

## 1. Principios básicos

### 1.1. Ejercicio 1

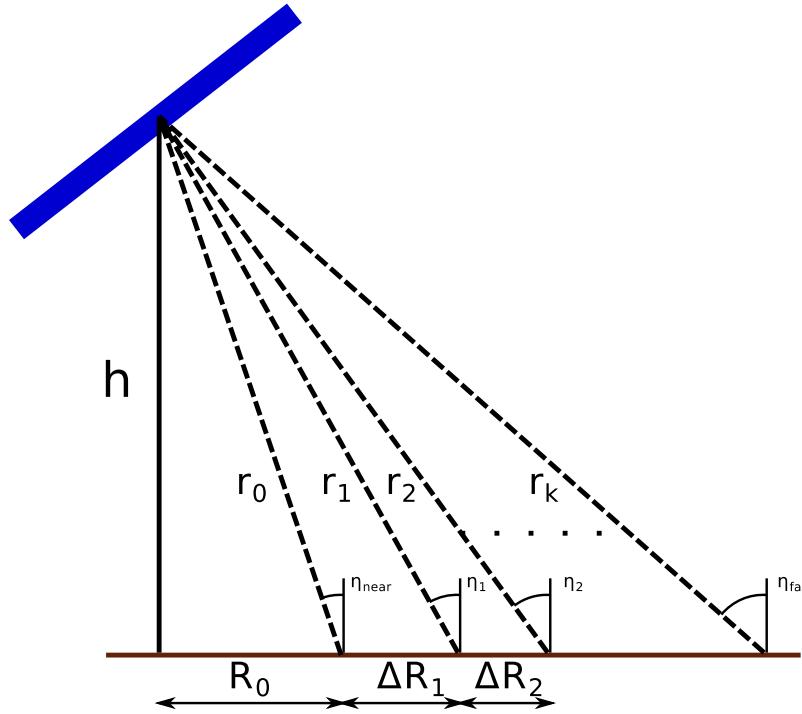


Figura 1:  $\gamma$ -rangos

$$R_n = \sin(\eta_n)r_n$$

$$\Delta R_n = R_n - R_{n-1}$$

$$\Delta R_n = \sin(\eta_n)r_n - \sin(\eta_{n-1})r_{n-1}$$

$$r_k = \frac{kcT_s}{2}$$

$$\gamma - rango_k = r_k = \frac{h}{\cos(\eta_k)}$$

$$\eta_k = \cos^{-1} \left( \frac{h}{r_k} \right)$$

Para poder graficar  $\eta_k$  y  $\Delta R_k$ , necesitamos primero calcular  $r_o$ . Sabiendo que:

$$Fs = 50 \cdot 10^6$$

$$Ts = \frac{1}{Fs} = 50 \cdot 10^{-6}$$

$$h = 5375m$$

$$\eta_0 = \eta_{near} = 18,24$$

$$c = 299,792,458 \frac{m}{s}$$

Podemos calcular  $r_0$  como  $\frac{h}{\cos(\eta_0)}$  que resulta en

$$r_0 \approx 5659$$

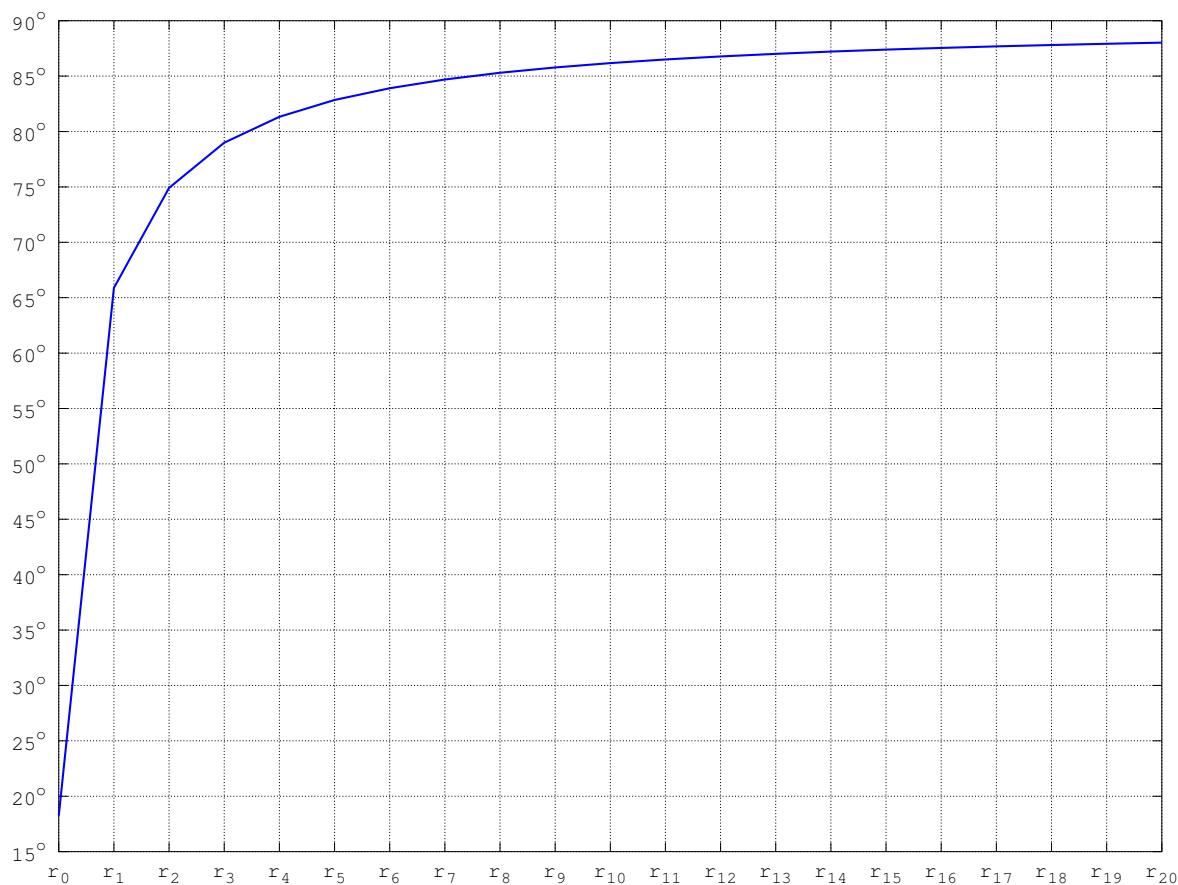
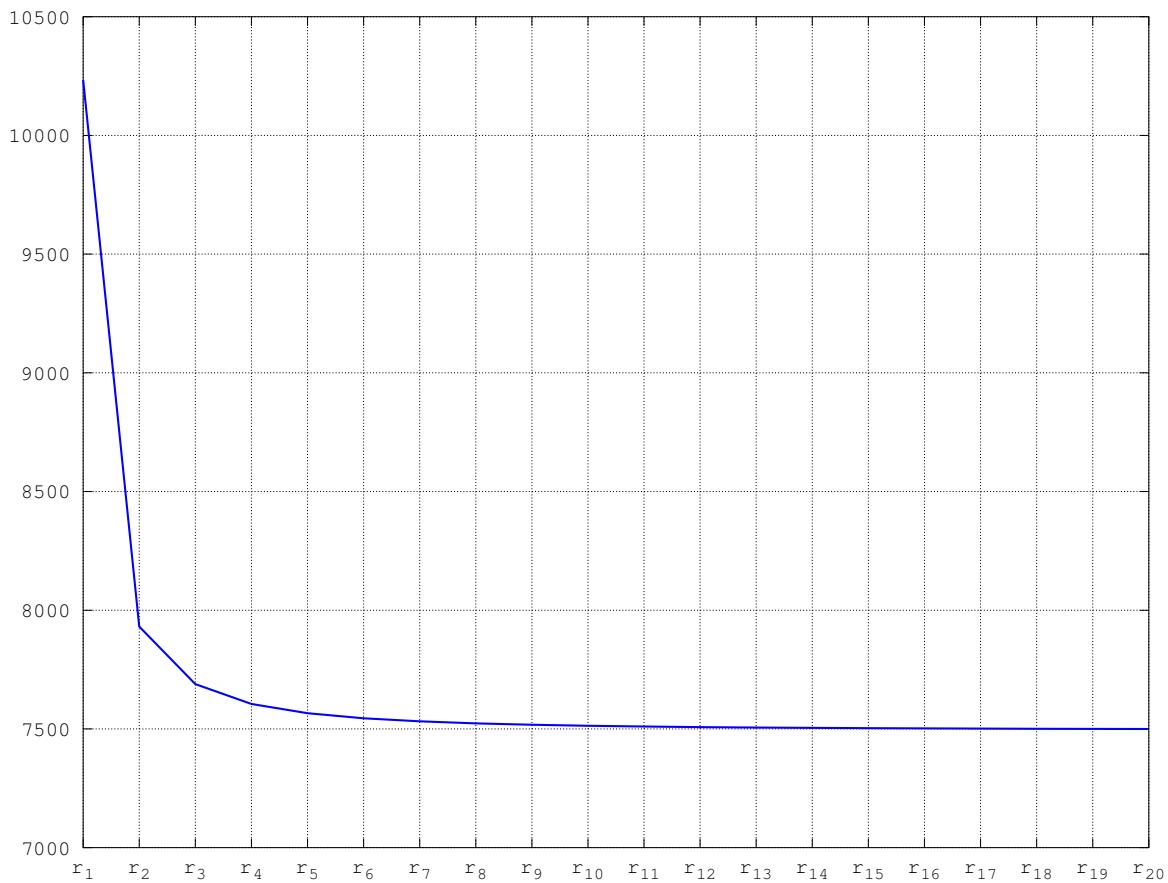


