



CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
Campus Leopoldina

ENGENHARIA DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO

RELATÓRIO DE ATIVIDADE PRÁTICA 01
Identificação de Sistemas e Discretização de Controladores PID

Lucas Daniel de Melo Borges
Lucas Guimarães da Rocha

Prof. Murillo Ferreira dos Santos, D. Eng.

Leopoldina, MG
17 de fevereiro de 2021

Resumo

A partir de uma função de transferência, foi utilizado o método de identificação de *Smith* para fins de comparação e validação do método, Ademais, foram sintonizados controladores PID para esta função aproximada com períodos de amostragem de $0,1s$ e $0,001s$ para fins de comparação entre ambos os valores e entre os métodos de sintonia de Ziegler-Nichols e Cohen-Coon. Por fim, os controladores sintonizados foram discretizados para fins de comparação entre estes e os controladores contínuos.

1 Introdução

1.1 Método de identificação de Smith

O método de identificação de SMITH tem como objetivo extrair a $G(s)$ que representa o comportamento do sistema de malha aberta através da análise de alguns parâmetros obtidos da curva de reação da planta conforme (1).

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} e^{-Ls} \quad (1)$$

Onde τ , L e K são determinados por (2), (3) e (4) respectivamente.

$$\tau = 1.5(t_{63.2} - t_{28.3}) \quad (2)$$

$$L = 1.5\left(t_{28.3} - \frac{t_{63.2}}{3}\right) \quad (3)$$

$$K = \frac{\Delta y}{\Delta u} \quad (4)$$

Os valores de $t_{63.2}$ e $t_{28.3}$ são determinados conforme o exemplo da figura 1 que representa a saída do sistema de malha aberta para uma entrada degrau.

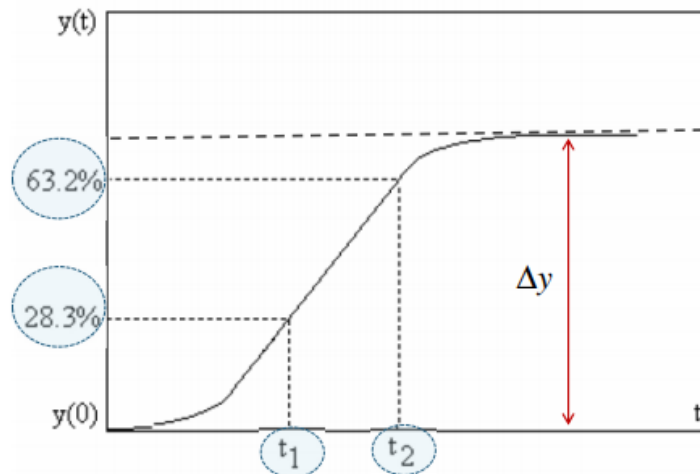


Figura 1: Método de SMITH

Conforme apresentado na figura 1 os valores de $t_{63.2}$ e $t_{28.3}$ são respectivos aos valores de saída do sistema em malha aberta para uma entrada degrau nos pontos que correspondem a 63.2% e 28.3% do valor de estabilização da resposta do sistema.

1.2 Sintonia de um controlador PID

Projetar a sintonia de um controlador PID consiste em definir os ganhos das partes proporcional (K_p), integral (K_i) e derivativa (K_d). Dois métodos para sintonia serão apresentados: Ziegler-Nichols e Cohen-Coon.

Onde K_i e K_d são definidos, respectivamente, por (5) e (6).

$$K_i = \frac{K_p}{T_i} \quad (5)$$

$$K_d = K_p T_d \quad (6)$$

Ambos os métodos, para sintonia PID, são apresentados na 1.

Tabela 1: Sintonias de Ziegler-Nichols e Cohen-Coon para controladores PID

	K_p	T_i	T_d
Ziegler-Nichols	$1.2 * \frac{\tau}{L}$	$2 * L$	$0.5 * L$
Cohen Coon	$\frac{\tau}{L * (\frac{4}{3} + \frac{R}{4})}$	$L * (\frac{32 + 6 * R}{13 + 8 * R})$	$\frac{4}{13 + 8 * R}$

Após realizada a sintonia do controlador, este é adicionado ao sistema através de (7).

