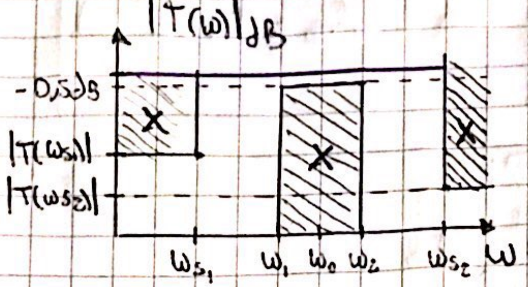
Liaño Lucas

Trabajo Semanal 3

Se pide diseñar un filtro pasabanda con la siguiente plantilla:



- $\omega_0 = 2\pi \cdot 22kHz = 138,2\ Krad/s$
- $Q = 5$
- Aprox de Chebyshev con Ripple de $0,5dB$
- $f_{1s} = 17KHz \longrightarrow |T(f_{s1})| = -16dB$
- $f_{2s} = 36KHz \longrightarrow |T(f_{s2})| = -24dB$

Primero debemos plantear la plantilla de Atenuación con ω_1 y ω_2.

$$\begin{cases} \omega_0^2 = \omega_1 \cdot \omega_2 \\ \frac{\omega_0}{Q} = \omega_2 - \omega_1 \end{cases} \longrightarrow \text{Si Tomamos norma de frecuencia } \boxed{\Omega_\omega = \omega_0} \text{ !} \longrightarrow \begin{cases} 1 = \omega_1 \cdot \omega_2 \rightarrow \boxed{\omega_1 = 1/\omega_2} \ (1) \\ 1/5 = \omega_2 - \omega_1 \rightarrow \boxed{0 = \omega_2^2 - \frac{\omega_2}{Q} - 1} \ (2) \end{cases}$$

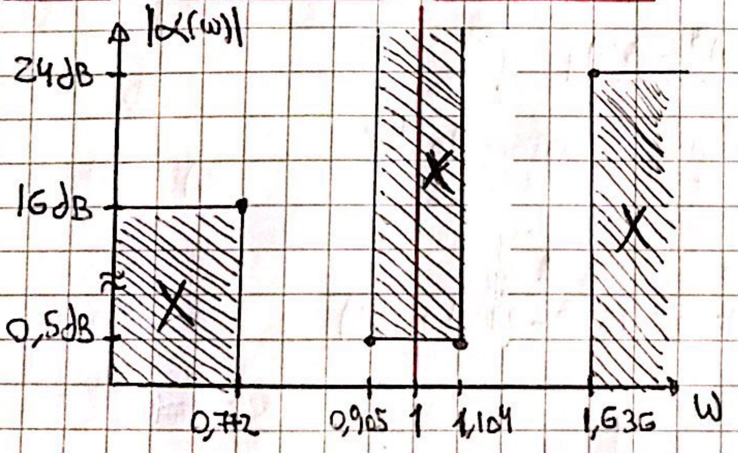
Resolviendo (2): $\omega_2^2 - 1/5 \cdot \omega_2 - 1 = 0 \Longrightarrow \boxed{\cancel{\omega_2 = -0,904}}$ V $\boxed{\omega_2 = 1,104}$ ✓

Reemplazando en (1): $\boxed{\omega_1 = \frac{1}{\omega_2} = 0,905} \rightarrow$

Normalización de ω_{s1} y ω_{s2}

$\frac{\omega_{s1}}{\Omega_\omega} = 0,772$ y $\frac{\omega_{s2}}{\Omega} = 1,636$

A) Plantilla Pasa Banda Normalizada



A simple vista pareciera que la pollera derecha es más exigente, pero recordemos que:

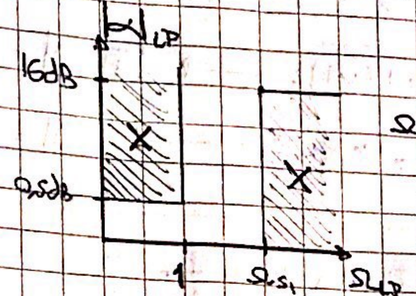
1. El dibujo No está a escala
2. La escala es Logarítmica.

Ahora debemos probar que Pollera exige un N mayor en el dominio Transf.

