1. Principios básicos

1.1. Ejercicio 1

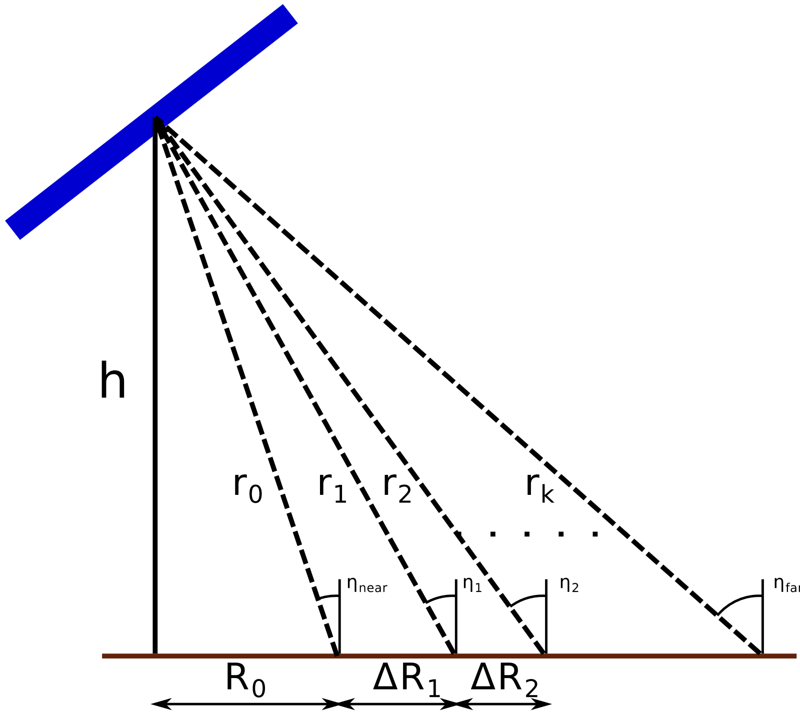

Figura 1: γ-rangos

$$R_n = sen(\eta_n) r_n$$

$$\Delta R_n = R_n - R_{n-1}$$
$$\Delta R_n = sen(\eta_n) r_n - sen(\eta_{n-1}) r_{n-1}$$

$$r_k = \frac{kcT_s}{2}$$
$$\gamma - rango_k = r_k = \frac{h}{cos(\eta_k)}$$
$$\eta_k = cos^{-1}\left(\frac{h}{r_k}\right)$$

Para poder graficar η_k y ΔR_k, necesitamos primero calular r_o. Sabiendo que:

$$Fs = 50\,10^6$$

$$\begin{aligned} Ts &= \frac{1}{Fs} = 50\,10^{-6} \\ h &= 5375m \\ \eta_0 &= \eta_{near} = 18{,}24 \\ c &= 299{,}792{,}458\frac{m}{s} \end{aligned}$$

