

**\*\*\*\* RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DO FILTRO *NOTCH* \*\*\*\***

**Equação de diferenças do sistema:**

$$y[n] = -a_1y[n-1] - a_2y[n-2] + b_0x[n] + b_1x[n-1] + b_2x[n-2]$$

onde:

$$a_1 = -\beta(1 + \alpha); \quad a_2 = \alpha; \quad b_0 = \frac{1 + \alpha}{2}; \quad b_1 = -\beta(1 + \alpha); \quad b_2 = \frac{1 + \alpha}{2}$$

**Desenvolvimento:**

Reescrevendo e manipulando:

$$y[n] + a_1y[n-1] + a_2y[n-2] = b_0x[n] + b_1x[n-1] + b_2x[n-2]$$

$$\Rightarrow y[n] - \beta(1 + \alpha)y[n-1] + \alpha y[n-2] = \frac{1 + \alpha}{2}x[n] - \beta(1 + \alpha)x[n-1] + \frac{1 + \alpha}{2}x[n-2]$$

$$\Rightarrow y[n] - \beta(1 + \alpha)y[n-1] + \alpha y[n-2] = \frac{1 + \alpha}{2}(x[n] - 2\beta x[n-1] + x[n-2])$$

Aplicando a Transformada  $Z$  com condições iniciais nulas:

$$\begin{aligned} Y(z) - \beta(1 + \alpha)z^{-1}Y(z) + \alpha z^{-2}Y(z) &= \frac{1 + \alpha}{2}[X(z) - 2\beta z^{-1}X(z) + z^{-2}X(z)] \\ [1 - \beta(1 + \alpha)z^{-1} + \alpha z^{-2}]Y(z) &= \frac{1 + \alpha}{2}[1 - 2\beta z^{-1} + z^{-2}]X(z) \end{aligned}$$

A função de transferência do sistema *notch* é obtida fazendo-se  $Y(z)/X(z)$ :

$$G(z) = \left(\frac{1 + \alpha}{2}\right) \frac{1 - 2\beta z^{-1} + z^{-2}}{1 - \beta(1 + \alpha)z^{-1} + \alpha z^{-2}}$$

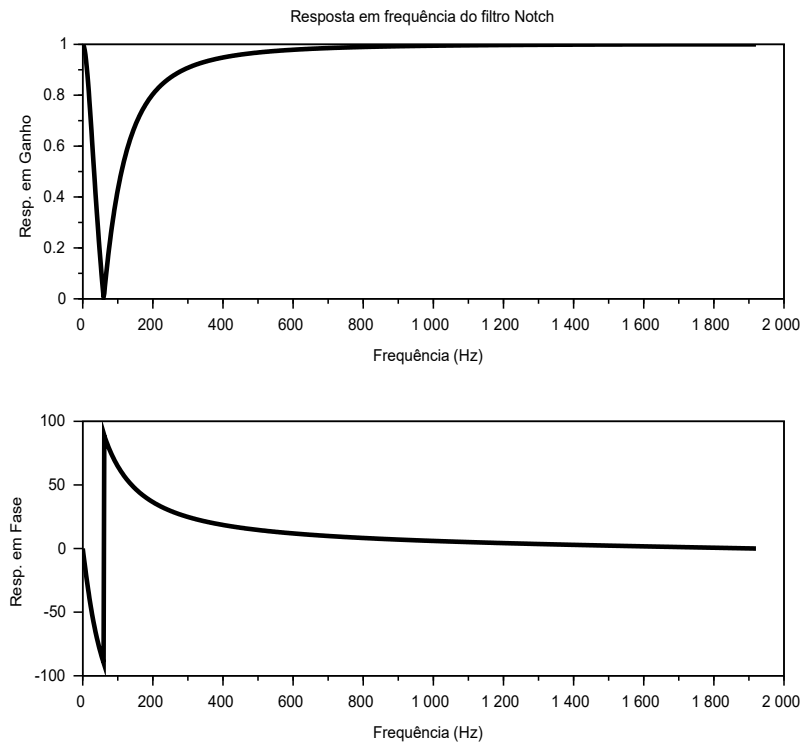
A resposta em frequência é realizada fazendo-se  $z = e^{j\omega}$ :

$$G(e^{j\omega}) = \left(\frac{1 + \alpha}{2}\right) \frac{1 - 2\beta e^{-j\omega} + e^{-j2\omega}}{1 - \beta(1 + \alpha)e^{-j\omega} + \alpha e^{-j2\omega}}$$

