UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA - UFSC
DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA E DE ESTATÍSTICA – INE

Para Turma 03208 CCO: Trabalho 3 - Interpolação e aproximações por séries: Exercício 6.2

Para turma 03203 EMC: Trabalho 3 - Interpolação e Ajuste de curvas com parâmetros não lineares abaixo:

A equação que rege o tempo de arquivamento (em nuvem), pode ser representado por uma função polinomial racional, dependente de 2 parâmetros, N,C (e outros pode ser incluidos), mas que precisa ser testada:

$$T(N,C)=\frac{\left(x(1)+x(2)sen(N)+x(3)\cos(N)\right)}{\left(1+x(4)C+x(5)C^2\right)} \qquad (1)$$

As 5 coeficientes $x(i)$, $i=1,2,...,5$, são baseadas em dados de testes, mas como todo levantamento de dados, possui erros "inerentes" decorrentes de vários fatores, então procedemos uma série de 'm' medições com o intuito compensar os erros de uma medida para outra. Nesse exemplo, serão consideradas m=21 medições efetivas de tempo, depois de descartadas várias medidas consideradas espúrias, para a determinação dos 5 coeficientes x(i), conforme segue:

m=21;

N=[1.0 : 0.05 : 2.0];

C=[0.0 : 0.20 : 4.0];

T=[2.381 1.907 1.503 1.184 0.940 0.755 0.613 0.503 0.418 0.350 0.295 0.251 0.215 0.185 0.160 0.139 0.121 0.106 0.092 0.081 0.071];

1). Determine os 5 coeficientes, por **INTERPOLAÇÃO** não linear, escolhendo 5 dos 21 pontos e substituindo-os diretamente na eq. (1) para gerar as 5 equações a seguir (eqs. de desvios locais nulos, pois o interpolador passa sobre os pontos):

$$d(i)=\frac{\left(x(1)+x(2)sen(N(i))+x(3)\cos(N(i))\right)}{\left(1+x(4)C(i)+x(5)C(i)^2\right)}-T(i)=0 \qquad (i \text{ escolhidos entre 1 e 21}) \qquad (2)$$

Então, podemos aplicar o Método de Newton, com derivadas calculadas numericamente, para resolver as equações acima, a partir de um valor inicial. Sugestão: Valores iniciais unitários.

2). Determine os 5 coeficientes por **AJUSTE** não linear, considerando os m=21 pontos de testes experimentais, que podem compensar os seus erros pela repetição das medições.

Assim, vamos usar o método de ajuste dos coeficientes x(i) pela minimização do desvio quadrático total entre $T(N,C)$, calculado em cada ponto ($N(k),C(k)$), e o valor efetivamente medido nos testes, $T(k)$, $k=1,2,...,m$ (m=21 medições).

Então, a função desvio total quadrático D, é definida pela eq. (3) abaixo:

$$D(x(1),x(2),\ldots,x(5))=\sum_{k=1}^{m}\left[\frac{\left(x(1)+x(2)sen(N(k))+x(3)\cos(N(k))\right)}{\left(1+x(4)C(k)+x(5)C(k)^2\right)}-T(k)\right]^2 \qquad (3)$$

Para determinar os parâmetros x(i), vamos obter o ponto crítico de D em relação a cada x(i), i=1:5, derivando D em relação à cada x(i) e igualando a zero. Determinamos as 5 incógnitas $x1, x2, x3, x4, x5$, resolvendo as 5 equações não lineares resultantes pelo Método de Newton, com derivadas calculadas numericamente. Sugestão: use o valor inicial obtido por interpolação no item (a).

Cada equação é um somatório de termos que podem ser calculados dentro de uma *function*.

2a). Calcule e plote os desvios locais, em relação aos m=21 pontos T_k medidos nos testes;

2b). Calcule o desvio médio (desvios locais distribuidos randomicamente são os mais realísticos);

2c). Calcule o coeficiente de determinação;

2d). Se os itens (2a), (2b) e (2c), fossem calculados para a **interpolação** do item (1) sobre os 5 pontos usados $i=1,2,...,5$, quais serão os resultados obtidos para estes itens? Justifique os resultados.