Podemos calcular r_0 como $\frac{h}{cos(\eta_0)}$ que resulta en

$$r_0 \approx 5659$$

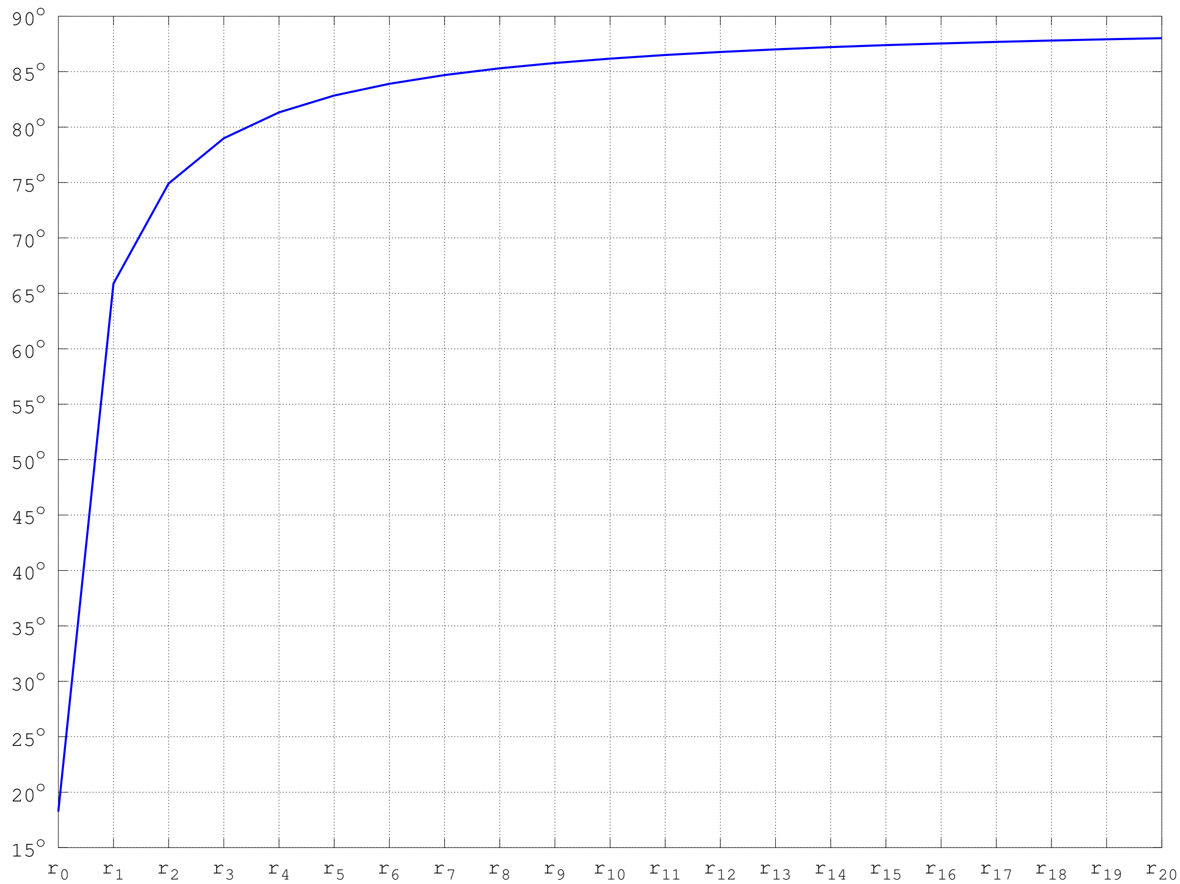

Figura 2: η en función del rango r_k

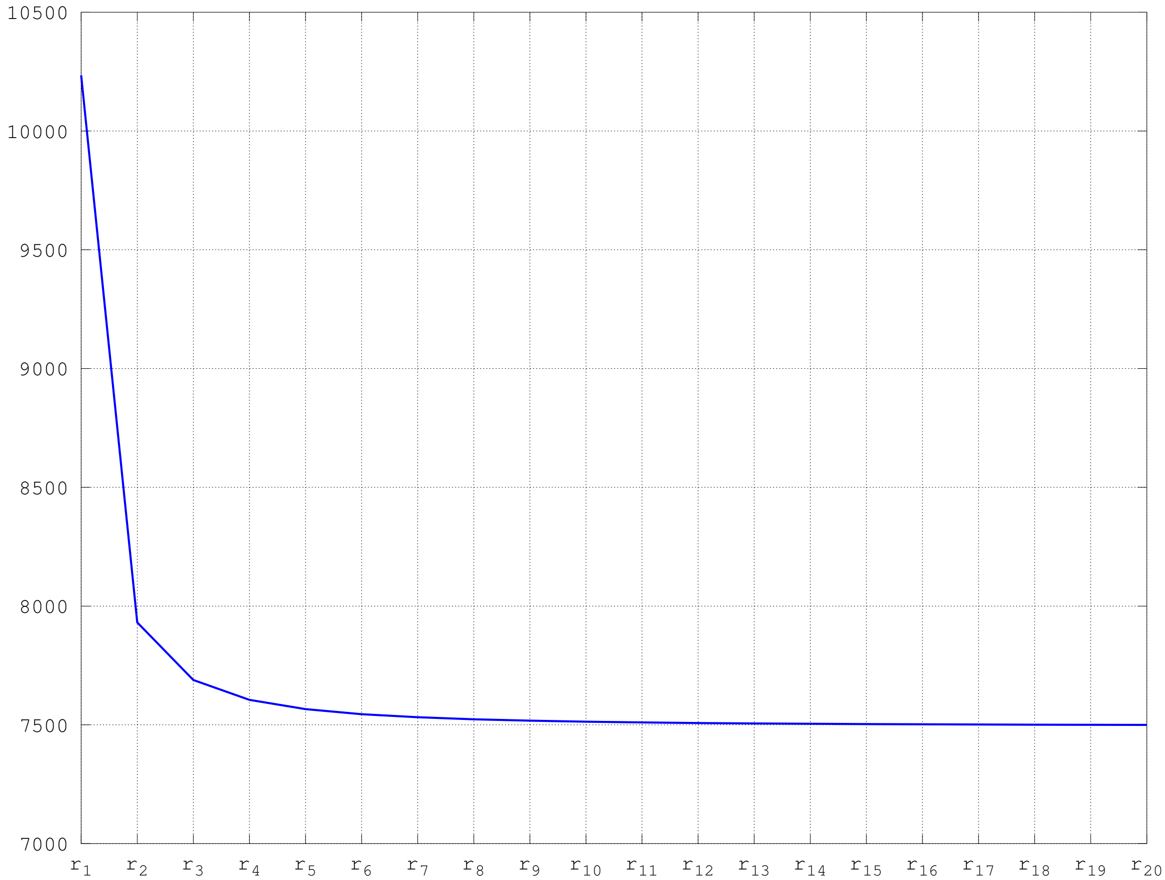

Figura 3: ΔR en función del rango r_k

2. Parte analógica

2.1. Ejercicio 2

La señal chirp se define como

$$chirp(t) = e^{j\theta(t)}$$

donde $\theta(t)$ es una función cuadrática del tiempo con forma

$$\theta(t) = k_1 t^2 + k_2 t$$

La frecuencia instantánea de la chirp es entonces:

$$f\_inst(t) = 2k_1 t + k_2$$

Como la chirp barre frecuencias que van desde -20Mhz hasta 20Mhz en $10\mu s$:

$$f\_inst(0) = 2k_1 0 + k_2 = k2 = -20Mhz$$

Y al final

$$\begin{aligned} f\_inst(10\mu s) = 2k_1 10\mu s + k_2 &= 20Mhz \\ 2k_1 10\mu s - 20Mhz &= 20Mhz \\ k_1 &= \frac{40Mhz}{2\,10\mu s} \\ k_1 = 2\ 10^{12} & \end{aligned}$$

Por lo tanto, la fase instantánea es

$$f\_inst(t) = 4\,10^{12} t^2 - 20\,10^6 t$$

En la figura 4 se puede ver el resultado de graficar las partes real e imaginarias de la chirp junto con la fase instantánea en función del tiempo.

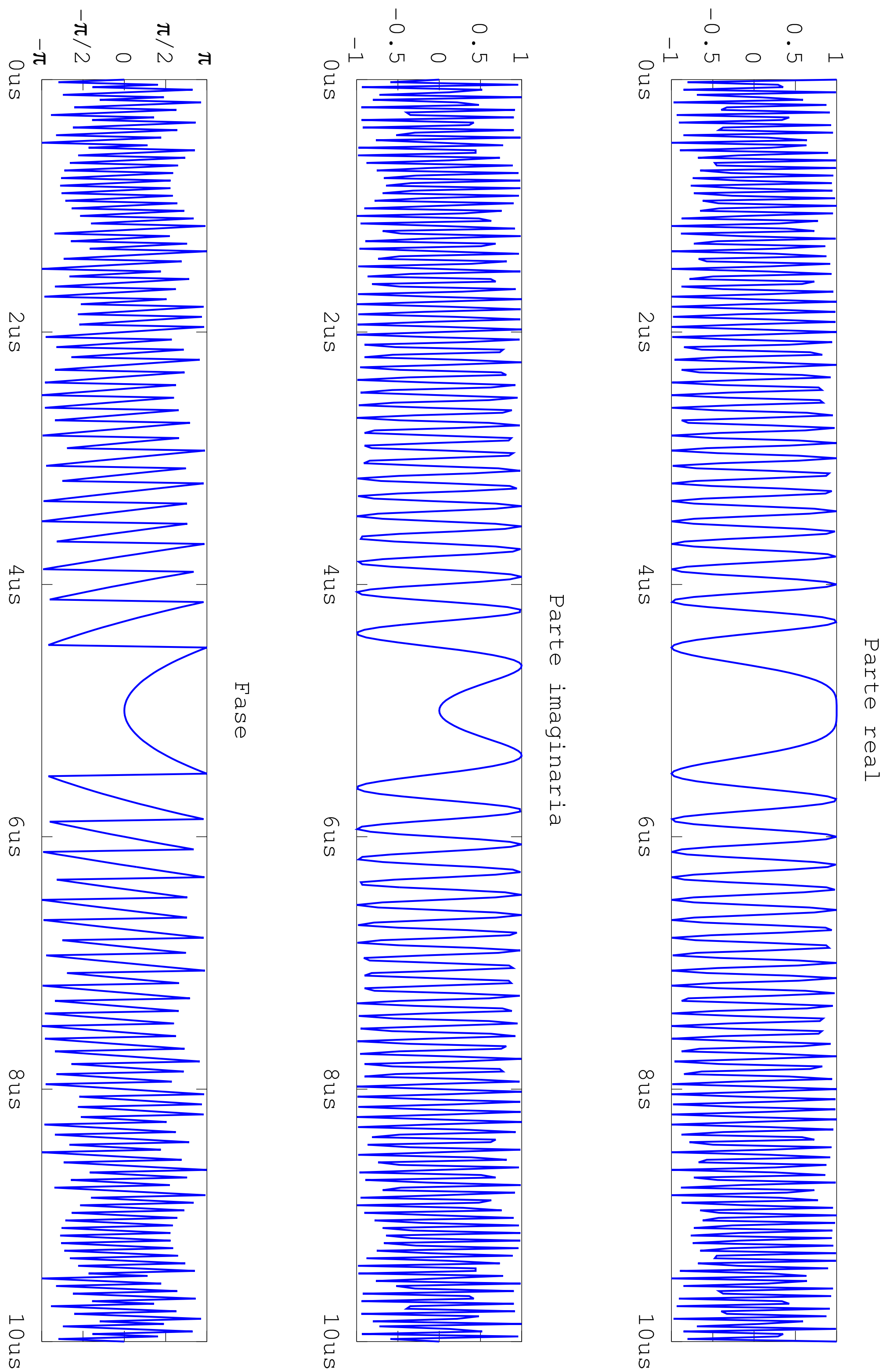

Figura 4: Chirp emitida por el SARAT (no modulada)

