

Função Seno e Suas Variações na Trigonometria

Prof. Lucas Müller

29 de setembro de 2025

Recapitulando a Função Seno

- A função seno é definida no círculo unitário: $\sin(\theta) = y$, onde $(x, y) = (\cos \theta, \sin \theta)$.
- Propriedades principais:
 - Domínio: \mathbb{R} , Imagem: $[-1, 1]$.
 - Período: 2π , função ímpar: $\sin(-\theta) = -\sin(\theta)$.
 - Máximos: $\sin(\theta) = 1$ em $\theta = \frac{\pi}{2} + 2n\pi$, Mínimos: $\sin(\theta) = -1$ em $\theta = \frac{3\pi}{2} + 2n\pi$.

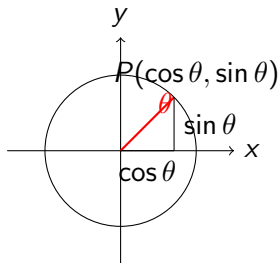
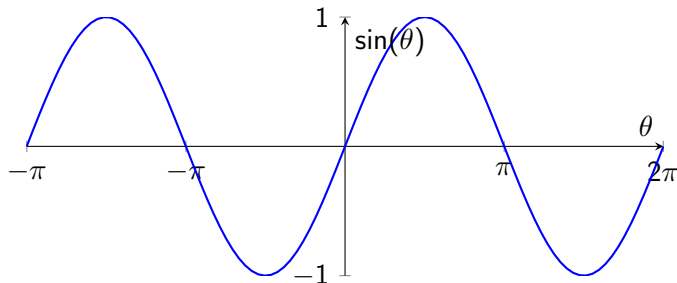


Gráfico da Função Seno Padrão



- Amplitude: 1 (distância do eixo central aos picos).
- Período: 2π (comprimento do ciclo).
- Sem deslocamentos horizontais ou verticais.

Variações da Função Seno: Forma Geral

A função seno pode ser modificada para modelar diferentes comportamentos:

$$y = A \sin(B(x - C)) + D$$

- A : Amplitude (controla a "altura" da onda).
- B : Influencia o período, dado por $\frac{2\pi}{B}$.
- C : Deslocamento de fase (deslocamento horizontal).
- D : Deslocamento vertical (desloca o eixo central).

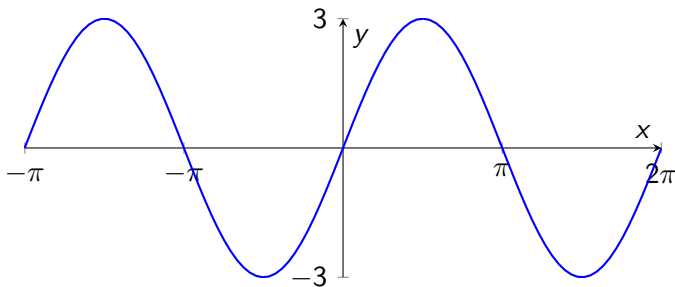
Interpretação

- $|A|$ determina o valor máximo e mínimo: $D \pm |A|$.
- Período: $\frac{2\pi}{B}$ altera a frequência da oscilação.
- C desloca o gráfico à esquerda ou direita.
- D desloca o gráfico para cima ou para baixo.

Exemplo 1: Alterando a Amplitude

Considere a função $y = 3 \sin(x)$.

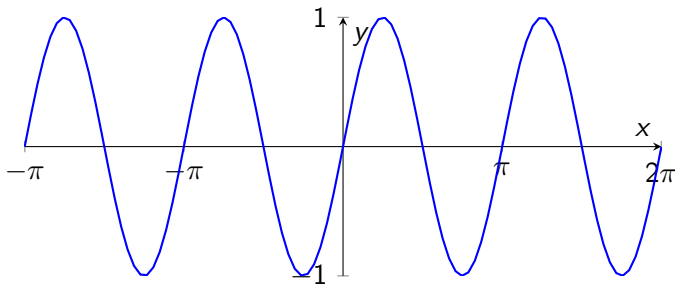
- Amplitude: $|A| = 3$ (oscila entre -3 e 3).
- Período: $\frac{2\pi}{B} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$.
- Sem deslocamento de fase ($C = 0$) ou vertical ($D = 0$).



Exemplo 2: Alterando o Período

Considere a função $y = \sin(2x)$.

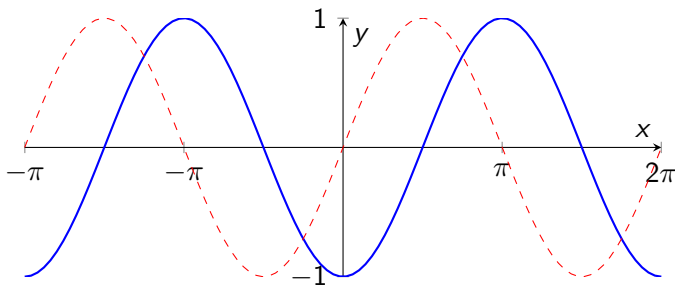
- Amplitude: $|A| = 1$.
- Período: $\frac{2\pi}{B} = \frac{2\pi}{2} = \pi$ (oscila duas vezes mais rápido que $\sin(x)$).
- Sem deslocamento de fase ou vertical.



