Lógica para Computação

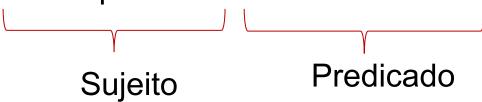
Aula: Lógica de Predicados (Parte I)

Prof.º Me. Paulo César Oliveira Brito

Introdução

Proposição:

"O computador 4 está com defeito."



"O computador está com defeito."

"x está com defeito."

Predicado: está com defeito.

Variável: x.

(Qual?)

(Sentença aberta)

Proposição Aberta

Proposição aberta: é uma proposição que depende de uma ou mais variáveis, por exemplo:

```
"O quadrado de x é 81."
```

"O número x é primo."

"x é pai de y."

"x + y = 2x + z."

Proposição Aberta

Em geral, o valor lógico de uma proposição aberta depende dos valores das variáveis que nela ocorrem.

Exemplo:

"x é menor que y"

É verdadeira se os valores lógico de x e y forem 11 e 38. Mas é falsa se os valores forem 40 e 32.

No cálculo de predicados, trabalhamos com sentenças abertas que, a princípio, não podem ser classificadas como proposições.

Assim, fazemos a introdução de quantificadores para que os predicados (agora quantificados) possam funcionar como proposições e se apliquem as regras do cálculo proposicional.

Dada uma proposição, o predicado será indicado com uma letra maiúscula do alfabeto latino e o sujeito com letra minúscula colocada à direita da primeira.

Exemplos:

- 1)Amanda é responsável pelo destaque: Ra.
- 2)Lucas não foi um bom profissional: ¬Pa.
- 3)Eles foram ao baile: Be.

P (x): significa que a variável x tem a propriedade ou predicado P.

Dados os valores das variáveis, o predicado assume um valor lógico (F ou V).

Exemplo:

"A pessoa é alta."

Domínio: Todas as pessoas;

Predicado: Ser alto;

P(x): x é alto; --- representação do Predicado de x

P(Pedro): Pedro é alto. (V ou F)

"A pessoa é alta." (proposição aberta)

"Todas as pessoas são altas." (proposição quantificada)

"Existem pessoas altas." (proposição quantificada)

Quantificadores

Quantificadores são palavras/expressões que referem a quantidades tais como "todos" e "alguns" e indicam para quantos elementos do domínio um dado predicado é verdadeiro. Também pode ser definido, como operadores lógicos que, quando acrescentados aos predicados, obtemos proposições que se referem a todo um conjunto ou a uma parte dele.

- Quantificador universal;
- Quantificador existencial.

Quantificadores

Exemplos:

- 1)Todos que prestaram concurso foram contratados.
- 2)Alguns dos que prestaram concurso foram contratados.

Símbolos lógicos:

- Operadores lógicos: "¬", "∧", "∨", "→", "↔".
- Quantificadores: "∀", "∃".
- Parênteses: "(' , ')".

Símbolos não-lógicos:

- Letras nominais: letras minúsculas de "a" até "t".
- Variáveis: letras minúsculas de "u" a "z".
- Letras predicativas: letras maiúsculas: "P", "Q", "R" ...

Exemplos:

1) Todos os homens são mortais. Sócrates é um homem. Portanto Sócrates é mortal.

$$\forall x (Hx \rightarrow Mx), Hs \vdash Ms.$$

2) Existem pessoas que não gostam de viver.

$$\exists x (Px \land \neg Vx).$$

Uma fórmula atômica é uma letra predicativa seguida por zero ou mais letras nominais. (Fa) Fórmulas atômicas formadas por zero letras nominais são exatamente as letras sentenciais do cálculo proposicional. O conceito de fbf do cálculo dos predicados é definido pelas seguintes regras de formação:

- 1. Toda fórmula atômica (Px) é uma fbf.
- 2. Se Px é uma fbf, então, ¬ Px é uma fbf.
- 3. Se Px e Qx são fbf, então, (Px \land Qx), (Px \lor Qx), (Px \rightarrow Qx) e (Px \leftrightarrow Qx) são fbf.
- 4. Se Px é uma fbf, então, também serão:

$$\forall x (Px), \exists x (Px)$$

Um enunciado da forma "Todo S é P" pode ser expresso com o uso da letra "x" para denotar uma variável para representar objetos individuais. Assim, expressamos o enunciado por:

Qualquer que seja x, se x é S, então x é P.

Adotamos o símbolo "∀" para representar "qualquer que seja" ou "para todo".

Quantificador universal: ∀

Lê-se: "para todo", "para qualquer". (∀x) P(x).

Esse símbolo chama-se **quantificador universal**. Em vez de escrever "x é S", escrevemos "Sx" e, de modo análogo, o enunciado se torna:

$$\forall x (Sx \rightarrow Px).$$

Exemplos:

"Todo gato é mamífero."

Para todo x, se x for um gato, então x é mamífero.

Predicados:

G(x): x é gato.

M(x): x é mamífero.

$$(\forall x) G(x) \rightarrow M(x).$$

Exemplos:

"Todo bytes têm oito bits."

Para todo x, se x for um byte, então x tem oito bits.

$$(\forall x) \text{ byte}(x) \rightarrow \text{oito_bits}(x).$$

Quantificador Existencial

Já enunciados da forma "algum S é P" necessitam de um **quantificador existencial** denotado pelo símbolo "∃", que pode significar: "algum", "existe", "para algum". Assim, "algum

S é P" é expresso como $\exists x (Sx \land Px)$.

Uma proposição do tipo "algum S não é P", nessa notação, fica:

 $\exists x (Sx \land \neg Px).$

Quantificador Existencial: 3

Lê-se: "existe um"; "existe algum";

"há pelo menos um"; "para algum".

 $(\exists x)P(x).$

Quantificador Existencial

Exemplos:

1) "Existe algum político honesto".

Ou seja,

Para pelo menos um x, x é um político e x é honesto.

Ou ainda,

 $(\exists x) (Político(x) \land Honesto(x)).$