A função  $G(e^{j\omega})$  é uma função complexa da variável  $\omega$  que representa a frequência discreta em radianos por amostra. Conforme apresentado nas videoaulas, esta função deve ser avaliada no intervalo  $0 \leq \omega \leq \pi$  rad/amostra e a figura abaixo apresenta um exemplo. Para cada valor de  $\omega$  tem-se uma resposta em módulo ou ganho e uma resposta em fase de  $G(e^{j\omega})$ .

A resposta em módulo consiste no valor do ganho que multiplica aquela componente de frequência na entrada para determinar a amplitude desta frequência na saída do filtro. A resposta em fase consiste na defasagem que é aplicada àquela componente de frequência observada na saída. O procedimento de análise de  $\omega$  no intervalo  $0 \leq \omega \leq \pi$  corresponde à avaliação da resposta em frequência do sistema no intervalo de frequência em Hertz dado por  $0 \leq f \leq \frac{f_s}{2}$ , onde  $f_s$  é a frequência de amostragem utilizada.

Na próxima página encontra-se a resposta em frequência do filtro *notch* equivalente à implementação computacional 2, com  $\alpha = 0,8$ . O código do arquivo script utilizado no scilab para gerar tal resposta está também na próxima página. Os estudantes devem simular esse código para gerar as respostas solicitadas no relatório da atividade.



```

clear
close
clc

// DEFINIÇÃO DE VARIÁVEIS
w=0:%pi/1000:%pi;      // Vetor frequência discreta no intervalo 0 a 2*pi
(rad/amostra)
Nw=length(w);          // Número de frequências avaliadas no intervalo 0 a 2*pi
fs=3840;                // Frequência de amostragem
Ts=1/fs;                // Período de amostragem
f=((fs/2)/%pi)*w;       // Vetor de frequência em Hertz

// DEFINIÇÃO DOS COEFICIENTES DO FILTRO
wnotch=2*%pi*60*Ts;     // Frequência de amostragem em rad/amostra
Alfa=0.8;                // Parâmetro de controle da largura da faixa de rejeição
Beta=cos(wnotch);       // Parâmetro beta do filtro que controla a posição da
frequencia eliminada

Num=((1+Alfa)/2)*[1 -2*Beta 1]; // Coeficientes do polinômio do numerador da
fç de transferência
Den=[1 -Beta*(1+Alfa) Alfa];    // Coeficientes do polinômio do denominador da
fç de transferência

// CÁLCULO DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA
Hejw=(Num(1)+Num(2)*exp(-%i*w)+Num(3)*exp(-%i*2*w))./(Den(1)+Den(2)*exp(-
%i*w)+Den(3)*exp(-%i*2*w));
Hmodulo=abs(Hejw);       // Cálculo da resposta em módulo
Hfase=(180/%pi)*atan(imag(Hejw),real(Hejw)); // Cálculo da resposta em fase

// EXIBIÇÃO DOS RESULTADOS (será utilizada a frequência em Hz nos resultados)
subplot(211)
plot(f,Hmodulo,'k','linewidth',3) // Resposta em módulo no gráfico superior
xlabel('Frequência (Hz)')
ylabel('Resp. em Ganho')
title('Resposta em frequência do filtro Notch')
subplot(212)
plot(f,Hfase,'k','linewidth',3)   // Resposta em fase no gráfico inferior
xlabel('Frequência (Hz)')
ylabel('Resp. em Fase')

```