Lógica para Computação

Aula: Argumento (Parte I)

Prof.º Me. Paulo César O. Brito
paulocesar@servidor.uepb.edu.br

Revisão

Nas aulas anteriores, vimos como traduzir algumas sentenças da linguagem falada para a simbólica usando os conceitos de proposição e conectivos lógicos. Em seguida, utilizamos as tabelas verdade para calcular o valor lógico de uma proposição composta qualquer.

Além disso, observamos que a técnica das tabelas verdade se torna exaustiva à medida que se aumenta o número de proposições envolvidas.

Um dos intuitos destas próximas aulas é mostrar que as tabelas verdade são uma boa ferramenta para se estabelecer algumas regras gerais e, a partir destas, obtermos outras novas, mas sem precisar recorrer a esse método exaustivo.

Definição e validade de um argumento

Um argumento é uma sequência de enunciados, ou proposições, na qual um dos enunciados é a conclusão e os demais são premissas, as quais servem para provar a conclusão. Se P1, P2,...,Pn são as premissas de um argumento de conclusão Q, a notação simbólica para este argumento é:

$$\underbrace{P_1,\ P_2,\ P_3,\ \ldots,\ P_n}_{\text{premissas}} \vdash Q$$

premissas conclusão ou tese

Definição e validade de um argumento

Exemplo:

Considere o argumento.

“Todo aluno de Matemática precisa estudar Lógica”. (premissa)
“José é aluno de Matemática”. (premissa)
“Logo, José precisa estudar Lógica”. (conclusão)

Fazendo:
P_1: “Todo aluno de Matemática precisa estudar Lógica”
P_2: “José é aluno de Matemática”
Q: “José precisa estudar Lógica”

Definição e validade de um argumento

Esse argumento pode ser escrito simbolicamente por

$$P_1, P_2, P_3, \ldots, P_n \vdash Q$$

também pode ser escrito como

$$\frac{\begin{array}{c} P_1 \\ P_2 \\ \ldots \\ P_n \end{array}}{Q}$$

Definição e validade de um argumento

O objetivo de um argumento é justificar uma afirmação que se faz, ou dar as razões para certa conclusão obtida. Um argumento demonstra/prova como, a partir dos dados de um problema, chegou-se a uma conclusão.

Diremos que um argumento $P_1, P_2, P_3, \ldots, P_n \vdash Q$ é válido se e somente se a conclusão Q for verdadeira todas as vezes que as premissas $P_1, P_2, P_3, \ldots, P_n$ forem verdadeiras.

Um argumento que não é válido é chamado de **sofisma** ou **falácia**.

Definição e validade de um argumento

Exemplo:

O argumento: “Toda baleia é um mamífero. Todo mamífero tem pulmões. Logo, toda baleia tem pulmões.” é válido pois as premissas verdadeiras acarretam em uma conclusão verdadeira.

Observe que a definição de argumento válido não exige que a conclusão seja verdadeira, ela exige que a conclusão seja verdadeira quando as premissas forem verdadeiras. Isto é, se tivermos premissas falsas, podemos ter uma conclusão falsa e o argumento continua sendo válido.

Portanto, todo argumento válido goza da seguinte propriedade: “A verdade das premissas é incompatível com a falsidade da conclusão”.

Definição e validade de um argumento

Exemplo:

Considere o argumento: “Toda aranha tem seis pernas. Todo ser de seis pernas tem asas. Logo, toda aranha tem asas”.

Embora a conclusão seja falsa, o argumento permanece válido, uma vez que possui premissas falsas.

Definição e validade de um argumento

Assim, a validade de um argumento depende exclusivamente da relação existente entre as premissas e a conclusão.

Portanto, afirmar que um dado argumento é válido significa afirmar que as premissas estão de tal modo relacionadas com a conclusão que não é possível ter a conclusão falsa se as premissas são verdadeiras.

