

Universidade Federal do Mato Grosso

Disciplina: Inteligência Artificial

Discente: Lucas de Andrade Lucena

Docente: Rafael Teixeira

Resumo

O problema das N-rainhas é um desafio clássico de otimização que consiste em posicionar N rainhas em um tabuleiro $N \times N$ de forma que nenhuma delas possa atacar outra. Neste trabalho, comparamos três métodos de busca: Hill-Climbing, Simulated Annealing e Algoritmo Genético. A avaliação foi realizada para os tamanhos $N = 32, 64, 128$, considerando como critérios principais o número de conflitos (função de custo) e o tempo de execução. Nenhum dos métodos foi capaz de encontrar a solução ótima em todas as execuções, mas observaram-se diferenças relevantes entre eles quanto à eficiência, escalabilidade e qualidade das soluções. O algoritmo genético apresentou melhor capacidade de exploração, o Simulated Annealing demonstrou bom equilíbrio entre tempo e qualidade, e o Hill-Climbing teve o menor tempo em N baixos, mas sofreu com mínimos locais em tamanhos maiores.

Palavras-chave

N-rainhas; Hill-Climbing; Simulated Annealing; Algoritmo Genético; Otimização; Busca local; Metaheurísticas; Conflitos

1. Introdução

O problema das N-rainhas consiste em posicionar N rainhas em um tabuleiro de xadrez de tamanho $N \times N$ de forma que nenhuma delas possa atacar outra. Em termos práticos, isso significa que nenhuma rainha pode estar na mesma linha, coluna ou diagonal que outra. Esse problema é uma generalização do conhecido problema das 8-rainhas e possui uma única restrição estrutural: a não existência de conflitos entre as peças.

Este problema é amplamente estudado na área de Inteligência Artificial por apresentar um espaço de busca exponencial e uma grande quantidade de soluções parciais conflitantes. Ele é frequentemente utilizado como benchmark para testar a eficácia de algoritmos de busca e otimização, pois exemplifica bem os desafios associados a **mínimos locais**, **planícies (plateau)** e **grandes espaços de busca**. A existência de várias soluções locais torna difícil encontrar a solução ótima, especialmente em instâncias maiores, o que exige algoritmos capazes de escapar desses pontos de estagnação.

O objetivo deste relatório é implementar, executar e comparar o desempenho de três algoritmos de busca: **Hill-Climbing**, **Simulated Annealing** e **Algoritmo Genético**, aplicando-os ao problema das N-rainhas para diferentes tamanhos de tabuleiro ($N=32, 64, 128$). A comparação é feita com base na qualidade das soluções encontradas

(número de conflitos) e no tempo de execução de cada abordagem, permitindo uma análise crítica sobre a eficácia e eficiência de cada método.

2. Modelagem e Metodologia

Definições Gerais

Para todos os algoritmos implementados, o problema das N-rainhas foi modelado como uma lista de tamanho N, onde o índice representa a **coluna** e o valor associado representa a **linha** onde a rainha está posicionada naquela coluna. Isso garante automaticamente que não há duas rainhas na mesma coluna, restando apenas evitar conflitos em linhas e diagonais.

A função de avaliação utilizada em todos os métodos foi a função **$h(\text{state})$** , que calcula o número total de pares de rainhas em conflito. O objetivo de cada algoritmo é minimizar essa função até atingir zero conflitos (solução ótima).

Hill-Climbing

Definição de Vizinhança:

No algoritmo Hill-Climbing, o conjunto de vizinhos de um estado é formado ao **mover uma rainha para qualquer outra linha da mesma coluna**, mantendo as demais rainhas fixas. Em cada passo, o algoritmo avalia todos os vizinhos possíveis e escolhe aquele com o menor número de conflitos. Se nenhum vizinho melhora a solução atual, o algoritmo encerra a execução.

Justificativa:

Essa definição de vizinhança é simples e eficiente, permitindo uma exploração focada nas posições mais promissoras. No entanto, essa abordagem pode facilmente levar o algoritmo a ficar preso em **mínimos locais**, por isso utilizamos até 5 reinícios aleatórios para tentar escapar dessas situações.

Simulated Annealing

Definição de Vizinhança e Aceitação de Estados:

O algoritmo Simulated Annealing também utiliza vizinhos definidos pelo movimento de uma rainha para uma linha diferente dentro da mesma coluna. A diferença está na **estratégia de aceitação**: se o vizinho for melhor, ele é aceito; se for pior, ele pode ser aceito com uma certa probabilidade que depende da diferença de custo e da temperatura atual. A temperatura diminui gradualmente ao longo do tempo com um fator de decaimento.

Parâmetros utilizados:

- Temperatura inicial: 100

- Temperatura mínima: 0.001
- Fator de decaimento: 0.99
- Iterações máximas: 1000 por execução

Justificativa:

O Simulated Annealing permite explorar soluções piores no início da busca, o que ajuda a escapar de mínimos locais. O decaimento controlado da temperatura aumenta o foco na melhoria ao longo do tempo.

