Presentación

Check	☐
Fecha de Entrega	@13 de octubre de 2025
Materia	Analisis Numerico

1. Fundamento Teórico: El Porqué del Ajuste Potencial

A. La Necesidad de Mínimos Cuadrados

El propósito de la regresión es obtener una ecuación matemática que relacione la variable dependiente (y) con las variables independientes (x), permitiendo estimar valores de y a partir de x

.El Principio de Mínimos Cuadrados (MC) establece que, de todas las curvas posibles que intentan representar un conjunto de datos experimentales (una "nube de puntos"), la que logra el mejor ajuste posible es aquella que minimiza la suma de los cuadrados de las distancias (o errores) entre los puntos observados y la curva propuesta. La suma del cuadrado de las desviaciones (δ) debe ser mínima. La desviación (ϵ) es la diferencia entre el valor de la tabla (yi) y el valor de la función empírica f(x).

B. El Porqué de la Linealización

La función empírica potencial tiene la forma:

$y = a \cdot x^b$

Esta función es no lineal. Para poder aplicar el método de Mínimos Cuadrados de manera práctica (que está diseñado para funciones lineales respecto a sus coeficientes), es imprescindible linealizarla. La linealización se logra aplicando el logaritmo natural (Ln) a ambos lados de la ecuación:

$Ln(y) = Ln(a) + b \cdot Ln(x)$

Una vez linealizada, la regresión lineal se aplica a los datos transformados (Ln(x) y Ln(y)).

C. El Ajuste Potencial como el "Mejor Método"

La Bondad del Ajuste (r^2 o R^2) es el parámetro que cuantifica el grado de asociación entre las variables y permite estimar si el ajuste ha sido efectivo. Un valor de R^2 entre 0 y 1 se considera un buen ajuste si es mayor a 0.85, representando los datos a corto plazo. Para los datos analizados en las fuentes, el Ajuste Potencial arrojó el coeficiente de determinación más alto (R^2=0.9872), superando al lineal (R^2=0.8448) y al Polinómico Grado 2 (R^2=0.9840). Esto confirma que, para este conjunto de datos, el modelo potencial es el que mejor representa la relación causa-efecto.

---

2. Paso a Paso de la Resolución (El Cómo)

El proceso de resolución se basa en transformar la función no lineal en una recta y luego resolver el sistema de ecuaciones normales de MC.

Paso 1: Definición de la Función y Linealización

- **Función a buscar**: Se busca una función de la forma: $y = a \cdot x^b$

- **Linealización**: Se linealiza aplicando logaritmo natural (Ln) a ambos lados de la ecuación: $Ln(y) = Ln(a) + b \cdot Ln(x)$

Paso 2: Analogía Lineal y Transformación de Variables

Se realiza una analogía con la función empírica de una recta (Y=A+B·X):

- **Definición de las transformaciones**:
  - Y=Ln(y) (Nueva variable dependiente).
  - X=Ln(x) (Nueva variable independiente).
  - α =Ln(a) (Nuevo intercepto).
  - β =b (Nueva pendiente).
- **Función lineal transformada**: Se busca una función de la forma: Y=A+B·X.

Paso 3: Aplicación de Mínimos Cuadrados

Se aplica la regresión lineal a los datos transformados (X y Y).

- Cálculo de sumas: Se calculan las sumas necesarias a partir de los datos transformados (X e Y), y es necesario conocer n (número de puntos de datos):

$$\sum X, \sum Y, \sum (XY), \sum (X^2)$$

- Resolución del Sistema de Ecuaciones Normales: Para encontrar A y B, se resuelve el sistema de ecuaciones que se deriva de aplicar las condiciones de mínimo. En forma matricial, el sistema es:

$$[n \sum Ln(xi) \sum Ln(xi) \sum (Ln(xi))2][Ln(a) b] = [\sum Ln(yi) \sum Ln(xi) Ln(yi)]$$

- Fórmulas Cerradas para B y A: Al resolver algebraicamente el sistema anterior (donde X=Ln(x) y Y=Ln(y)), se obtienen las fórmulas para los coeficientes:

$$B = b = n \sum (XY) - (\sum X)(\sum Y) / n \sum (X^2) - (\sum X)^2$$

$$A = Ln(a) = (\sum Y - B \sum X)/n$$

Paso 4: Recuperación de los Parámetros Originales

- **Recuperación de los parámetros originales**: Finalmente, se revierten las transformaciones para obtener los coeficientes y de la función potencial original (y = a.x^b):

  - b=B (El valor de b es el coeficiente B hallado).

  - a = e^A(Se toma el antilogaritmo o exponencial del coeficiente A).

- **Nota importante**: Cuando se trabaja con el Ajuste Potencial, se debe tener cuidado porque "al linealizar, los Ln de negativos no existen".

---

3. Bondad del Ajuste para el Caso Potencial

Para calcular la calidad de este ajuste (r^2), es necesario utilizar las variables transformadas (Ln(y) para la Suma Total (ST) y la Suma de Regresión (SR).

- (Suma total alrededor de la media) se calcula con los valores transformados:

$\sum (Ln(yi) - Ln(y))2$

- (Suma total de Regresión) se calcula con los valores ajustados transformados: .

$\sum (Ln(yi, Ajuste) - Ln(y))2.$

- La bondad del ajuste se calcula como:

$r^2 = ST - SR/ST$