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \quad (7)$$

1.3 Cálculo dos erros

Foi aplicado o cálculo dos seguintes erros para a resposta controlada do sistema aproximado: Absoluto, Absoluto Temporal, Quadrático e Quadrático Temporal, onde respectivamente são obtidos pelas equações (8), (9), (10) e (11).

$$\sum_{n=0}^{TF} |ref - Y(hT)| \quad (8)$$

$$\sum_{n=0}^{TF} |ref - Y(hT)| * hT \quad (9)$$

$$\sum_{n=0}^{TF} |ref - Y(hT)|^2 \quad (10)$$

$$\sum_{n=0}^{TF} (|ref - Y(hT)| * hT)^2 \quad (11)$$

Os métodos de cálculo dos erros apresentados foram aplicados nos sistemas com os controles sintonizados pelos métodos de Ziegler-Nichols e Cohen-Coon para o período de tempo $T=0,1s$ e $T=0,001s$, totalizando 8 análises.

2 Objetivo

Os objetivos gerais deste experimento podem ser divididos nos tópicos a seguir:

- Obtenção da função de transferência de um sistema de modelagem desconhecida utilizando o método de Smith supracitado a partir da resposta do sistema em malha aberta.
- Projeto da sintonia de um controlador PID para o sistema utilizando os métodos de Ziegler-Nichols e Cohen-Coon para comparação.
- Discretização de ambos os controladores sintonizados para dois valores de tempo de amostragem diferentes para comparação.

3 Desenvolvimento

3.1 Identificação do sistema

A priori, foi utilizado o método de *Smith* aplicado na curva de reação da planta que é obtida através do diagrama representado na figura 2. Obtendo a $G(s)$ de primeiro grau aproximada que representa o comportamento do sistema de malha aberta respectivo a (12).

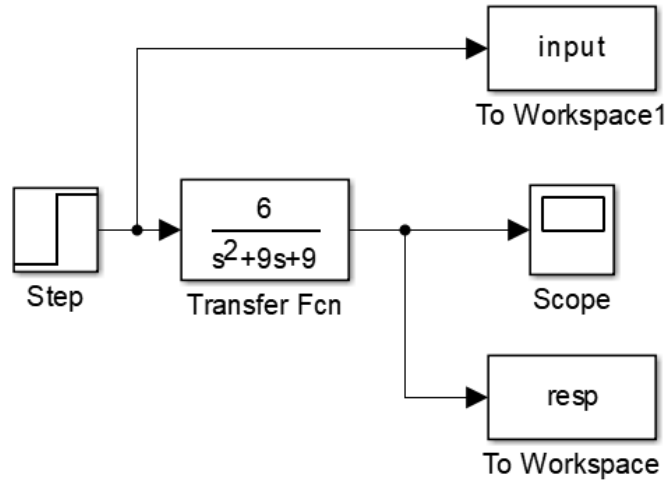


Figura 2: Diagrama de blocos para obtenção da curva de reação da planta utilizando a $G(s)$ real

$$G(s) = \frac{6}{s^2 + 9s + 9} \quad (12)$$

Utilizando as equações (2), (3) e (4), foram obtidos os valores $\tau = 0.8835$, $L = -0.1255$ e $K = 0.6664$ respectivamente. Dessa forma, a $G(s)$ obtida através do método de Smith para o sistema dado em (12) é apresentada em (13).

$$G(s) = \frac{0.6664}{0.8835s + 1} e^{-0.1255} \quad (13)$$

3.2 Sintonia dos controladores PID

Utilizando (7), foram calculadas as constantes K_p , K_i e K_d para que fossem definidas as funções de transferência que representam os controladores PID contínuos calculados a partir dos métodos de Ziegler-Nichols (14) e de Cohen-Coon (15).

$$G_c(s) = 8.4478 + \frac{33.6566}{s} + 0.5301s \quad (14)$$

$$G_c(s) = 5.1429 + \frac{17.6335}{s} + 1.4552s \quad (15)$$

3.3 Discretização dos controladores PID

Após definidas as funções de transferência dos controladores PID contínuos de (14) e (15), foi aplicado, em ambas, o método de discretização de Tustin (Trapezoidal) para duas frequências de amostragem diferentes, onde foram obtidas (16) e (17) utilizando o método de Ziegler-Nichols para $T = 0.1s$ e $T = 0.001s$ respectivamente, e (18) e (19) utilizando o método de Cohen-Coon para $T = 0.1s$ e $T = 0.001s$ respectivamente.

$$G_c(z) = \frac{10.4z^2 - 7.295z + 0.2651}{z^2 - z} \quad (16)$$

$$G_c(z) = \frac{8.989z^2 - 17.78z + 8.789}{z^2 - 1.98z + 0.9802} \quad (17)$$

$$G_c(z) = \frac{6.752z^2 - 5.716z + 0.7276}{z^2 - z} \quad (18)$$

$$G_c(z) = \frac{6.593z^2 - 13.07z + 6.473}{z^2 - 1.98z + 0.9802} \quad (19)$$

4 Resultados e discussões

Os resultados apresentados nesta seção foram obtidos utilizando o software *Matlab* em conjunto com o Simulink.

