Universidade Federal do ABC

Laboratório de Guiagem, Navegação e Controle

Ground Track

Professor

[redacted]

Alunos

[redacted]

São Bernardo do Campo
2 de maio de 2023

Sumário

Resumo

O presente relatório consiste em apresentar, explicar, desenvolver e relatar as ideias e processos necessários para realizar o que chamamos de ground track ou rota no solo, ao passo que introduz conceitos como o sistema de tempo, essencial para localizar um V/E. Importante ressaltar que os conceitos que aqui serão devidamente apresentados e discutidos são de alta importância, ao passo que a trajetória na superfície terrestre indica possíveis rotas de comunicação com o satélite, por exemplo. Destacando a relevância da navegação e controle dos veículos espaciais, a fim de adequá-los ao objetivo da missão de maneira otimizada.

Introdução

No presente relatório é realizado o processo de determinar a localização de um ponto ao redor da Terra, de modo a receber dados geográficos, como latitude e longitude e dados temporais, para obter coordenadas no sistema geocêntrico inercial. Além disso também é apresentando um dos principais problemas em navegação e guiagem, determinar a posição e a trajetória de um veículo espacial e visualizar sua órbita no plano da Terra, ou seja, realizar o chamado ground track, uma representação em duas dimensões, sendo assim, representando a latitude e longitude do objeto evidenciando a sua trajetória sobre a Terra.

1 Fundamentação teórica

Para total entendimento dos conceitos utilizados ao longo do relatório é voltado a apresentação de determinados conceitos básicos como o entendimento do two lines, sistemas de coordenadas e sistema temporal para que assim possa-se iniciar o aprofundamento da teoria.

1.1 Two Lines

O twolines é um conjunto de dados separados em duas linhas que apresenta uma lista de elementos orbitais de um dado objeto em órbita na Terra para um determinado ponto no tempo, conforme apresentado pela figura abaixo

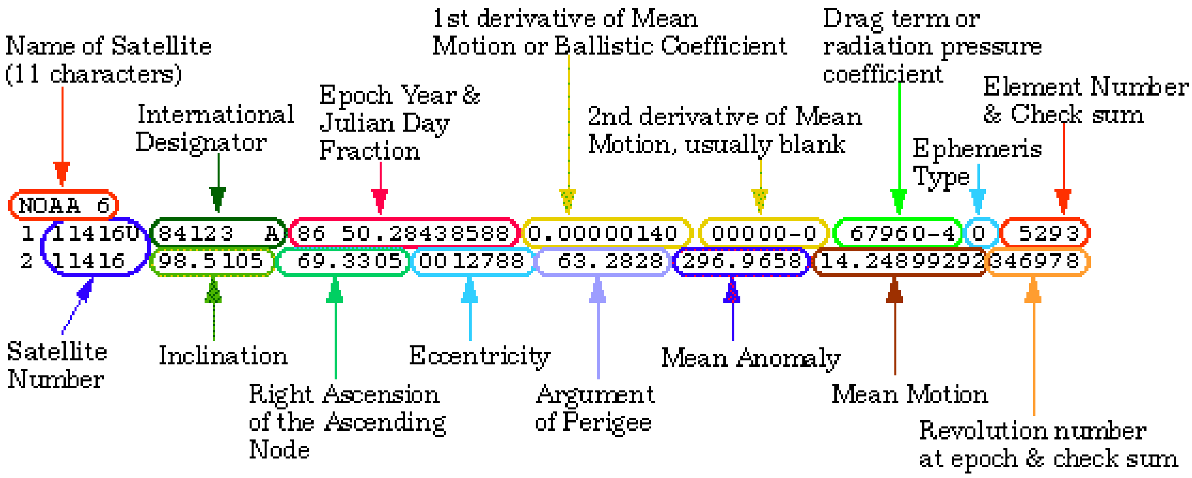

Figura 1.1: Two lines - Elementos orbitais.

