

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS

CTR06 – Laboratório de Controle Automático III Prof. Murillo Ferreira dos Santos, D. Eng.

PRÁTICA DE LABORATÓRIO 08 – Simulação de sistemas não lineares através de métodos numéricos – Construção do plano de fases

Objetivo: Realizar a simulação de sistemas não lineares com a aplicação do algoritmo através da função *ode45* do MATLAB®, um método numérico de resolução de equações diferenciais ordinárias.

Compreenda o arquivo *Rotina_08* disponibilizado pelo professor exemplificando a criação do plano de fases através de um método numérico para a seguinte equação diferencial:

$$\ddot{x} + \dot{x} + |x| = 0$$

Que tipo de ponto singular é apresentado na simulação do arquivo Rotina_08?

Parte 1. Seja considerado o sistema não linear cujo comportamento dinâmico é dado por:

$$m\ddot{x} - b(1 - x^2)\dot{x} + kx = 0$$

Ora, trata-se equação de *Van der Pol*, característica de um sistema mecânico com o amortecedor não linear. Aplique a função *ode45* para os casos seguintes.

1ª Análise: Gerar os gráficos de x versus t e \dot{x} versus t, considerando intervalo de amostragem T=1ms. Comente os resultados.

- a) m=1, b=1 e k=1, com $x(0) = 1 e \dot{x}(0) = 0$.
- b) m=1, b=1 e k=1, com x (0) = 0 e $\dot{x} (0) = 1$.
- c) m=1, b=1 e k=1, com $x(0) = -1 e \dot{x}(0) = -1$.

2ª Análise: Gerar os gráficos de x versus t e \dot{x} versus t. Comente os resultados. Que mudança aconteceu com a solução devido à mudança da massa?

- a) m=2, b=1 e k=1, com $x(0) = 1 e \dot{x}(0) = 0$.
- b) m=2, b=1 e k=1, com x(0) = 0 e $\dot{x}(0) = 1$.
- c) m=2, b=1 e k=1, com $x(0) = -1 e \dot{x}(0) = -1$.

Parte 2. Seja considerada agora a equação de *Duffing*, ou seja, a equação representativa do sistema não linear com a não linearidade presente no elemento mola:

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx + k'x^3 = 0$$

 1^a Análise: Gerar os gráficos de x versus t e \dot{x} versus t. Que fenômeno se espera observar nesta simulação? Há a ocorrência de qual fenômeno? Justifique.

- a) m=4, b=1, k=5 e k'=0,2, com $x(0) = -2.7 e \dot{x}(0) = 0$.
- 2^a Análise: Gerar os gráficos de x versus t e x versus t. Qual o fenômeno se espera observar nesta simulação? Há a ocorrência qual fenômeno? Justifique.
 - a) m=4, b=1, k=5 e k'=-0,5, com x(0) = 2.3 e $\dot{x}(0) = -1$.



CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS

CTR06 – Laboratório de Controle Automático III Prof. Murillo Ferreira dos Santos, D. Eng.

Parte 3. Para todos os itens (a) das Partes 1 e 2 desta prática, gerar gráficos de x₂ versus x₁ (serão 4 gráficos), classificando os pontos singulares quanto ao seu formato, assim como pelas raízes com condições iniciais nulas. Comente os resultados obtidos.

Considerações Finais: Discorra as conclusões que a Atividade Prática 08 lhe proporcionou.