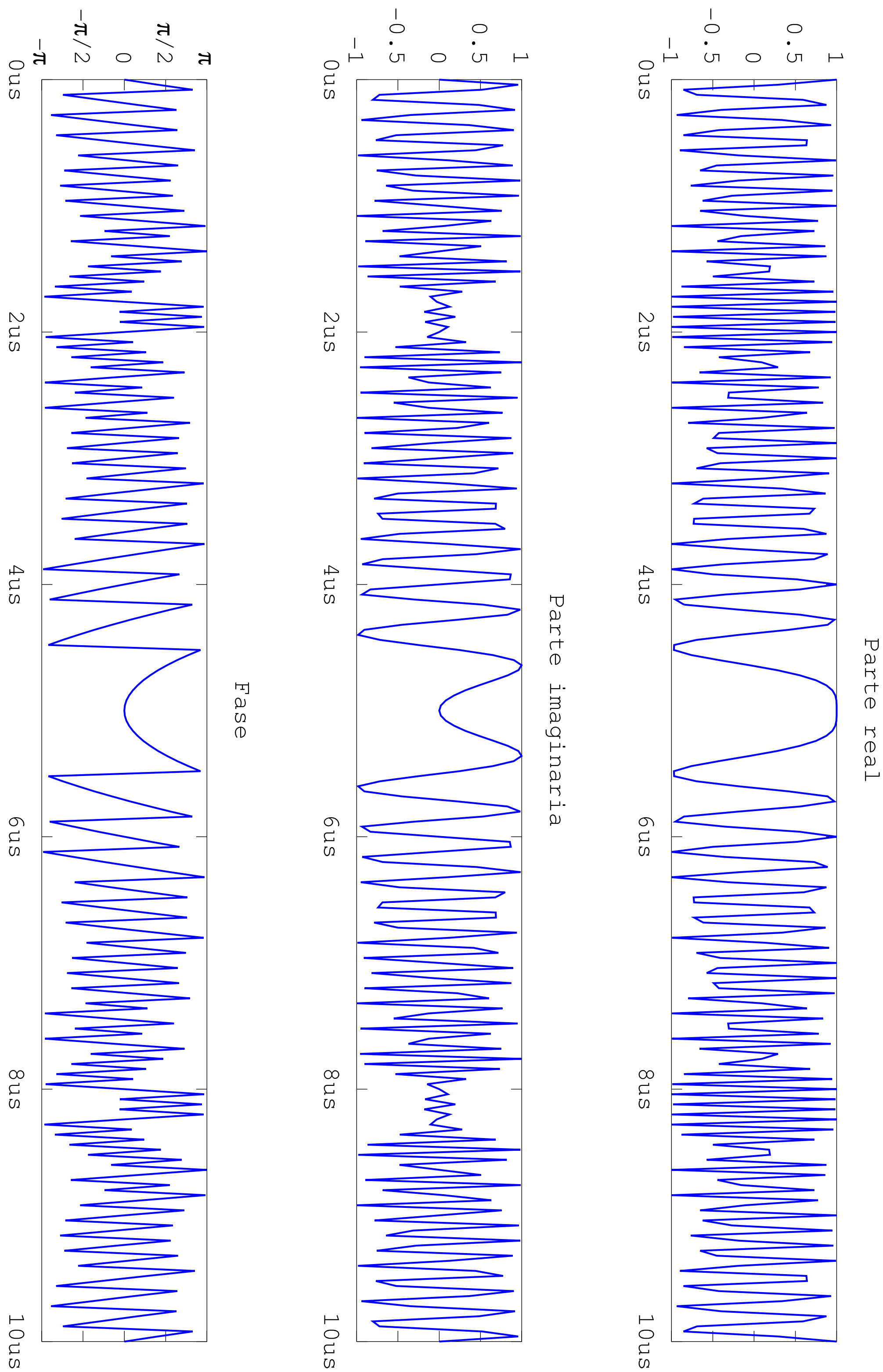

Figura 5: Chirp emitida por el SARAT (no modulada) submuestreada

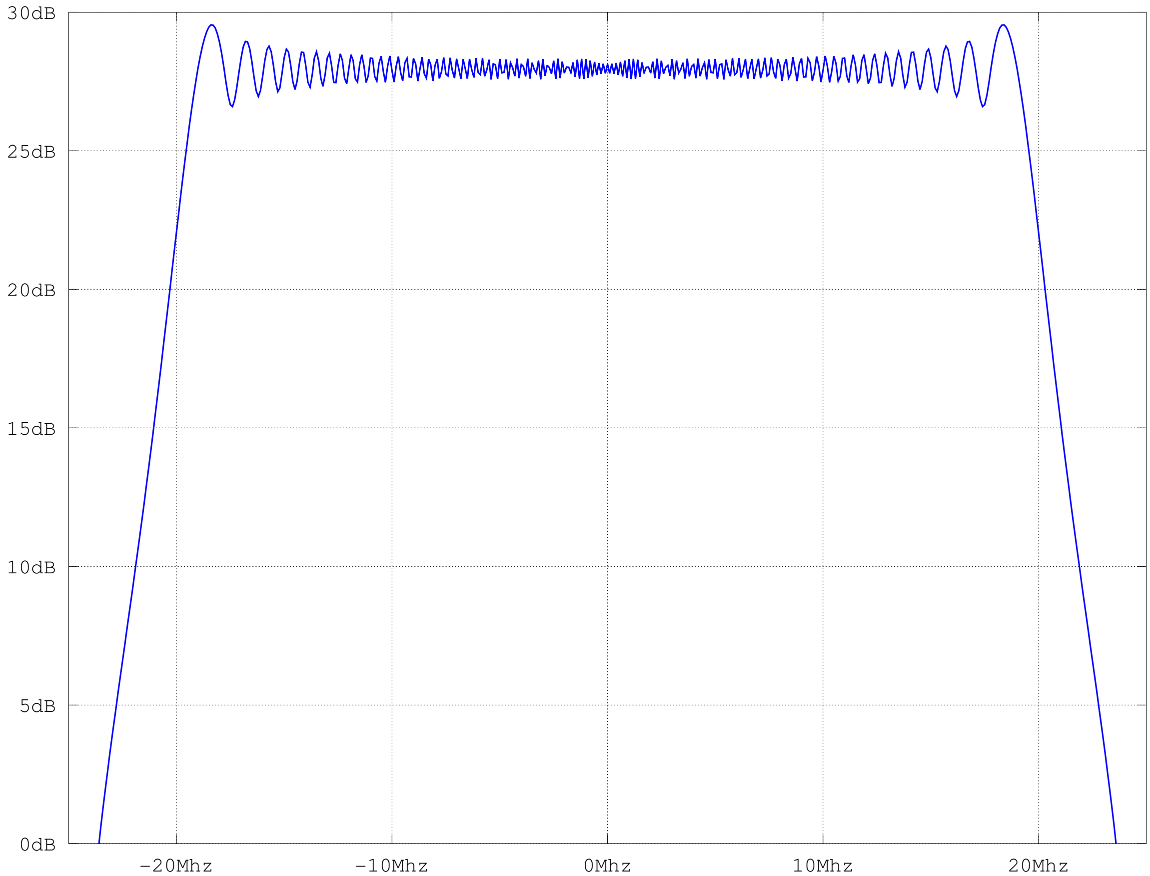

Figura 6: Espectro de la Chirp emitida por el SARAT (no modulada)

La chirp tiene una frecuencia máxima de 20Mhz y por Nyquist la mínima frecuencia de muestreo que podemos usar es 40Mhz, si no se satisface el criterio de Nyquist se producen resultados como el de la figura 5.

2.2. Ejercicio 3

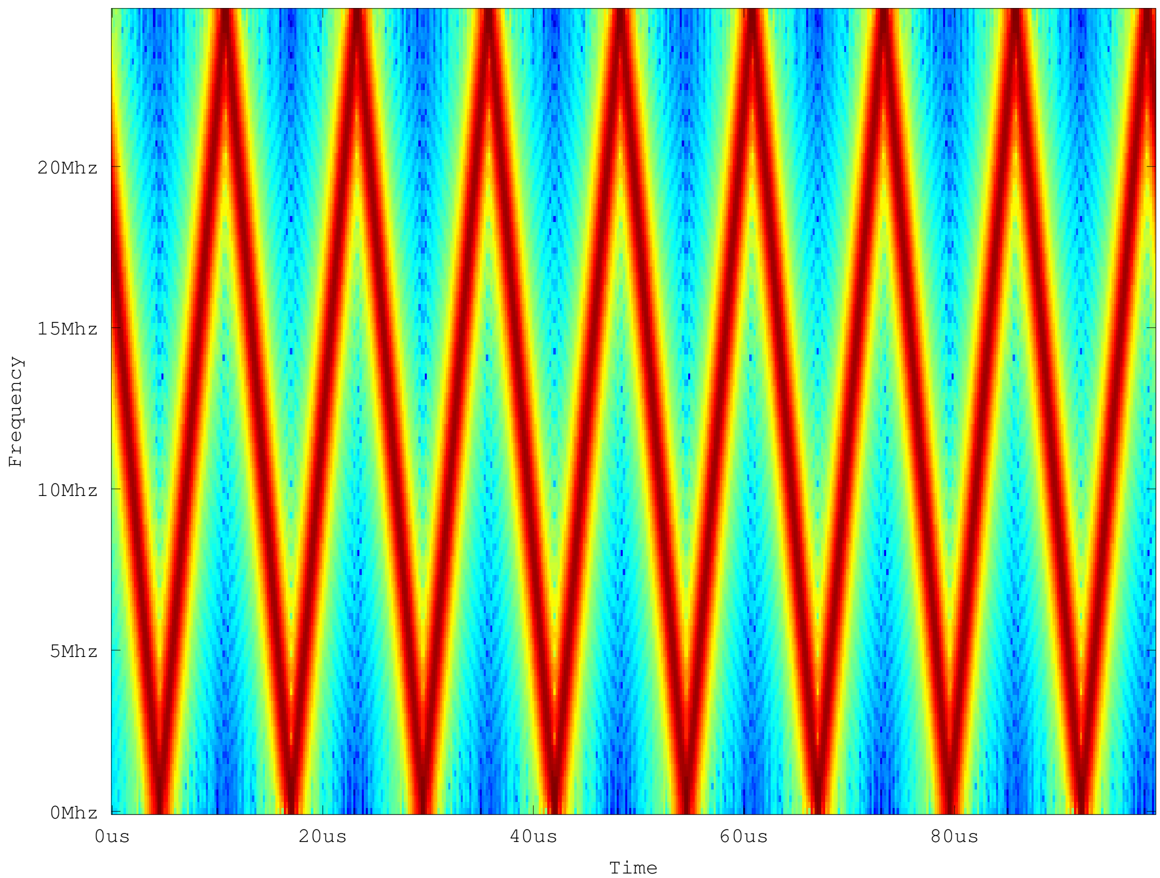

Figura 7: Espectrograma de la Chirp emitida por el SARAT (no modulada)