Figura 2:  $\eta$  en función del rango  $r_k$

Figura 3:  $\Delta R$  en función del rango  $r_k$



## 2. Parte analógica

### 2.1. Ejercicio 2

La señal chirp se define como

$$\text{chirp}(t) = e^{j\theta(t)}$$

donde  $\theta(t)$  es una función cuadrática del tiempo con forma

$$\theta(t) = k_1 t^2 + k_2 t$$

La frecuencia instantánea de la chirp es entonces:

$$f_{\text{inst}}(t) = 2k_1 t + k_2$$

Como la chirp barre frecuencias que van desde -20Mhz hasta 20Mhz en  $10\mu s$ :

$$f_{\text{inst}}(0) = 2k_1 0 + k_2 = k_2 = -20\text{Mhz}$$

Y al final

$$\begin{aligned} f_{\text{inst}}(10\mu s) &= 2k_1 10\mu s + k_2 = 20\text{Mhz} \\ 2k_1 10\mu s - 20\text{Mhz} &= 20\text{Mhz} \\ k_1 &= \frac{40\text{Mhz}}{2 10\mu s} \\ k_1 &= 2 \cdot 10^{12} \end{aligned}$$

Por lo tanto, la fase instantánea es

$$f_{\text{inst}}(t) = 4 \cdot 10^{12} t^2 - 20 \cdot 10^6 t$$

En la figura 4 se puede ver el resultado de graficar las partes real e imaginarias de la chirp junto con la fase instantánea en función del tiempo.

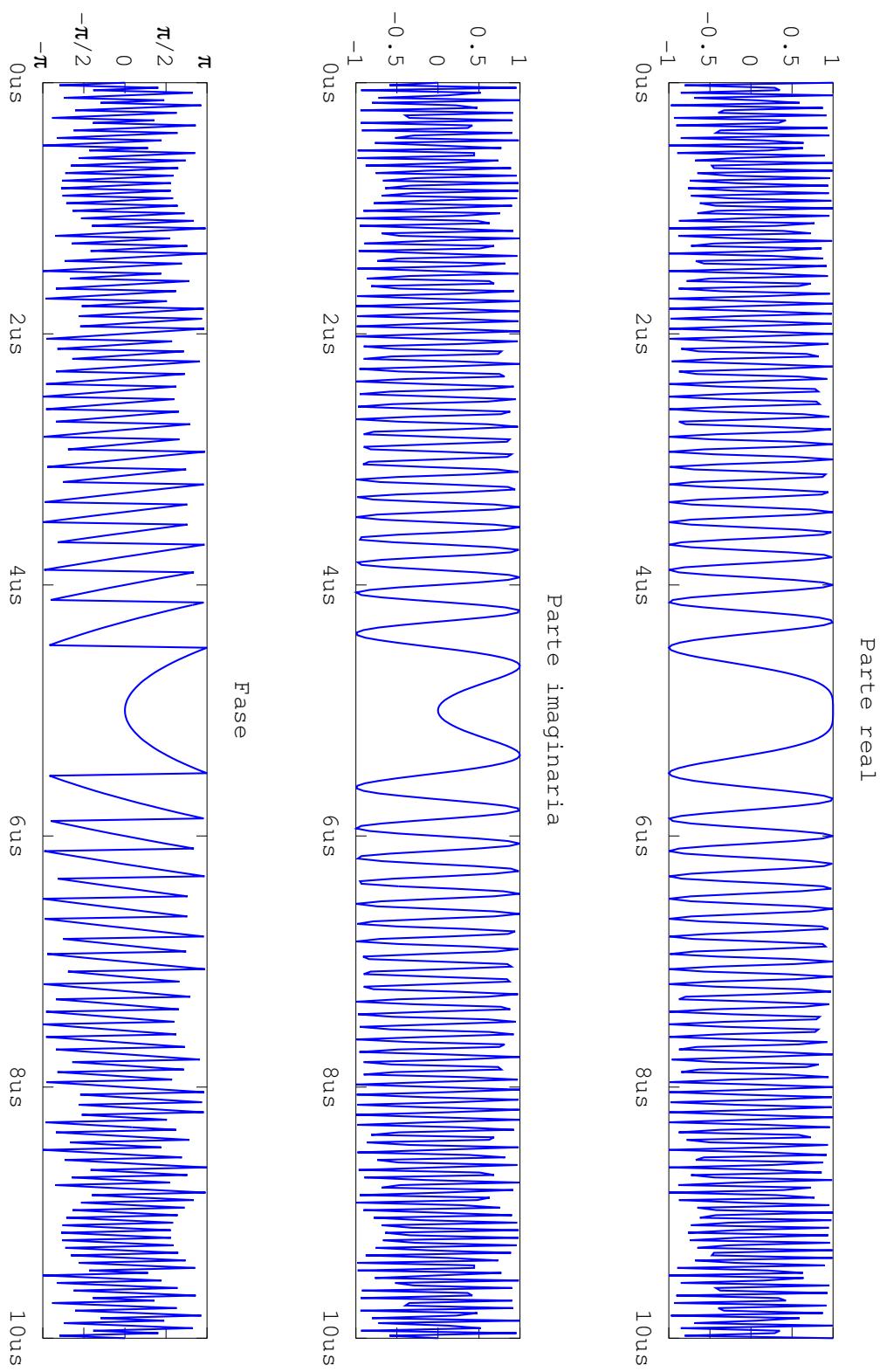


Figura 4: Chirp emitida por el SARAT (no modulada)

