

Cálculo Numérico 2022

Entregable Número 3

Ejercicio Entregable: La trayectoria de una partícula que inicialmente se encuentra en el punto $(-1, 1)$ y se mueve en el plano está dada por la curva $(x_1(t), x_2(t))$, donde las funciones x_1 y x_2 son la solución del siguiente sistema de ecuaciones diferenciales:

$$\begin{cases} x_1'(t) = -tx_2(t) \\ x_2'(t) = tx_1(t) - tx_2(t) \end{cases}$$

- (a) Grafique la trayectoria de la partícula durante los primeros 20 segundos. Tener cuidado con el L que utilizo (debería usar un L bastante grande)
- (b) Utilice el método de Runge-Kutta 4 con paso $h = 0.1$ para determinar la posición de la partícula y su rapidez a los tres segundos. 4 cifras decimales, tanto para las posiciones como para la rapidez
- (c) ¿Cuántos dígitos correctos tienen los resultados del item anterior? Explique cómo lo determinó. Primeros 3 segundos
- (d) Recuerde que la longitud de la trayectoria de la partícula durante los T primeros segundos está dada por $\int_0^T \sqrt{x_1'(t)^2 + x_2'(t)^2} dt$.
- (i) Realice interpolación de $x_1(t)$ y de $x_2(t)$ con los datos obtenidos en (b), por medio de spline cúbico sujeto. Explique cómo obtiene las condiciones de las derivadas en los extremos.
- (ii) Utilice la interpolación realizada anteriormente para estimar la distancia recorrida por la partícula durante los primeros tres segundos.
- (e) Determine el instante de tiempo a partir del cual la partícula está siempre a una distancia menor a 0.01 del origen de coordenadas.

la gráfica de $x_1(t)$ vs $x_2(t)$ me da la posición de la partícula.
Para esto realizo un spline cúbico sujeto para x_1 y x_2 . (debo justificar cómo calcule las derivadas en los extremos).

$Sx_1(t) \rightarrow$ debo hallar $S'x_1(t)$
 $Sx_2(t) \rightarrow$ debo hallar $S'x_2(t)$
para luego poder integrar (con 5 dígitos (entre enteros y decimales)).