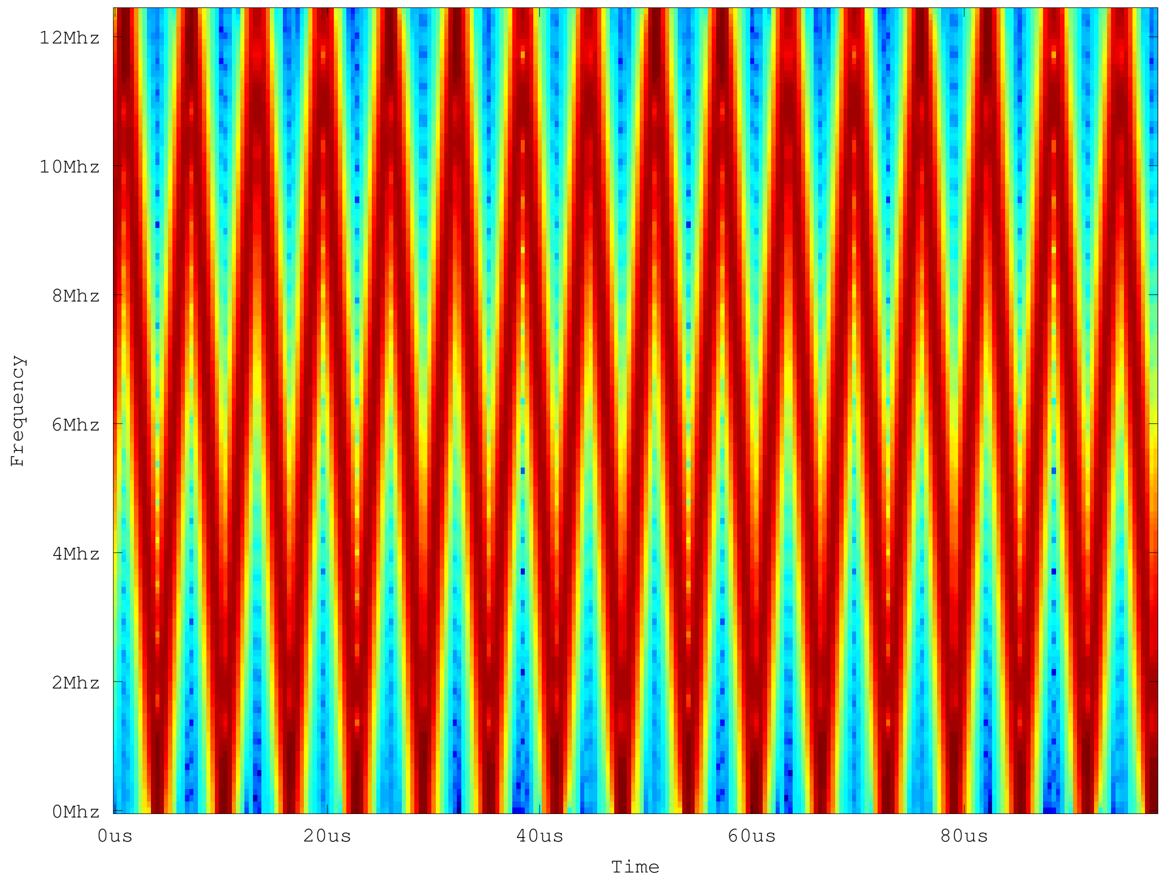

Figura 8: Espectrograma de la Chirp emitida por el SARAT (no modulada) submuestreada

El uso de diferentes tipos de ventana altera los contenidos de frecuencia de la señal original. En las figura 9 se muestra una comparación de aplicar diferentes tipos de ventanas a las primeras 100 muestras de la chirp generada en puntos anteriores y en la figura 10 se muestran los resultados de utilizar cada una de estas ventanas al espectrograma.

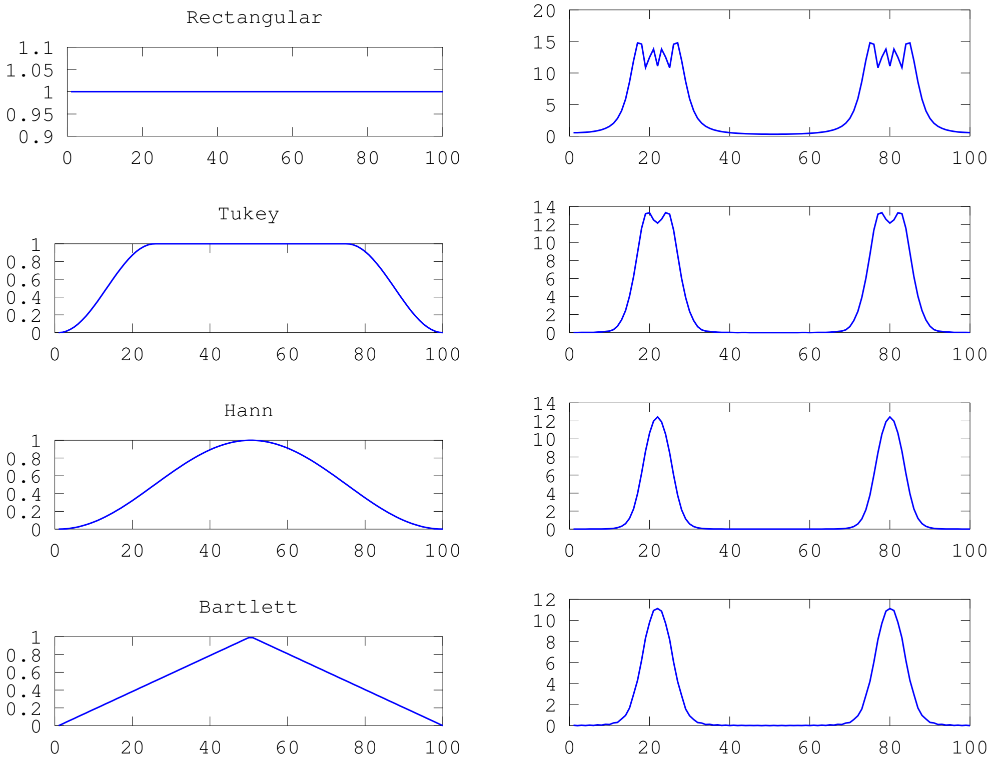

Figura 9: Comparación de diferentes tipos de ventanas

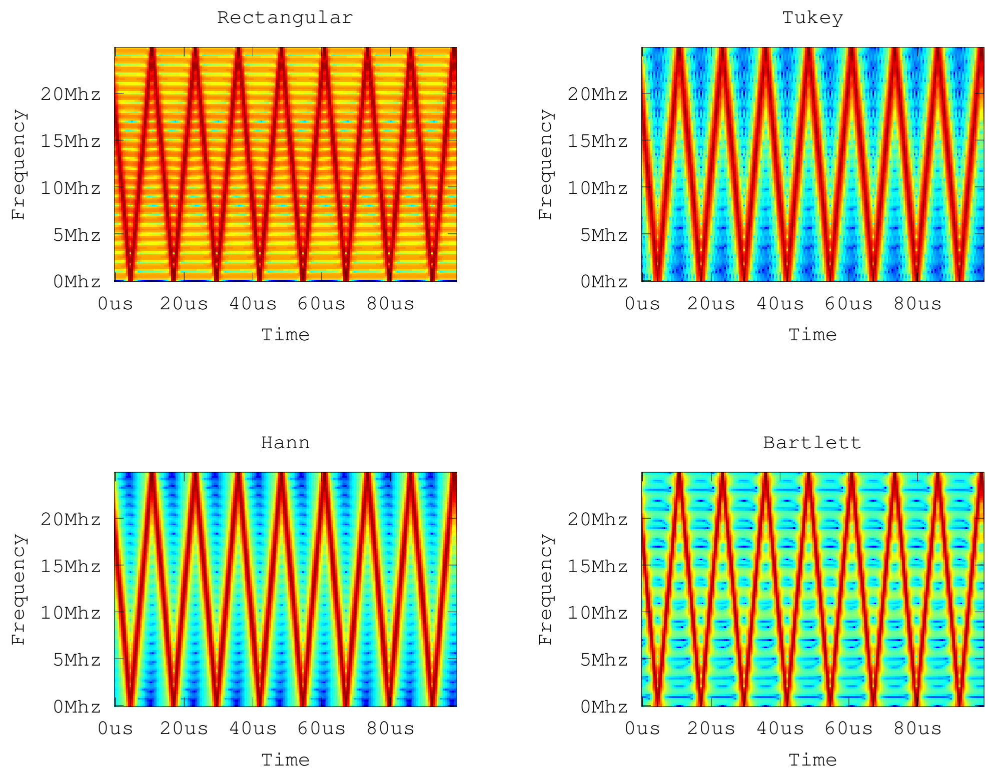

Figura 10: Comparación de diferentes tipos de ventanas (espectrogramas)

2.3. Ejercicio 4

La chirp está definida como:

$$chirp(t) = e^{j\phi(t)}$$

Donde $\phi(t)$ es la fase en función del tiempo.Como ya se mostró en el punto 2, la frecuencia instantánea $\left(\frac{\partial\phi}{\partial t}\right)$ de la chirp (figura 11) es

$$f\_inst(t) = 2k_1 t + k_2$$

Donde k_2 es la frecuencia inicial y $2k_1$ es el incremento de frecuencia por unidad de tiempo.

