

Procesamiento digital de señales

Guía de trabajos prácticos: Unidad I

Introducción a señales

1. Objetivos

- Familiarizarse con la herramienta computacional que se utilizará durante todo el cursado.
- Operar con señales discretas y reconocer las características y propiedades generales de las mismas.
- Aprender a aplicar en ejemplos sencillos las herramientas y conceptos en estudio.
- Generar y manipular señales digitales en forma de vectores por medio de un lenguaje de programación.

2. Trabajos prácticos

Ejercicio 1: Escriba funciones que permitan generar las siguientes señales discretas:

1. Una senoidal que responda a la ecuación $y[n] = \sin(2\pi f_s t + \phi)$, donde t es la variable de tiempo discreto, con paso $1/f_m$, $f_m \in \mathbb{R}$ es la frecuencia de muestreo, $f_s \in \mathbb{R}$ es la frecuencia de la senoidal y $\phi \in (-\pi, \pi)$ su fase.
2. Una señal sinc, definida como

$$\text{sinc}(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x)}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0, \end{cases}$$

considerando $x = 2\pi f_s t$, con $f_s \in \mathbb{R}$ y $t \in (-1, 1)$.

3. Una onda cuadrada, que puede definirse de la siguiente manera

$$c(t) = \begin{cases} -1 & \text{si } \text{mod}(2\pi f_s t + \phi, 2\pi) \geq \pi \\ 1 & \text{si } \text{mod}(2\pi f_s t + \phi, 2\pi) < \pi, \end{cases}$$

donde t es la variable de tiempo discreto desde 0 hasta 1 segundo, con paso $1/f_m$, $f_m \in \mathbb{R}$ es la frecuencia de muestreo, $f_s \in \mathbb{R}$ es la frecuencia de la senoidal y $\phi \in (-\pi, \pi)$ su fase.

Las tres funciones deben permitir elegir el intervalo de tiempo que se desea muestrear, definido desde $t_{inicial}$ a t_{final} . Una vez generadas estas funciones, pruébelas utilizando una frecuencia de muestreo de 100 Hz, un intervalo de tiempo de $[0, 1]$ y distintos valores para la f_s y la fase ϕ . Respete la relación $2f_s \leq f_m$ para determinar los valores de las frecuencias.

Ejercicio 2: Realice las siguientes operaciones básicas sobre una señal senoidal:

1. inversión
2. rectificación
3. cuantización en 8 niveles

Para la cuantización, tenga en cuenta la ecuación de cuantizador que aparece en el libro:

$$\rho(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0, \\ H \text{int}(x/H) & \text{si } 0 \leq x < (N-1)H, \\ (N-1)H & \text{si } x \geq (N-1)H, \end{cases} \quad (1)$$

donde N es el número de niveles de la cuantización, y H es la magnitud del cuanto o paso. La ecuación está diseñada para funcionar sólo sobre señales positivas, ya que elimina la parte negativa. Esto quiere decir que para la señal senoidal, que tiene parte negativa, el método debe adaptarse. Una forma sencilla de realizar esto es hacer la señal toda positiva (restando el mínimo), aplicar la formula anterior, y luego sumar el mínimo para volver a dejar la señal en el rango de valores original.

Ejercicio 3: La Figura 1 muestra la gráfica de una onda sinusoidal discreta. A partir del análisis de dicha gráfica, determine los valores numéricos (y unidades correspondientes) de amplitud (A), fase (ϕ), frecuencia (f_s) y período de muestreo (T_m), que fueron utilizados para generar la señal mediante el siguiente código:

```

■ t=0:Tm:0.1-Tm;
■ x(t) = A*sin(2*pi*fs+phi);
■ plot(t,x)

```

Para determinar el valor de la fase tenga en cuenta la relación $\varphi = -2\pi f_s t_1$, donde t_1 indica el retardo temporal en segundos (en este caso el retardo temporal se puede determinar encontrando el primer cruce por cero de la sinusoidal).

```

A = 3
fs = ciclos/segundos => 2/0.1 => 20ciclos/1segundo => 20Hz
fm = muestra/segundo => 40/0.05 => 800muestras/segundo => 800Hz
tm = 1/fm => 1/800
t1 =
phi =>

```

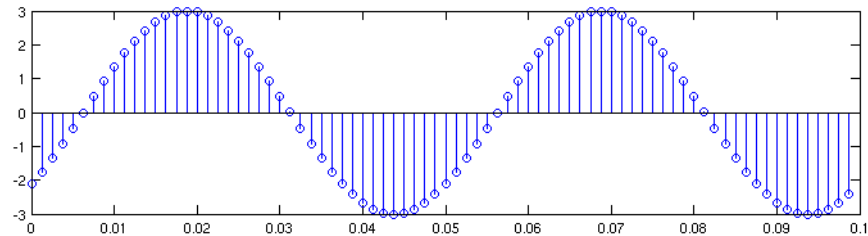


Figura 1: Señal senoidal discreta.

Ejercicio 4: Genere y grafique una señal senoidal discreta con frecuencia 5 Hz y duración 1 seg. Para ello utilice las siguientes frecuencias de muestreo: 100, 25, 10, 4, 1 y 0,5 Hz. Analice el resultado. ¿En qué casos la cantidad de ciclos que observa se corresponde con una sinusoidal de 5 Hz? ¿A qué se deben las discrepancias encontradas?

Ejercicio 5: Genere y grafique una señal senoidal con frecuencia 4000 Hz y duración 2 seg., utilizando una frecuencia de muestreo de 129 Hz. Grafique el resultado y estime la frecuencia de la onda sinusoidal que se observa en la figura. Analice y obtenga conclusiones.

Ejercicio 6: Genere una señal discreta con frecuencia de muestreo de 10 Hz y sobremuestreela, mediante distintos tipos de interpoladores, a 4 veces la frecuencia de muestreo. Para esto, implemente la siguiente ecuación de interpolación:

$$x_i(mT_i) = \sum_n x(nT) I\left(\frac{mT_i - nT}{T}\right)$$

donde I es la función interpolante (la función sinc, por ejemplo). Observe que T representa el período de muestreo original y T_i el nuevo período de muestreo. Note además que n y m indican el número de muestra en la señal original e interpolada, respectivamente y que, si bien aquí se expresan como señales analógicas, x y x_i serán señales discretas en su implementación (es decir, $x_i[m]$ y $x[n]$). Para la función sinc tenga en cuenta la definición dada en el primer ejercicio, con $f_s = 0,5$.

Ejercicio 7: (*) Genere distintas realizaciones de una señal aleatoria con distribución gaussiana (distribución normal, equivalentemente) con media cero y varianza unitaria, y luego utilice dichas realizaciones para verificar la estacionariedad y la ergodicidad. Para esto tenga en cuenta que los estimadores estadísticos (media y varianza, en este caso) requieren infinitas muestras y realizaciones para obtener el valor exacto, por lo tanto deberá observarse

si los estimadores *tienden* al mismo valor a medida que se incrementan la cantidad de muestras y realizaciones.

Ejercicio 8: (*) Genere una señal de ruido aleatorio, súmelo a una señal conocida y grafique el resultado. Calcule la potencia de la señal original, la potencia del ruido generado, y calcule la relación señal-ruido (SNR, del inglés signal-to-noise-ratio). Luego multiplique la señal de ruido por una constante y vuelva a calcular la SNR. Por último, a partir de las deficiones de potencia y SNR despeje y calcule el valor para dicha constante de manera que la SNR resultante sea de 0 dB.