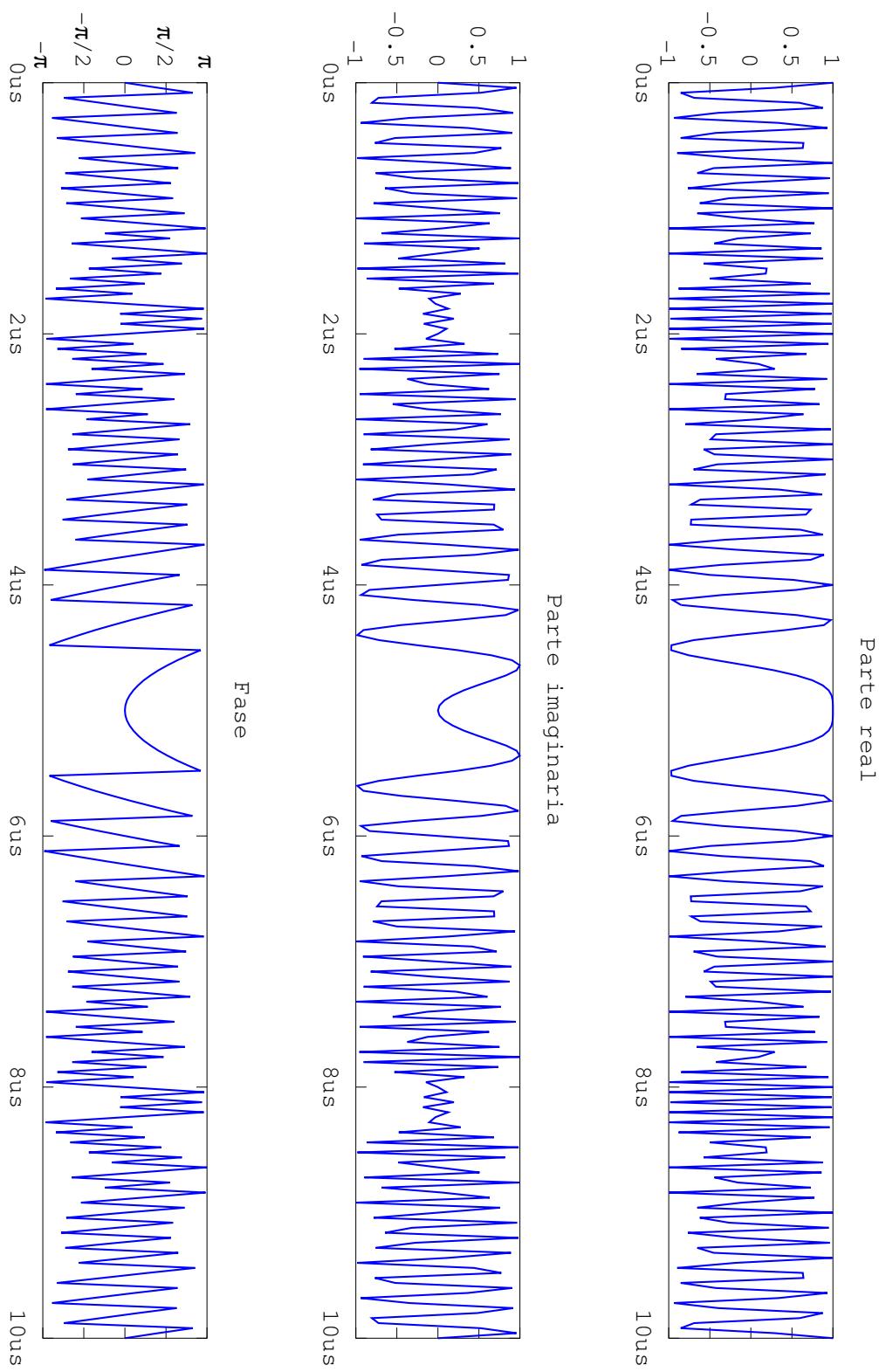


Figura 5: Chirp emitida por el SARAT (no modulada) submuestreada

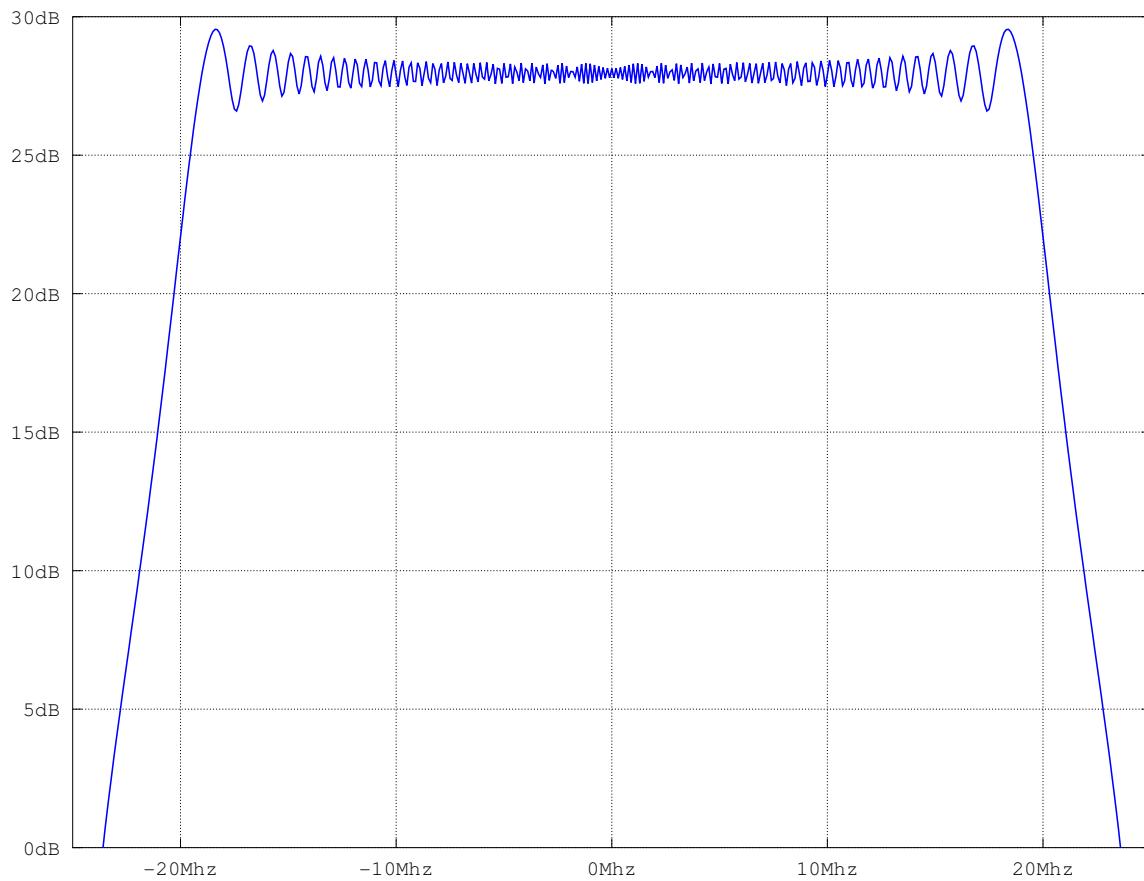


Figura 6: Espectro de la Chirp emitida por el SARAT (no modulada)

La chirp tiene una frecuencia máxima de 20Mhz y por Nyquist la mínima frecuencia de muestreo que podemos usar es 40Mhz, si no se satisface el criterio de Nyquist se producen resultados como el de la figura 5.

## 2.2. Ejercicio 3

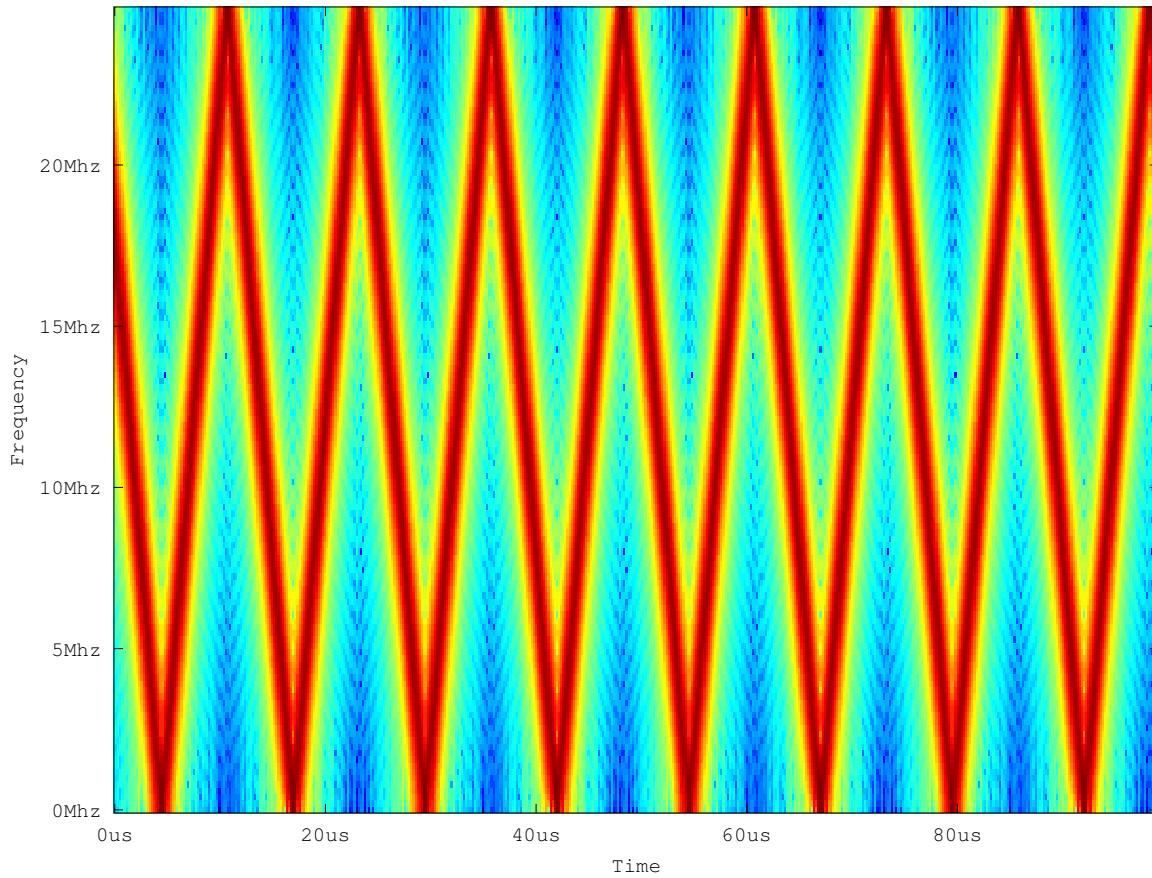


Figura 7: Espectrograma de la Chirp emitida por el SARAT (no modulada)