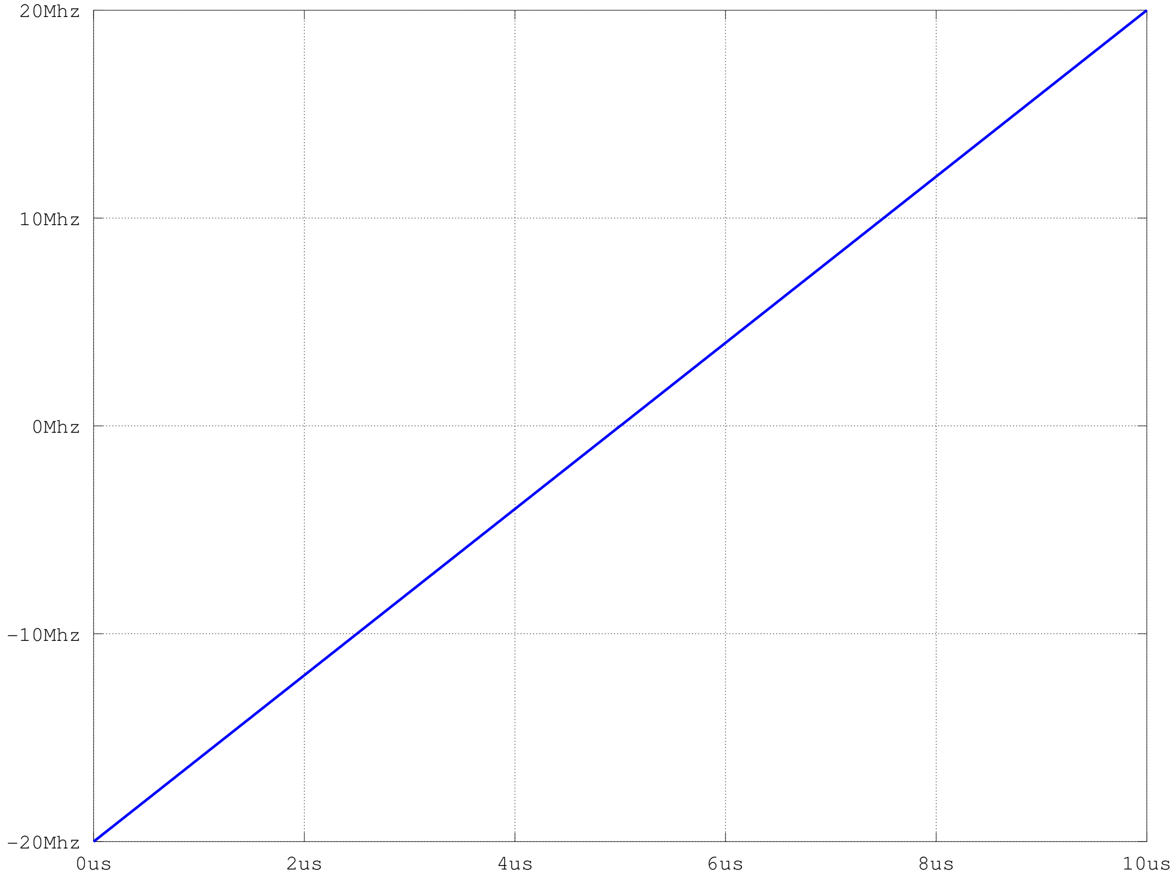

Figura 11: Frecuencia instantánea de la chirp

2.3.1. TODO ancho de banda formalmente

2.4. Ejercicio 5

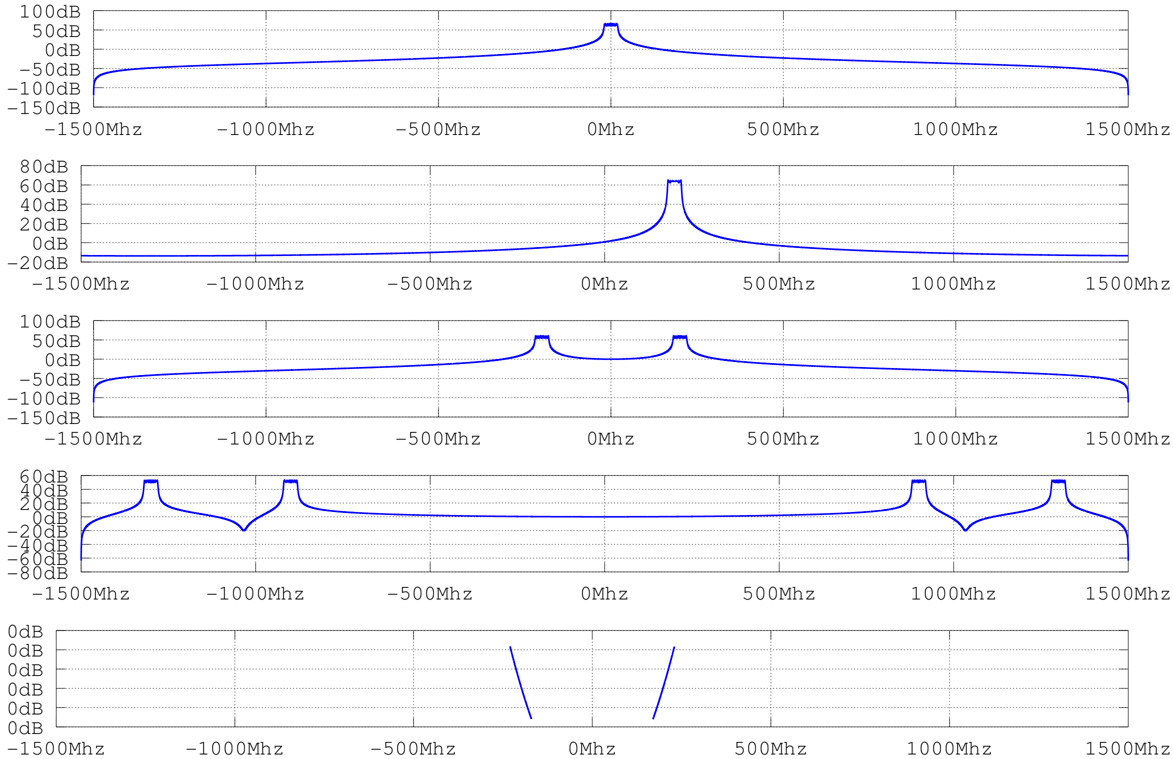

Figura 12: Espectro de las señales en las diferentes fases del modulador (ideal)

