- Sistema de Média Móvel (*Moving Average*):

Esse sistema calcula a média de M amostras, $(\{x[n-M+1]\ \ x[n-M+2]\ \ \ldots x[n-1]\ \ x[n]\})$, de um sinal $x[n]$ para produzir a n-ésima saída do sinal $y[n]$. Matematicamente,

$$y[n] = \frac{1}{M}\sum_{k=0}^{M-1} x[n-k]$$

Sol.: Expandindo o somatório:

$$y[n] = \frac{1}{M}\cdot\{x[n-M+1]+x[n-M+2]+\ldots+x[n-2]+x[n-1]+x[n]\} \quad (i)$$

- Classificação quanto à memória:

De (i) observa-se que o cálculo da saída depende da "entrada atual" (instante n) e de outras $M-1$ amostras "anteriores". Logo, o sistema possui MEMÓRIA!

- Classificação quanto à linearidade:

Sejam consideradas duas entradas, $\{x_1[n]\}$ e $\{x_2[n]\}$, aplicadas individualmente ao sistema e produzindo, respectivamente, as saídas $\{y_1[n]\}$ e $\{y_2[n]\}$:

$$y_1[n] = \frac{1}{M}\sum_{k=0}^{M-1} x_1[n-k] \quad (ii) \qquad \text{e} \qquad y_2[n] = \frac{1}{M}\sum_{k=0}^{M-1} x_2[n-k] \quad (iii)$$

Considerando a entrada $x[n] = \alpha_1 x_1[n] + \alpha_2 x_2\{n\}$, com α_1 e $\alpha_2 \in \mathbb{R}$, então:

$$y[n] = \frac{1}{M}\sum_{k=0}^{M-1}(\alpha_1 x_1[n] + \alpha_2 x_2[n])$$

$$= \frac{1}{M}\left\{\sum_{k=0}^{M-1}\alpha_1 x_1[n] + \sum_{k=0}^{M-1}\alpha_2 x_2[n]\right\}$$

$$= \alpha_1\cdot\frac{1}{M}\sum_{k=0}^{M-1}x_1[n] + \alpha_2\cdot\frac{1}{M}\sum_{k=0}^{M-1}x_2[n]$$

$$\therefore y[n] = \alpha_1 y_1[n] + \alpha_2 y_2[n] \quad (iv)$$

Da análise de (iv) verifica-se que foram satisfeitas as propriedades da homogeneidade e associativa. Portanto, o sistema de média móvel é LINEAR! $\longrightarrow$

continuação...

- Sistema de Média Móvel (*Moving Average*):

Esse sistema calcula a média de M amostras, $(\{x[n-M+1]\ \ x[n-M+2]\ \ ...x[n-1]\ \ x[n]\})$, de um sinal $x[n]$ para produzir a n-ésima saída do sinal $y[n]$. Matematicamente,

$$y[n] = \frac{1}{M}\sum_{k=0}^{M-1} x[n-k]$$

- Classificação quanto à Variância no tempo:

Seja considerada a entrada atrasada no tempo $x_1[n] = x[n-n_0]$ com $n_0 > 0$. A saída será:

$$y_1[n] = \frac{1}{M}\sum_{k=0}^{M-1} x[n-n_0-k] \quad (v)$$

Aplicando o atraso na saída para a entrada $y[n]$:

$$y[n] = \frac{1}{M}\sum_{k=0}^{M-1} x[n-k] \Rightarrow y[n-n_0] = \frac{1}{M}\sum_{k=0}^{M-1} x[n-n_0-k] \quad (vi)$$

Comparando (v) e (vi) tem-se $y_1[n] = y[n-n_0]$ e, logo, o sistema <u>é</u> invariante no tempo!

- Classificação quanto à causalidade:

Da análise de (i) verifica-se que o cálculo da saída no instante n_0 utiliza apenas amostras de índice menor que n_0, ou seja $n \leq n_0$. Logo, o sistema <u>é</u> CAUSAL!

- Classificação quanto à estabilidade:

Admitindo $\{x[n]\}$ um sinal (sequência) limitada, então existe uma constante B_x tal que, para todo n:

$$|x[n]| \leq B_x < \infty \quad ; \quad B_x \in \mathbb{R}_+$$

Como a saída consiste da média aritmética de M amostras finitas, logo, por consequência, para todo n, existe uma constante B_y tal que:

$$|y[n]| \leq B_y < \infty \quad ; \quad B_y \in \mathbb{R}_+$$

Portanto, o sistema de média móvel é ESTÁVEL no sentido BIBO!