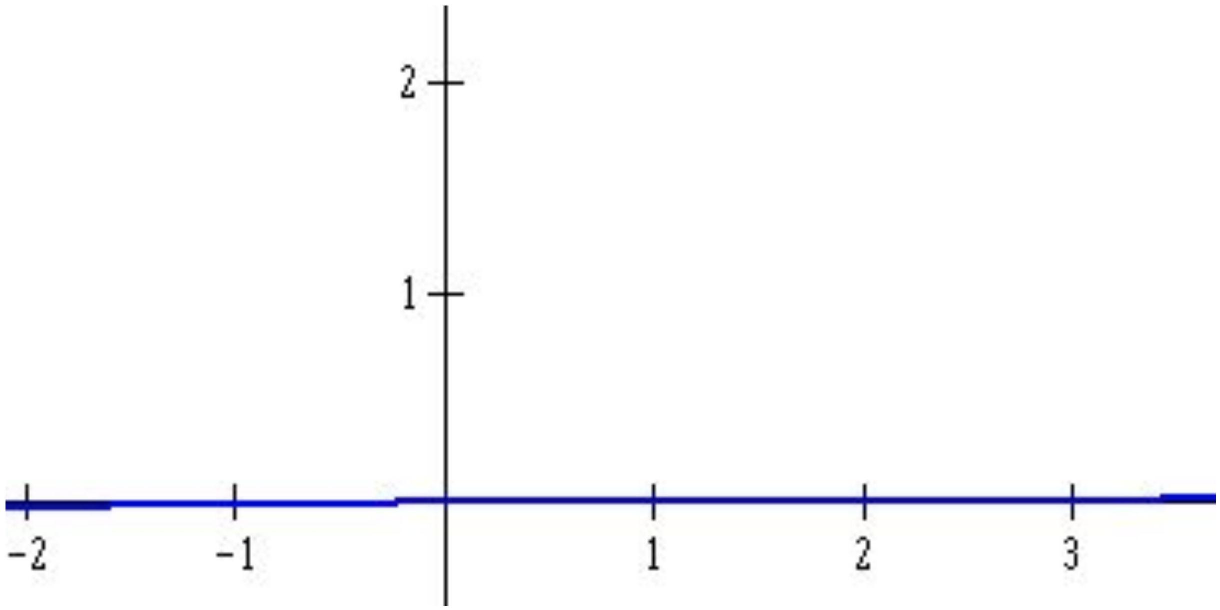
- **Nas proximidades da raiz o gráfico é quase na vertical.**

Determinação de Raízes Reais

2.2. Qual critério de parada devo usar? O 1 ou o 2?

2.2.3 Quando a inclinação da função no intervalo que contém a raiz for muito acentuada para a horizontal é melhor usar o critério 1.

- É o caso de funções que vem se arrastando próximo ao eixo dos x, passa pela raiz e continua se arrastando.



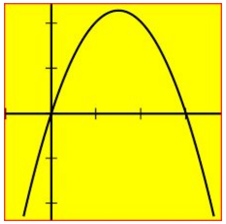
- Gráfico muito arrastado na horizontal.
- Qual é a raiz? (Quando é o gráfico toca o eixo dos x?)
- -1,5? -1,0? -0,5? 0? 0,5? 1,0? 1,5? 2,0? 2,5? 3,0?
- Difícil de saber, né?

⑤ MN – Raízes de Equações
Determinação de Raízes Reais

• Então, na prática a gente vai sempre tentar usar o critério 1, que é o mais utilizado e que funciona na maioria dos casos.

• Agora, com relação ao problema de você descobrir onde é que a raiz se encontra, ou seja, determinar o intervalo que contém a raiz, eu estou preparando um material sobre um software bem fácilzinho de usar chamado Winplot.

• O Winplot possui uma série de coisinhas boas e fáceis de usar quando se trata do estudo de funções, mas a principal delas é você traçar o gráfico da função para saber onde o gráfico toca ou cruza o eixo dos x e assim, você determinar onde se encontra a raiz que você pretende achar o valor.



← Guardem esse ícone no coração!

Por enquanto é só...

Estão abençoados!