

**子題 2：**矩陣的乘法 $AB = A \times B$ 。(程式執行限制時間: 2 秒) **15 分**

矩陣的乘法

若  $A$  是  $m \times r$  矩陣， $B$  是  $r \times n$  矩陣，那麼  $A$ 、 $B$  的乘積就是一個  $m \times n$  的矩陣，其乘積的第  $i$  列第  $j$  行的元素就是  $A$  中  $i$  列的元素與  $B$  中  $j$  行相對應的元素的乘積之和，我們以  $AB$  表示  $A$  和  $B$  的矩陣的乘積，則  $AB$  中  $i$  列  $j$  行的元素記作  $AB_{ij}$ ，其值為：

$$AB_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + a_{i3}b_{3j} + \dots + a_{ir}b_{rj}$$

請注意，只有當矩陣  $A$  的行數與  $B$  的列數相等的情況下才能進行矩陣的乘法運算。

例如

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -4 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 5 & 0 \\ 0 & -2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 5 & 0 \\ 0 & -2 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 16 & 5 \\ 4 & -10 & -18 & 1 \end{bmatrix}$$

- $AB$  第一列第一行的元素就是  $A$  的第一列的元素與  $B$  的第一行的元素的乘積之和。那麼，  
 $AB_{11} = (1)(3) + (2)(-1) + (3)(0) = 1$
- $AB$  第一列第二行的元素就是  $A$  的第一列的元素與  $B$  的第二行的元素的乘積之和。那麼，  
 $AB_{12} = (1)(1) + (2)(2) + (3)(-2) = -1$
- $AB$  第二列第一行的元素就是  $A$  的第二列的元素與  $B$  的第一行的元素的乘積之和。那麼，  
 $AB_{21} = (0)(3) + (-4)(-1) + (1)(0) = 4$

$A$  是  $m \times r$  的矩陣， $B$  是  $r \times n$  的矩陣；則  $AB$  是  $m \times n$  的矩陣

A=	1	2	3
1	2	4	1
2	3	6	2
3	2	5	0
4	1	2	3

B=	1	2	3	4	5
1	2	6	2	0	2
2	3	1	1	1	2
3	4	2	2	0	1

AB=	1	2	3	4	5
1	20	18	10	4	13
2	32	28	16	6	20
3	19	17	9	5	14
4	20	14	10	2	9

$$AB_{11}=2*2+4*3+1*4=20$$

$$AB_{21}=3*2+6*3+2*4=32$$

$$AB_{31}=2*2+5*3+0*4=19$$

$$AB_{41}=1*2+2*3+3*4=20$$

#### 輸入說明：

第一列的數字  $x$  代表有幾筆資料要測試， $1 \leq x \leq 5$ ，第二列起為測試資料，每組測試資料為三個矩陣  $A$ 、 $B$  和  $AB$ ，每組測試資料第一列為 4 個數字  $m, r, r, n$  ( $2 \leq m, r, r, n \leq 8$ )，之後  $m + r + m$  列為三個矩陣  $A$ 、 $B$  和  $AB$  的內容，資料以空白( )隔開，而空白不限定一個，矩陣  $A$  和  $B$  的測試資料值為  $-20 \leq Z \leq 20$  的整數。矩陣  $A$  或  $B$  的測試資料中會有一個值為 9999 代表需要修正的值。

#### 輸出說明：

每組測試資料輸出一列，依據三個矩陣  $A$ 、 $B$  和  $AB$  的內容，修正矩陣  $A$  或  $B$  的測試資料中，值為 9999，找出 9999 在矩陣  $A$  或  $B$  原來的值。

輸入檔案 1：【檔名：in1.txt】

2  
2,3,3,4  
1 2 9999  
0 -4 1  
3 1 0 2  
-1 2 5 0  
0 -2 2 1  
1 -1 16 5  
4 -10 -18 1  
4,3,3,5  
2 4 1  
3 6 2  
2 5 0  
1 2 3  
2 6 2 0 2  
3 1 1 1 2  
9999 2 2 0 1  
20 18 10 4 13  
32 28 16 6 20  
19 17 9 5 14  
20 14 10 2 9

輸入檔案 2：【檔名：in2.txt】

2  
2,3,3,2  
1 1 1  
1 9999 1  
1 1  
1 1  
1 1  
3 3  
3 3  
2,2,2,2  
1 1  
1 0  
9999 -1  
-1 -1  
-2 -2  
-1 -1

輸出範例：【檔名：out1.txt】

3

4

輸出範例：【檔名：out2.txt】

1

-1