Definição e validade de um argumento

Exemplo:

Considere o argumento: “Se eu fosse artista, seria famoso. Não sou famoso. Logo, não sou artista”.

Fazendo:
A: “sou artista”
F: “sou famoso”

podemos escrever esse argumento simbolicamente como:
$A \rightarrow F, \neg F \vdash \neg A$

Definição e validade de um argumento

Para mostrar a validade desse argumento basta mostrar que a condicional $A \rightarrow F \wedge \neg F \rightarrow \neg A$ é uma tautologia. Fazendo a tabela verdade, obtemos

A	F	~F	~A	$A \rightarrow F$	$(A \rightarrow F) \wedge \sim F$	$((A \rightarrow F) \wedge \sim F) \rightarrow \sim A$
V	V					
V	F					
F	V					
F	F					

Definição e validade de um argumento

Para mostrar a validade desse argumento basta mostrar que a condicional $A \rightarrow F \wedge \neg F \rightarrow \neg A$ é uma tautologia. Fazendo a tabela verdade, obtemos

A	F	~F	~A	$A \rightarrow F$	$(A \rightarrow F) \wedge \sim F$	$((A \rightarrow F) \wedge \sim F) \rightarrow \sim A$
V	V	F	F	V	F	V
V	F	V	F	F	F	V
F	V	F	V	V	F	V
F	F	V	V	V	V	V

Definição e validade de um argumento

Exemplo:

$P \rightarrow Q, P \vdash Q$

é válida, independentemente de sabermos quem são P e Q, pois sabemos que a condicional associada a esse argumento é uma tautologia.

Definição e validade de um argumento

Exemplo:

Se chove, então o telhado da casa fica molhado.
Chove.
Portanto, o telhado fica molhado.

P = ‘chove’
Q = ‘o telhado da casa fica molhado’

O argumento tem a estrutura modus ponens e portanto constituem argumentos válidos.

Definição e validade de um argumento

Exemplo:

Se o cabo da bateria está solto, então o motor de arranque não é acionado.
O cabo da bateria está solto.
Portanto, o motor de arranque não é acionado.

P = ‘o cabo da bateria está solto’
Q = ‘o motor de arranque não é acionado’

O argumento tem a estrutura modus ponens e portanto constituem argumentos válidos.

Definição e validade de um argumento

Como o número de pares de sentenças declarativas é grande em possibilidades, a forma representa muitos argumentos diferentes, todos com a mesma estrutura. Estudar a forma em si, em vez de argumentos específicos que a representam, nos permite fazer importantes generalizações.

Assim, na Lógica Formal, importa apenas a forma ou a estrutura do argumento, independentemente do significado das letras sentenciais.

Definição e validade de um argumento

As tabelas-verdade fornecem um teste rigoroso e completo para a validade ou invalidade de formas de argumento da lógica proposicional. Elas constituem um algoritmo, que sempre dá uma resposta após um número finito de operações.

Quando existe um algoritmo que determina se as formas de argumento expressáveis num sistema formal são válidas ou não, esse sistema diz-se decidível.

Definição e validade de um argumento

Assim, as tabelas-verdade garantem a decidibilidade da lógica proposicional. Mas elas são ineficazes em problemas que envolvem muitas letras sentenciais, pois o número de linhas cresce na ordem 2^n.

O processo de derivação de uma prova por meio de regras evita essa explosão combinatória, mas é ineficaz para detectar argumentos inválidos. Ele apenas fornece provas de validade de argumentos.

Exemplo

Exemplos: verificar a validade dos argumentos:

1.Se continuar chovendo, então o rio vai transbordar. O rio não transbordou; então parou de chover.

Forma simbólica:

C: Continua chovendo.

R: O rio vai transbordar.

Exemplos:

1.Se continuar chovendo, então o rio vai transbordar. O rio não transbordou; então parou de chover.