2.4.1. TODO atenuación (después de verificar que las cosas sean potables)

3. Parte digital

3.1. Ejercicio 9

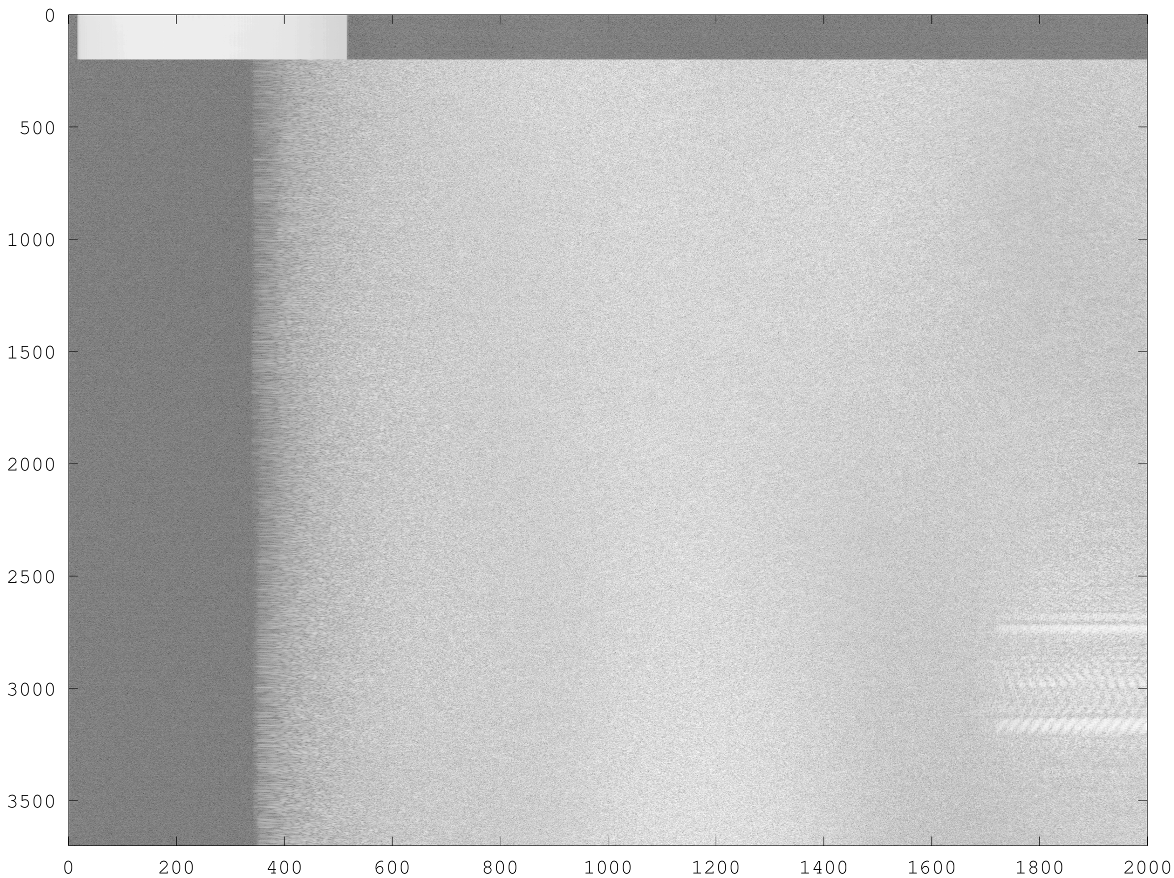

Figura 13: Datos crudos del SARAT (subset)

3.1.1. TODO cálculos

3.2. Ejercicio 10

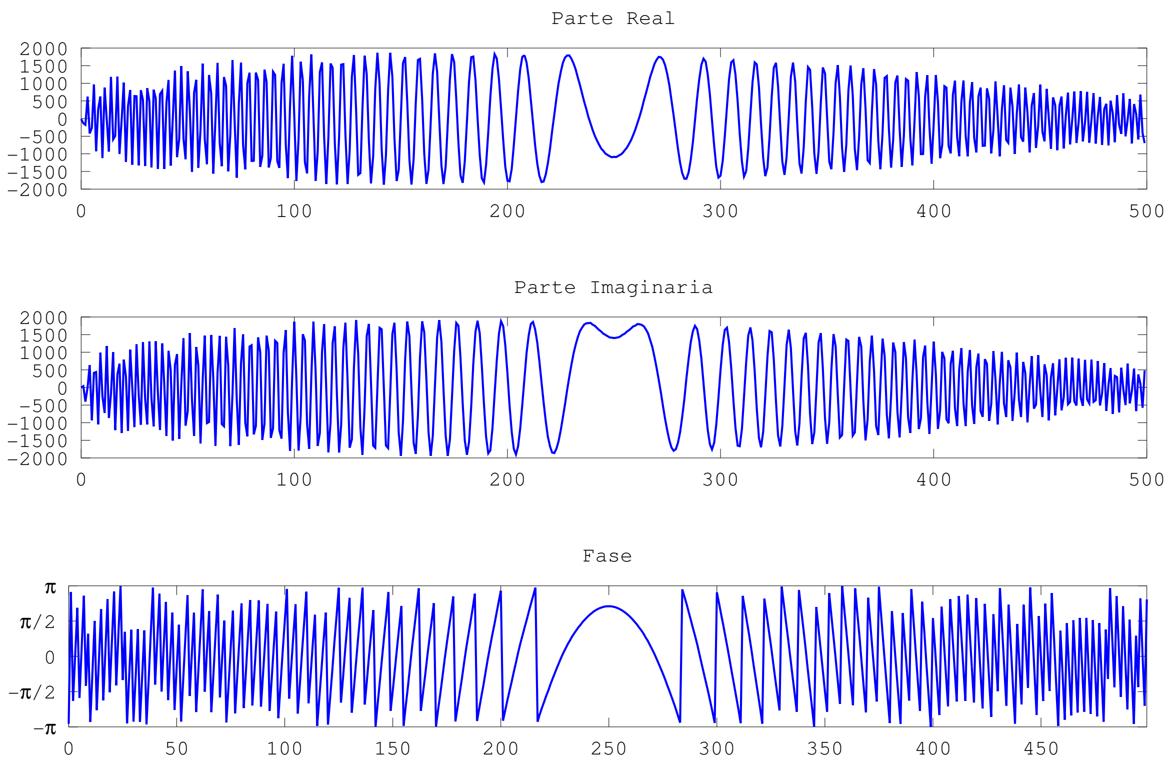

Figura 14: Chirp real del SARAT

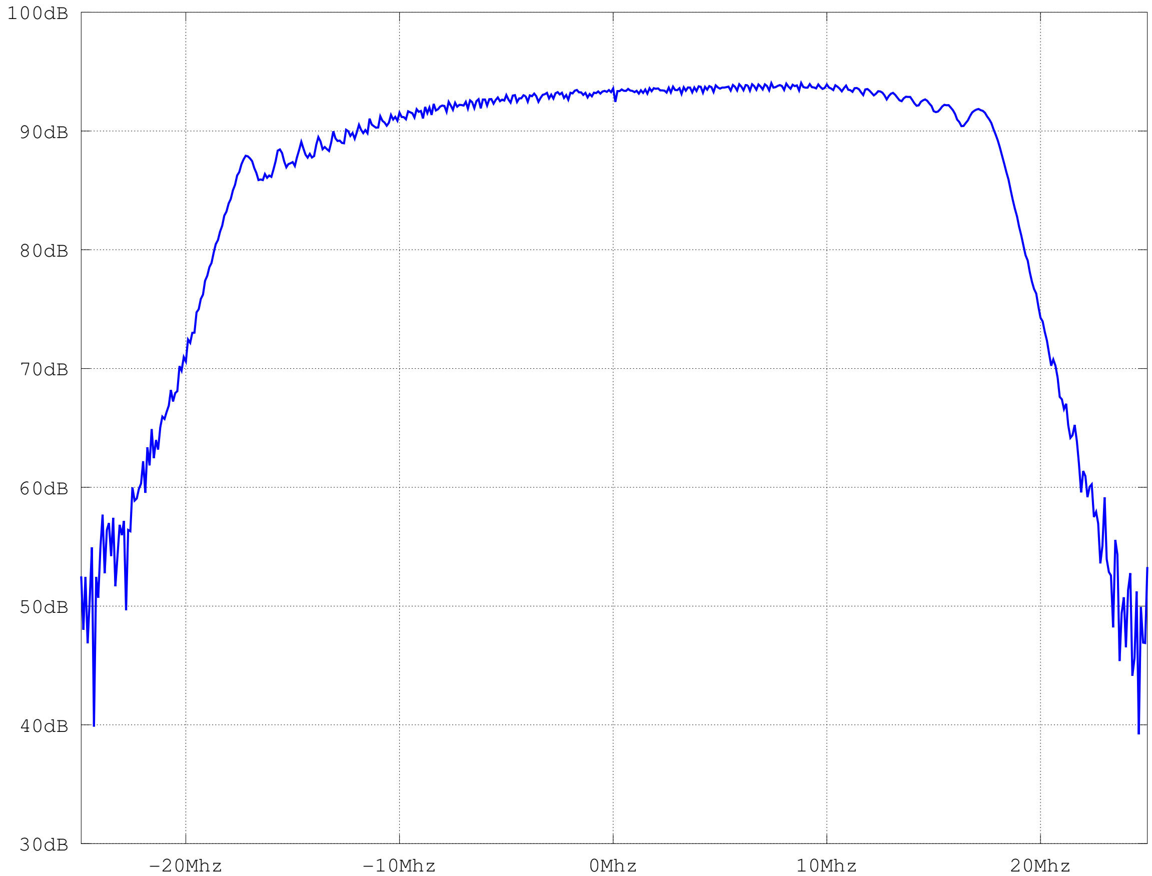

Figura 15: Chirp real del SARAT (espectro)