1.2 Localização de um ponto

1.2.1 Princípios Fundamentais

Essencial para determinar a localização do ponto, a rotação dos sistemas de coordenadas para realizar a sua transformação e assim obter um resultado final coerente é utilizada. Para tanto mostra-se a seguir a rotação em torno do eixo Z, comum aos sistemas que serão descritos a seguir.

$$R_{z_o} = \begin{bmatrix} cos(\theta) & sin(\theta) & 0 \\ -sin(\theta) & cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{1.1}$$

1.2.2 Sistema de coordenadas

Com auxílio da Figura 1.2 pode-se melhor visualizar os eixos e planos que definem os sistemas de coordenadas a seguir

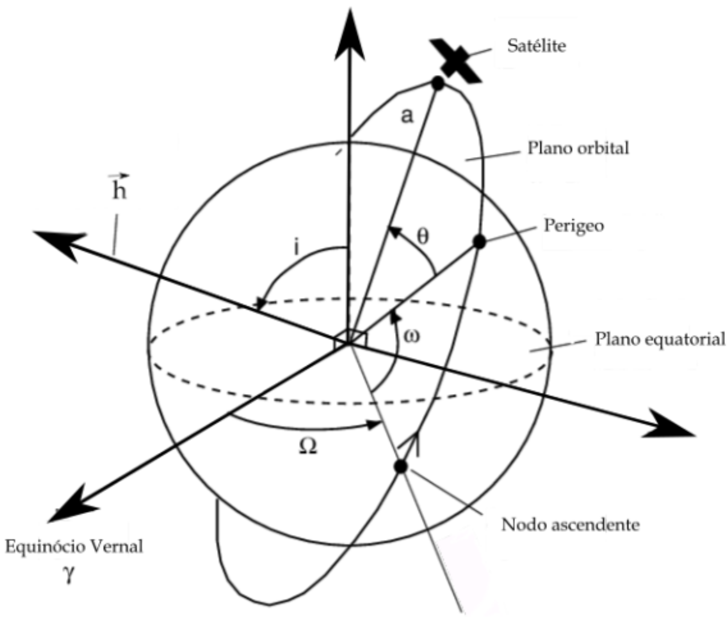

Figura 1.2: Parâmetros orbitais.

1.2.2.1 Sistema de coordenada Inercial

Este sistema tem origem no centro de massa da Terra, de modo que o eixo **x** aponta para o equinócio vernal, definindo um plano com **y** chamado de plano equatorial enquanto que o eixo **z** aponta para o polo norte celestial, ou seja, na direção do eixo de rotação da Terra.

1.2.2.2 Sistema Cartesiano Terrestre

A origem do sistema cartesiano terrestre é o centro de gravidade da Terra e o eixo **z** está apontado para o polo norte, eixo de rotação terrestre. O eixo **x** deste sistema está direcionado ao ponto de interseção entre o meridiano de Greenwich e o equador e o eixo **y** está a 90° do eixo **x** no sentido direto. Sendo possível representar o posicionamento por meio de dois ângulos: a longitude terrestre e a latitude geocêntrica, ângulo este que é medido entre o plano do equador e a linha que liga o centro do elipsoide de referência, neste caso a Terra, e a intersecção da superfície do elipsoide e a normal ao plano tangente tocando a superfície

1.2.2.3 Sistema Cartesiano Geográfico

Este sistema se utiliza dos mesmos eixos de referência que o Sistema Cartesiano Terrestre, contudo se diferencia por utilizar no posicionamento o ângulo latitude geodésico, ângulo este que é medido entre o plano do equador e a direção do ponto em questão, passando perpendicularmente pelo plano tangente à superfície do elipsoide.

1.2.2.4 Relação entre coordenadas cartesianas e geográficas

Por fim para determinar o ponto é necessário realizar a devida rotação do sistema de coordenadas, resultando assim no sistema de coordenadas inercial. O ângulo utilizado (θ_g) é obtido a partir do sistema de tempo, ou seja, conforme soluciona-se e obtém-se a data juliana (DJ) e o tempo sideral (S) determina-se o ângulo (θ_g) a partir das seguintes relações, utilizando **y** como anos, **m** como meses e **d** como dias:

$$DJ = 367y - INT(\frac{7[y + INT(\frac{m+9}{12})]}{4}) + INT(\frac{275m}{9}) + d + 1721013.5 \tag{1.2}$$

$$SJ = \frac{DJ - 2415020.0}{36525} \tag{1.3}$$

$$\theta_g = 99.69098° + 36000.7689° SJ + 0.00038708° SJ^2 \tag{1.4}$$

1.2.3 Latitude Geodésica e Geocêntrica

O ângulo entre o plano equatorial e uma linha de um ponto na superfície até o centro da esfera ou esferóide. Em uma esfera, todas as linhas de latitude são geocêntricas. Latitude geralmente se refere à latitude geodésica, latitude esta que é o ângulo entre a normal ao elipsóide, no ponto, e o plano do equador. A longitude geodésica é o ângulo entre o meridiano que passa no ponto e o meridiano origem (Greenwich, por convenção), (1) (2).

