

Introdução ao Processamento Digital de Sinais

Princípios

Prof. Janison R. de Carvalho

(<http://lattes.cnpq.br/6380279792809473>)



Conceitos

- O que é SINAL?
 - O termo SINAL (*Signal*) é genericamente aplicado a “algo” que contém informação.
- Sinais normalmente possuem informação a respeito do estado ou comportamento de um sistema físico.
- Frequentemente, sinais são empregados para a comunicação entre pessoas e entre pessoas e “máquinas”.



Conceitos

- Embora sinais possam ser representada de diversas formas, a informação está contida em algum padrão de variações do sinal.
- Matematicamente, sinais são funções de uma ou mais variáveis independentes.
 - Um sinal de fala (som) consiste em uma representação de variações de pressão em função do tempo.
 - Uma imagem fotográfica consiste em uma representação de brilho em função de duas variáveis espaciais.

Conceitos

- Em Processamento Digital de Sinais (PDS), uma convenção usual é se referir à variável independente como o tempo.
 - Apesar de o conceito de sinais ser mais amplo, na maioria das aplicações o tempo consiste da variável independente.
 - Diante do exposto, ao se falar de sinais nesta disciplina, a variável temporal é a variável independente, mesmo que isso não seja informado de forma explícita.

Conceitos

- **Sinais de tempo contínuo** (*Continuous-time signals*) são definidos ao longo da variável temporal contínua.
 - No tempo contínuo, um sinal possui, portanto, infinitos valores em um intervalo de tempo definido por $t_1 < t < t_2$.
 - Sinais de tempo contínuo são chamados também de *sinais analógicos*.

Conceitos

- **Sinais de tempo discreto** (*Discrete-time signals*) são definidos em instantes de tempo definidos ou discretos.
 - No tempo discreto um sinal possui, portanto, valores nos instantes de tempo t_1 e t_2 , definidos no tempo discreto.
 - Sinais de tempo discreto são representados, desta forma, por sequências de números.



Conceitos

- Sinais, como os de som e de imagem, podem ser representado tanto de forma contínua quanto de forma discreta.
 - Sob certas condições, as representações contínua e discreta de um estado de um sistema físico são completamente equivalentes.

Conceitos

- Assim como o tempo (variável independente) pode ter natureza contínua ou discreta, a amplitude de um sinal também pode apresentar natureza contínua ou discreta.
 - Um **sinal digital** (*Digital Signal*) consiste de um sinal onde tanto o tempo é discreto quanto a amplitude é discreta.
 - Em sistemas de controle comandados por computador, o processamento de informações é realizado sobre sinais digitais.



Conceitos

- Sistemas de processamento de sinais podem ser classificados de forma similar à classificação de sinais apresentada anteriormente.
 - Sistemas de tempo contínuo: possuem como entrada e como saída sinais de tempo contínuo.
 - Sistemas de tempo discreto: possuem como entrada e como saída sinais de tempo discreto.
 - Sistemas digitais: possuem como entrada e como saída sinais digitais.

Conceitos

- O PDS lida, portanto, com sinais discretizados (ou quantizados) tanto no tempo quanto na amplitude.
 - A discretização no tempo, em sistemas de controle, é resultado da operação de um dispositivo denominado **Amostrador** (Sampler).
 - A discretização na amplitude, em sistemas de controle, é resultado da operação de um dispositivo denominado **Conversor Analógico-Digital**.
- Muitos livros de PDS focam sua análise em sinais de tempo discreto, analisando o erro de quantização da amplitude em capítulos específicos. Nesta disciplinas essa estratégia também é utilizada.



Conceitos

- Sinais discretos podem ser produzidos de duas formas:
 - Por sistemas de natureza discreta, onde sinais discretos surgem naturalmente.
 - A partir de sistemas de natureza contínua, por meio de um processo amostragem de sinais de tempo contínuo.