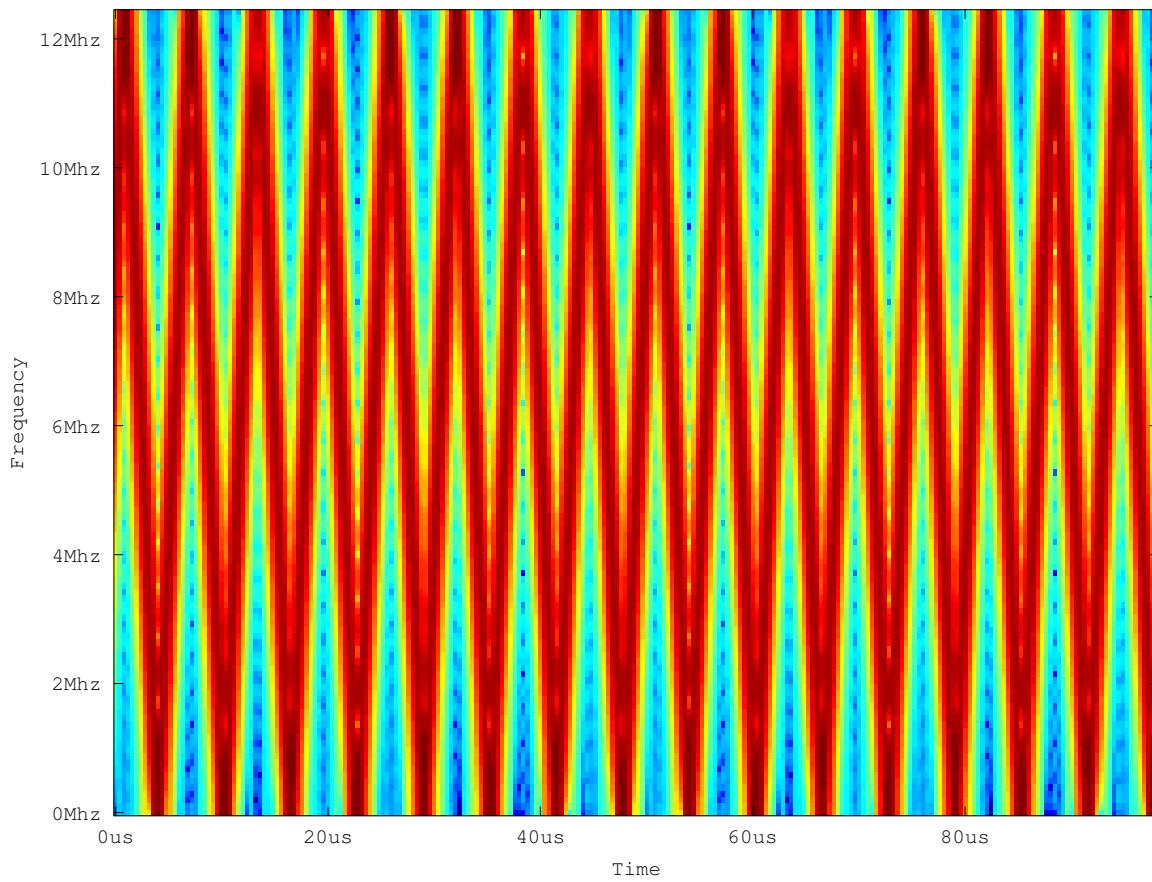


Figura 8: Espectrograma de la Chirp emitida por el SARAT (no modulada) submuestreada

El uso de diferentes tipos de ventana altera los contenidos de frecuencia de la señal original. En las figura 9 se muestra una comparación de aplicar diferentes tipos de ventanas a las primeras 100 muestras de la chirp generada en puntos anteriores y en la figura 10 se muestran los resultados de utilizar cada una de estas ventanas al espectrograma.

