

Lógica para Computação

Aula: Lógica de Predicados (Parte II)

Prof.º Me. Paulo César Oliveira Brito

Regras de Inferência para Predicados Quantificados

O cálculo dos predicados usa as mesmas regras do cálculo proposicional. Assim, o cálculo proposicional é um caso particular do cálculo dos predicados que possui, além disso, regras de introdução e eliminação para os quantificadores.

Regras de Inferência para Predicados Quantificados

Eliminação Universal (EU): A regra de eliminação do quantificador universal estabelece que o que é verdadeiro para qualquer coisa deve ser verdadeiro, também, para um indivíduo particular.

Regras de Inferência para Predicados Quantificados

Exemplo 1. Formalize e prove o seguinte argumento: “Todos os homens são mortais. Sócrates é um homem. Portanto, Sócrates é mortal.”

Regras de Inferência para Predicados Quantificados

Exemplo 1. Formalize e prove o seguinte argumento: “Todos os homens são mortais. Sócrates é um homem. Portanto, Sócrates é mortal.”

Linha	Proposição	Justificativa
1	$\forall x (Hx \rightarrow Mx)$	P (premissa)
2	Hs	P (premissa)
3	$Hs \rightarrow Ms$	1 EU
4	Ms	2,3 MP

Regras de Inferência para Predicados Quantificados

Exemplo 2. Todo gasparense é catarinense. Todo catarinense é brasileiro. Deschamps é gasparense. Logo, Deschamps é brasileiro.

Regras de Inferência para Predicados Quantificados

Exemplo 2. Todo gasparense é catarinense. Todo catarinense é brasileiro. Deschamps é gasparense. Logo, Deschamps é brasileiro.

Linha	Proposição	Justificativa
1	$\forall x (Gx \rightarrow Cx)$	P (premissa)
2	$\forall x (Cx \rightarrow Bx)$	P (premissa)
3	Gd	P (premissa)
4	$Gd \rightarrow Cd$	1 EU
5	$Cd \rightarrow Bd$	2 EU
6	Cd	3,4 MP
7	Bd	5,6 MP

Regras de Inferência para Predicados Quantificados

Exemplo 3. Se todos são felizes, então todos gostam de viver bem. Alex não gosta de viver bem. Portanto, nem todos são felizes.

Regras de Inferência para Predicados Quantificados

Exemplo 3. Se todos são felizes, então todos gostam de viver bem. Alex não gosta de viver bem. Portanto, nem todos são felizes.

$$\forall x Fx \rightarrow \forall x Gx, \neg Ga \therefore \neg \forall x Fx$$

Linha	Proposição	Justificativa
1	$\forall x Fx \rightarrow \forall x Gx$	P (premissa)
2	$\sim Ga$	P (premissa)
3	$\forall x Fx$	H (para RAA)
4	$\forall x Gx$	1,3 MP
5	Ga	2 EU
6	$Ga \wedge \sim Ga$	2,5 $\wedge I$
7	$\sim \forall x Fx$	3,6 RAA

Regras de Inferência para Predicados Quantificados

Exemplo 4. Todos os homens são mortais. Apolo é imortal. Portanto, Apolo não é um homem.

Regras de Inferência para Predicados Quantificados

Exemplo 4. Todos os homens são mortais. Apolo é imortal. Portanto, Apolo não é um homem.

$$\forall x(Hx \rightarrow Mx), \neg Ma \therefore \neg Ha$$

Linha	Proposição	Justificativa
1	$\forall x Hx \rightarrow Mx$	P (premissa)
2	$\sim Ma$	P (premissa)
3	$Ha \rightarrow Ma$	1 EU
4	$\sim Ha$	2,3 MT

Regras de Inferência para Predicados Quantificados

Introdução Universal (IU): Introduzir o quantificador universal significa generalizar. Como não se pode generalizar a partir de casos particulares, existe a exigência de que o indivíduo α não ocorra em qualquer premissa ou hipótese vigente, mas é anônimo, significando que pode tratar-se de qualquer um do universo. Tudo se passa como se o indivíduo α já fosse uma variável.

Regras de Inferência para Predicados Quantificados

Exemplo 5. Formalize e prove o argumento: “Todo gasparense é catarinense. Todo catarinense é brasileiro. Logo, todo gasparense é brasileiro.”

Regras de Inferência para Predicados Quantificados

Exemplo 5. Formalize e prove o argumento: “Todo gasparense é catarinense. Todo catarinense é brasileiro. Logo, todo gasparense é brasileiro.”

$$\forall x(Gx \rightarrow Cx), \forall x(Cx \rightarrow Bx) \therefore \forall x(Gx \rightarrow Bx)$$

Linha	Proposição	Justificativa
1	$\forall x Gx \rightarrow Cx$	P (premissa)
2	$\forall x Cx \rightarrow Bx$	P (premissa)
3	$Ga \rightarrow Ca$	1 EU
4	$Ca \rightarrow Ba$	2 EU
5	$Ga \rightarrow Ba$	3, 4 SH
6	$\forall x Gx \rightarrow Bx$	5 IU

Regras de Inferência para Predicados Quantificados

Exemplo 6. $\forall x(Fx \wedge Gx) \therefore \forall xFx \wedge \forall xGx$

Regras de Inferência para Predicados Quantificados

Exemplo 6. $\forall x(Fx \wedge Gx) \therefore \forall xFx \wedge \forall xGx$

Linha	Proposição	Justificativa
1	$\forall x Fx \wedge Gx$	P (premissa)
2	$Fa \wedge Ga$	1 EU
3	Fa	2 \wedge E
4	$\forall x Fx$	3 IU
5	Ga	2 EU
6	$\forall x Gx$	5 IU
7	$\forall x Fx \wedge \forall x Gx$	4,6 \wedge I

Regras de Inferência para Predicados Quantificados

Exemplo 7. $\forall x(Fx \rightarrow (Gx \vee Hx)), \forall x \neg Gx \therefore \forall x Fx \rightarrow \forall x Hx$

Regras de Inferência para Predicados Quantificados

Exemplo 7. $\forall (Fx \rightarrow (Gx \vee Hx)), \forall x \neg Gx \therefore \forall x Fx \rightarrow \forall x Hx$

Linha	Proposição	Justificativa
1	$\forall x (Fx \rightarrow (Gx \vee Hx))$	P (premissa)
2	$\forall x \neg Gx$	P (premissa)
3	$\forall x Fx$	H (para PC)
4	Fa	3 EU
5	$Fa \rightarrow Ga \vee Ha$	1 EU
6	$Ga \vee Ha$	4,5 MP
7	$\neg Ga$	2 EU
8	Ha	6,7 SD
9	$\forall x Hx$	8 IU
10	$\forall x Fx \rightarrow \forall x Hx$	3-9 PC