4.1 Sistema real versus sistema aproximado pelo método de *Smith*

As respostas em malha fechada das funções de transferência original (12) e aproximada (13) são apresentadas na figura 3. Para obtenção da resposta ao degrau unitário aplicado a $G(s)$ Real e aplicado a $G(s)$ aproximada pelo método de Smith foram utilizados os diagramas de blocos representados nas figuras 2 e 4 respectivamente.

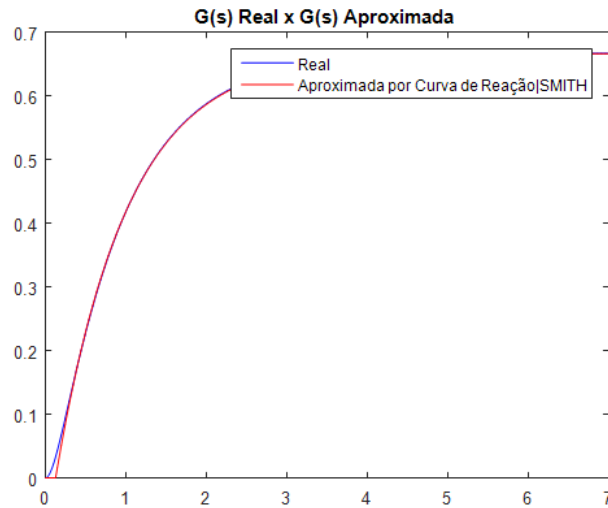


Figura 3: Respostas em malha fechada das funções de transferência original e aproximada

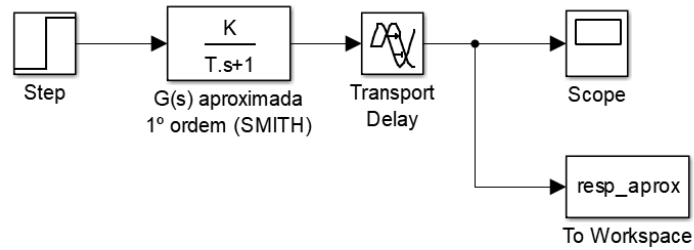


Figura 4: Diagrama de blocos para obtenção da curva de reação da planta utilizando a $G(s)$ aproximada para fins de comparação com a curva de reação obtida com a $G(s)$ real

Observando ambas as respostas, conclui-se que a aproximação da função de transferência pelo método de *Smith* é satisfatória por se apresentar de maneira similar à original.

4.2 Comparação entre os métodos de sintonia para um controlador PID contínuo

As respostas em malha fechada obtidas após a inserção de um controlador PID contínuo para $T = 0.1s$ e $T = 0.001s$ foram obtidas através do diagrama de blocos representado na figura 5 e são apresentadas, respectivamente, nas figuras 6 e 7, ambas comparando os dois métodos de sintonia utilizados.