3.3. Ejercicio 11

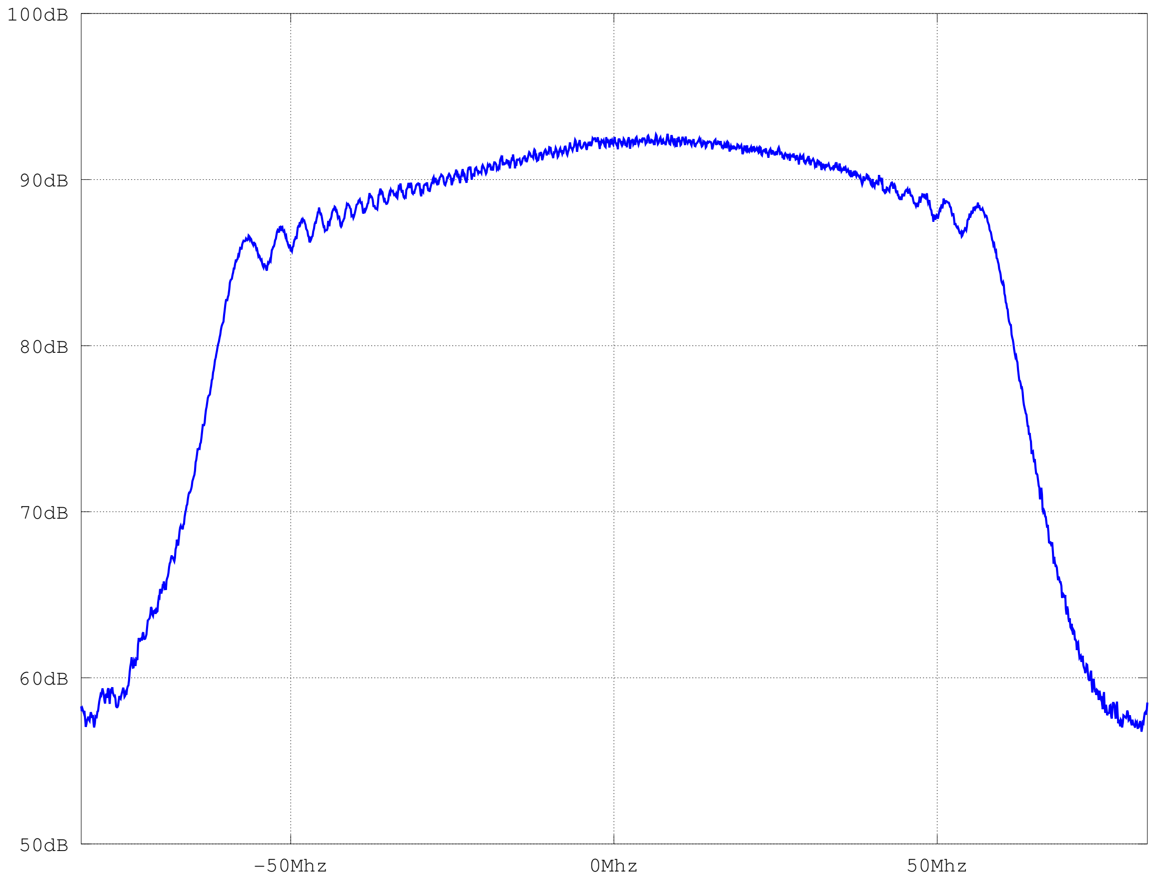

Figura 16: Modulo del espectro en rango

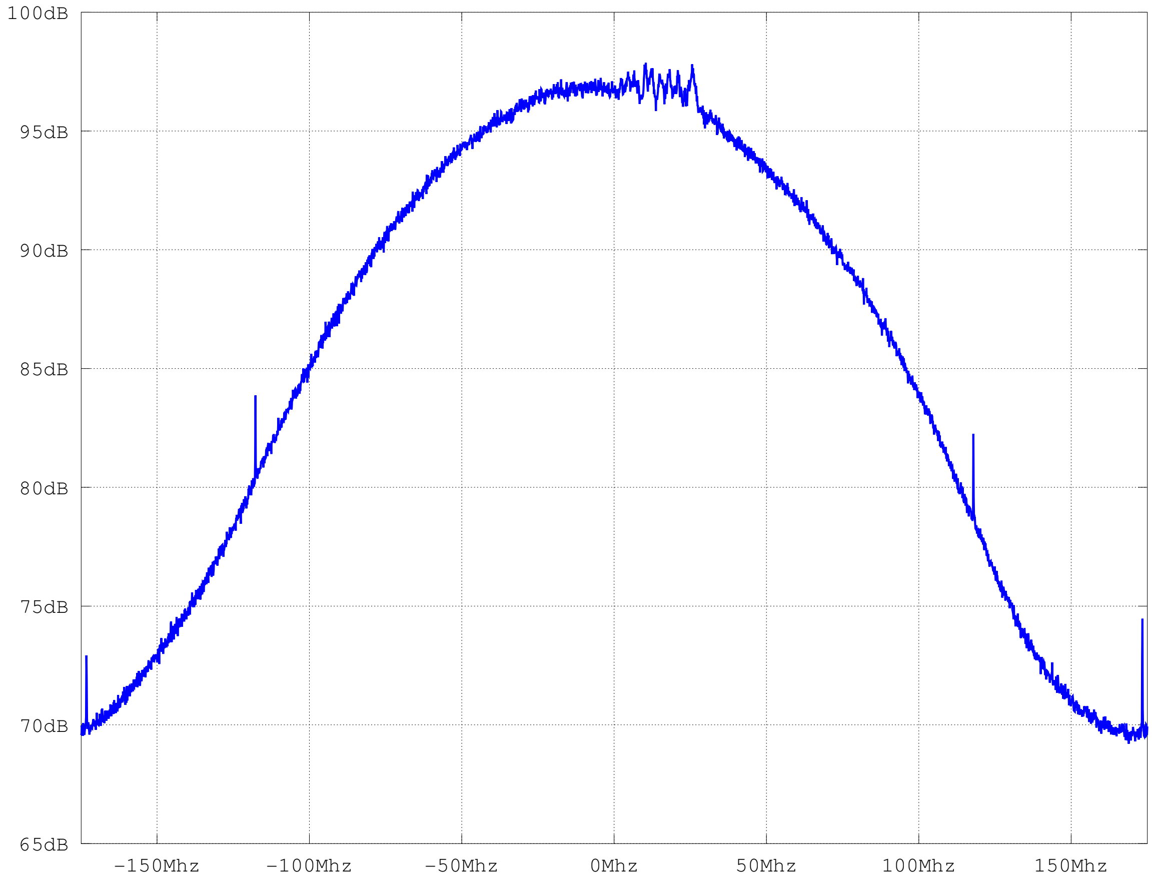

Figura 17: Modulo del espectro en azimuth

3.4. Ejercicio 12

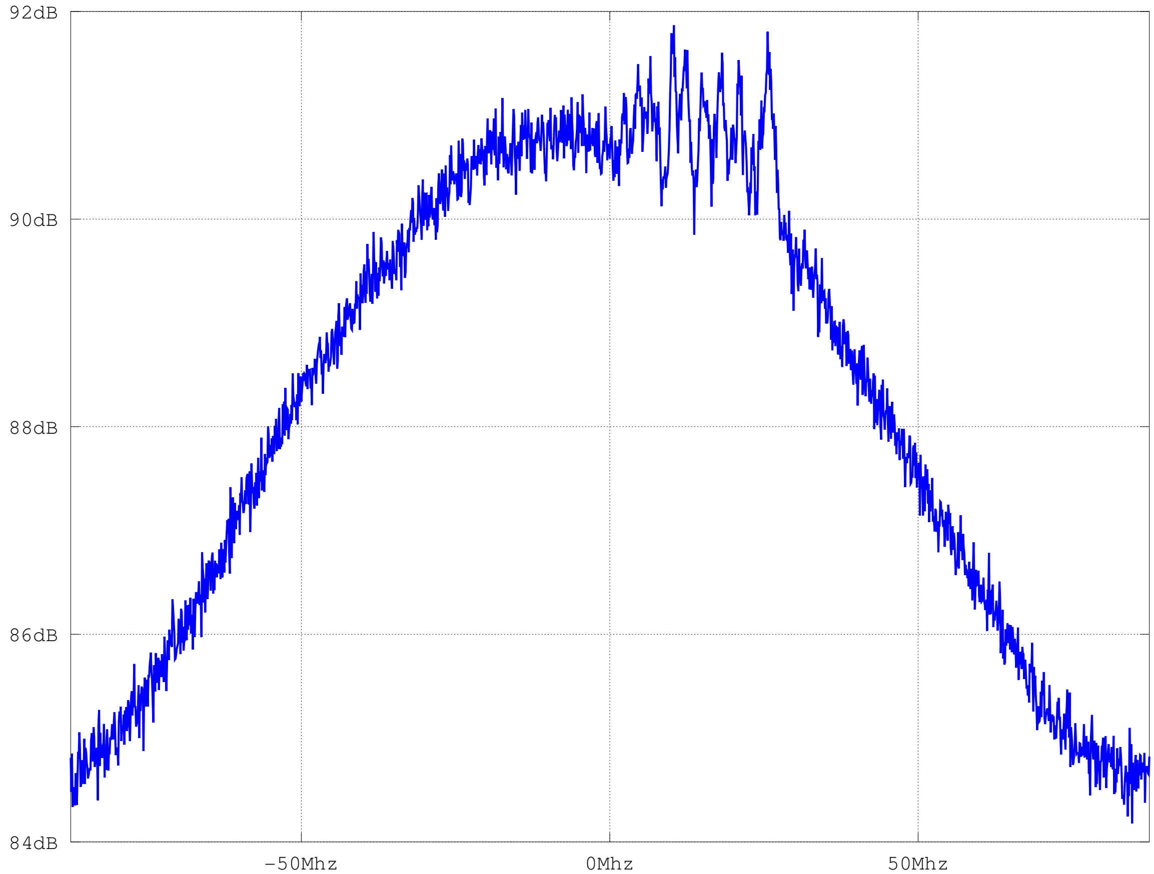

Figura 18: Modulo del espectro en azimuth (medio del PRF)

