	TRABAJO PRACTICO N.º;5 *Respuesta Transitoria*	**Alumno**: Lucas Axel Gamaleri **N.º;** 60735 / 8
		Fecha: Oct - 2018

Introducción

Como continuación del Trabajo anterior sobre **Modos naturales y función de transferencia**, el siguiente paso en el análisis es la incorporación de la elasticidad de las ruedas en el modelo dinámico.

El objetivo del presente informe es calcular la función de transferencia del nuevo modelo y caracterizar la respuesta en la altura y la aceleración, para el conductor y para una carga transportada en el baúl trasero al transitar por una calzada discontinua con elevaciones de 0.1m de altura y 20m de longitud circulando a 36 km/h.

Además se requiere evaluar qué efecto tendría en el modelo aumentar la presión de inflado de las cubiertas en un 20%.

Desarrollo

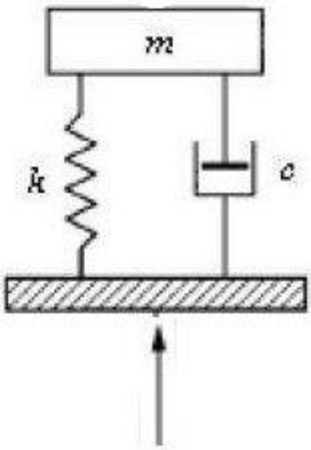
El primer paso del desarrollo será modelar la dinámica del automóvil modificando las ecuaciones del modelo anterior (donde no fueron incorporadas las elasticidades de las ruedas). Para obtener un nuevo sistema matricial de la forma

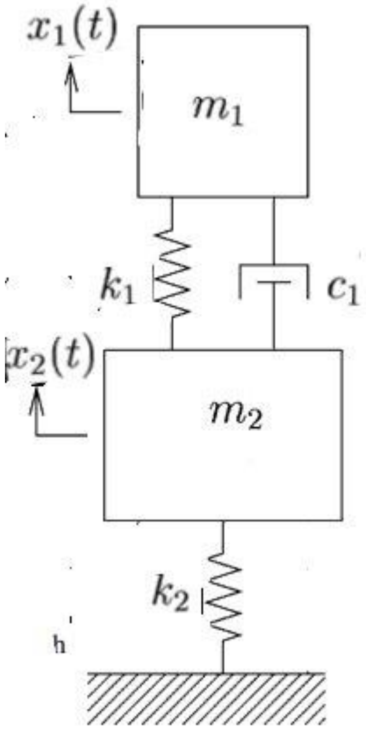
$\dot{X} = Ax + Bu$ Donde tanto A como B serán diferentes al modelo anterior.

Se debe tener en cuenta que en el modelo anterior, la matriz **B**, la cual conservaba coeficientes sobre la altura de la rueda como si estuviese rígidamente vinculada al suelo “h”, ya no se cumple. Por lo que algunos términos de B, formarán parte de la matriz de coeficientes **A**. Y B será la matriz de coeficientes que vincularán la entrada “h” (referente a la altura del terreno) y la altura de la rueda (ya no rígidamente vinculada al terreno sino que evoluciona con el tiempo con una dinámica que en principio está relacionada con el chasis del automóvil.

	TRABAJO PRACTICO N.º;5 *Respuesta Transitoria*	**Alumno**: Lucas Axel Gamaleri **N.º;** 60735 / 8
		Fecha: Oct - 2018

En síntesis, se pasará del modelo a la izquierda, al modelo que se muestra a la derecha





Ecuaciones diferenciales de la dinámica.

Teniendo la sumatoria de fuerzas y momentos del modelo anterior. Cambiando el nombre de la variable "*z*" por "x_1" y nombrando x_{2i} al desplazamiento correspondiente de la i-ésima rueda, donde los números corresponden al orden en que fueron dispuestas en el modelo anterior.

Para simplificar el modelo, comúnmente se hace uso de la simetría del vehículo para tener menos variables en juego con un error muy bajo.

