Cálculo Numérico 2022
Trabajo Práctico 1

Introducción al Cálculo Numérico

Repaso de cálculo

Ejercicio 1: Repase los teoremas y definiciones de la sección 1.1 del libro de Richard Burden y Douglas Faires.

Ejercicio 2 (Aula): Enuncie el teorema de Taylor y utilice el término de error de dicho polinomio para estimar el error involucrado en aproximar $\sin(x) \approx x$ para aproximar $\sin(1°)$. *Ayuda:* primero convierta los grados a radianes, construya el polinomio de Taylor correspondiente y finalmente utilice la cota $|\cos(\xi)| \leq 1$.

Para este ejercicio se utilizó un polinomio de grado 9 en el desarrollo de Taylor

Ejercicio 3 (Aula): Grafique los siguientes pares de curvas en el intervalo $[-\pi, \pi]$ en `Octave`. Cada par en una figura distinta usando el comando `figure()`. Relacione las gráficas obtenidas con el Teorema de Taylor.

(a) $f(x) = \cos(x)$ y $g(x) = 1$

(b) $f(x) = \cos(x)$ y $g(x) = 1 - \dfrac{x^2}{2!}$

(c) $f(x) = \cos(x)$ y $g(x) = 1 - \dfrac{x^2}{2!} + \dfrac{x^4}{4!}$

(d) $f(x) = \cos(x)$ y $g(x) = 1 - \dfrac{x^2}{2!} + \dfrac{x^4}{4!} - \dfrac{x^6}{6!}$

Ejercicios propuestos: 7, 8, 9, 18 y 21 de la sección 1.1 del libro de Burden.

Errores de redondeo y aritmética de computadoras

Ejercicio 4: Dada la aproximación p^* de p, defina *error relativo* y *error absoluto*. Encuentre el mayor intervalo al cual debe pertenecer el valor p^* para aproximar a $\sqrt{2}$ con un error relativo de a lo sumo 10^{-4}.

Ejercicio 5: Sea la forma o notación decimal normalizada de un número real con $k + s$ dígitos,

$$y = \pm 0.d_1 d_2 \dots d_k d_{k+1} d_{k+2} \dots d_{k+s} \times 10^n$$

con $1 \leq d_1 \leq 9$ y $0 \leq d_i \leq 9$ para $i = 2 \dots k + s$, su representación en punto flotante $fl(y)$ se obtiene terminando la mantisa de y en k dígitos decimales, ya sea mediante *truncamiento* o *redondeo*. Suponga que se tienen las representaciones de punto flotante $fl(x)$ y $fl(y)$ para los números reales x e y. Si se supone que se usa una aritmética con un número finito de cifras, las operaciones básicas se calculan de la siguiente manera:

$$x \oplus y = fl(fl(x) + fl(y))$$

$$x \ominus y = fl(fl(x) - fl(y))$$

$$x \otimes y = fl(fl(x) \times fl(y))$$

$$x \oslash y = fl(fl(x)/fl(y))$$

Utilice dichas reglas para realizar las siguientes cuentas considerando una aritmética de *redondeo* a dos dígitos

(a) $(1/3 + 1/3) + 1/3$

(b) $(0.58 + 0.53) - 0.53$

(c) $0.58 + (0.53 - 0.53)$

Compare los resultados obtenidos en los ítems b) y c).

Ejercicio 6 (Aula): Realice las siguientes operaciones en `Octave` y obtenga conclusiones de los resultados obtenidos

(a) `(0.1 + 0.1 + 0.1) - 0.3`

(b) `a=4/3; b=a-1; c=3*b; d=1-c` (ver valor de `d`)

Ejercicios propuestos: 1, 3, 4, 9, 11, 13, 14 y 17 de la sección 1.2 del libro de Burden.

Ejercicio 7 (Aula): ¿Cuántos cálculos son necesarios para determinar una suma de la siguiente forma?

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{i} a_i b_j$$

Luego, reescriba la serie de manera que se reduzca la cantidad de cálculos necesarios para determinar la suma.

Ejercicio 8 (Aula): Realice un script en `Octave` que realice las sumas del ejercicio 8 de ambas formas: la mostrada en el ejercicio y la reescrita. Para ello deberá:

- Crear dos vectores aleatorios `a` y `b` con entradas entre 1 y 10 (comando `randi()` de `Octave`).
- Realizar las sumas y productos usando lazos `for` anidados según corresponda en cada caso.
- Usar los comandos `tic` y `toc` de `Octave` para medir los tiempos de cada caso y compararlos.
- Realizar el ejercicio para diferentes valores de n (10, 100, 1000, 2000) y comparar las diferencias en tiempos de ejecución de cada sumatoria.

Ejercicios propuestos: 2, 3, 6, 9, 13 y 14 de la sección 1.3 del libro de Burden.