Recordemos que el kernel de Transformación LP → BP es:

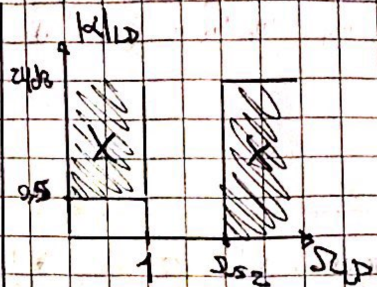
$$\boxed{\Omega_{LP} = Q \cdot \frac{(\omega_{BP}^2 - 1)}{\omega_{BP}}} \quad \wedge \quad \boxed{s_{LP} = Q \, \frac{(s^2+1)}{s}}$$

Planteamos las dos posibles plantillas LP:



$$\Omega_{S_1} = 5 \cdot \frac{(0{,}772^2 - 1)}{0{,}772}$$

$$\boxed{\Omega_{S_1} = 2{,}61}$$



$$\Omega_{S_2} = 5 \cdot \frac{(1{,}636^2 - 1)}{1{,}636}$$

$$\boxed{\Omega_{S_2} = 5{,}12}$$

Pedimos Cheby:

$\omega = 1$: ① $\varepsilon^2 = 10^{\frac{0{,}5dB}{10}} - 1 = 0{,}122$

$\varepsilon = 0{,}349$

$\omega = \omega_s$: ② $16dB = 10 \log(1 + \varepsilon^2 C_N^2)$

$\Downarrow$

$\varepsilon^2 C_N = \varepsilon^2 \cosh[N \cdot \cosh^{-1}(\omega_s)]$

Iterando: $\boxed{N = 3}$

Pedimos Cheby:

$\omega = 1$: ① $\varepsilon^2 = 10^{\frac{0{,}5dB}{10}} - 1 = 0{,}122$

$\varepsilon = 0{,}349$

$\omega = \omega_s$: ② $24dB = 10 \log(1 + \varepsilon^2 \cosh[N \cdot \cosh^{-1}(\Omega_{S_2})])$

$\Downarrow$

Iterando: $\boxed{N = 2}$

Nos quedamos con la Transferencia más exigente $\varepsilon^2 = 0{,}122$ y $N = 3$

Sabemos que $C_N = 2\omega \cdot C_{N-1}(\omega) - C_{N-2}(\omega) \wedge C_0 = 1 \wedge C_1 = \omega$

$\Rightarrow C_2(\omega) = 2\omega^2 - 1 \Rightarrow C_3(\omega) = 4\omega^3 - 3\omega$

B) Expresamos la Transferencia en el dominio Transformado LP

$$|T(\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 (4\Omega^3 - 3\Omega)^2} = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 (16\Omega^6 - 24\Omega^4 + 9\Omega^2)}$$

$$|T(\Omega)|^2 \Big|_{\Omega = s/j} = T(s) \cdot T(-s) = \frac{1}{-16\varepsilon^2 \cdot s^6 - 24\varepsilon^2 s^4 - 9\varepsilon^2 s^2 + 1}$$

sigue!

$$T(s) \cdot T(-s) = \frac{1}{-16\varepsilon^2 s^6 - 24\varepsilon^2 s^4 - 9\varepsilon^2 s^2 + 1}$$

$\rightarrow$ Utilizando la función np.roots obtengo los polos de T(s) $\Rightarrow$

$\boxed{p_1 \cong -0{,}626}$

$\boxed{p_2 \cong -0{,}313 + j\,1{,}021}$

$\boxed{p_2^* \cong -0{,}313 - j\,1{,}021}$

Por tanto podemos pensar a la T(s) como,

$$T(s) = T_1(s) \cdot T_2(s) = \underbrace{\frac{0{,}626}{s + 0{,}626}}_{T_1(s)} \cdot \underbrace{\frac{1{,}14}{s^2 + s \cdot 0{,}626 + 1{,}14}}_{T_2(s)}$$

Nota:
si $p = x + jy$
$p^* = x - jy$
$\Downarrow$
$$\frac{1}{(s+p)} \cdot \frac{1}{(s-p^*)} = \frac{1}{s^2 - 2x + (x^2+y^2)}$$