Por lo que se analizará "un medio" del vehículo. Considerando la rueda delantera como la suma de ambas ruedas delanteras. Y análogamente la rueda trasera como la suma de las ruedas traseras.

Otra de las ventajas de hacer uso de la simetría es que desaparece el momento en el eje *x*, lo que simplifica mucho el sistema de ecuaciones.

1: Delantera 2: Trasera

Las ecuaciones entonces serán:

$$m\ddot{x} = -K_1\varepsilon_1 - K_2\varepsilon_2 - b_1\dot{\varepsilon_1} - b_2\dot{\varepsilon_2}$$

$$I_y\ddot{\theta} = [K_1\varepsilon_1 + b_1\dot{\varepsilon_1}]a - [K_2\varepsilon_2 + b_2\dot{\varepsilon_2}]b$$

Sumando el equilibrio de fuerzas en las ruedas, x_1 *y* x_2, se tiene el otro sistema de ecuaciones:

$$m_1\ddot{x_1} = K_1\varepsilon_1 + b_1\dot{\varepsilon_1} - K_{B1}(x_1 - h_1)$$

$$m_2\ddot{x_2} = K_2\varepsilon_2 + b_2\dot{\varepsilon_2} - K_{B2}(x_2 - h_2)$$

Donde las deformaciones de los i-ésimos resortes y amortiguadores correspondientes a la i-ésima rueda ε_i tienen la forma:

$$\varepsilon_1 = z - x_1 - a\theta$$

$$\varepsilon_2 = z - x_2 + b\theta$$

$$\dot{\varepsilon_1} = \dot{z} - \dot{x_1} - a\dot{\theta}$$

$$\dot{\varepsilon_2} = \dot{z} - \dot{x_2} + b\dot{\theta}$$

Desarrollo del sistema matricial

Un uso más eficiente de la matemática del problema es crear un sistema matricial con el cual se va a trabajar luego. El sistema tiene la forma:

$$[M]\ddot{x} = -[B]\dot{x} - [K]x - [H]h$$

donde

$$M = \begin{pmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_2 \end{pmatrix}$$

$$K = \begin{pmatrix} K_1 + K_2 & -K_1 a + K_2 b & -K_1 & -K_2 \\ -aK_1 + bK_2 & a^2 K_1 + b^2 K_2 & aK_1 & bK_2 \\ -K_1 & aK_1 & K_1 + K_{B1} & 0 \\ -K_2 & bK_2 & 0 & K_2 + K_{B2} \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} b_1 + b_2 & -b_1 a + b_2 b & -b_1 & -b_2 \\ -ab_1 + bb_2 & a^2 b_1 + b^2 b_2 & ab_1 & bb_2 \\ -b_1 & ab_1 & b_1 & 0 \\ -b_2 & bb_2 & 0 & b_2 \end{pmatrix}$$

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -K_{B1} & 0 \\ 0 & -K_{B2} \end{pmatrix}$$

Significado de cada letra

m	Masa del automóvil	Kg
m1	Masa de la rueda delantera	Kg
m2	Masa de la rueda trasera	Kg
Iy	Momento de inercia de cabeceo	Kg*m2
K_1	Rigidez del resorte delantero	Kgf/m
K_2	Rigidez del resorte trasero	Kgf/m
K_{B1}	Rigidez de la cubierta delantera	Kgf/m
K_{B2}	Rigidez de la cubierta trasera derecha	Kgf/m
b_1	Amortiguación del pistón delantero	Kgf*s/m

b_2	Amortiguación del pistón trasero	Kgf*s/m
a	Distancia entre CG y eje delantero	m
b	Distancia entre CG y eje trasero	m

Creación del espacio de estados

Para analizar el problema a partir del sistema de ecuaciones. Se hace reacomodan las matrices del sistema para formar el espacio de estados:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = Cx + Du$$

Para formar este sistema se trabaja con el sistema de ecuaciones.

