

	CCT – Departamento de Matemática
	Componente Curricular: Cálculo Diferencial e Integral II Profª: Joselma
	Aluno(a): Lucas de Lucena Siqueira

**Atividade Avaliativa – Valendo 4,0 (Unidade I)**

1. Calcule a integral abaixo, usando Integração por Frações Parciais:

$$\int \frac{x-1}{x^3+x^2+4x+4} dx$$

$$\begin{aligned}
 1 - \int \frac{x-1}{x^3+x^2+4x+4} dx &= \int -\frac{2}{5(x+1)} + \frac{2x+3}{5(x^2+4)} dx \\
 &= \int -\frac{2}{5(x+1)} dx + \int \frac{2x+3}{5(x^2+4)} dx \\
 &= -\frac{2}{5} \cdot \ln(|x+1|) + \frac{1}{5} \cdot \ln(x^2+4) + \frac{3 \arctan\left(\frac{x}{2}\right)}{10} + C
 \end{aligned}$$

Seja o denominador parcializado:

$$\begin{aligned}
 \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2+4} \\
 \Rightarrow \frac{x-1}{(x+1)(x^2+4)} &= \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2+4} \\
 x-1 &= (x^2+4)A + (x+1)(Bx+C) \\
 x-1 &= Ax^2+4A+Bx^2+Cx+Bx+C \\
 x-1 &= Ax^2+Bx^2+Cx+Bx+4A+C \\
 x-1 &= (A+B)x^2 + (C+B)x + (4A+C) \\
 \begin{cases} -1 = 4A+C \\ 1 = C+B \\ 0 = A+B \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} A = -\frac{2}{5} \\ B = \frac{2}{5} \\ C = \frac{3}{5} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Substituição dos valores:

$$-\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{x+1} + \frac{2x+3}{5(x^2+4)}$$

$$-\frac{2}{5(x+1)} + \frac{2x+3}{5(x^2+4)}$$

Solucão das integrais:

$$-\int \frac{2}{5(x+1)} dx = -\frac{2}{5} \int \frac{1}{x+1} dx$$

Seja  $t = x+1$ :

$$= -\frac{2}{5} \int \frac{1}{t} dt = -\frac{2}{5} \cdot \ln(|x+1|) + C$$

--- // --- // --- // --- //

$$\int \frac{2x+3}{5(x^2+4)} dx = \frac{1}{5} \int \frac{2x+3}{x^2+4} dx$$

$$= \frac{1}{5} \int \frac{2x}{x^2+4} + \frac{3}{x^2+4} dx$$

$$= \frac{1}{5} \left( \int \frac{2x}{x^2+4} dx + \int \frac{3}{x^2+4} dx \right)$$

$$= \frac{1}{5} \left( \ln(x^2+4) + \frac{3 \arctan\left(\frac{x}{2}\right)}{2} \right) + C$$

$$= \frac{1}{5} \cdot \ln(x^2+4) + \frac{3 \arctan\left(\frac{x}{2}\right)}{10} + C$$

2. Calcule as integrais abaixo:

a)  $\int_0^{\pi} \cos(5x) \cos(8x) dx$

b)  $\int \cos^5(3-3x) dx$

c)  $\int_0^4 |x^2 - 3x + 2| dx$

$$2 - a) \int_0^{\pi} \cos(5x) \cos(8x) dx$$

Integral indefinido:

$$\begin{aligned} & \int \cos(5x) \cos(8x) dx \\ &= \int \frac{1}{2} \cdot (\cos(-3x) + \cos(13x)) dx \\ &= \int \frac{1}{2} \cdot (\cos(3x) + \cos(13x)) dx \\ & \quad \text{(Simplificamos pela simetria das funções trigonométricas.)} \\ &= \frac{1}{2} \left( \int \cos(3x) dx + \int \cos(13x) dx \right) \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{\sin(3x)}{3} + \frac{\sin(13x)}{13} \right) + C \\ &= \boxed{\frac{\sin(3x)}{6} + \frac{\sin(13x)}{26} + C} \end{aligned}$$

$$A = \left( \frac{\sin(3x)}{6} + \frac{\sin(13x)}{26} \right) \Bigg|_0^{\pi}$$

$$A = \frac{\sin(3\pi)}{6} + \frac{\sin(13\pi)}{26} - \left( \frac{\sin(0)}{6} + \frac{\sin(0)}{26} \right)$$

$$A = \frac{0}{6} + \frac{0}{26} - \left( \frac{0}{6} + \frac{0}{26} \right)$$

$$\boxed{A = 0}$$

Solução dos integrais:

$$\int \frac{\cos(3x)}{3} dx = \int \frac{\cos(t)}{3} dt = \frac{1}{3} \int \cos(t) dt$$

sendo  $t = 3x$

$$= \frac{1}{3} \cdot \sin(t) = \boxed{\frac{\sin(3x)}{3}}$$

$$\int \frac{\cos(13x)}{13} dx = \int \frac{\cos(t)}{13} dt = \frac{1}{13} \int \cos(t) dt$$

sendo  $t = 13x$

$$= \frac{1}{13} \cdot \sin(t) = \boxed{\frac{\sin(13x)}{13}}$$