Conceitos

- Independente que qual seja a fonte de um sinal de tempo discreto, sistemas de tempo discretos apresentam uma série de características atrativas, dentre elas:
 - Podem ser implementados por uma vasta variedade de tecnologias (microprocessadores de uso geral, microcontroladores de alta velocidade, técnicas VLSI para hardware dedicado, etc.);
 - Podem ser utilizados para “simular” sistemas analógicos;
 - Podem ser utilizados para implementar funções as quais não podem ser implementadas em hardware analógico;
 - São sistemas flexíveis, onde a modificação das operações realizadas pode ser implementada por meio de linhas de códigos, que são programados em um microprocessador.

Sinais de tempo discretos (Sequências)

- Os sinais de tempo discreto são representados matematicamente como sequências de números (ou amostras).
- Uma sequência x , na qual a n -ésima amostra é definida por $x[n]$, é formalmente definida como

$$\{x[n]\}, -\infty < n < \infty$$

onde n é um número inteiro.

Sinais de tempo discretos (Sequências)

- Em termos práticos, uma sequência pode ser proveniente da *amostragem periódica*, de um sinal analógico $x_a(t)$.
- Neste caso, o n -ésimo valor da sequência é igual ao valor do sinal analógico $x_a(t)$, no instante de tempo nT , ou seja,

$$x[n] = x_a(nT), -\infty < n < \infty$$

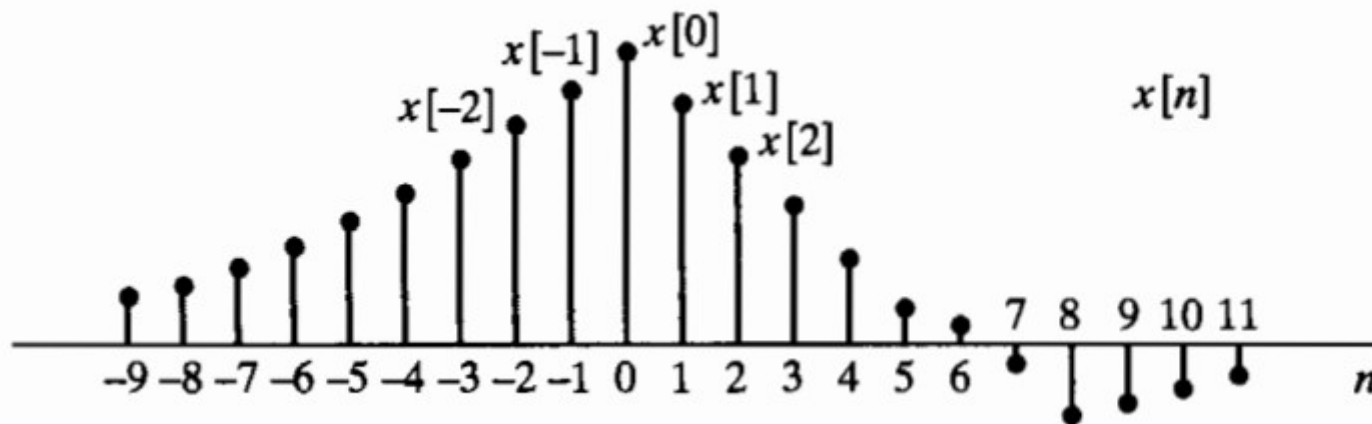
Sinais de tempo discretos (Sequências)

$$x[n] = x_a(nT), -\infty < n < \infty$$

- A variável T é definida como período de amostragem ou intervalo de amostragem.
- O inverso do intervalo de amostragem consiste na frequência de amostragem.
- Na prática, apesar de $x[n]$ se referir à n -ésima amostra, nós utilizamos o termo “sequência $x[n]$ ” para referir à sequência inteira $\{x[n]\}$

Sinais de tempo discretos (Sequências)

- Representação gráfica
 - Sistemas de tempo discretos são frequentemente representados como na figura abaixo.



- Observe que, apesar de a abscissa ser representada com uma linha contínua, o sinal $x[n]$ é não-definido para valores não-inteiros de n .