1.2.4 Sistema Temporal

1.2.4.1 Tempo Solar

É o tempo que o Sol dá uma volta completa na esfera celeste e retorna ao mesmo ponto inicial. Importante ressaltar que no tempo solar médio (TM) defini-se um Sol fictício que se move sobre o equador celeste e que possui velocidade angular constante. Um dia solar médio, portanto, possui sempre a mesma duração (24 horas solares), (3).

$$TM = H_m + 12h \tag{1.5}$$

1.2.4.2 Tempo Universal

É determinado pela passagem do Sol pelo Meridiano de Greenwich (longitude 0°). A partir do tempo universal UT, pode-se obter a hora local somando ou subtraindo a fuso horário referente ao local em questão

1.2.4.3 Tempo sideral de Greenwich

A hora sideral em Greenwich (= 0°) à TU=0h é listada, dia a dia no ano, no Anuário Astronômico do Observatório Nacional (ON) ou no Astronomical Almanac

1.2.4.4 Data Juliana

A data juliana ou dia juliano é uma maneira de contar os dias sequencialmente, ou seja, começando em uma data arbitrária no passado. Ele foi proposto por Joseph Justus Scaliger no ano de 1583 e sua origem é o meio-dia do dia 1º de janeiro de 4713 a.C. pelo calendário juliano, ou 24 de novembro de 4714 a.C., pelo calendário gregoriano.

1.3 Ground track

Ground track ou rota no solo é o caminho percorrido por um veículo espacial projetado sob a superfície da Terra

1.3.1 Princípios Fundamentais

Para realizar o ground track é preciso determinar as coordenadas do V/E e para tanto voltamos ao seguinte conceito:

$$\ddot{\vec{r}} = \vec{a} = a_x, a_y, a_z = (\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}) = -\frac{\mu}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}(x, y, z) \tag{1.6}$$

Resultando em um sistema de 3 EDOs de ordem 2, cuja solução fornece o movimento do veículo espacial (V/E) sujeito apenas à atração gravitacional. Conforme mostrado abaixo, será reescrita de forma a ter 6 equações diferenciais de primeira ordem, isso se deve ao fato dos métodos computacionais somente serem capazes de realizar a solução de equações diferenciais de primeira ordem:

$$
\begin{cases}
\ddot{x_1} &= x_4 \\
\ddot{x_2} &= x_5 \\
\ddot{x_3} &= x_6 \\
\ddot{x_3} &= -\dfrac{\mu}{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{3/2}} x_1 \\
\ddot{x_3} &= -\dfrac{\mu}{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{3/2}} x_2 \\
\ddot{x_3} &= -\dfrac{\mu}{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{3/2}} x_3
\end{cases}
$$

Como utilizou-se o MATLAB a função adotada foi a *ODE45* (4), integrador este que é constituıdo de um par Dormand-Prince,Runge-Kutta (4,5), com o método de quarta ordem com passo variado e a quinta para avaliação do erro de integração, sendo possível ver abaixo o trecho de código do programa desenvolvido pelos autores do trabalho. Na primeira linha o **ODE45** é implementado, já na segunda linha é definido o erro relativo que o integrador pode atingir. Como padrão da função o erro relativo é fixado na casa de 1e-3. No tópico **4** do presente relatório a discussão do porque foi reduzido a margem de erro é posta.

```
[Times,Out] = ode45(@edos, [0 1*T_a], InitCond, options);
options = odeset('RelTol',1e-12);
```

2 Estudo numérico e/ou procedimento

2.1 Localização de um ponto

Inicialmente para realizar a localização do ponto partimos dos seguintes dados fornecidos:

latitude geodésica	2° 40' 18"S
longitude geodésica	44° 25' 14"W
altura	45m
UT	Medido as 17h 58 min 0,3 s do dia 05/09/2019

Tabela 2.1: Tabela de dados para localizar o ponto

Vale ressaltar que para o projeto foi utilizado como elipsóide de referência a função *ellipsoid*, utilizando o raio polar e equatorial, sendo utilizado o seguinte código para plot do da localização do ponto:

```
%Plot do Elipsoide De referencia
r_pol = 6356.752; %Raio polar
r_eq = 6378.137; %Raio equatorial

[x, y, z]= ellipsoid(0,0,0, r_eq, r_eq, r_pol);
```