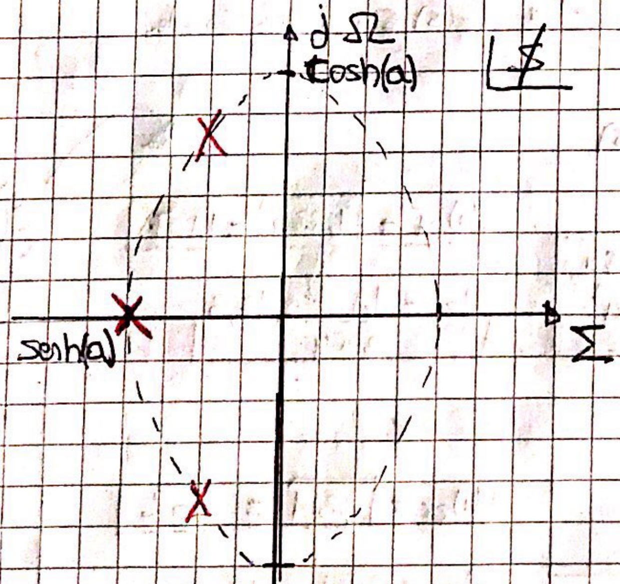
Donde las ganancias fueron impuestas para cumplir con una transferencia que tiene 0dB en la banda de paso.

Por simpleza tomaremos: $\boxed{\sigma = 0{,}626}$ $\boxed{\Omega_0^2 = 1{,}14}$ $\boxed{Q_p = \frac{\sqrt{\Omega_0^2}}{0{,}626} = 1{,}821}$

La transferencia en el dominio transformado queda parametrizada como:

$$\boxed{T(s) = T_1(s) \cdot T_2(s) = \frac{\sigma}{s + \sigma} \cdot \frac{\Omega_0^2}{s^2 + s \cdot \frac{\Omega_0}{Q_p} + \Omega_0^2}}$$

Ubicación de los polos en el dominio transformado:



$\angle s$

$$\boxed{a = \frac{1}{N} \cdot \operatorname{senh}^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)}$$

$\boxed{a = 0{,}5916}$

Nota: Por algun motivo $\operatorname{senh}(a) \neq \sigma$?

Habría error en polos!

Ahora $\operatorname{senh}(a) = \sigma$

c) Destransformamos para obtener Transferencia pasa Banda Normalizada

$$T_1(\$)\Big|_{\$=\frac{Q(s^2+1)}{s}} = \frac{\sigma}{\frac{Q(s^2+1)}{s}+\sigma} = \frac{s\,\sigma/Q}{s^2+s\,\sigma/Q+1}$$

Por Tanto: $\boxed{T_1(s)=\frac{s\,1/q_1}{s^2+s\,1/q_1+1}}$ donde $\boxed{q_1=\frac{Q}{\sigma}\simeq\frac{5}{0{,}626}=7{,}987}$

$$T_2(\$)\Big|_{\$=\frac{Q(s^2+1)}{s}} = \frac{\Omega_0^2}{\left(Q\cdot\frac{s^2+1}{s}\right)^2+\left(\frac{Q(s^2+1)}{s}\right)\cdot\frac{\Omega_0}{Q_P}+\Omega_0^2}$$

Trabajando Algebraicamente llegamos a: $\Omega_0^2=1{,}14$, $Q_P=1{,}821$, $Q=5$

$$T_2(s)=\frac{s^2\cdot\frac{\Omega_0^2}{Q^2}}{s^4+s^3\frac{\Omega_0}{Q\cdot Q_P}+s^2\left(2+\frac{\Omega_0^2}{Q^2}\right)+s\cdot\frac{\Omega_0}{Q\cdot Q_P}+1}=\frac{s^2\cdot 0{,}0456}{s^4+s^3\cdot 0{,}117+s^2\cdot 2{,}045+s\cdot 0{,}117+1}$$

Ahora calculamos los polos del denominador (NP. Roots()) $\longrightarrow$ $P_1=-0{,}032+j\,1{,}106$, $P_1^*=-0{,}032-j\,1{,}106$

Por Tanto podemos pensar al $T_2(s)$ como una cascada

$P_2=-0{,}026+j\,0{,}902$, $P_2^*=-0{,}026-j\,0{,}902$

$\Downarrow$

$(s-P_1)(s-P_1^*)=s^2+s\cdot 0{,}064+1{,}226$

$(s-P_2)(s-P_2^*)=s^2+s\cdot 0{,}052+0{,}814$

$$T_2(s)=T_{21}(s)\cdot T_{22}(s)$$

$$\boxed{T_{21}(s)=\frac{K\cdot s\,\omega_{21}/q_{21}}{s^2+s\frac{\omega_{21}}{q_{21}}+\omega_{21}^2}}$$

$\boxed{\omega_{21}=\sqrt{1{,}226}=1{,}107}$

$\boxed{q_{21}=\frac{1{,}107}{0{,}064}\simeq 17{,}3}$

$$\boxed{T_{22}(s)=\frac{K\cdot s\,\frac{\omega_{22}}{q_{22}}}{s^2+s\frac{\omega_{22}}{q_{22}}+\omega_{22}^2}}$$

