1) Transformación y objetivo

Modelo exponencial:

$$y = a\,e^{bx}.$$

Tomando logaritmo natural:

$$\ln y = \ln a + bx.$$

Denotamos $A = \ln a$. Ajustamos el modelo lineal

$$\ln y = A + Bx$$

por mínimos cuadrados (donde $B = b$).

---

2) Sumas necesarias (calculadas sobre los datos)

Usando tus 2000 puntos (filtrando cualquier $y \leq 0$, no había problemas):

- $n = 2000$
- $\sum x = S_x = 30000.000000$
- $\sum \ln y = S_{\ln y} = 18006.94414371026$
- $\sum x^2 = S_{xx} = 600150.0665667$
- $\sum x \ln y = S_{x \ln y} = 303121.27539838717$

(estas son las sumas que aparecen en las ecuaciones normales tras linealizar).

---

3) Ecuaciones normales (para $\ln y = A + Bx$)

Derivando la suma de cuadrados respecto a A y B obtenemos el sistema:

$$\begin{cases} nA + B\sum x = \sum \ln y \\ A\sum x + B\sum x^2 = \sum x \ln y \end{cases}$$

Sustituyendo numéricamente:

$$\begin{cases} 2000\,A + 30000\,B = 18006.94414371026 \\[2ex] 30000\,A + 600150.0665667\,B = 303121.27539838717 \end{cases}$$

---

4) Resolución del sistema (álgebra "a mano")

Se resuelve el 2×2 lineal; la solución numérica es:

- $A = \ln a = 5.7050606227933045$
- $B = b = 0.21989409660412176$

Por lo tanto:

Por lo tanto:

$$a = e^A = e^{5.7050606227933045} \approx 300.3836895949666.$$

El modelo exponencial ajustado queda:

$$\boxed{\hat{y} = 300.3836896\, e^{0.2198940966\, x}}$$

---

5) Cálculo de la bondad de ajuste en la escala log (apunte UTN)

Se calcula en el espacio transformado $\ln y$:

- Suma de residuos al cuadrado (en ln):

$$SSE_{\ln} = \sum(\ln y_i - (A + Bx_i))^2 = 27.971362174384684$$

- Suma total (variación total en ln y):

$$SST_{\ln} = \sum(\ln y_i - \overline{\ln y})^2 = 7288.239651161193$$

- Coeficiente de determinación en ln:

$$R^2_{\ln} = 1 - \frac{SSE_{\ln}}{SST_{\ln}} \approx 0.9961621237$$

Esto indica un ajuste **excelente** en la escala logarítmica.

(Para referencia, si se calcula R^2 directamente en la escala original y usando las predicciones $\hat{y} = e^{A+Bx}$, da $R^2_y \approx 0.98265$, también muy alto.)

---

6) Interpretación breve (para la exposición)

- $a \approx 300.38$ es la **constante de escala**: es aproximadamente el valor inicial (cuando $x = 0$) en la escala exponencial.
- $b \approx 0.2199$ es la **tasa de crecimiento** en la exponencial: indica crecimiento relativo. Por ejemplo, la tasa instantánea aproximada es b, y un incremento de 1 día multiplica el valor por $e^b \approx e^{0.2199} \approx 1.246$ (≈ +24.6% por día en la región del ajuste).
- $R^2_{\ln} \approx 0.996$ nos dice que la relación exponencial describe casi toda la variabilidad de $\ln y$; en la práctica, la exponencial es un **muy buen modelo** para tus datos.

---

7) Material numérico listo para mostrar

Si querés ponerlo en la pizarra o diapositiva, podés copiar estos pasos y números:

1. Sumas: $n = 2000$, $\sum x = 30000$, $\sum \ln y = 18006.94414$, $\sum x^2 = 600150.06657$, $\sum x \ln y = 303121.27540$.
2. Ecuaciones normales:

2. Ecuaciones normales:

$$\begin{cases} 2000A + 30000B = 18006.94414 \\ 30000A + 600150.06657B = 303121.27540 \end{cases}$$

3. Solución:

$$A = \ln a = 5.7050606228, \quad B = b = 0.2198940966$$

4. Modelo:

$$\hat{y} = 300.3836896\, e^{0.2198940966\, x}$$

5. Bondad (en ln): $R^2_{\ln} = 0.99616$.