Importante ressaltar o procedimento tomado e relações estabelecidas. Com os dados de latitude e longitude é possível obter as coordenadas no Sistema Terrestre, conforme mostrado pelas equações abaixo, sendo H a altura em que o veículo espacial se encontra:

$$e = \frac{\sqrt{r_{eq} - r_{pol}}}{r_{eq}} \tag{2.1}$$

$$xe = (\frac{r_{eq}}{\sqrt{1 - e^2 sin^2\phi}} + H)cos\phi cos\lambda \tag{2.2}$$

$$ye = (\frac{r_{eq}}{\sqrt{1 - e^2 sin^2\phi}} + H)cos\phi sen\lambda \tag{2.3}$$

$$ze = (\frac{r_{eq}}{\sqrt{1 - e^2 sin^2\phi}}(1 - e^2) + H)sen\phi \tag{2.4}$$

Por fim, pode-se utilizar uma matriz de rotação em torno de Z, mostrada abaixo, com relação a θ para rotacionar as coordenadas e obter finalmente a coordenadas no sistema cartesiano inercial:

$$R_z = \begin{bmatrix} cos(\theta) & sin(\theta) & 0 \\ -sin(\theta) & cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.5}$$

2.1.1 Google Maps

Com os dados de latitude e longitude pode-se antecipadamente determinar a localização do ponto, sendo assim uma maneira de validação do processo computacional realizado.

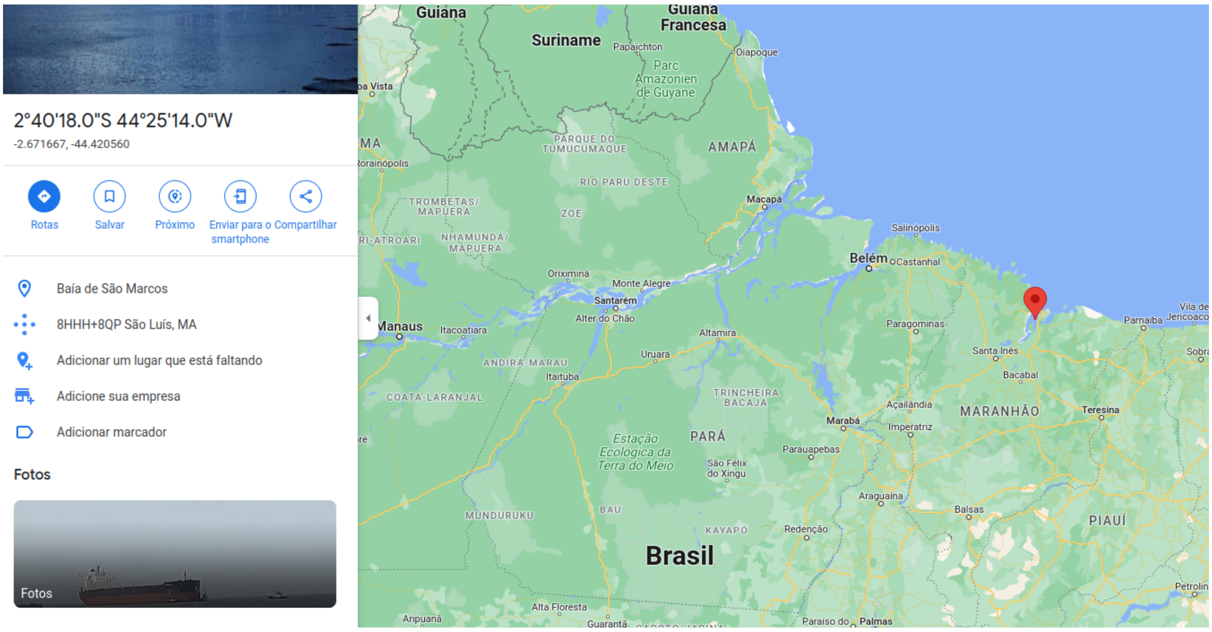

Figura 2.1: Localização do ponto por meio do Google Maps.

Conforme mostrado pela Figura 3.1 o ponto se encontra na Baia de São Marcos, São Luís, MA. Local este próximo ao conhecido Centro de Lançamento de Alcântara.