$\boxed{\omega_{22}=\sqrt{0{,}814}=0{,}902}$

$\boxed{q_{22}=\frac{0{,}902}{0{,}052}\simeq 17{,}3}$

$\boxed{q_{21}\simeq q_{22}}$

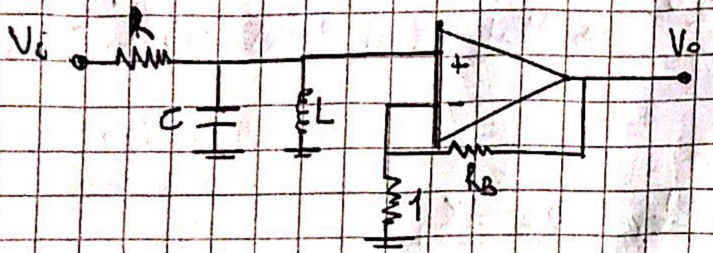
$K^2\cdot\frac{\omega_{21}}{q_{21}}\cdot\frac{\omega_{22}}{q_{22}}=0{,}0456$

$K^2=13{,}7$

$\boxed{K=3{,}701}$ Igual para T_{21} y T_{22}

D) Implementación Circuital Pasiva + seguidores Activos

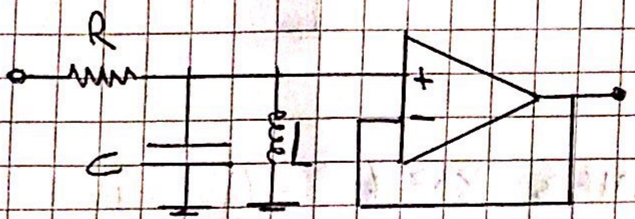
Las SOS que vamos a utilizar van a ser:



$$H(s) = \left(1 + R_B\right) \cdot \frac{s \, \frac{1}{RC}}{s^2 + s \, \frac{1}{RC} + \frac{1}{CL}}$$

$$\begin{cases} K = 1 + R_B \\ \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \\ Q = \omega_0 \cdot RC \end{cases}$$

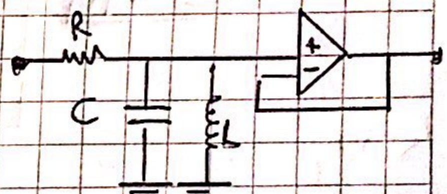
Para el caso en que $K \leq 1$,



$$\begin{cases} K = 1 \\ \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \\ Q = \omega_0 \cdot RC \end{cases}$$

Diseño SOS 1

$\omega_0^2 = 1$, $Q_1 = 7,987$, $K = 1$



Pido $L^\circ = 1 \Rightarrow C^\circ = 1 \Rightarrow R^\circ = 7,987$

Desnormalizo con $\Omega_\omega = 138,2 \, \frac{Krad}{s}$ y $\Omega_z = 1K\Omega$

$$\begin{cases} L = L^\circ \cdot \frac{\Omega_z}{\Omega_\omega} \\ C = \frac{C^\circ}{\Omega_\omega \Omega_z} \\ R = R^\circ \cdot \Omega_z \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} L_1 = 7,23 \, mHy \\ C_1 = 7,23 \, nF \\ R_1 = 7,8 \, K\Omega \end{cases}$$

Diseño SOS 2 $w_0 = 1,107$ $Q = 17,3$ $K = 3,7$

$w_0^2 = 1,226 = 1/LC \Longrightarrow C^\circ = 1 \Longrightarrow L^\circ = 815,6m$

$Q = w_0 \cdot RC \Longrightarrow R^\circ = \frac{1,107}{17,3} = 63,9m$ → Mal, es al Reves $\Rightarrow R^\circ = 1/63,9m = 15,6$

$K = 1 + R_B \Longrightarrow R_B^\circ = 2,7$

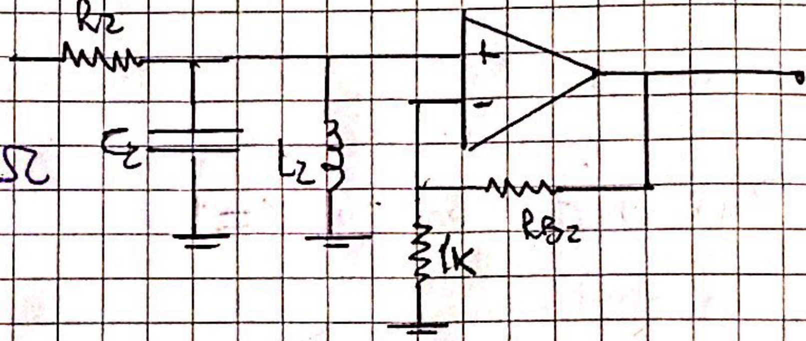
Desnormalizo con $\Omega_w = 1382K$ rad/s $\Omega_Z = 1K$