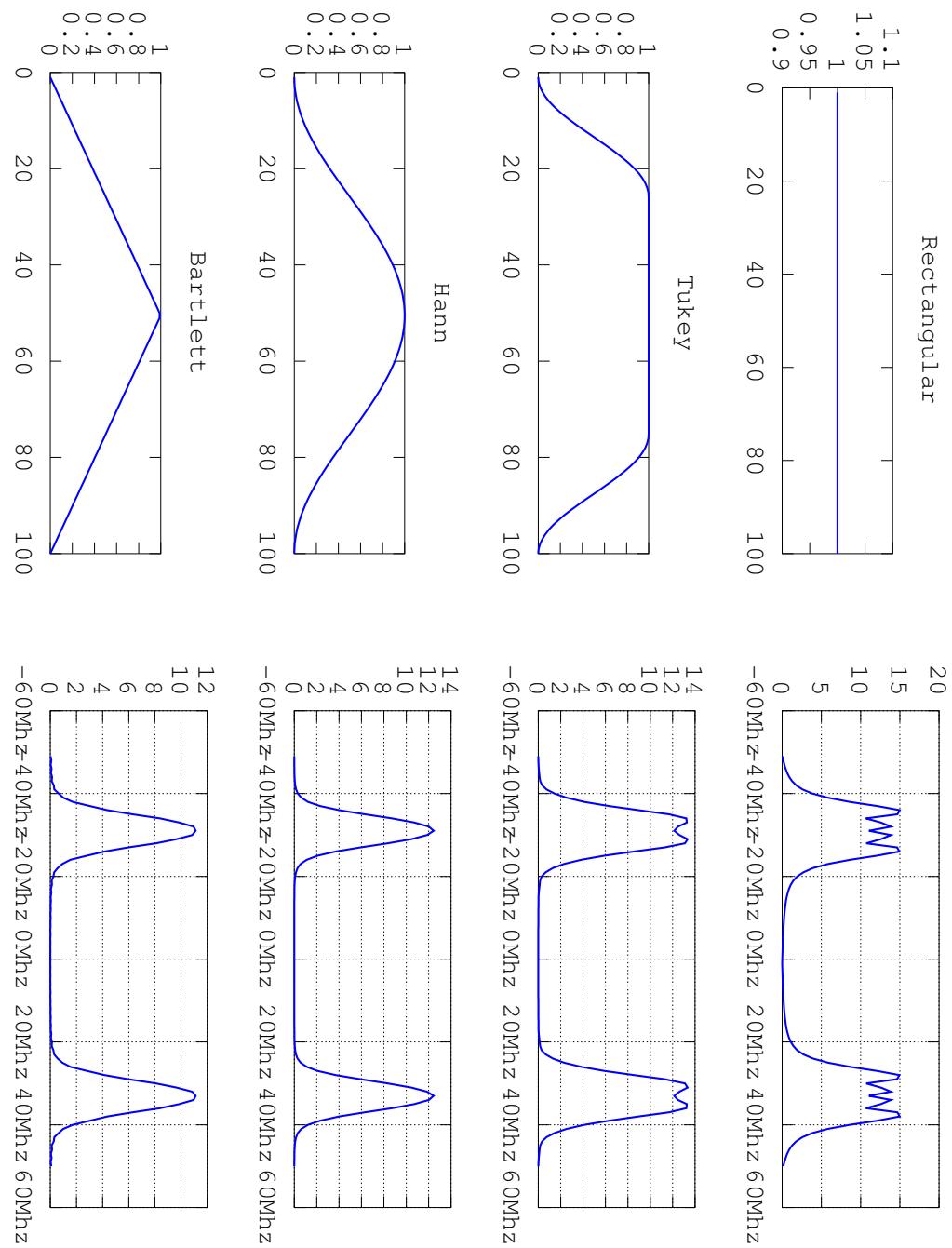


Figura 9: Comparación de diferentes tipos de ventanas

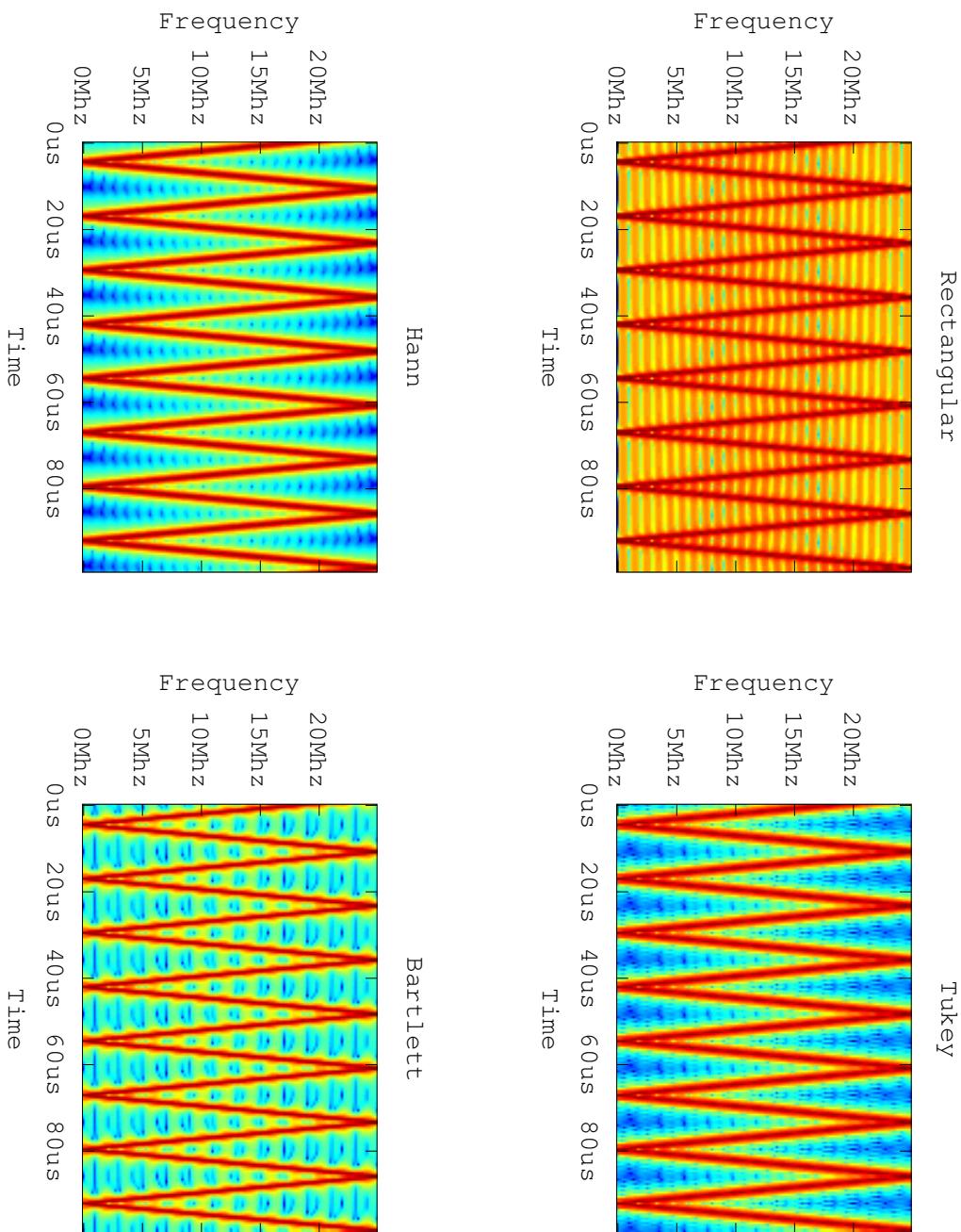


Figura 10: Comparación de diferentes tipos de ventanas (espectrogramas)

### 2.3. Ejercicio 4

La chirp está definida como:

$$\text{chirp}(t) = e^{j\phi(t)}$$

Donde  $\phi(t)$  es la fase en función del tiempo. Como ya se mostró en el punto 2, la frecuencia instantánea  $\left(\frac{\partial\phi}{\partial t}\right)$  de la chirp (figura 11) es

$$f_{\text{inst}}(t) = 2k_1 t + k_2$$

Donde  $k_2$  es la frecuencia inicial y  $2k_1$  es el incremento de frecuencia por unidad de tiempo.

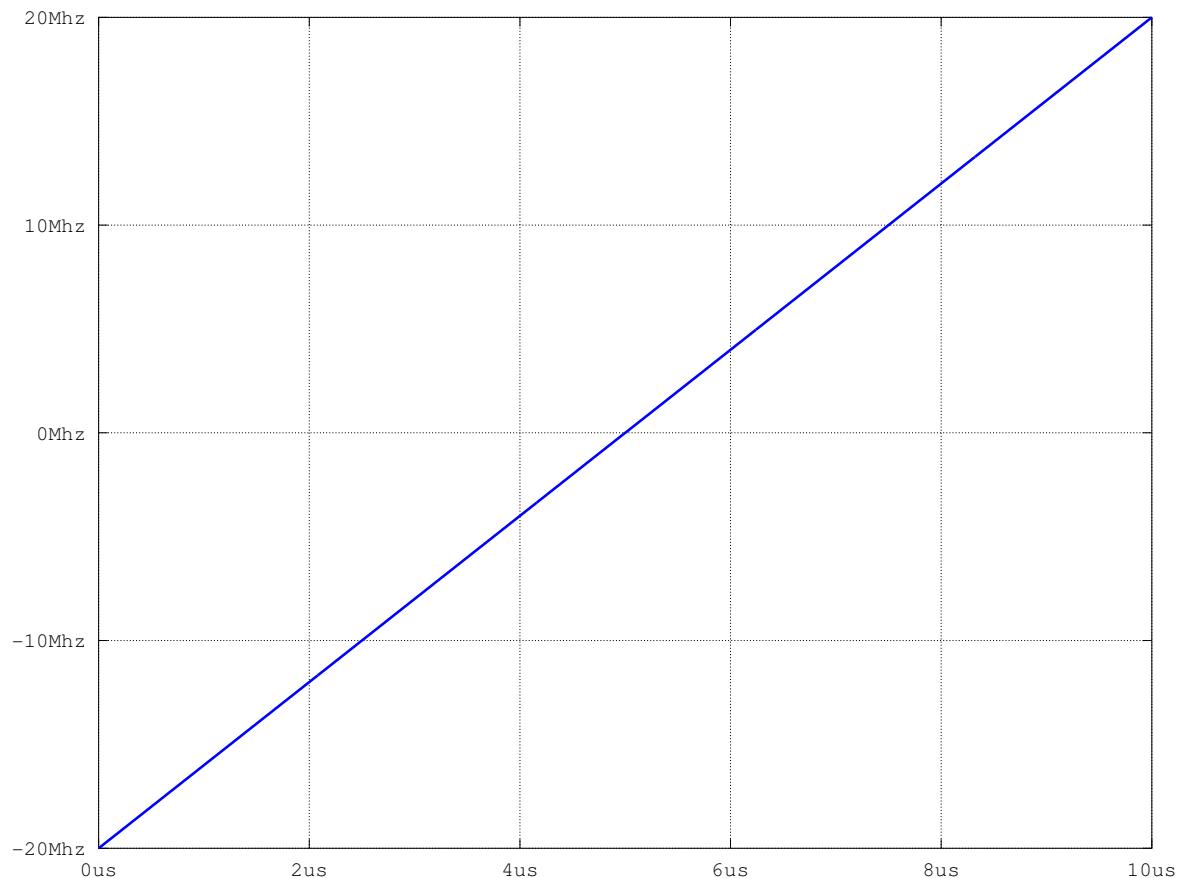


Figura 11: Frecuencia instantánea de la chirp

### **2.3.1. TODO ancho de banda formalmente**

### **2.4. Ejercicio 5**

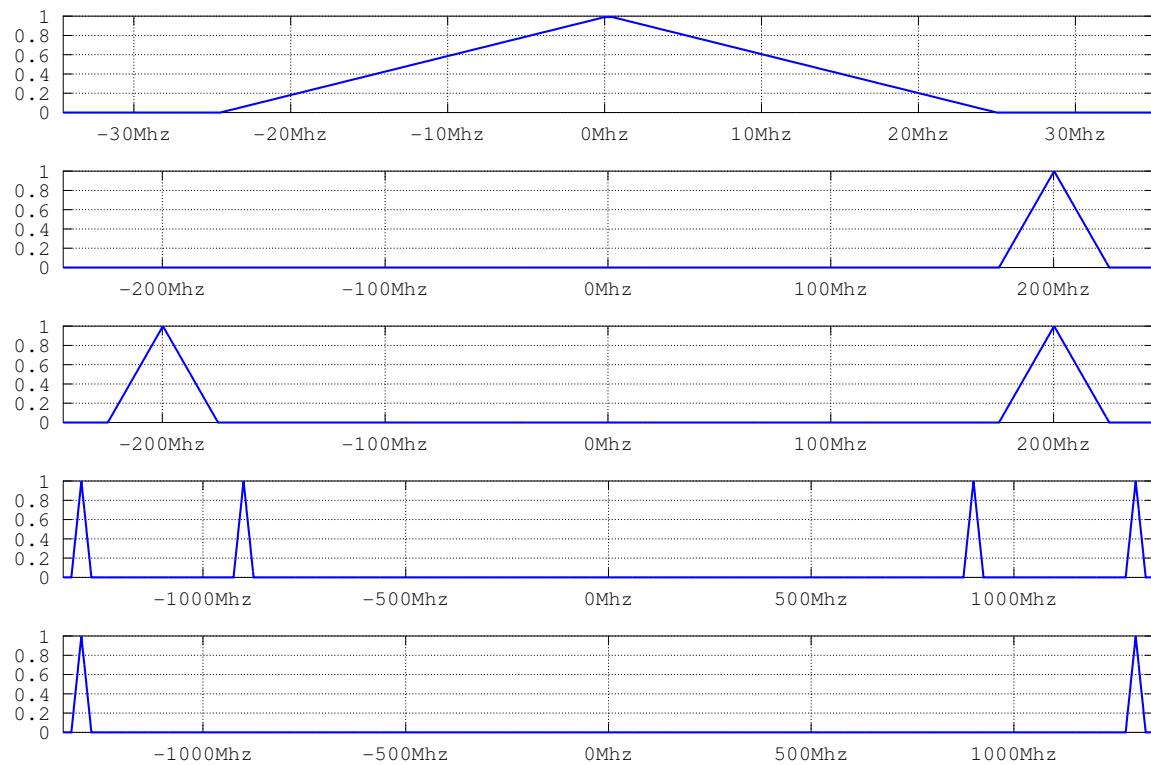


Figura 12: Espectro de las señales en las diferentes fases del modulador (ideal)