2.2 Ground track

Conforme supracitado inicia-se o desenvolvimento do ground track a partir da obtenção do θ_g e da solução da EDO, ou seja, com as coordenas em x, y e z dados como output do processo de solução a partir destes dados pode-se determinar a latitude e longitude do V/E ponto a ponto, com as seguintes equações:

$$latitude = sin^{-}1(z/\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}) \tag{2.6}$$

$$longitude = tan^{-}1(y/x) - \theta_{corrigido} \tag{2.7}$$

Um $\theta_{corrigido}$ se torna essencial a fim de corrigir o equacionamento para levar em consideração a rotação da Terra. Assim como também é preciso realizar a correção da tangente, ajustando os devidos quadrantes que o obtemos pois inicialmente somente é levado em consideração o primeiro e quarto quadrantes, desse modo analisa-se o sinal da direção em x, caso ele seja negativo ajustamos a tangente para conter o segundo e terceiro quadrante, desse modo obtendo a rota de solo final esperada.

3 Fluxograma

Para melhor visualização das aplicações teóricas presentes no relatório, utilizadas ao longo dos problemas supracitados, e sua ordenação no processo de obtenção dos resultados abaixo encontra-se o fluxograma da rotina em MatLab empregada.

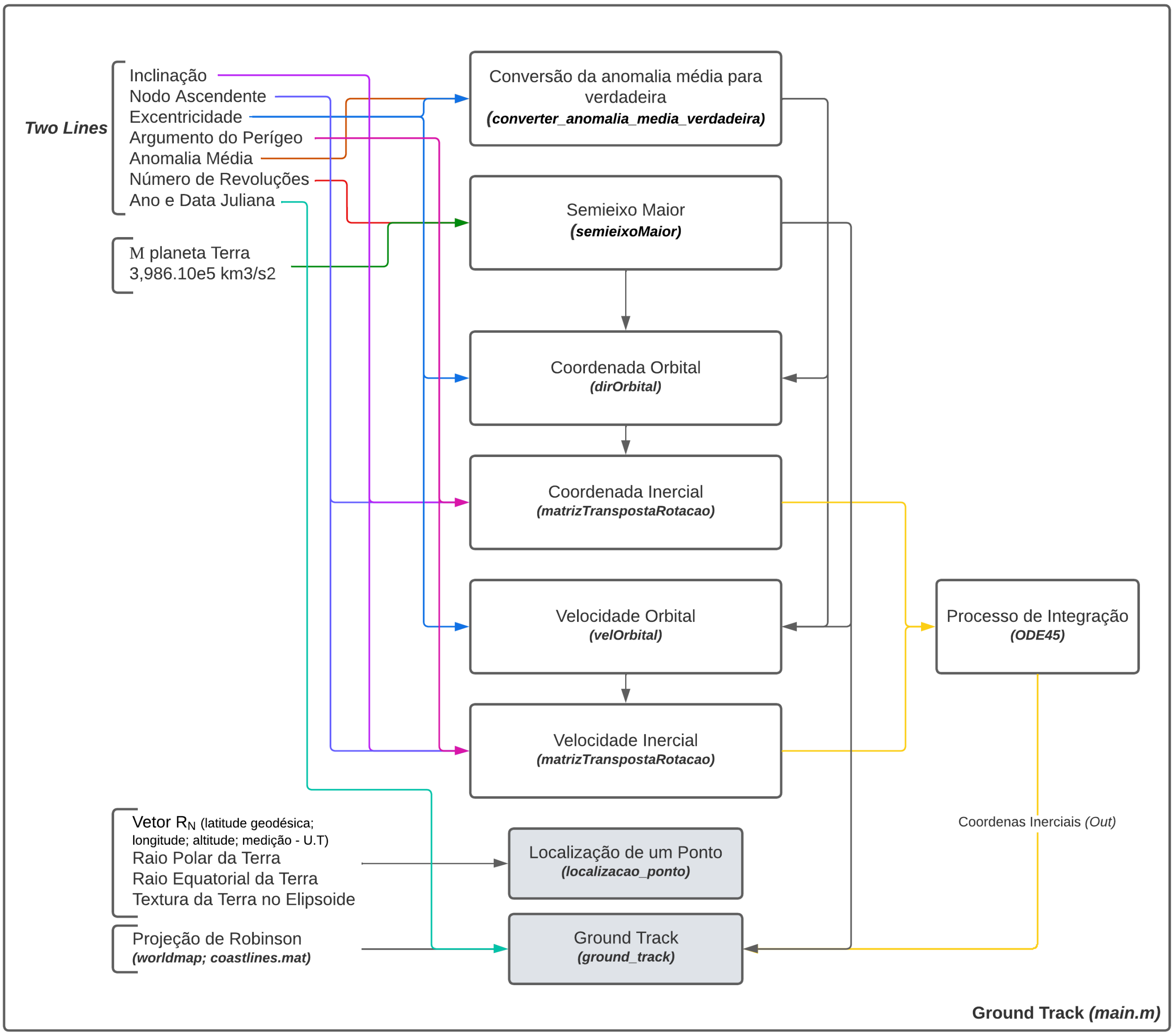

Figura 3.1: Fluxograma do código implementado em MatLab.

4 Resultados e discussão dos resultados

4.1 Localização de um ponto

Como resultado primeiramente obteve-se a Figura 4.1, em que o ponto se encontra no meio do oceano.

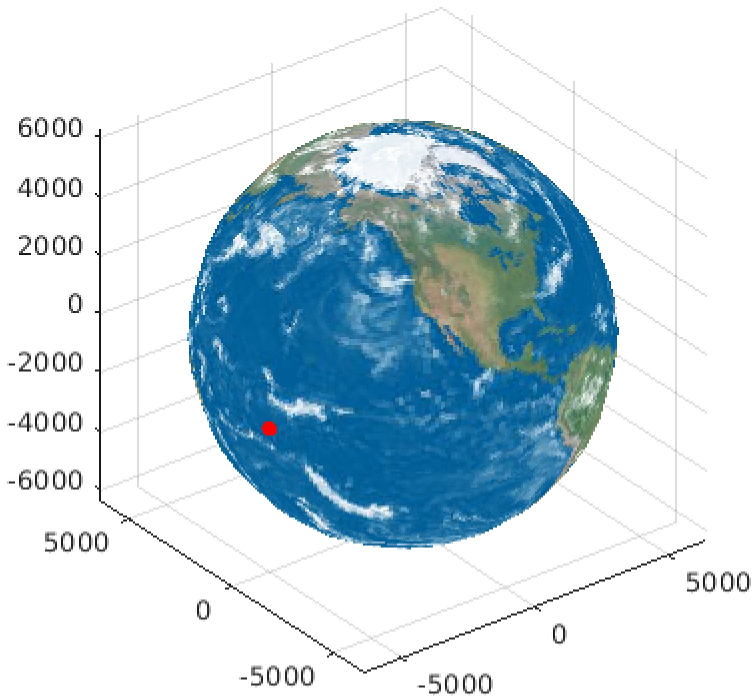

Figura 4.1: Localização do ponto - Sistema Inercial.

Contudo conforme previamente estabelecido o ponto deveria localizar o estado do Maranhão, portanto decidiu-se utilizar as coordenadas do sistema terrestre, o que soluciona o erro, conforme o resultado mostrado pela Figura 4.2.

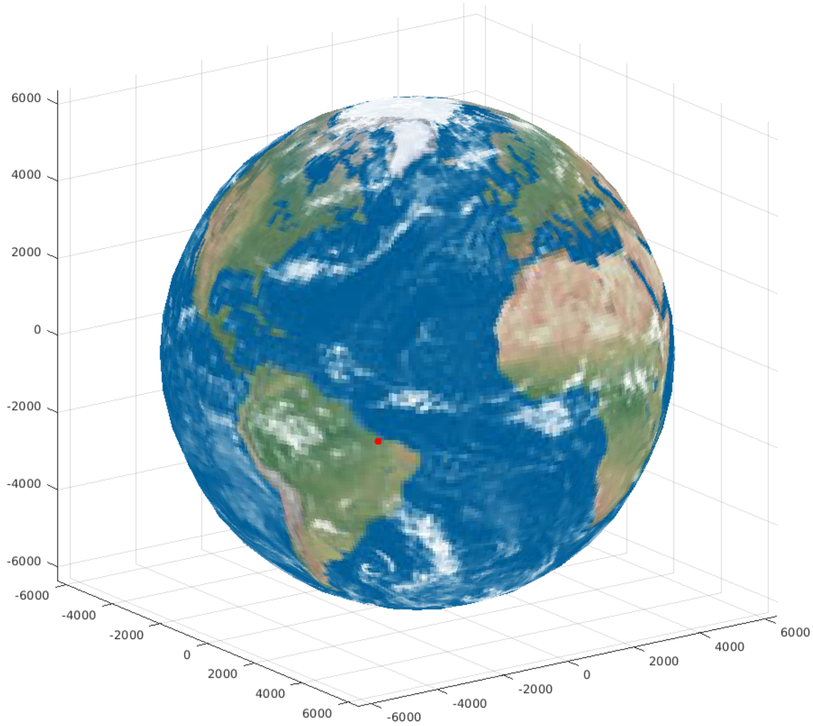

Figura 4.2: Localização do ponto - Sistema Terrestre.