$C_2 = 7,23nF$

$L_2 = 5,89\ mHy$

$R_2 = \cancel{63,9\Omega}$ $15,6K\Omega$

$R_{B2} = 2,7K$



Diseño SOS 3 $w_0 = 0,902$ $Q = 17,3$ $K = 3,7$

$C^\circ = 1F \Longrightarrow L^\circ = 1/w_0^2 = 1,22Hy$ y $R_B^\circ = 2,7$

$\rightarrow R^\circ = \cancel{52,3m} \rightarrow 19,13$

Desnormalizo

$C_3 = 7,23nF$

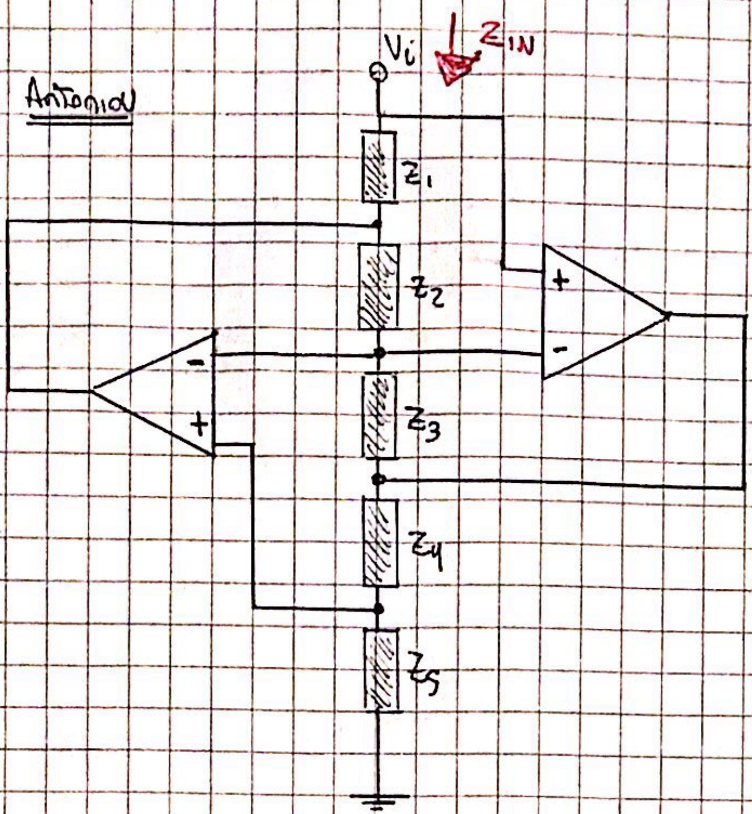
$L_3 = 8,82mHy$

$R_3 = \cancel{52,3\Omega} \rightarrow 19,1K\Omega$

$R_{B3} = 2,7K$

E) Implementar Activando las L

Girador de Antoniou



Analizando la Config. Podemos llegar a: $\boxed{Z_{IN} = \dfrac{Z_1 \cdot Z_3 \cdot Z_5}{Z_2 \cdot Z_4}}$

Nosotros queremos $Z_{IN} = sL$

Si $Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z_5 = 1 \implies$ si $Z_4 = 1/sC \implies Z_{IN} = sC$

Como Necesitamos Valores de L, nos conviene hacer otra cosa:

$Z_2 = Z_3 = Z_5 = 1K \implies$ si $Z_4 = 1/sC$, $Z_1 = R \implies Z_{IN} = sRC$

Diseñando:

SOS 1

$L = 7{,}23\,mHy = C \cdot R$

si $C = 1\mu F$

$\Downarrow$

$R = 7{,}23\,K\Omega$

SOS 2

$L = 5{,}89\,mHy = C \cdot R$

$C = 1\mu F \rightarrow R = 5{,}89K$

El Resto $1K\Omega$!

SOS 3

$L = 3{,}82\,mHy$

$C = 1\mu F \rightarrow R = 3{,}82K$