Formalizando o argumento:

$C \rightarrow R$; (Hipótese 1)

$\sim R$; (Hipótese 2)

$\therefore$ $\sim C$. (Conclusão ou Tese)

Exemplos:

1.Se continuar chovendo, então o rio vai transbordar. O rio não transbordou; então parou de chover.

Formalizando o argumento:

$C \rightarrow R$; (Hipótese 1)

$\sim R$; (Hipótese 2)

$\therefore \ \sim C.$ (Conclusão ou Tese)

Argumento Válido:

$$(C \rightarrow R) \land \sim R \Rightarrow \ \sim C \quad \textit{(Modus Tollens)}$$

Exemplo

2. Ana vai ao cinema ou laranjas são azuis. Mas Ana não foi ao cinema. Logo, laranjas são azuis.

A: Ana vai ao cinema.

L: laranjas são azuis.

Exemplo

2. Ana vai ao cinema ou laranjas são azuis. Mas Ana não foi ao cinema. Logo, laranjas são azuis.

Forma simbólica:

$A \vee L$; (Hipótese 1)

$\sim A$; (Hipótese 2)

$\therefore$ L. (Conclusão)

2. Ana vai ao cinema ou laranjas são azuis. Mas Ana não foi ao cinema. Logo, laranjas são azuis.

Forma simbólica:

$A \vee L$; (Hipótese 1)

$\sim A$; (Hipótese 2)

$\therefore$ L. (Conclusão)

Argumento Válido:

$$(A \vee L) \wedge \sim A \Rightarrow L \quad \text{(silogismo disjuntivo)}$$

Exemplo

3. Se eu fosse médico, seria rico. Não sou médico. Portanto, não sou rico.

$$(M \rightarrow R), {\sim}M \vdash {\sim}R.$$

Ou:

$(M \rightarrow R)$; (Hip. 1)

${\sim}M$; (Hip. 2)

$\therefore$ ${\sim}R$. (Tese)

Exemplo

3. Se eu fosse médico, seria rico. Não sou médico. Portanto, não sou rico.

$$(M \rightarrow R), \sim M \vdash \sim R.$$

Ou:

$(M \rightarrow R)$; (Hip. 1)

$\sim M$; (Hip. 2)

$\therefore$ $\sim R$. (Tese)

Argumento inválido:

$$(M \rightarrow R) \land \sim M \rightarrow \sim R \text{ não é tautologia}$$

Exemplo

((M→R) ∧ ~M)→~R

M	R	~M	~R	M → R	(M → R) ∧ ~M	((M → R) ∧ ~M) → ~R
V	V					
V	F					
F	V					
F	F					

$((M \rightarrow R) \wedge \sim M) \rightarrow \sim R$

M	R	~M	~R	$M \rightarrow R$	$(M \rightarrow R) \wedge \sim M$	$((M \rightarrow R) \wedge \sim M) \rightarrow \sim R$
V	V	F	F	V	F	V
V	F	F	V	F	F	V
F	V	V	F	V	V	F
F	F	V	V	V	V	V

Exemplos:

1) O argumento a seguir é válido?

“Se o anúncio for bom, o volume de vendas aumentará. O anúncio é bom, ou a loja vai fechar. O volume de vendas não vai aumentar. Portanto, a loja vai fechar.”

Exemplo

"Se o <u>anúncio for bom</u>, o <u>volume de vendas aumentará</u>. O anúncio é bom, ou <u>a loja vai fechar</u>. O volume de vendas não vai aumentar. Portanto, a loja vai fechar."

A: O anúncio é bom.

V: O volume de vendas vai aumentar.

L: A loja vai fechar.

Exemplo

"Se o anúncio for bom, o volume de vendas aumentará. O anúncio é bom, ou a loja vai fechar. O volume de vendas não vai aumentar. Portanto, a loja vai fechar."

Argumento:

$$
\begin{array}{l}
A \to V \\
A \vee L \\
\sim V \\
\therefore L
\end{array}
$$

$$[(A \to V) \wedge (A \vee L) \wedge \sim V] \to L$$