UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA

CAMPINA GRANDE, 01 DE OUTUBRO DE 2021

DEPARTAMENTO DE COMPUTAÇÃO - CCT

DISCIPLINA - CÁLCULO NUMÉRICO

PROFESSOR - PAULO CÉSAR OLIVEIRA BRITO

Atividade - II UNIDADE

01) Seja $f(x) = x^3 - x - 1$, utilize o método da bissecção com tol = 0,002 e adotando $[a_0, b_0] = [1, 2]$ como intervalo inicial.

Cálculo da primeira aproximação:

$\mathbf{X_1} = \frac{1+2}{2} = 1,5000$

$F(x_1) = 1,5^3 - 1,5 - 1$
$F(x_1) = 0,875$

Teste da parada:
$| F(x_1) | > tol$;Logo continuam os cálculos:

Cálculo da segunda aproximação:
Novo intervalo:
$F(a_0) . F(x_1) = (-1) . 0,875 = -0,875$
Como $-0,875 < 0$, definimos $[a_1, b_1] = [a_0, X_1]$, logo temos que $[a_1, b_1] = [1, 1,5]$.

$\mathbf{X_2} = \frac{1+1,5}{2} = 1,2500$

$F(x_2) = 1,25^3 - 1,25 - 1$
$F(x_2) = -0,296875$

Teste da parada:
$| F(x_2) | > tol$;Logo continuam os cálculos:

Cálculo da terceira aproximação:
Novo intervalo:
$F(a_1) . F(x_2) = (-1) . -0,296875 = 0,296875$
Como $0,296875 > 0$, definimos $[a_2, b_2] = [X_2, b_1]$, logo temos que $[a_2, b_2] = [1,25, 1,5]$.

$\mathbf{X_3} = \frac{1,25 + 1,5}{2} = 1,3750$

$F(x_3) = 1,375^3 - 1,375 - 1$
$F(x_3) = 0,224609375$

Teste da parada:
$| F(x_3) | > tol$;Logo continuam os cálculos:

Cálculo da quarta aproximação:
Novo intervalo:
$F(a_2) . F(x_3) = -0,296875 . 0,224609375 = -0,066680908203125$
Como $-0,066680908203125 < 0$, definimos $[a_3, b_3] = [a_2, X_3]$, logo temos que $[a_3, b_3] = [1,25, 1,375]$.

$\mathbf{X_4} = \frac{1,25 + 1,375}{2} = 1,3125$

$F(x_4) = 1,3125^3 -1,3125 - 1$
$F(x_4) = -0,051513671875$

Teste da parada:
$| F(x_4) | > tol$;Logo continuam os cálculos:

Cálculo da quinta aproximação:
Novo intervalo:
$F(a_3) . F(x_4) = -0,296875 . -0,051513671875 = 0,0152931213378906$
Como $0,0152931213378906 > 0$, definimos $[a_4, b_4] = [X_4, b_3]$, logo temos que $[a_4, b_4] = [1,3125, 1,375]$.

$\mathbf{X_5} = \frac{1,3125 + 1,375}{2} = 1,34375$

$F(x_5) = 1,34375^3 -1,34375 - 1$
$F(x_5) = 0,082611083984375$

Teste da parada:
$| F(x_5) | > tol$;Logo continuam os cálculos:

Cálculo da sexta aproximação:
Novo intervalo:
$F(a_4) . F(x_5)$ = -0,051513671875 . 0,082611083984375 = -0,0042556002736092
Como $-0,0042556002736092 < 0$, definimos $[a_5, b_5] = [a_4, X_5]$, logo temos que $[a_5, b_5] = [1,3125, 1,34375]$.

$\mathbf{X_6} = \frac{1,3125 + 1,34375}{2} = 1,328125$

$F(x_6) = 1,328125^3 - 1,328125 - 1$
$F(x_6)$ = 0,0145759582519531

Teste da parada:
$| F(x_6) | >$ tol ;Logo continuam os cálculos:

Cálculo da sétima aproximação:
Novo intervalo:
$F(a_5) . F(x_6)$ = -0,051513671875 . 0,0145759582519531 ≃ -7,508611306548106
Como $-7,508611306548106 < 0$, definimos $[a_6, b_6] = [a_5, X_6]$, logo temos que $[a_6, b_6] = [1,3125, 1,328125]$.