Sinais de tempo discreto (Sequências)

- Exemplo de amostragem

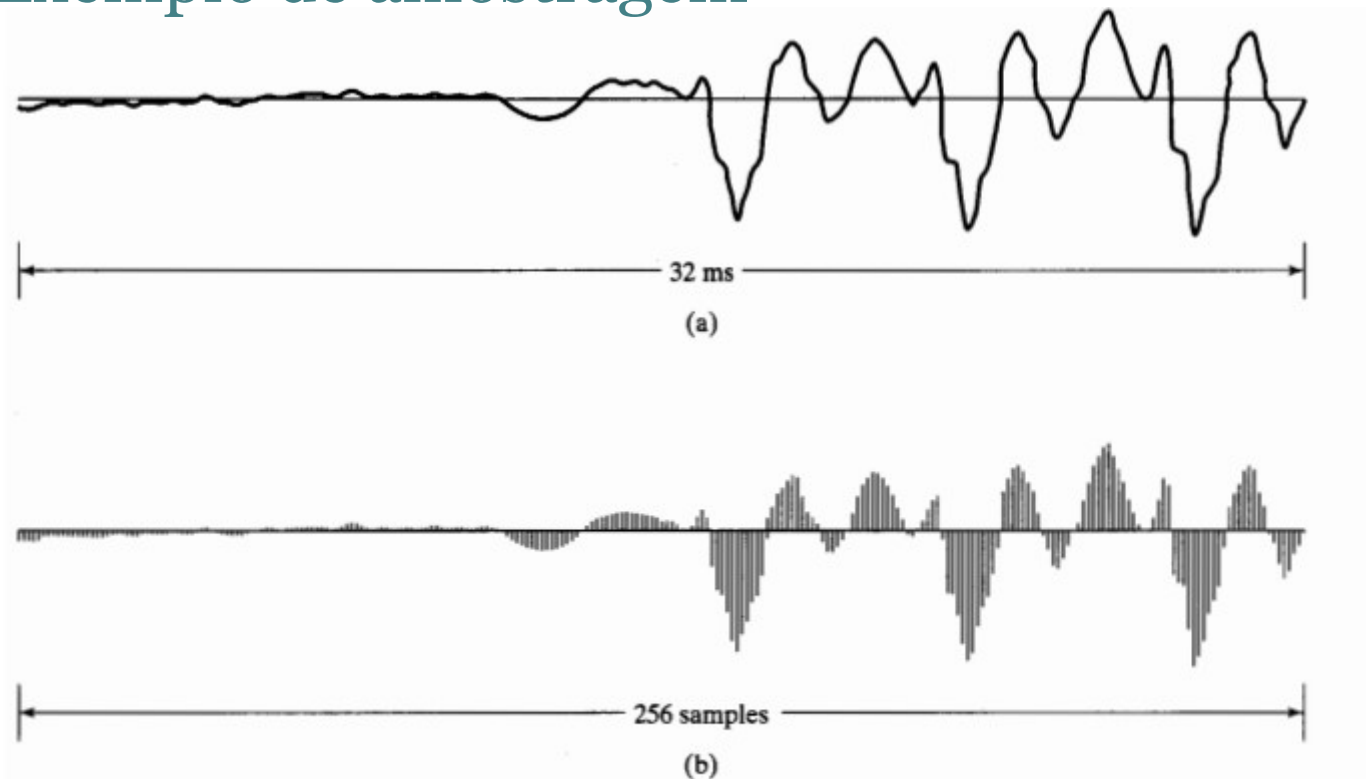


Figure 2.2 (a) Segment of a continuous-time speech signal. (b) Sequence of samples obtained from part (a) with $T = 125 \mu\text{s}$.

Operações Básicas

- Multiplicação por um escalar:
 - A multiplicação de uma sequência por um escalar α (\in conjunto dos números reais) é realizada multiplicando cada amostra dessa sequência pelo escalar.
 - Matematicamente,

$$\begin{array}{c} \alpha\{x[n]\} \\ \downarrow \\ =\{\cdots \alpha x[-2] \quad \alpha x[-1] \quad \alpha x[0] \quad \alpha x[1] \quad \alpha x[2] \cdots\} \end{array}$$