### 3. Parte digital

#### 3.1. Ejercicio 9

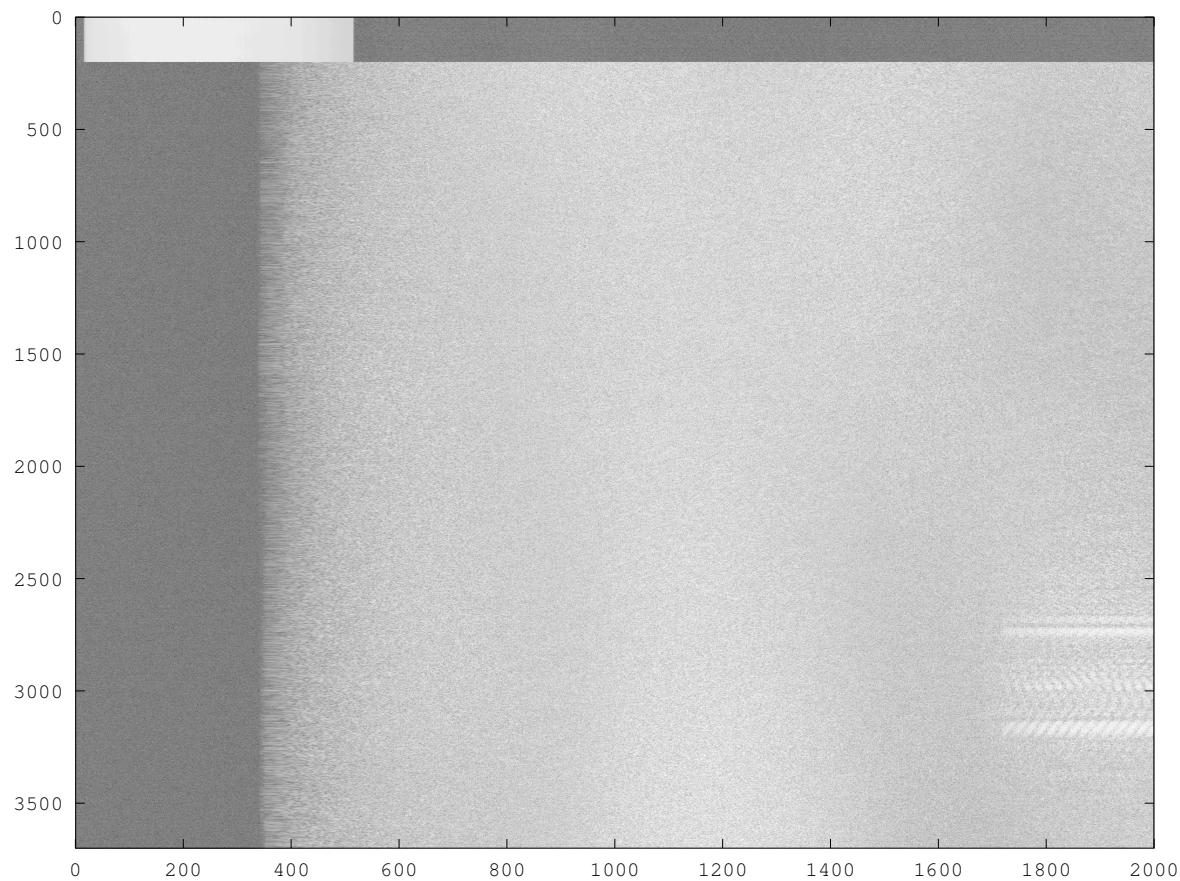


Figura 13: Datos crudos del SARAT (subset)

### 3.1.1. TODO cálculos

## 3.2. Ejercicio 10

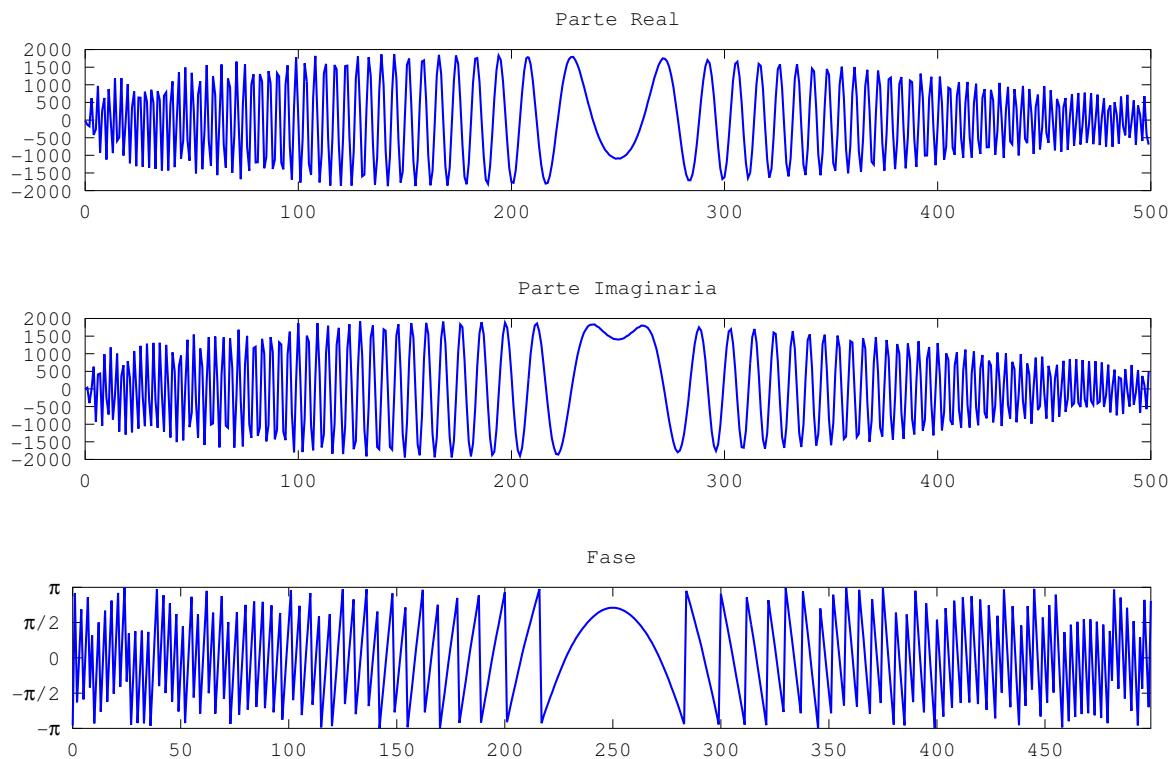


Figura 14: Chirp real del SARAT

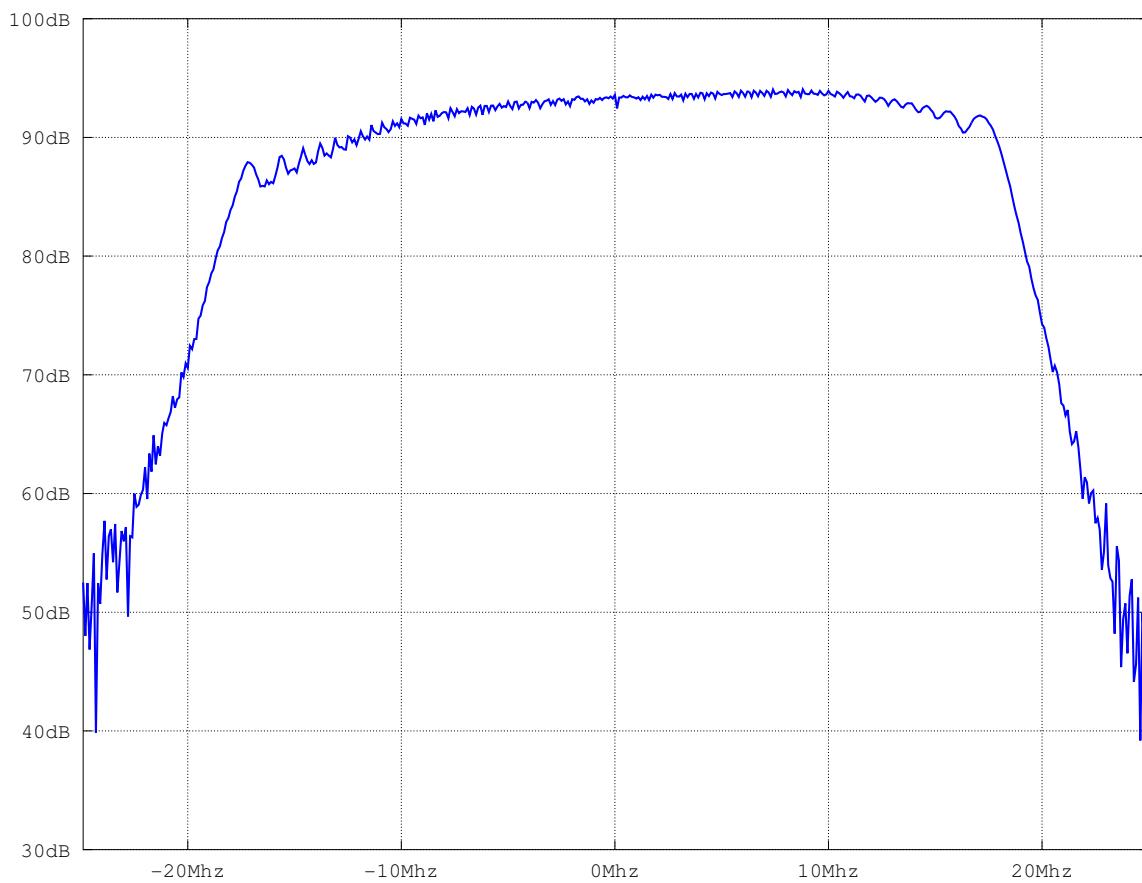


Figura 15: Chirp real del SARAT (espectro)