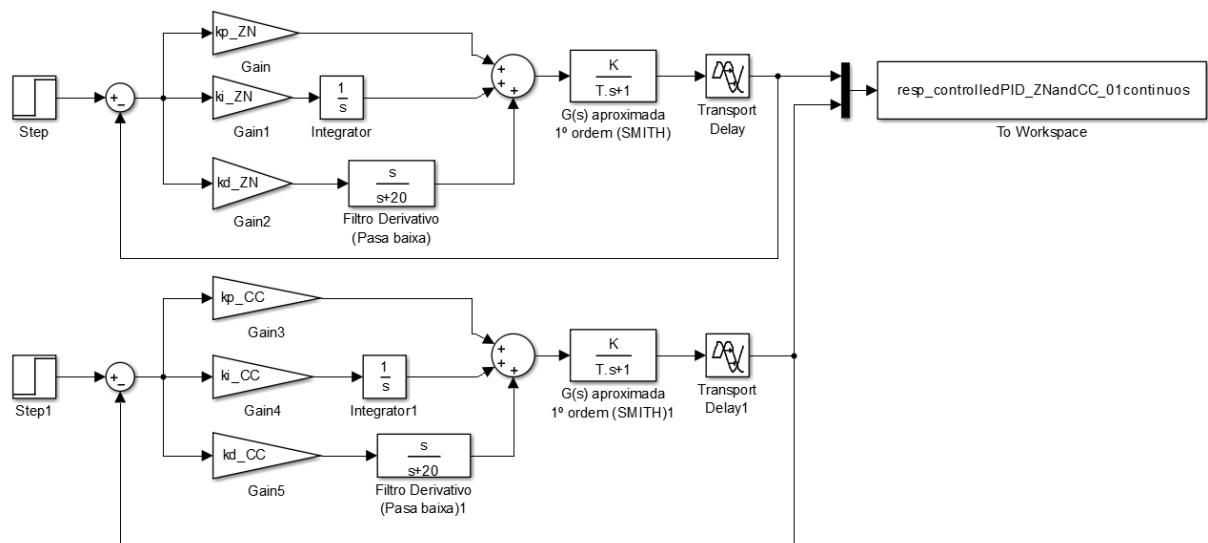


Figura 5: Diagrama de bloco do sistema em malha fechada com controlador PID contínuo para $T = 0.1s$ e $T = 0.001s$. (OBS: É necessário mudar o valor do respectivo passo de simulação para o mesmo diagrama de bloco.)

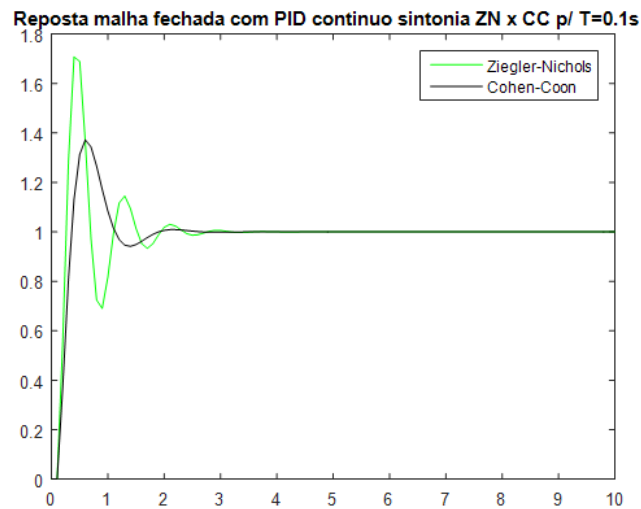


Figura 6: Resposta do sistema em malha fechada com controlador PID contínuo para $T = 0.1s$ comparando ambos os métodos de sintonia

Ambos os métodos de sintonia foram capazes de controlar o sistema e fazê-lo seguir a referência (igual a 1) para $T = 0,1s$, comprovando a eficácia do controlador. É importante salientar que, para esta aplicação, o método de Cohen-Coon apresentou uma resposta mais satisfatória do que o método de Ziegler-Nichols, tendo em vista que seu valor sobressinal foi menor.

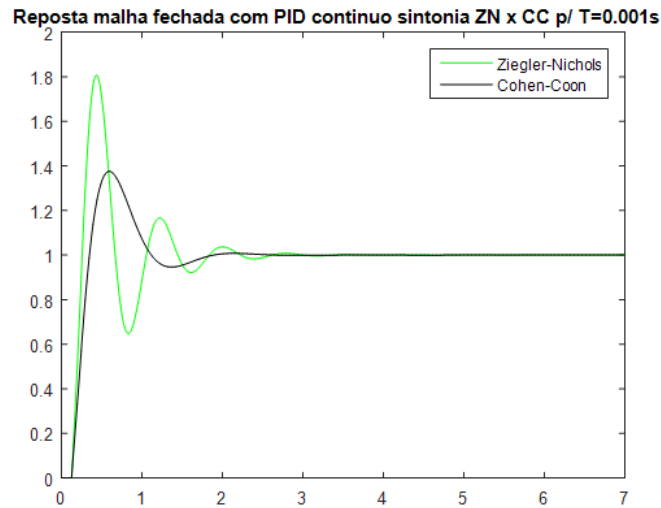


Figura 7: Resposta do sistema em malha fechada com controlador PID contínuo para $T = 0.001s$ comparando ambos os métodos de sintonia

Novamente, ambos os métodos de sintonia foram capazes de controlar o sistema e fazê-lo seguir a referência (igual a 1) também para $T = 0,001s$, comprovando a eficácia do controlador. O método de Cohen-Coon apresentou uma resposta mais satisfatória do que o método de Ziegler-Nichols, novamente, tendo em vista que seu valor sobressinal foi menor.

