

Lógica para Computação

Aula: Tabelas Verdades, Equivalências e Implicações

Prof.º Me. Paulo César Oliveira Brito



Equivalências Lógicas

P e Q são logicamente equivalentes se, somente se, $p \leftrightarrow q$ for tautologia.

Notação:

$$P \Leftrightarrow Q \text{ ou } P \equiv Q$$

Assim, dadas duas proposições compostas P e Q , dizemos que ocorre uma equivalência lógica entre P e Q quando suas tabelas verdade forem idênticas.

Equivalências Lógicas

Exemplos:

1) Verifique que $\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$.

p	q	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$	$\sim(p \wedge q) \leftrightarrow \sim p \vee \sim q$
V	V						
V	F						
F	V						
F	F						

Equivalências Lógicas

Exemplos:

1) Verifique que $\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$.

p	q	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$	$\sim(p \wedge q) \leftrightarrow \sim p \vee \sim q$
V	V	V	F	F	F	F	V
V	F	F	V	F	V	V	V
F	V	F	V	V	F	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V

Equivalências Lógicas Importantes

Comutatividade	$p \wedge q \equiv q \wedge p$	$p \vee q \equiv q \vee p$
Associatividade	$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$	$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$
Distributividade	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
Identidade	$p \wedge t \equiv p$	$p \vee c \equiv p$
Negação	$p \vee \neg p \equiv t$	$p \wedge \neg p \equiv c$
Dupla negação	$\neg(\neg p) \equiv p$	
Idempotência	$p \wedge p \equiv p$	$p \vee p \equiv p$
De Morgan	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$	$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
Limite universal	$p \vee t \equiv t$	$p \wedge c \equiv c$
Absorção	$p \vee (p \wedge q) \equiv p$	$p \wedge (p \vee q) \equiv p$
Negações	$\neg t \equiv c$	$\neg c \equiv t$

Lei da Dupla Negação

Notação: $\sim(\sim p) \equiv p$

Exemplo:

Não é verdade que Antônio **não** tem o equipamento \equiv
Antônio tem o equipamento.

Notação: $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$

Exemplo:

“O aparelho está velho e danificado.”

p: O aparelho está velho.

q: O aparelho está danificado.

Negação:

Notação: $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$

Exemplo:

“Não é verdade que O aparelho está velho e danificado.”

p: O aparelho está velho.

q: O aparelho está danificado.

Negação:

O aparelho **não** está velho **ou não** está danificado.

Notação: $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$

Exemplo:

“O aparelho está velho ou danificado.”

p: O aparelho está velho.

q: O aparelho está danificado.

Negação:

Notação: $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$

Exemplo:

“Não é verdade que O aparelho está velho ou danificado.”

p: O aparelho está velho.

q: O aparelho está danificado.

Negação:

O aparelho **não** está velho **e não** está danificado.

Notação: $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$

p	q	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge \sim q$	$\sim(p \vee q) \leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$
V	V	V	F	F	F	F	V
V	F	V	F	F	V	F	V
F	V	V	F	V	F	F	V
F	F	F	V	V	V	V	V

Princípio da Contrapositiva

Princípio da Contrapositiva

$$p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$$

Exemplo:

$p \rightarrow q$: Se hoje é Páscoa então amanhã é segunda-feira.

$\neg q \rightarrow \neg p$: Se amanhã não é segunda-feira então hoje não é Páscoa.

Princípio da Contrapositiva

Exemplo:

P: “Se está matriculado no curso, então pode participar da palestra”. $(p \rightarrow q)$

Contrapositiva de $(p \rightarrow q)$: $\sim q \rightarrow \sim p$.

Princípio da Contrapositiva

Exemplo:

Proposição: “Se está matriculado no curso, então pode participar da palestra”.

$(p \rightarrow q)$

p: Está matriculado no curso

q: Pode participar da palestra

Contrapositiva de $(p \rightarrow q)$: $\sim q \rightarrow \sim p$.

P \equiv “Se não pode participar da palestra, então não está matriculado no curso”.

Princípio da Contrapositiva

Exemplo:

P: “Se está matriculado no curso, então pode participar da palestra”. $(p \rightarrow q)$

$$(p \rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q)$$

Princípio da Contrapositiva

Exemplo:

P: “Se está matriculado no curso, então pode participar da palestra”. $(p \rightarrow q)$

$$(p \rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q)$$

p: Está matriculado no curso

q: Pode participar da palestra

P \equiv “Não está matriculado no curso **ou** pode participar da palestra”. $(\sim p \vee q)$

Princípio da Contrapositiva

Exemplo: Negação da condicional:

P: “Se está matriculado no curso, então pode participar da palestra”. $(p \rightarrow q)$

Negação da condicional: $\sim(p \rightarrow q) \equiv (p \wedge \sim q)$.

Princípio da Contrapositiva

Exemplo: Negação da condicional:

P: “Se está matriculado no curso, então pode participar da palestra”. $(p \rightarrow q)$

Negação da condicional: $\sim(p \rightarrow q) \equiv (p \wedge \sim q)$.

$\sim \mathbf{P} \equiv$ Está matriculado no curso **e não** pode participar da palestra. $(p \wedge \sim q)$

Princípio da Contrapositiva

Exemplo:

Escrever a contrapositiva da seguinte condicional:

“**Se** a sintaxe de um programa está errada **ou se** a execução do programa resulta em divisão por zero, **então** o computador irá gerar uma mensagem de erro”.

Princípio da Contrapositiva

Exemplo:

Escrever a contrapositiva da seguinte condicional:

“Se a sintaxe de um programa está errada ou se a execução do programa resulta em divisão por zero, então o computador irá gerar uma mensagem de erro”.

p: a sintaxe de um programa está errada.

q: a execução do programa resulta em divisão por zero.

r: o computador gera uma mensagem de erro.

$$(p \vee q) \rightarrow r$$

Princípio da Contrapositiva

Se a sintaxe de um programa está errada **ou se** a execução do programa resulta em divisão por zero, **então** o computador irá gerar uma mensagem de erro.

$$(p \vee q) \rightarrow r \equiv \sim r \rightarrow \sim (p \vee q)$$

Princípio da Contrapositiva

Se a sintaxe de um programa está errada **ou se** a execução do programa resulta em divisão por zero, **então** o computador irá gerar uma mensagem de erro.

$$(p \vee q) \rightarrow r \equiv \sim r \rightarrow \sim(p \vee q)$$

Contrapositiva:

Se o computador não gerar mensagem de erro, **então** a sintaxe do programa está correta **ou** a execução do programa não resulta em divisão por zero”.