### 3.3. Ejercicio 11

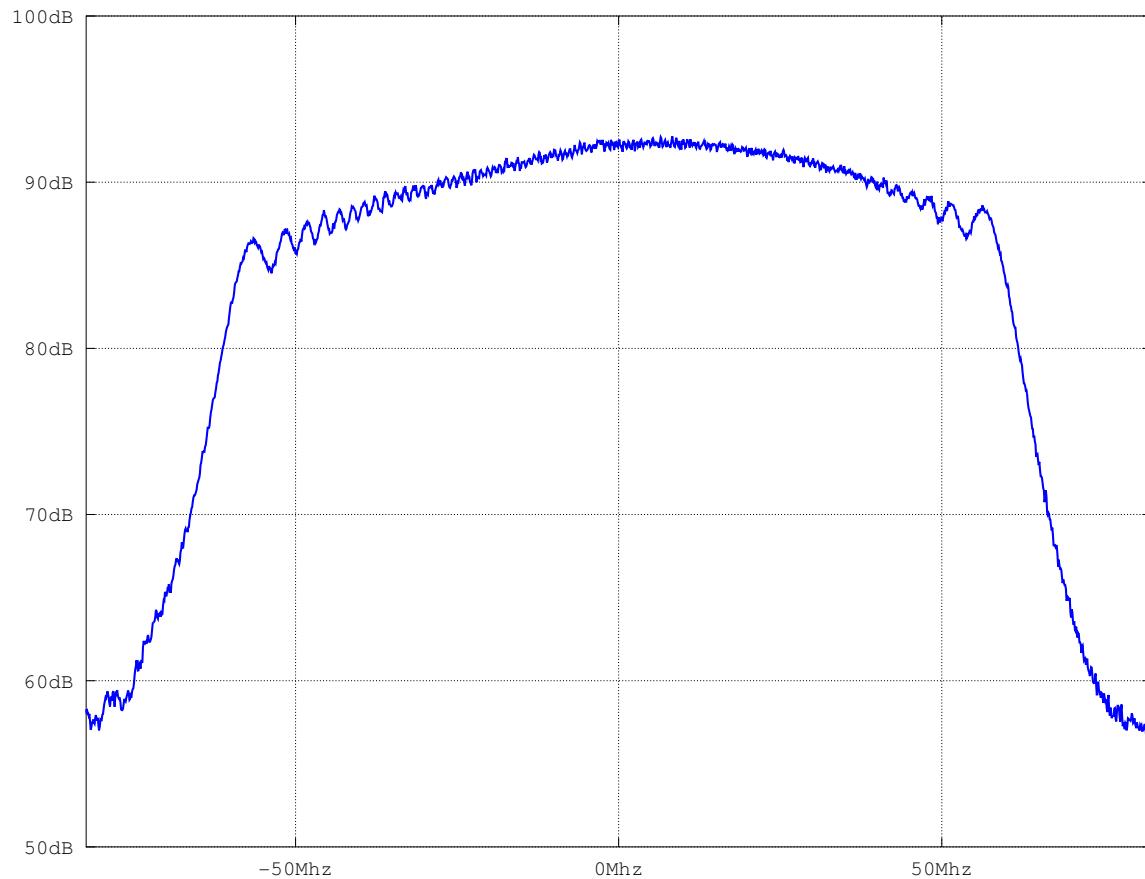


Figura 16: Modulo del espectro en rango

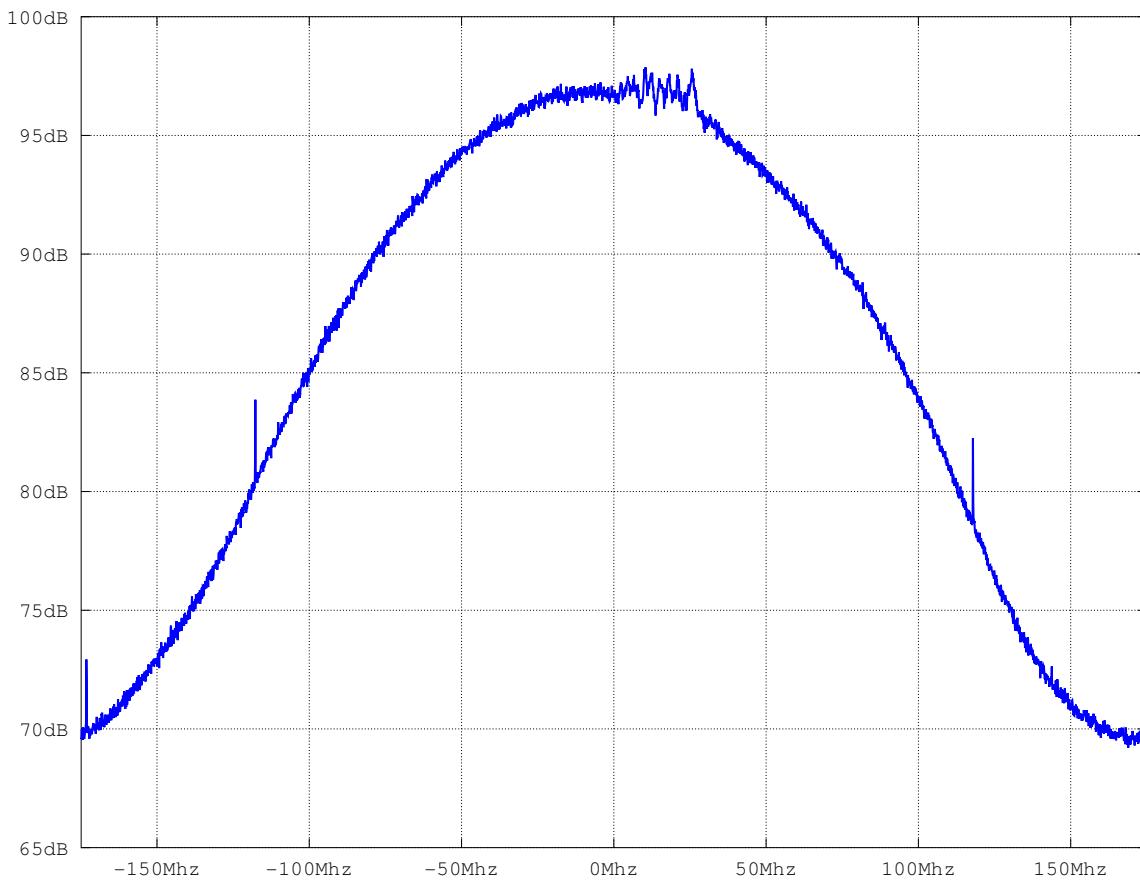


Figura 17: Modulo del espectro en azimuth

### 3.4. Ejercicio 12

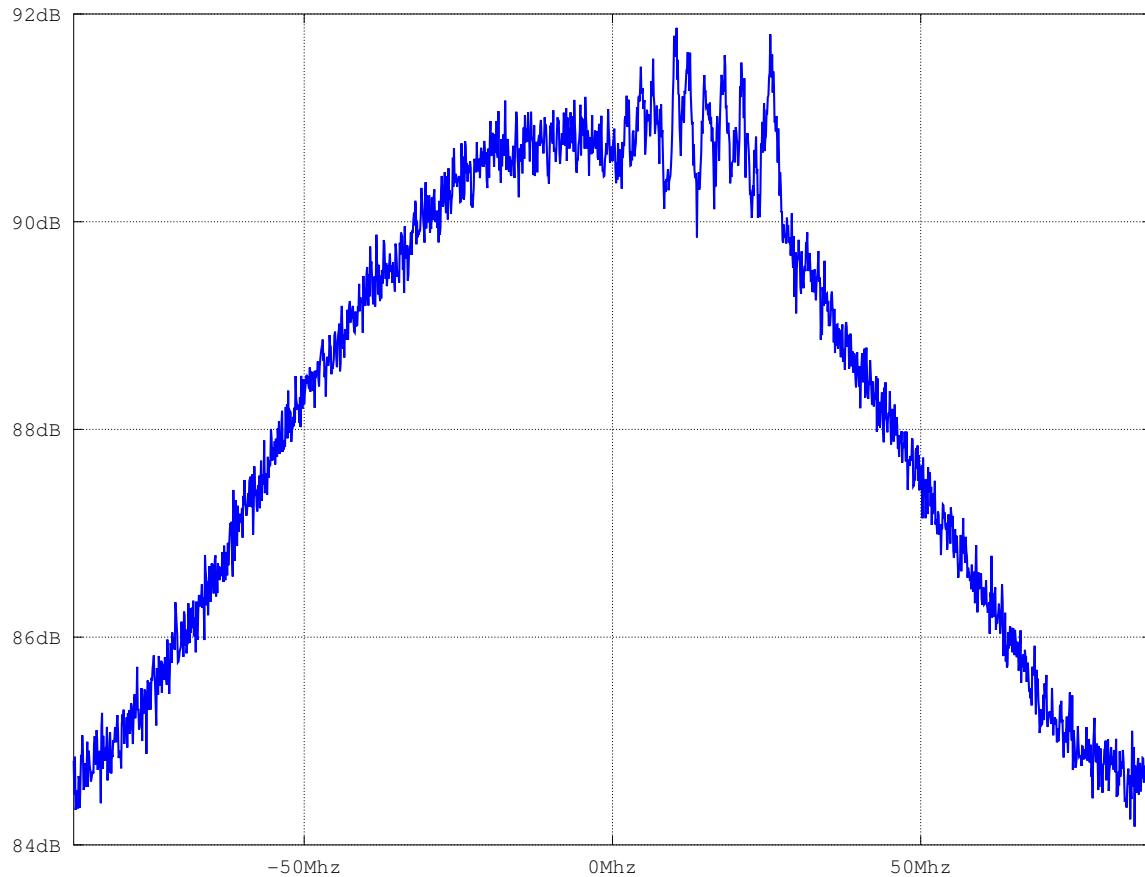


Figura 18: Modulo del espectro en azimuth (medio del PRF)