4.3 Comparação entre os métodos de sintonia para um controlador PID discreto

As respostas em malha fechada obtidas após a discretização dos controladores PID apresentados na seção 4.2 foram implementadas através do diagrama de blocos representado na figura 8 para $T = 0.1s$ e $T = 0.001s$ e são apresentadas, respectivamente, nas figuras 9 e 10, ambas comparando os dois métodos de sintonia utilizados.

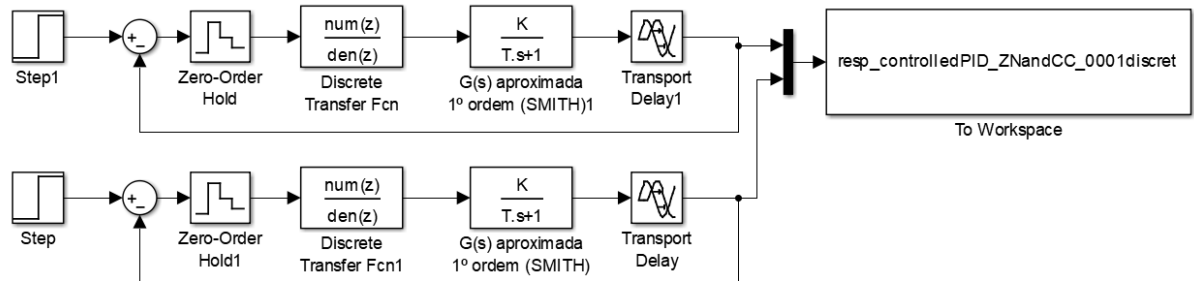


Figura 8: Diagrama de bloco do sistema em malha fechada com controlador PID discreto para $T = 0.1s$ e $T = 0.001s$. (OBS: É necessário mudar o valor do respectivo passo de simulação para o mesmo diagrama de bloco.)

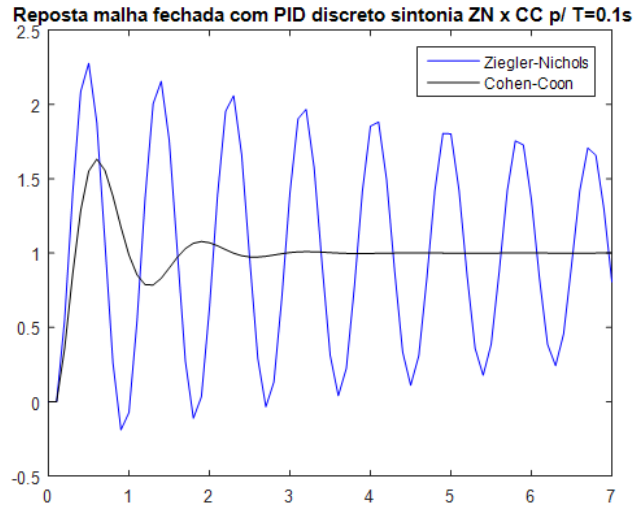


Figura 9: Resposta do sistema em malha fechada com controlador PID discreto para $T = 0.1s$ comparando ambos os métodos de sintonia

Assim como ocorreu para o controlador PID contínuo, o método de Cohen-Coon apresentou resultado mais satisfatório do que o método de Ziegler-Nichols, tendo em vista que o segundo não foi capaz de estabilizar a resposta do sistema no tempo apresentado no gráfico (7 segundos), enquanto o primeiro foi capaz de estabilizar em menos de 4 segundos, apresentando, ainda, valor menor de sobressinal.

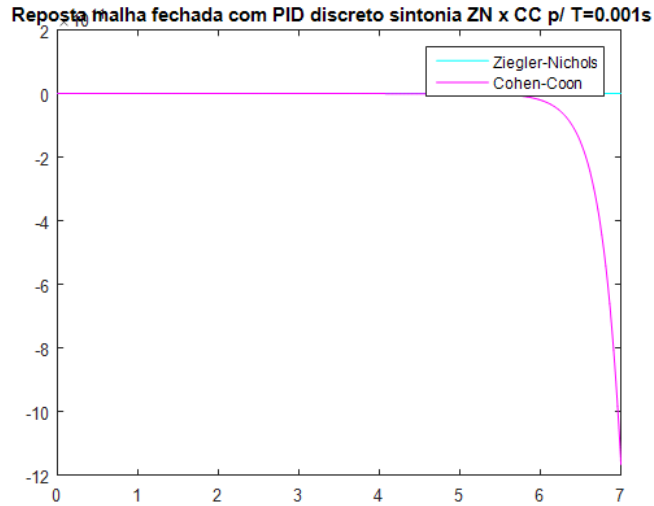


Figura 10: Resposta do sistema em malha fechada com controlador PID discreto para $T = 0.001s$ comparando ambos os métodos de sintonia