La entrada será:

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & I \\ -M^{-1} * K & -M^{-1} * B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -M^{-1} * H \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix}$$

Y la salida, que en este caso de estudio es la altura del conductor y del baúl, será:

$$\begin{pmatrix} y_{cond} \\ y_{baúl} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & b & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{z} & \dot{\theta} & \dot{x_1} & \dot{x_2} & z & \theta & x_1 & x_2 \end{pmatrix}^T$$

Resolución

Del espacio de estados se obtiene la matriz de transferencia mediante código escrito en MATLAB.

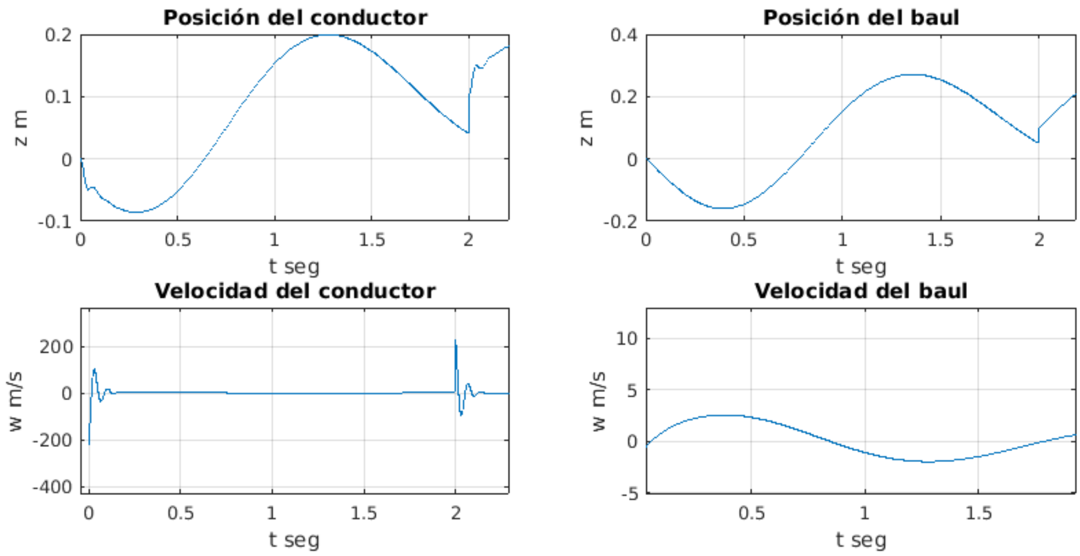
Esta matriz de transferencia G(s) es una matriz de funciones, la cual multiplicada por otra función H(s), se obtiene la respuesta del sistema Y(s) en función de la frecuencia "s".

Para obtener la evolución en el tiempo de dicha función Y(t) a partir de una perturbación H(s), se le realiza la anti transformada de Laplace a la función Y(s).

Resultados.

Al multiplicar la función G(s) por un step, o “salto” que representa la calzada. Se puede observar la evolución en el tiempo por parte del sistema.

Tal como se muestra en la figura, la evolución de cada una de las salidas en el tiempo.



Se pone en evidencia el comportamiento oscilatorio del sistema.

Sin prestarle demasiada atención a las magnitudes (ya que la idea del modelo es poder caracterizar el comportamiento. Algunas de las características de este movimiento es el período y las oscilaciones del “transitorio”, o sea, el intervalo de tiempo entre que el sistema toma una nueva posición de equilibrio.

Otra característica del movimiento es la influencia de las variables. En la siguiente figura se corrió nuevamente el modelo, aumentando el valor de la amortiguación. b1 y b2 a prácticamente el doble de su valor anterior. Se pone en evidencia que el movimiento tiene menos oscilaciones hasta que se llega a una posición de equilibrio.

Análogamente al disminuir el valor de “b”, el sistema oscilará por un tiempo mayor.

El sistema también cambia al aumentar o disminuir el valor de las constantes K_1 y K_2. Aumentando la amplitud de las oscilaciones como respuesta a un impulso o a un salto.