## 4. Compresión del pulso

### 4.1. Ejercicio 13

La correlación no es una operación commutativa. La relación entre la correlación de dos funciones con su transformada de Fourier es la siguiente:

$$\begin{aligned}\mathcal{F}[x[n] \star y[n]](\Omega) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \star y[n] e^{-j\Omega n} \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] y^*[k-n] e^{-j\Omega n} \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \sum_{n=-\infty}^{\infty} y^*[k-n] e^{-j\Omega n} \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] Y^*(\Omega) e^{-j\Omega k} \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] e^{-j\Omega k} Y^*(\Omega) \\ &= X(\Omega) Y^*(\Omega)\end{aligned}$$

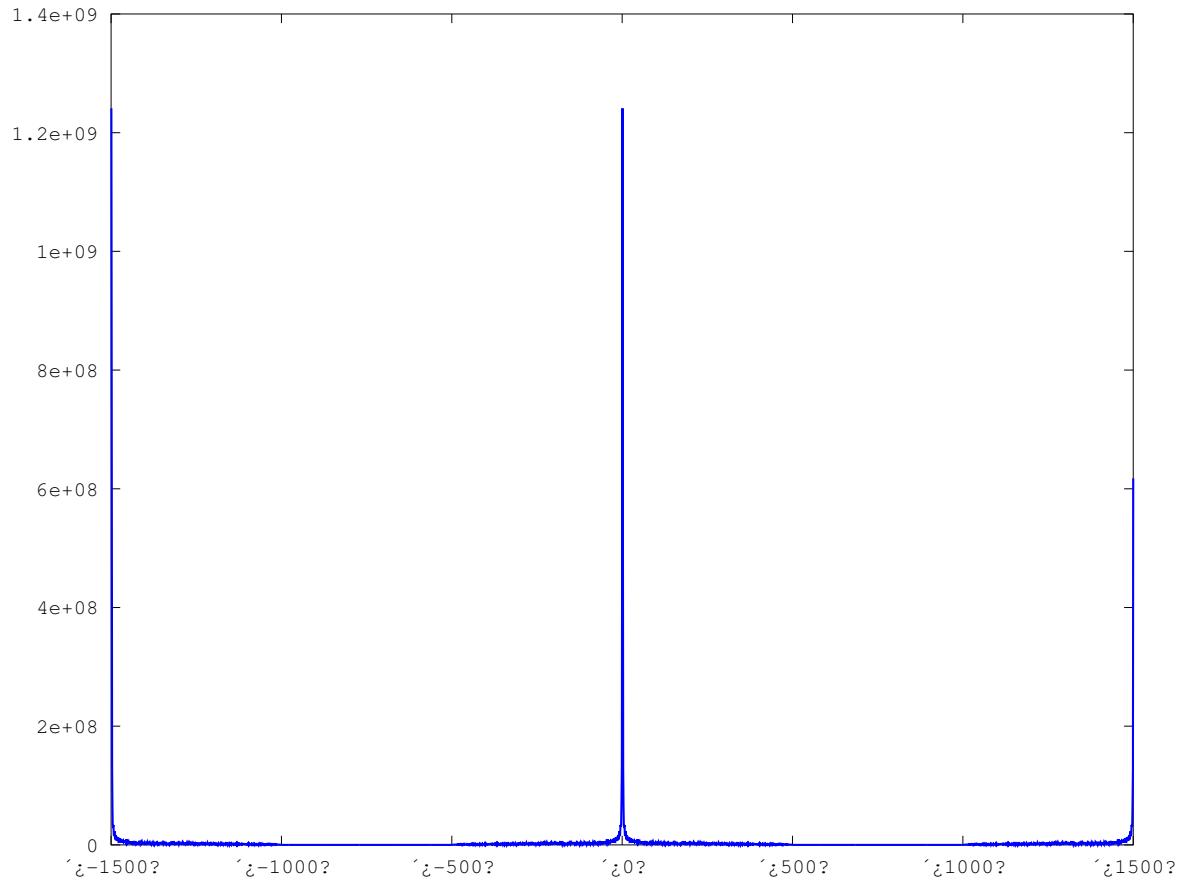
**4.1.1. TODO explicar la relación con la convolución. Contraejemplo de conmutatividad****4.2. Ejercicio 14**

Figura 19: Autocorrelación de la chirp del SARAT

## 5. Compresión en rango

### 5.1. Ejercicio 17

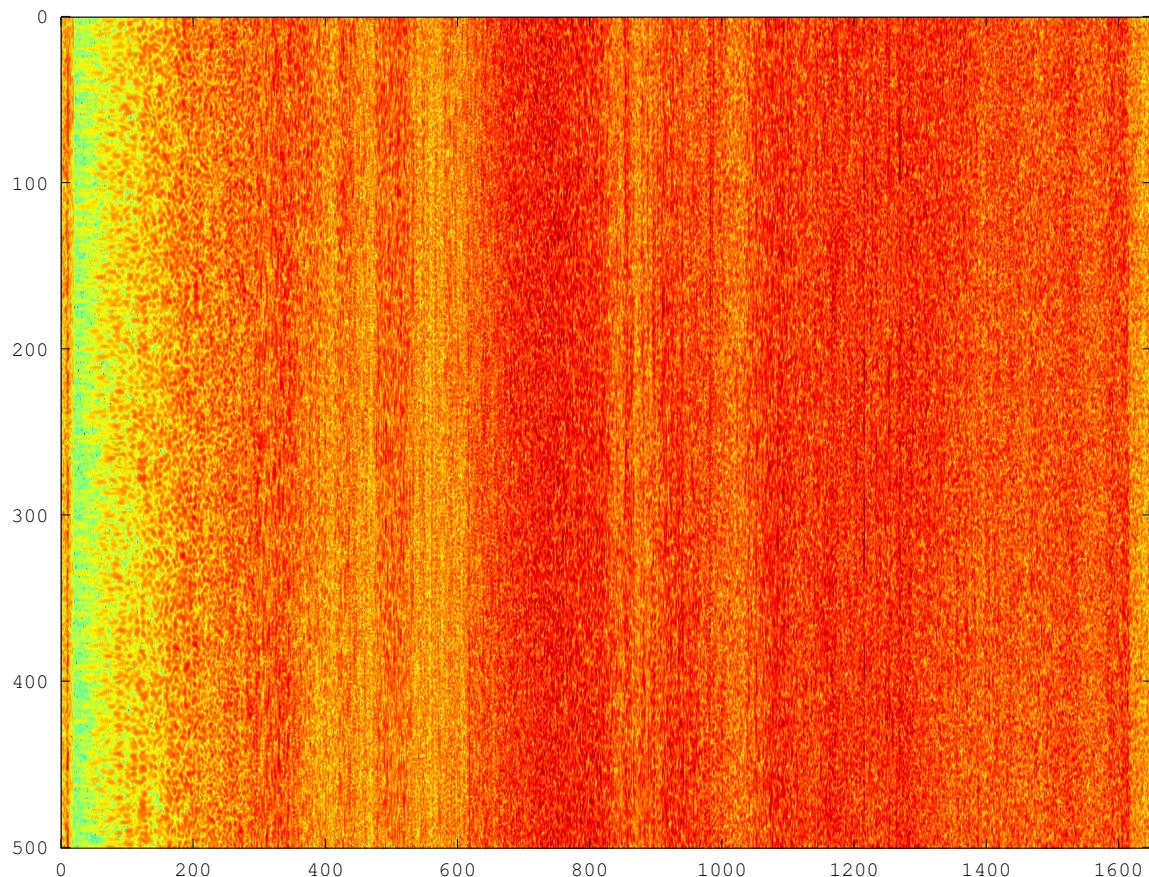


Figura 20: Compresion en rango



## **6. Compresión en azimuth**



## 7. Algoritmo de compresión