$\mathbf{X_7} = \frac{1,3125 + 1,328125}{2} = 1,3203125$

$F(x_7) = 1,3203125^3 - 1,3203125 - 1$
$F(x_7)$ = -0,0187106132507324

Teste da parada:
$| F(x_7) | >$ tol ;Logo continuam os cálculos:

Cálculo da oitava aproximação:
Novo intervalo:
$F(a_6) . F(x_7)$ = -0,051513671875 . -0,0187106132507324 ≃ 9,638523915782571
Como $9,638523915782571 > 0$, definimos $[a_7, b_7] = [X_7, b_6]$, logo temos que $[a_7, b_7] = [1,3203125, 1,328125]$.

$\mathbf{X_8} = \frac{1,3203125 + 1,328125}{2} = 1,32421875$

$F(x_8) = 1,32421875^3 - 1,32421875 - 1$
$F(x_8)$ = -0,0021279454231262

Teste da parada:
$| F(x_8) | >$ tol ;Logo continuam os cálculos:

Cálculo da nona aproximação:
Novo intervalo:
$F(a_7) \,.\, F(x_8)$ = -0,0187106132507324 . -0,0021279454231262 ≃ 3,981516383078083
Como $3,981516383078083 \ > \ 0$, definimos $[a_8, b_8] = [X_8, b_7]$, logo temos que $[a_8, b_8]$ = [$1,32421875, 1,328125$].

$\mathbf{X_9} = \frac{1,32421875 + 1,328125}{2} = 1,326171875$

$F(x_9) = 1,326171875^3 - 1,326171875 - 1$
$F(x_9)$ = 0,0062088295817375

Teste da parada:
$| F(x_9) | >$ tol ;Logo continuam os cálculos:

Cálculo da décima aproximação:
Novo intervalo:
$F(a_8) \,.\, F(x_9)$ = -0,0021279454231262 . 0,0062088295817375 ≃ -1,321205049142891
Como $-\ 1,321205049142891 \ < \ 0$, definimos $[a_9, b_9] = [a_8, X_9]$, logo temos que $[a_9, b_9]$ = [$1,32421875, 1,326171875$].

$\mathbf{X_{10}} = \frac{1,32421875 + 1,326171875}{2} = 1,3251953125$

$F(x_{10}) = 1,3251953125^3 - 1,3251953125 - 1$
$F(x_{10})$ = 0,0020366506651044

Teste da parada:
$| F(x_{10}) | >$ tol ;Logo continuam os cálculos:

Cálculo da décima-primeira aproximação:
Novo intervalo:
$F(a_9) \,.\, F(x_{10})$ = -0,0021279454231262 . 0,0020366506651044 ≃ -4,333881461315816
Como $-\ 1,321205049142891 \ < \ 0$, definimos $[a_{10}, b_{10}] = [a_9, X_{10}]$, logo temos que $[a_{10}, b_{10}]$ = [$1,32421875, 1,3251953125$].

$\mathbf{X_{11}} = \frac{1,32421875 + 1,3251953125}{2} = 1,32470703125$

$F(x_{11}) = 1,32470703125^3 - 1,32470703125 - 1$
$F(x_{11})$ = 0,0041006061900407

Teste da parada:
$| F(x_{11}) | >$ tol ;Logo continuam os cálculos:

Cálculo da décima-segunda aproximação:
Novo intervalo:
$F(a_{10})$. $F(x_{11})$ = -0,0021279454231262 . 0,0041006061900407 ≃ -8,725866174140088
Como $-8,725866174140088 < 0$, definimos $[a_{11}, b_{11}] = [a_{10}, X_{11}]$, logo temos que $[a_{11}, b_{11}] = [1,32421875,\ 1,32470703125\ ]$.

$$\mathbf{X_{12}} = \frac{1{,}32421875 + 1{,}32470703125}{2} = 1{,}324462890625$$

$F(x_{12}) = 1{,}324462890625^3 - 1{,}324462890625 - 1$
$F(x_{12}) = -0{,}0010875069856411$

Teste da parada:
Como $|F(x_{12})| <$ tol, temos o final dos cálculos e a conclusão que o resultado é X_{12}.

02) Considerando o intervalo [1, 2] e $E = 10^{-2}$, calcular o número mínimo de iterações para que tenhamos b - a < E (critério de parada)

Aplicação da fórmula:

$$K > \frac{log(b0 - a0) - log(E)}{log(2)}$$

$$K > \frac{log(1) - log(10^{-2})}{log(2)}$$

$$K > \frac{2}{log(2)}$$

$$K > 6,64386 \simeq 7$$