Diferentemente do controlador PID contínuo com ambos os períodos de amostragem ($0,1s$ e $0,001s$) e do controlador PID discreto com $T = 0,1s$, o controlador PID discreto com $T = 0,001s$ não foi capaz de controlar o sistema com nenhum dos métodos de sintonia. A resposta obtida pelo sistema com este controlador é, no mínimo, inusitada, tendo em vista que pelo método de Ziegler-Nichols esta foi igual a zero durante todo o período de tempo amostrado e, pelo método de Cohen-Coon, decresceu exponencialmente atingindo valores negativos (para uma referência igual a 1).

4.4 Erros apresentados pela discretização dos controladores

Utilizando as equações apresentadas em (8), (9), (10) e (11), foram calculados os erros gerados pela discretização dos controladores PID sintonizados por ambos os métodos, Ziegler-Nichols e Cohen-Coon.

A figura 11 apresenta estes erros para um período de amostragem $T = 0,1s$ e a figura 12 apresenta os mesmos para $T = 0,001s$.

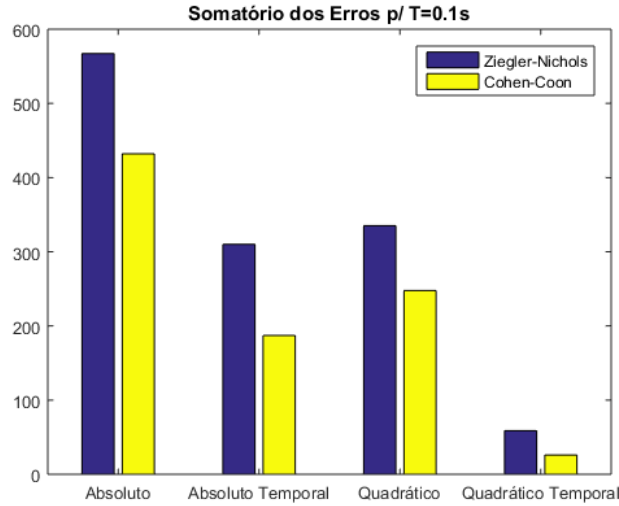


Figura 11: Erros gerados pela discretização do controlador PID para $T = 0,1s$

Como é possível observar, os erros absoluto temporal e quadrático temporal para ambos os métodos de sintonia se mantiveram abaixo de 5%, indicando que a resposta temporal de ambos, de forma geral, foi satisfatória.

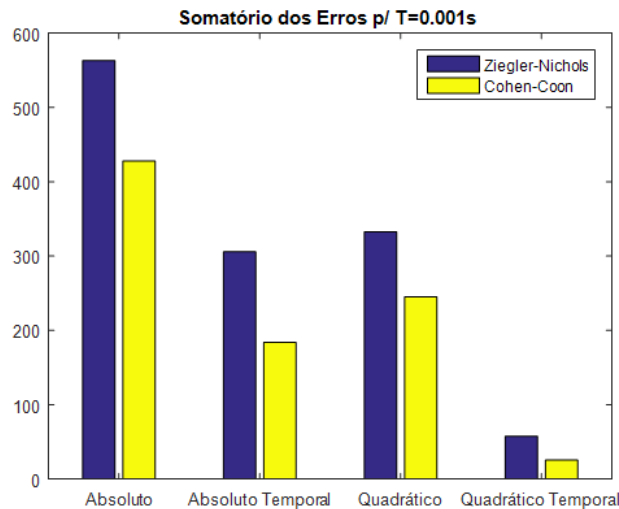


Figura 12: Erros gerados pela discretização do controlador PID para $T = 0,001s$

Para $T = 0,001s$, os erros calculados comprovam a discussão supramencionada a partir da resposta inusitada obtida, apresentando valores entre 400% e 600% para o erro absoluto, considerando ambos os métodos de sintonia.

Com excessão do erro quadrático temporal, os restantes apresentaram valores acima de 100%, comprovando que diminuir o valor do período de amostragem não beneficia a discretização dos controladores como via de regra para valores relativamente baixos.