Operações Básicas

- Soma e produto de sequências:
 - A soma ou o produto de duas sequências $x_1[n]$ e $x_2[n]$ é definida como a soma ou produto, amostra-por-amostra, dessas sequências.
 - Matematicamente,

$$\begin{aligned} \{x_1[n]\} + \{x_2[n]\} &= \\ &\quad \downarrow \\ &= \{\cdots (x_1[-1] + x_2[-1]) \quad (x_1[0] + x_2[0]) \quad (x_1[1] + x_2[1]) \cdots\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \{x_1[n]\} \cdot \{x_2[n]\} &= \\ &\quad \downarrow \\ &= \{\cdots (x_1[-1] \cdot x_2[-1]) \quad (x_1[0] \cdot x_2[0]) \quad (x_1[1] \cdot x_2[1]) \cdots\} \end{aligned}$$

Operações Básicas

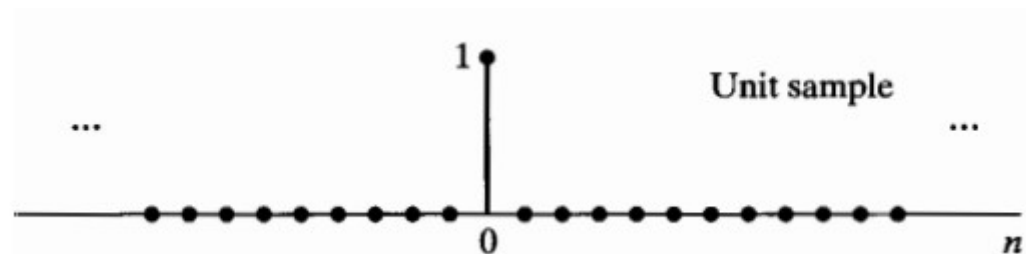
- Atraso Temporal:
 - Uma sequência $y[n]$ é uma versão com atraso temporal inteiro n_0 de uma sequência $x[n]$, deslocando-se as amostras de $x[n]$ por n_0 amostras para a direita.
 - Matematicamente,

$$y[n] = x[n - n_0]$$

Sequências Básicas

- Impulso unitário:
 - O impulso unitário (*unit sample sequence* ou *discrete-time impulse*) é definida como,

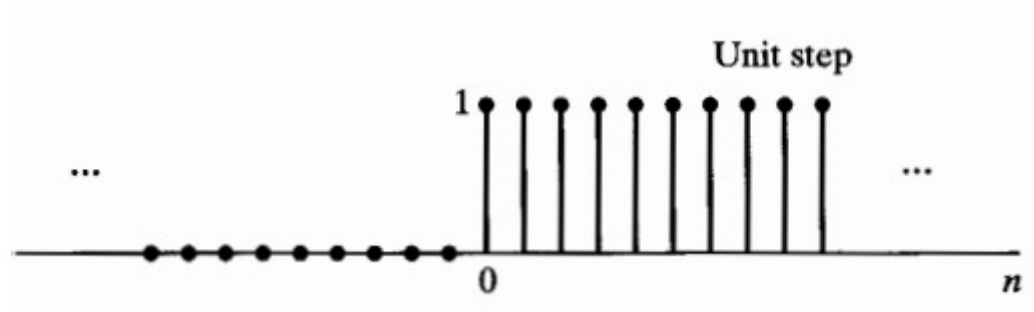
$$\delta[n] = \begin{cases} 0, & n \neq 0 \\ 1, & n = 0 \end{cases}$$



Sequências Básicas

- Degrau unitário:
 - O degrau unitário (*unit step*) é definido como,

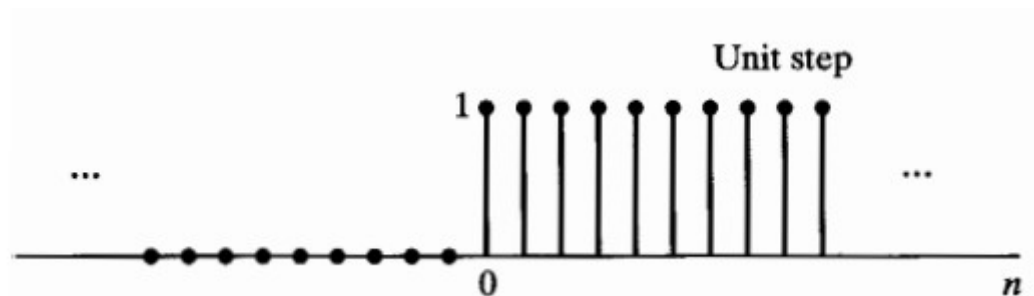
$$\mu[n] = \begin{cases} 0, & n < 0 \\ 1, & n \geq 0 \end{cases}$$



