## Funções auxiliares e a classe de Householder

```
# Pacote com funções auxiliares, transposta, normal, produto interno e resolução de
sistema linear
#@Author: Lucas hideki Ueda, Inaye Caroline, Gustavo guedes
import pandas as pd
import numpy as np
def norma2(x):
  return np.sqrt(np.sum([x[i]**2 for i in range(len(x))]))
def produto_interno(x,y):
  if(len(x)!=len(y)):
     print("error: Os vetores tem tamanho diferentes.")
  else:
     return [x[i]*y[i] for i in range(len(x))]
def transposta(A):
  linhas = len(A)
  colunas = len(A[0])
  #if(linhas != colunas):
    # print("error: A matriz não é quadrada")
  return np.array([[ A[i][j] for i in range(linhas)] for j in range(colunas)])
def retroSub(A,b):
  n = len(A)
  m = len(A[0])
  x = np.zeros(n)
  # Checando consistência A
  # Resolvendo retro substituição para A triangular superior
  # Iniciando o último elemento
  x[n-1] = b[n-1]/A[n-1][n-1]
  soma = 0
```

```
for i in range(n-2,-1,-1):
     soma = b[i]
     for j in range(i+1, n):
        soma = soma - A[i][j]*x[j]
     x[i] = soma/A[i][i]
  return x
def norma_mat1(A):
  A = np.array(A)
  if((A.shape == (int(A.shape[0]),)) | (A.shape[0] == 1)):
     return sum([np.abs(v) for v in A])
  c = []
  for i in range(A.shape[0]):
     c.append(sum([np.abs(v) for v in A[:,i]]))
  return np.max(c)
def getHilbert(n):
  A = np.zeros([n,n])
  for i in range(n):
     for j in range(n):
       A[i][j] = 1/(i+j+1)
  return A
# Biblioteca de funções para o projeto de MS512 - Análise numérica 2s2019
# Aqui terão todas as funções necessárias para o projeto
```

```
import utils as ut
import numpy as np
import pandas as pd
```

# Definindo uma classe HouseHolder, que realizará todas as etapas da decomposição QR por refletores, desde a fatoração até a resolução de um sistema class HouseHolder():

```
def __init__(self,M):
    self.M = M

def padding(self,A):
    ""
```

Função que cria uma hora de zeros a esquerda e em cima na matriz A, e 1 onde for na região concatenada e i=j

```
size = A.shape[0]

result = np.zeros([size+1,size+1])

result[1:A.shape[0]+1, 1:A.shape[1]+1] = A

new_size = result.shape[0]

for i in range(new_size-size):
    for j in range(new_size-size):
        if(i==j):
        result[i,j] = 1

return result

def getQ(self,x):

""

Função que retorna a matriz ortogonal Q para um dado vetor x de R^n onde,

Qx = [-t,0,...,00]t
```

"

```
# Checagem se x não é um vetor nulo
  u = x.copy()
  #print(u)
  #print(x)
  beta = max(u)
  if(beta == 0):
     return np.eye(len(u))
  else:
     tau = ut.norma2(x)
     #print(tau)
     #print(u[0])
     if(u[0] < 0):
        tau = -tau
     u[0] = tau + u[0]
     #print(u[0])
     gamma = u[0]/tau
     u = [i/u[0] \text{ for } i \text{ in } u]
     #print(np.linalg.norm(x))
     #print(tau)
     Q = np.eye(len(u)) - (2/np.dot(u,u))*np.dot(ut.transposta([u]), [u])
     return Q
def getQR(self,A):
  R = np.array(A)
  n = len(A)
  Qf = np.eye(n)
  for i in range(n - 1):
     Qa = np.eye(n)
     Qa[i:, i:] = self.getQ(R[i:, i])
     Qf = np.dot(Qf,Qa)
```

```
R = np.dot(Qa, R)
  return Qf, R
def resolve_sistema_1d(self,b):
  b = np.array(b)
  return ut.retroSub(self.R, b)
def resolve_sistema(self,b):
  b = np.array(b)
  Q, R = self.getQR(self.M)
  self.R = R
  b = np.dot(ut.transposta(Q),b)
  n = b.shape[0]
  if(len(b.shape) == 1):
     m = 1
  else:
     m = b.shape[1]
  resultado = np.eye(n)
  for i in range(m):
     resultado[:,i] = self.resolve_sistema_1d(b[:,i])
  return resultado
```