4. Compresión del pulso

4.1. Ejercicio 13

La correlación no es una operación conmutativa. La relación entre la correlación de dos funciones con su transformada de Fourier es la siguiente:

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}|x[n] \star y[n]|(\Omega) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \star y[n] e^{-j\Omega n} \\
&= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] y^*[k-n] e^{-j\Omega n} \\
&= \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \sum_{n=-\infty}^{\infty} y^*[k-n] e^{-j\Omega n} \\
&= \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] Y^*(\Omega) e^{-j\Omega k} \\
&= \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] e^{-j\Omega k} Y^*(\Omega) \\
&= X(\Omega) Y^*(\Omega)
\end{aligned}$$

4.1.1. TODO explicar la relación con la convolución. Contraejemplo de conmutatividad

4.2. Ejercicio 14

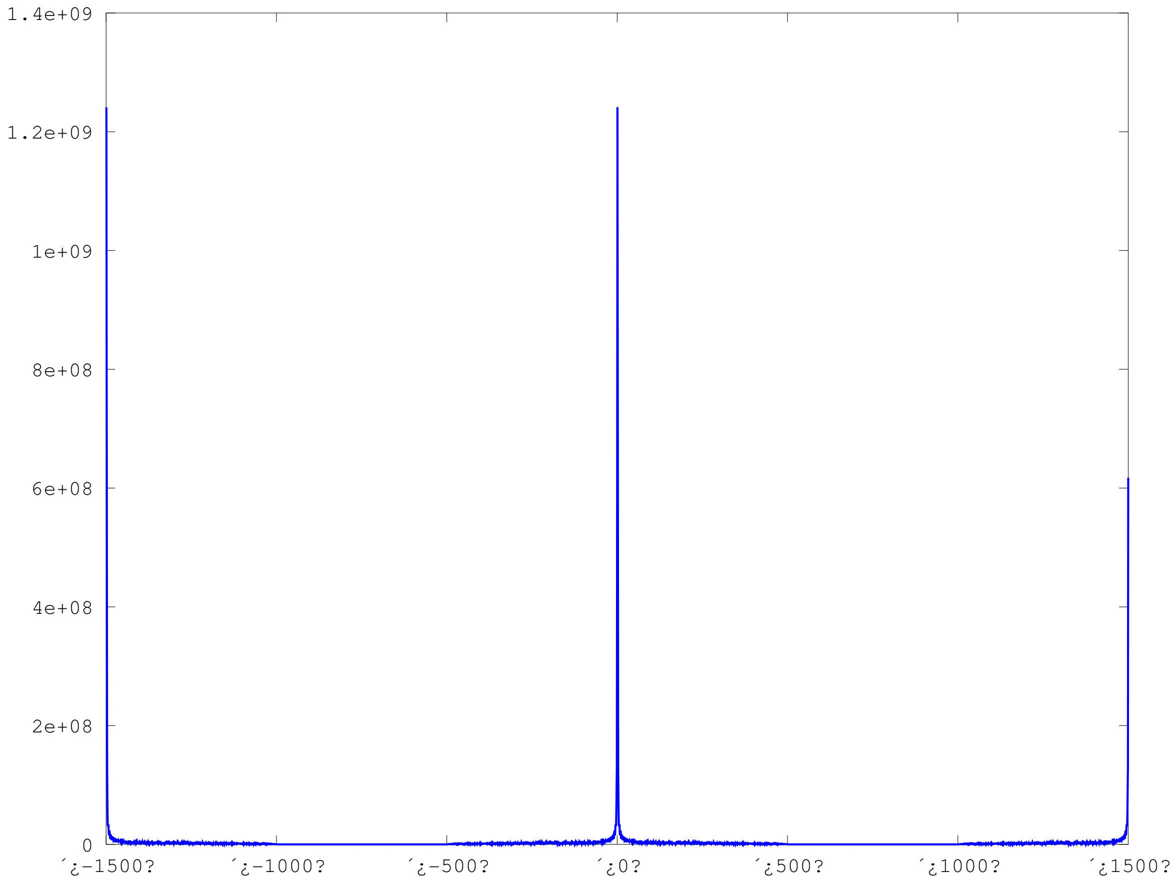

Figura 19: Autocorrelación de la chirp del SARAT

5. Compresión en rango

5.1. Ejercicio 17

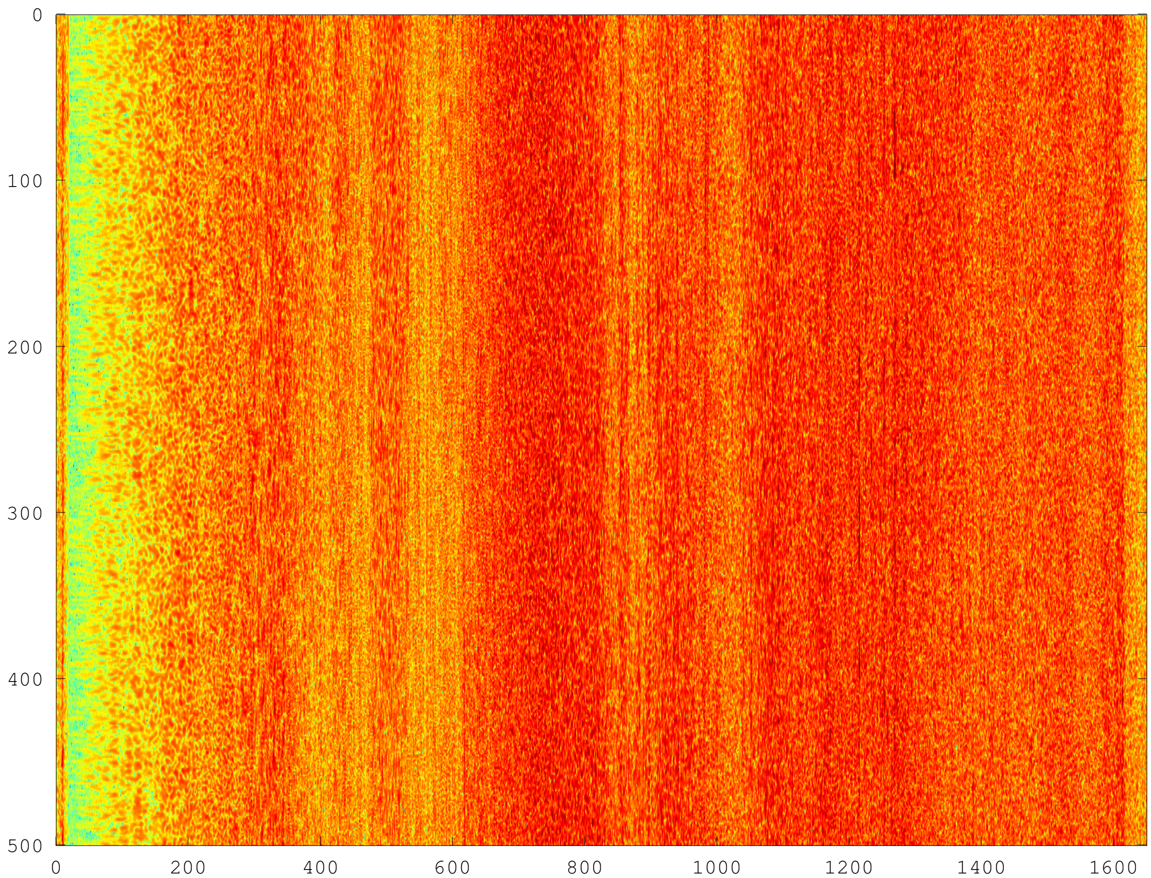

Figura 20: Compresion en rango

6. Compresión en azimuth

7. Algoritmo de compresión