Exemplo 3: Deslocamento de Fase

Considere a função $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$.

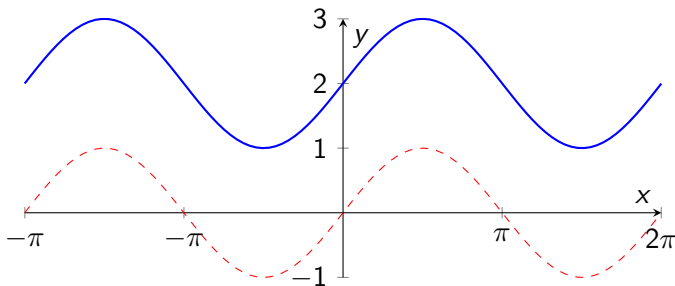
- Amplitude: $|A| = 1$.
- Período: $\frac{2\pi}{B} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$.
- Deslocamento de fase: $C = \frac{\pi}{2}$ (gráfico deslocado $\frac{\pi}{2}$ à direita).
- Sem deslocamento vertical ($D = 0$).



Exemplo 4: Deslocamento Vertical

Considere a função $y = \sin(x) + 2$.

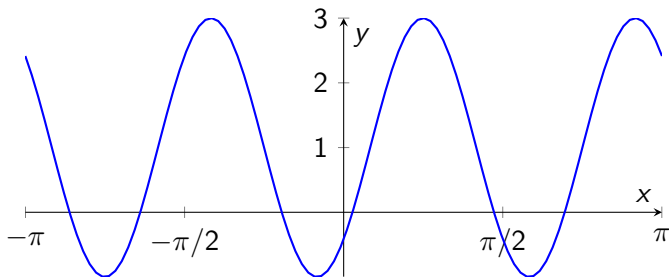
- Amplitude: $|A| = 1$.
- Período: 2π .
- Deslocamento vertical: $D = 2$ (gráfico deslocado 2 unidades para cima).
- Sem deslocamento de fase ($C = 0$).



Exemplo 5: Combinação de Transformações

Considere a função $y = 2 \sin \left(3x - \frac{\pi}{4} \right) + 1$.

- Amplitude: $|A| = 2$.
- Período: $\frac{2\pi}{B} = \frac{2\pi}{3}$.
- Deslocamento de fase: $C = \frac{\pi}{4}$ (deslocamento à direita).
- Deslocamento vertical: $D = 1$ (eixo central em $y = 1$).



Exemplo 6: Aplicação em Movimento Harmônico

Um objeto em movimento harmônico simples tem posição dada por:

$$y(t) = 4 \sin \left(2t + \frac{\pi}{3} \right) - 1.$$

Determine amplitude, período, deslocamentos e a posição em $t = \frac{\pi}{6}$.

- Amplitude: $|A| = 4$.
- Período: $\frac{2\pi}{B} = \frac{2\pi}{2} = \pi$.
- Deslocamento de fase: $C = -\frac{\pi}{3}$ (deslocamento à esquerda).
- Deslocamento vertical: $D = -1$.
- Posição em $t = \frac{\pi}{6}$:

$$y\left(\frac{\pi}{6}\right) = 4 \sin \left(2 \cdot \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} \right) - 1 = 4 \sin \left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \right) - 1 = 4 \sin \left(\frac{2\pi}{3} \right) - 1.$$

$$\sin \left(\frac{2\pi}{3} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad y = 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 = 2\sqrt{3} - 1 \approx 2.464.$$

Exercícios Adicionais

- 1 Para $y = 5 \sin(4x)$, determine a amplitude e o período. Esboce o gráfico.
- 2 Para $y = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 3$, determine os deslocamentos de fase e vertical.
- 3 Um pêndulo oscila com $y(t) = 0.5 \sin\left(3t - \frac{\pi}{2}\right)$. Calcule a posição em $t = \frac{\pi}{3}$.
- 4 Escreva a equação de uma senoide com amplitude 3, período π , deslocamento de fase $\frac{\pi}{6}$ à direita e deslocamento vertical 2 para cima.

Dica

Use a forma geral $y = A \sin(B(x - C)) + D$ para analisar cada caso.

Soluções dos Exercícios Adicionais

- ❶ $y = 5 \sin(4x)$: Amplitude = 5, Período = $\frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$.
- ❷ $y = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 3$: Deslocamento de fase = $-\frac{\pi}{4}$ (à esquerda),
Deslocamento vertical = -3 .
- ❸ $y\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0.5 \sin\left(3 \cdot \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right) = 0.5 \sin\left(\pi - \frac{\pi}{2}\right) = 0.5 \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.5 \cdot 1 = 0.5$.
- ❹ Equação: $y = 3 \sin\left(2\left(x - \frac{\pi}{6}\right)\right) + 2$ (período $\frac{2\pi}{B} = \pi \implies B = 2$).

- As variações da função seno ($y = A \sin(B(x - C)) + D$) permitem modelar fenômenos oscilatórios com diferentes características.
- Amplitude, período, deslocamento de fase e vertical são parâmetros cruciais para descrever sinusoides.
- A prática com exemplos e exercícios ajuda a compreender como esses parâmetros afetam o gráfico e as aplicações.

Prof. Lucas Müller