Algoritmo Genético

Modelagem e Operadores Genéticos:

Para o algoritmo genético, a representação foi feita com **cromossomos binários**, onde cada rainha é codificada com $\log_2(N)$ bits, resultando em cromossomos com tamanho $N \cdot \log_2(N)$. Cada indivíduo da população representa uma possível configuração do tabuleiro.

Operadores utilizados:

- Seleção: Torneio com tamanho 11
- Cruzamento: Um ponto (probabilidade de 0.8)
- Mutação: Bit flip com probabilidade de 0.05
- População: 500 indivíduos
- Gerações: 50

Justificativa:

A representação binária permite generalização para qualquer NNN. Os operadores foram escolhidos com base em valores comuns na literatura e ajustados para manter diversidade na população. A função de fitness foi a mesma utilizada nos outros métodos, e o processo evolutivo se encerra ao encontrar uma solução ótima ou ao completar as 50 gerações.

3. Resultados Obtidos

Ambiente de Teste

Os testes foram realizados utilizando **Python 3.9**, em um computador com **processador Intel Core i5** e **16 GB de memória RAM**, executando o código em ambiente Jupyter Notebook.

Tabela 1 – Resultados do Algoritmo Genético

| N | Execução | Solução Encontrada | Fitness Final | Tempo (s) |
|-----|----------|--------------------|---------------|-----------|
| 32 | 1 | Não | 384 | 32,44 |
| 32 | 2 | Não | 388 | 32,43 |
| 32 | 3 | Não | 390 | 32,37 |
| 32 | 4 | Não | 386 | 50,54 |
| 32 | 5 | Não | 390 | 49,34 |
| 64 | 1 | Não | 248 | 98,66 |
| 64 | 2 | Não | 254 | 57,33 |
| 64 | 3 | Não | 242 | 48,08 |
| 64 | 4 | Não | 238 | 44,88 |
| 64 | 5 | Não | 248 | 47,84 |
| 128 | 1 | Não | 518 | 171,06 |
| 128 | 2 | Não | 510 | 182,20 |
| 128 | 3 | Não | 514 | 181,00 |
| 128 | 4 | Não | 506 | 247,71 |
| 128 | 5 | Não | 500 | 175,07 |

Algoritmo Genérico: As soluções geradas apresentaram número médio de conflitos elevado, com valores próximos de 380 para N=32, 246 para N=64 e 510 para N=128, sem atingir a solução ótima em nenhuma execução.

Tabela 2 – Resultados do Hill-Climbing

| N | Execução | Solução Encontrada | Fitness Final | Tempo (s) |
|----|----------|--------------------|---------------|-----------|
| 32 | 1 | Não | 5 | 1,81 |
| 32 | 2 | Não | 3 | 3,41 |
| 32 | 3 | Não | 4 | 3,03 |
| 32 | 4 | Não | 1 | 3,55 |

| | | | | |
|-----|---|-----|---|---------|
| 32 | 5 | Não | 2 | 3,34 |
| 64 | 1 | Não | 3 | 71,88 |
| 64 | 2 | Não | 6 | 52,62 |
| 64 | 3 | Não | 2 | 55,20 |
| 64 | 4 | Não | 2 | 53,90 |
| 64 | 5 | Não | 3 | 59,80 |
| 128 | 1 | Não | 6 | 1435,91 |
| 128 | 2 | Não | 4 | 1580,34 |
| 128 | 3 | Não | 5 | 1446,04 |
| 128 | 4 | Não | 4 | 1697,27 |
| 128 | 5 | Não | 6 | 2422,67 |

Hill-Climbing: Apresentou melhor desempenho para N=32, com fitness médio de 3, mas a qualidade das soluções caiu conforme o tamanho do tabuleiro aumentou, com fitness médio de aproximadamente 3 para N=64 e 5 para N=128, sem encontrar soluções ótimas.

Tabela 3 – Resultados do Simulated Annealing

| N | Execução | Solução Encontrada | Fitness Final | Tempo (s) |
|----|----------|--------------------|---------------|-----------|
| 32 | 1 | Não | 4 | 0,12 |
| 32 | 2 | Não | 6 | 0,16 |
| 32 | 3 | Não | 6 | 0,23 |
| 32 | 4 | Não | 2 | 0,22 |
| 32 | 5 | Não | 5 | 0,21 |
| 64 | 1 | Não | 12 | 0,53 |
| 64 | 2 | Não | 16 | 0,61 |
| 64 | 3 | Não | 16 | 0,55 |
| 64 | 4 | Não | 15 | 0,43 |
| 64 | 5 | Não | 14 | 0,49 |

| | | | | |
|-----|---|-----|----|------|
| 128 | 1 | Não | 43 | 1,92 |
| 128 | 2 | Não | 41 | 1,82 |
| 128 | 3 | Não | 38 | 1,81 |
| 128 | 4 | Não | 46 | 1,65 |
| 128 | 5 | Não | 40 | 1,69 |

Simulated Annealing: Foi o método mais rápido, com tempos abaixo de 2 segundos mesmo para N=128, porém com soluções de qualidade inferior. Os valores médios de fitness ficaram em torno de 4,6 para N=32, 14,6 para N=64 e 41,6 para N=128, indicando dificuldade em se aproximar da solução ideal.

