

Lógica para Computação

Aula: Argumento (Parte III)

Prof.º Me. Paulo César Oliveira Brito

Regras hipotéticas de inferência

As duas regras de inferência que ainda faltam, a prova do condicional e redução ao absurdo, diferem das outras, pois empregam **raciocínio hipotético**.

Regras hipotéticas de inferência

Raciocínio hipotético é um raciocínio baseado em uma hipótese, uma suposição feita a fim de mostrar que uma conclusão particular segue daquela suposição. De modo diferente de outras suposições de uma prova, as hipóteses não são declaradas como verdadeiras. Elas são “artifícios lógicos”, as quais acolhemos, temporariamente, como um tipo especial de estratégia de prova.

Prova do Condicional (PC)

Dada uma derivação de uma fbf ψ a partir de uma hipótese ϕ , podemos descartar a hipótese e inferir $\phi \rightarrow \psi$.

Numa prova que embute raciocínio hipotético, uma linha vertical marca sua duração: inicia com o lançamento de uma hipótese ϕ .

Prova do Condicional (PC)

No caso da PC, ela termina quando outra fbf ψ desejada é derivada. Na linha seguinte, lançamos a conclusão $\phi \rightarrow \psi$ da PC. Justificamos com "m-n PC", onde m-n é o intervalo de linhas de duração do raciocínio hipotético.

Na prática, para mostrar a validade de argumentos do tipo

$$P1, P2, \dots Pn \vdash Q \rightarrow R$$

Prova do Condicional (PC)

Onde a conclusão é uma condicional basta mostrar a validade do argumento

$$P1, P2, \dots Pn, Q \vdash R$$

onde o antecedente da conclusão condicional foi adicionado às premissas.

Prova do Condicional (PC)

Exemplo:

$I, (I \wedge C) \rightarrow \neg S, \neg S \rightarrow \neg A \vdash C \rightarrow \neg A$

Note que a conclusão é uma proposição condicional que deve ser criada, pois não se encontra em parte alguma, dentro das premissas. Quando isso ocorre, a PC é recomendada.

Prova do Condicional (PC)

Prova: $I, (I \wedge C) \rightarrow \neg S, \neg S \rightarrow \neg A \vdash C \rightarrow \neg A$

Linha	Proposição	Justificativa
1	I	P(premissa)
2	$(I \wedge C) \rightarrow \neg S$	P(premissa)
3	$\neg S \rightarrow \neg A$	P(premissa)
4	C	H (para PC) <-inclusão
5	$I \wedge C$	1,4 $\wedge I$
6	$\neg S$	2,5 MP
7	$\neg A$	3,6 MP
8	$C \rightarrow \neg A$	4-7 PC <-introduziu a condic.

Raciocínio Hipotético

Quando usamos o raciocínio hipotético, as regras a seguir devem ser observadas:

- cada hipótese introduz numa prova o início de uma nova linha vertical;
- nenhuma ocorrência de uma fórmula à direita de uma linha vertical pode ser usada em qualquer regra aplicada depois que terminar a linha vertical;
- se duas ou mais hipóteses são vigentes simultaneamente, então a ordem na qual elas são descartadas deve ser a ordem inversa de sua introdução;
- uma prova não está completa até que todas as hipóteses sejam descartadas.

Redução por Absurdo (RAA)

A última regra de inferência recebe o nome de redução ao absurdo (RAA). Para ela, é necessário derivar uma contradição. O raciocínio hipotético encerra quando uma contradição é alcançada. Uma **contradição** é qualquer fbf da forma $\varphi \wedge \neg\varphi$. Sua principal característica é que ela sempre é falsa. Dessa forma, se a partir da hipótese alcançamos uma contradição, a hipótese é inválida, e assim, inferimos sua negação como válida.

Dada uma derivação de uma contradição a partir de uma hipótese φ , podemos descartar a hipótese e inferir $\neg\varphi$.

Redução por Absurdo (RAA)

Exemplo: $P \rightarrow Q, \neg Q \vdash \neg P$ (Regra derivada MODUS TOLLENS)

Prova:

Linha	Proposição	Justificativa
1	$P \rightarrow Q$	P(premissa)
2	$\neg Q$	P(premissa)
3	P	H (para RAA) <-inclusão
4	Q	1,3 MP
5	$Q \wedge \neg Q$	2,4 $\wedge I$
6	$\neg P$	3-5 RAA

Regras Derivadas

Regras derivadas

As dez regras básicas de inferência são completas, no sentido de que elas geram uma prova para cada uma das muitas formas válidas expressas na linguagem da lógica proposicional. Porém, é útil ter outras. Essas novas regras não nos habilitam a provar algo novo que não possa ser provado somente pelas dez regras básicas, mas nos ajudam a simplificar as provas.

Regra	Nome
$\varphi \rightarrow \psi, \psi \rightarrow \chi \vdash \varphi \rightarrow \chi$	Silogismo Hipotético (SH)
$\varphi \rightarrow \psi, \neg\psi \vdash \neg\varphi$	Modus Tollens (MT)
$\varphi, \neg\varphi \vdash \psi$	Contradição (CONTRAD)
$\varphi \vee \psi, \neg\psi \vdash \varphi$	Silogismo Disjuntivo (SD)
$\varphi \vee \psi, \varphi \rightarrow \chi, \psi \rightarrow \theta \vdash \chi \vee \theta$	Dilema Construtivo (DC)