



1ª Prova

Cálculo Diferencial e Integral III

Professor: **Maxwell Aires da Silva**

Data: **21/12/2021**

Turno: **Noite**

Curso:

Nome:

Turma: **01**

Matrícula:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Nota: \_\_\_\_\_

1ª **Questão** Esboce algumas curvas de nível de  $f(x, y) = x^2 - 2x - y^2$ .

2ª **Questão** Esboce algumas curvas de nível de  $f(x, y) = (x - 2)^2 + (y + 3)^2$ .

3ª **Questão** Esboce algumas superfícies de nível de  $f(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2$ .

4ª **Questão** Esboce algumas superfícies de nível de  $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ .

5ª **Questão** Calcule  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4 - y^4}{x^2 + y^2}$ .

6ª **Questão** Calcule  $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} \frac{xy - y}{x^2 - x + 2xy - 2y}$ .

7ª **Questão** Mostre que o limite  $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} \frac{xy - 2x - y + 2}{x^2 + y^2 - 2x - 4y + 5}$  não existe.

8ª **Questão** Mostre que o limite  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{3xy}{5x^4 + 2y^4}$  não existe.

9ª **Questão** Sabendo que uma função é contínua em todo o seu domínio. Determine o domínio das funções dadas a seguir:

(a)  $f(x, y) = \frac{x^2}{y - 1}$ ;

(b)  $f(x, y) = \ln(25 - x^2 - y^2)$ ;

(c)  $f(x, y) = \arccos(x + y)$ ;

(d)  $f(x, y) = e^{1-xy}$ ;

(e)  $f(x, y) = \sqrt{x} \cdot e^{\sqrt{1-y^2}}$ .

10<sup>a</sup> **Questão** Se  $f(x, y) = x^2 + 2y$ ,  $g(t) = e^t$  e  $h(t) = t^2 - 3t$ , determine  $h(f(x, y))$ .

11<sup>a</sup> **Questão** Se  $f(x, y, z) = 2x + ye^z$ ,  $g(t) = t^2$  e  $h(t) = \sin t$ , determine  $f(g(t), h(t))$ .

12<sup>a</sup> **Questão** Calcule todas as derivadas parciais das funções dadas a seguir:

(a)  $f(s, t) = \frac{t}{s} - \frac{s}{t}$ ;

(b)  $f(x, y) = xe^y + y\operatorname{sen}x$ ;

(c)  $f(x, y) = e^x \ln(xy)$ ;

(d)  $f(t, v) = \ln \left( \frac{t+v}{t-v} \right)$ ;

(e)  $f(u, w) = \arctan \left( \frac{u}{w} \right)$ .

13<sup>a</sup> **Questão** Sendo  $\mathcal{S}$  a área da superfície do corpo de um ser humano, então  $\mathcal{S}(w, h) = 2w^{0,4}h^{0,7}$ , em que  $w$  é a massa e  $h$  é a altura da pessoa. Se  $w = 70 \text{ kg}$  e  $h = 1,8 \text{ m}$ , determine  $\frac{\partial \mathcal{S}}{\partial w}$  e  $\frac{\partial \mathcal{S}}{\partial h}$  e interprete o resultado obtido.

14<sup>a</sup> **Questão** O volume  $\mathcal{V}$  de um cilindro circular reto é dado pela expressão  $\mathcal{V}(r, h) = \pi r^2 h$ , em que  $r$  é o raio e  $h$  é a altura. Determine:

(a) A taxa de variação instantânea de  $\mathcal{V}$  em relação a  $r$  se  $r$  variar e  $h$  permanecer constante;

(b) A taxa de variação instantânea de  $\mathcal{V}$  em relação a  $h$  se  $h$  variar e  $r$  permanecer constante;

(c) Suponha que  $h$  tenha um valor constante de  $4 \text{ cm}$ , mas que  $r$  varie. Determine a taxa de variação de  $\mathcal{V}$  em relação a  $r$  no ponto onde  $r = 6 \text{ cm}$ ;

(d) Suponha que  $r$  tenha um valor constante de  $8 \text{ cm}$ , mas que  $h$  varie. Determine a taxa de variação de  $\mathcal{V}$  em relação a  $h$  no ponto onde  $h = 10 \text{ cm}$ .

15<sup>a</sup> **Questão** A Lei dos Gases Ideais pode ser enunciada como

$$PV = knT,$$

em que  $n$  é o número de moléculas do gás,  $V$  é o volume,  $T$  é a temperatura,  $P$  é a pressão e  $k$  é uma constante. Mostre que

$$\frac{\partial V}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial P} \cdot \frac{\partial P}{\partial V} = -1.$$

16<sup>a</sup> **Questão** Mostre que as funções  $\mathcal{U}$ ,  $\mathcal{V}$  dadas a seguir verificam às **Equações de Cauchy-Riemann**

$$\mathcal{U}_x = \mathcal{V}_y \text{ e } \mathcal{U}_y = -\mathcal{V}_x.$$

$$(a) \begin{cases} \mathcal{U}(x, y) = x^2 - y^2 \\ \mathcal{V}(x, y) = 2xy \end{cases} ;$$

$$(b) \begin{cases} \mathcal{U}(x, y) = \frac{y}{x^2 + y^2} \\ \mathcal{V}(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2} \end{cases} ;$$

$$(c) \begin{cases} \mathcal{U}(x, y) = e^x \cos y \\ \mathcal{V}(x, y) = e^x \sin y \end{cases} ;$$

$$(d) \begin{cases} \mathcal{U}(x, y) = \cos x \cosh y \\ \mathcal{V}(x, y) = \sin x \sinh y \end{cases} .$$

... “Pela fé entendemos que os mundos pela palavra de Deus foram criados; de maneira que aquilo que se vê não foi feito do que é aparente.” ...  
Hebreus 11.3