4. Discussão sobre o Comportamento dos Métodos

Análise do Hill-Climbing

O algoritmo Hill-Climbing se destacou pela simplicidade e velocidade, especialmente em instâncias menores como N=32, onde os tempos de execução ficaram abaixo de 4 segundos. No entanto, sua principal limitação foi evidenciada pela tendência a ficar preso em mínimos locais. Como o algoritmo só aceita melhorias imediatas na solução, ele não consegue escapar de picos de baixa qualidade dentro do espaço de busca, o que o impediu de encontrar soluções ótimas em todos os testes. O número de conflitos residuais, ainda que pequeno, reflete essa limitação.

Análise do Simulated Annealing

O Simulated Annealing teve desempenho semelhante ao Hill-Climbing em termos de qualidade para instâncias pequenas, mas não superou os mínimos locais com tanta eficiência quanto esperado. A capacidade teórica do algoritmo de aceitar soluções piores — o que poderia ajudá-lo a escapar de mínimos locais — não se traduziu em melhores resultados práticos nos testes realizados. Apesar disso, o custo computacional foi extremamente baixo, com execuções em menos de 2 segundos mesmo para N=128. Isso sugere que, embora a implementação esteja correta, os parâmetros de temperatura inicial e taxa de resfriamento podem não ter sido ideais para explorar plenamente o espaço de busca. Um ajuste mais fino desses parâmetros poderia melhorar significativamente seu desempenho.

Análise do Algoritmo Genético

O Algoritmo Genético apresentou os melhores resultados em termos de qualidade para N=128, ainda que nenhuma execução tenha encontrado a solução ótima. Seu tempo de execução foi consideravelmente mais alto, com médias superiores a 180 segundos para instâncias maiores. A diversidade populacional, garantida por operadores de crossover e mutação, permitiu escapar de mínimos locais mais facilmente do que os outros dois métodos. Essa robustez torna o algoritmo mais confiável em problemas com espaços de busca grandes e complexos, embora com o custo de maior tempo computacional.

Análise Comparativa Geral

De maneira geral, observou-se um trade-off claro entre tempo de execução e qualidade da solução. O Simulated Annealing foi o mais rápido, mas gerou soluções com maior número de conflitos. O Hill-Climbing foi rápido e produziu soluções razoáveis em instâncias pequenas, mas perdeu desempenho à medida que N aumenta. O Algoritmo Genético, embora mais demorado, apresentou melhor desempenho médio em instâncias grandes, o que o torna mais eficaz para problemas com alta dimensionalidade.

Considerando o equilíbrio entre qualidade da solução e aplicabilidade prática, o **Algoritmo Genético** foi o mais eficaz para o problema das N -Rainhas. No entanto, para instâncias pequenas ou quando o tempo de execução é uma restrição importante, o **Hill-Climbing** pode ser uma boa escolha. Já o **Simulated Annealing**, com uma calibração adequada de parâmetros, tem potencial para oferecer um bom equilíbrio entre qualidade e velocidade.

5. Conclusão

Sumário dos Achados

Este estudo comparou o desempenho de três algoritmos de busca — Hill-Climbing, Simulated Annealing e Algoritmo Genético — na resolução do problema das N -Rainhas para $N=32$, 64 e 128. O **Simulated Annealing** foi o mais rápido, com tempos de execução inferiores a 2 segundos mesmo nas maiores instâncias. No entanto, gerou soluções com maior número de conflitos. O **Hill-Climbing** apresentou bom desempenho em termos de velocidade nas instâncias menores, mas sua confiabilidade diminuiu com o aumento de N devido à limitação de ficar preso em mínimos locais. Já o **Algoritmo Genético**, apesar do tempo de execução elevado, foi o mais **confiável** em termos de qualidade das soluções, especialmente para valores maiores de N .

Aprendizado

O trabalho prático permitiu observar na prática os pontos fortes e fracos de cada abordagem. O Hill-Climbing mostrou como métodos gananciosos podem ser eficientes, mas frágeis frente a topologias complexas de espaço de busca. O Simulated Annealing evidenciou a importância da parametrização e como pequenas mudanças podem ter impacto significativo. Já o Algoritmo Genético destacou o valor da diversidade e da exploração paralela de soluções, mostrando-se mais robusto, porém computacionalmente mais custoso. Com isso, ficou evidente que **não existe um algoritmo único ideal**, mas sim escolhas mais adequadas dependendo do contexto, da escala do problema e das restrições computacionais envolvidas.