Sequências Básicas

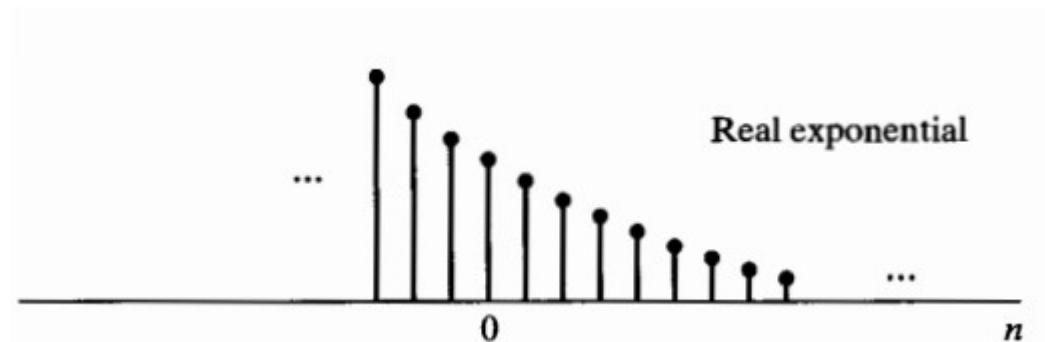
- Degrau unitário:
 - Observe que a função degrau unitário pode ser escrita a partir da função impulso unitário como,

$$\mu[n] = \sum_{k=-\infty}^n \delta[k] = \sum_{k=0}^n \delta[n-k]$$



Sequências Básicas

- Sinal exponencial:
 - A sequência exponencial (*exponential sequence*) é definido, de forma geral como,
$$x[n] = A\alpha^n$$
 - Exemplo: A positivo e $0 < \alpha < 1$.

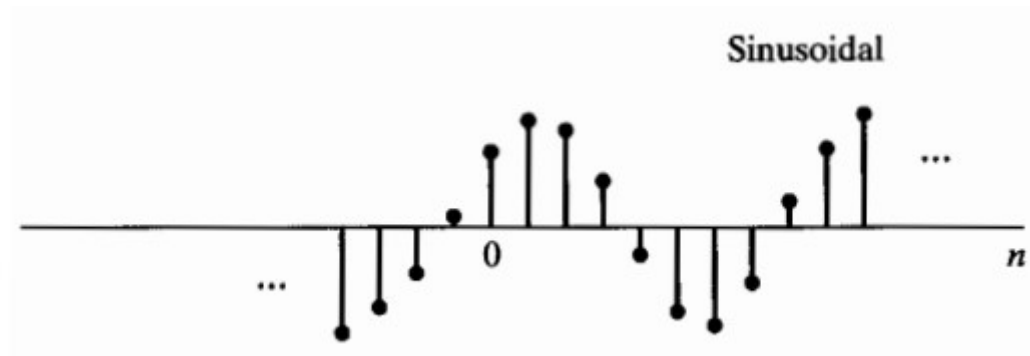


Sequências Básicas

- Sinal senoidal:
 - Um sinal senoidal (*sinusoidal signal*) é definido como,

$$x[n] = A \cos(\omega_0 n + \phi)$$

com A e ϕ pertencentes ao conjunto dos números reais



Sequências Básicas

- Sinal senoidal:
 - Um sinal senoidal de tempo discreto é periódico apenas se for verificada a igualdade,

$$A \cos(\omega_0 n + \phi) = A \cos(\omega_0 n + \omega_0 N + \phi)$$

com N inteiro, o que requer que

$$\omega_0 n = 2\pi k$$

onde k é inteiro.