3 – ALGORITMO DO CRIVO DIFUSO

3.1 – Teoria dos Conjuntos Difusos

A teoria dos conjuntos difusos *(fuzzy sets* ou *sous-ensembles flous)* é um ramo da Matemática (portanto, uma teoria formal e rigorosa) que lida com conceitos imprecisos (DUBOIS & PRADE, 1980; KANDEL & BYAT, 1978; KAUFMANN, 1973, 1982; MARTIN-CLOUAIRE & PRADE, 1978; ROMEU, 1986). Apesar de recente, já se encontra bastante desenvolvida, pois, desde 1965, quando surgiu o artigo pioneiro sobre o assunto (ZADEH, 1965), a teoria vem conquistando espaço crescente na comunidade científica. Hoje já existem milhares de artigos, centenas de obras de base e teses acadêmicas, seminários internacionais e pelo menos uma revista técnica internacional – a Fuzzy Sets and Systems –, exclusivamente sobre o assunto. As áreas de aplicação onde sua utilização está mais amadurecida são, talvez, o reconhecimento de formas, a tomada de decisões, a mecânica quântica e a previsão meteorológica. São notáveis, também, as perspectivas de sua aplicação em sistemas especialistas da inteligência artificial. No Brasil, a divulgação da teoria ainda é restrita, não obstante o interesse de alguns pesquisadores nas principais universidades do País.

A partir do conceito fundamental da teoria, o de conjunto difuso, desenvolvem-se as bases para a representação dos conhecimentos imprecisos.

Na teoria dos conjuntos abstratos ordinários, definem-se conjuntos como coleções de objetos que satisfazem a uma propriedade P:

$$A = \; x \mid x \text{ satisfaz } P$$

A pertinência ao conjunto é, nesse caso, uma característica binária, que pode ser definida assim:

$$f_A(x) = \begin{matrix} 1 & \text{se, e somente se, } x \in A \\ 0 & \text{se, e somente se, } x \notin A \end{matrix}$$

Conjunto difuso é aquele que admite a pertinência parcial dos elementos no conjunto. Seja $X = \{x\}$ um espaço de objetos. Então um conjunto difuso A em X é um conjunto de pares ordenados

$$A = \; (x, f_A(x)) \quad , x \in X$$

onde $f_A(x)$ é o grau de pertinência de x em A. Para simplificar, assuma-se que $f_A(x)$ é um número no intervalo [0, 1], com os graus 1 e 0 representando, respectivamente, pertinência absoluta e não-pertinência ao conjunto difuso. Um conjunto difuso pode, desta forma, ser encarado como uma generalização do conceito de conjunto ordinário, estendendo-se infinitamente o domínio da função de pertinência de $\{0, 1\}$ para [0, 1].

A figura 3 apresenta, a título de exemplo, o conjunto

$$A = \; x \mid x \gg 1, x \in \mathbb{R}$$

A função grau de pertinência é subjetiva, em sua natureza, e reflete o contexto do problema. Neste caso, enquanto todos os números menores que 1 absolutamente não pertencem ao conjunto, e todos os números superiores a 200 a ele pertencem absolutamente, os números entre 1 e 200 pertencem mais ou menos ao conjunto, de acordo com a função grau de pertinência definida.

Seja, por exemplo também, o conjunto de quatro reservatórios de petróleo, $R = \{r_1, r_2, r_3, r_4\}$, sobre o qual está definido o conjunto difuso A, dos reservatórios profundos:

$$A = \{(r_1/0{,}0), (r_2/0{,}3), (r_3/0{,}8), (r_4/1{,}0)\}$$

indicando que r_1 não é profundo e r_4 o é, enquanto r_2 e r_3 são mais ou menos profundos. De maneira análoga, poderia ser definido o conjunto difuso dos reservatórios adequados à aplicação de um método especial de recuperação.

A adoção de um critério de pertinência não-binário traz importantes repercussões na lógica dos operadores, sendo uma das mais notáveis a revogação do princípio do terceiro excluído: seja A um conjunto difuso, e $\bar{A}$ seu complemento, então $A \cap \bar{A}$ pode ser diferente do conjunto vazio. Decorre daí uma lógica difusa, diferente daquela da álgebra de Boole, onde os operadores máximo e mínimo desempenham os papéis principais, funcionando como uma generalização dos operadores binários *e* e *ou*. Por exemplo:

lógica binária:	lógica difusa:
$0 \wedge 1 = 0$	$0{,}3 \wedge 0{,}8 = 0{,}3$
$0 \vee 1 = 1$	$0{,}3 \vee 0{,}8 = 0{,}8$

Entre outras, podem ser definidas as seguintes relações e operações envolvendo os conjuntos difusos A e B, definidos sobre um referencial $X = \{x\}$, e com funções de pertinência $f_A(x)$ e $f_B(x)$:

igualdade:

$$A = B \Longleftrightarrow f_A(x) = f_B(x), \forall x \in X$$

inclusão:

$$A \subseteq B \Longleftrightarrow f_A(x) \leqslant f_B(x), \forall x \in X$$

interseção:

$$f_{A \cap B}(x) = \text{mín.}\,(f_A(x), f_B(x)), \forall x \in X$$

união:

$$f_{A \cup B}(x) = \text{máx.}\,(f_A(x), f_B(x)), \forall x \in X$$

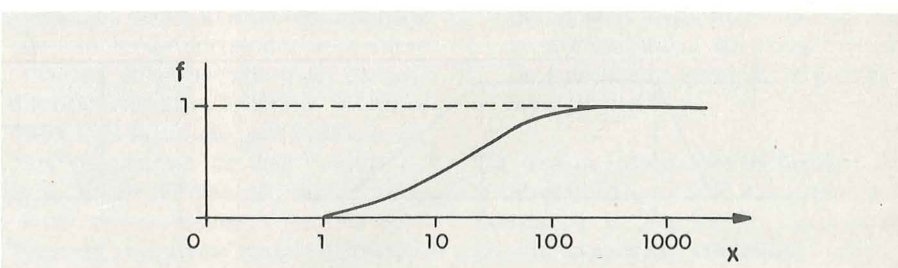

Fig. 3 - Função de pertinência do conjunto difuso dos números reais muito maiores que 1.