4.2 Ground track

Conforme mostrado anteriormente o significado de cada campo relativo ao twolines, pode-se iniciar o procedimento de análise que aqui será detalhado para o veículo espacial (V/E) A e para o V/E B

```
V/E A:
1 07276U 74026A 22158.20205273 .00000124 00000+0 00000+0 0 9995
2 07276 64.2707 228.5762 6489050 281.4937 16.8767 2.45097347248963
```

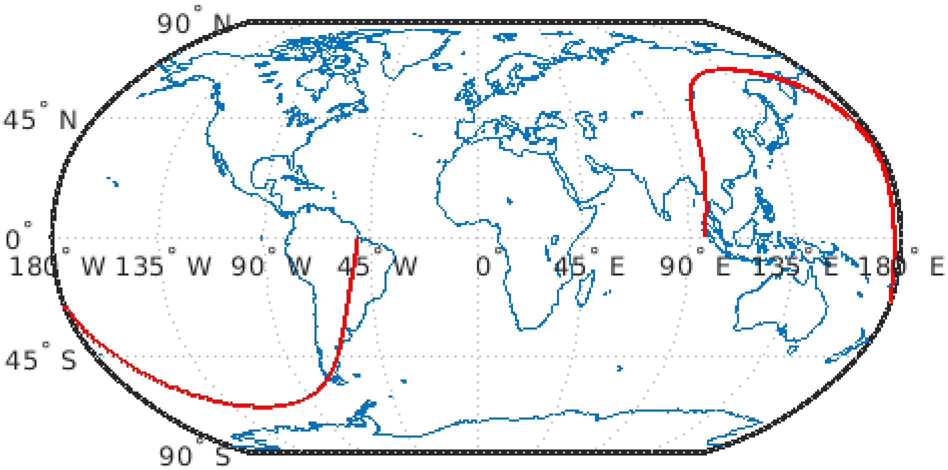

Figura 4.3: Ground track A (1 período)

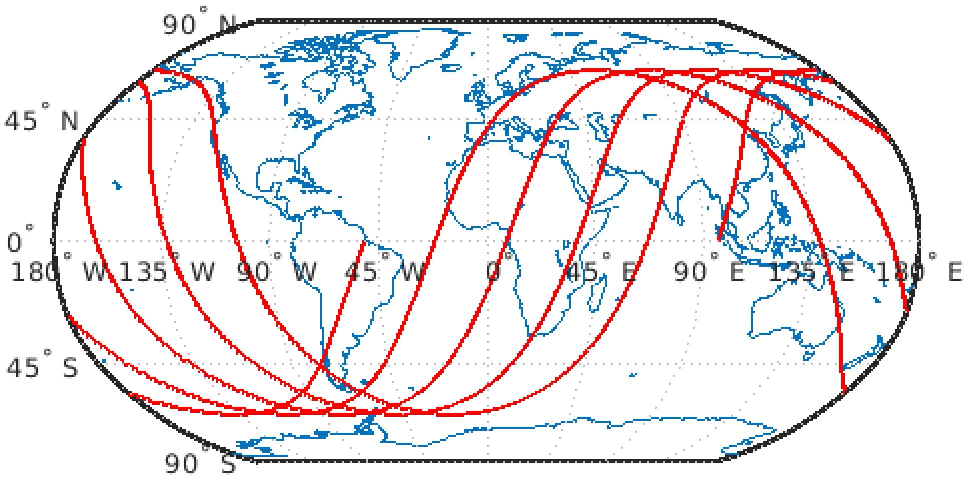

Figura 4.4: Ground track A (5 períodos)

```
V/E B:
1 02717U 67026A 22159.70244616 -.00000351 00000+0 00000+0 0 9995
2 02717 0.7404 32.0789 0014515 234.9766 357.1212 1.00360058109167
```

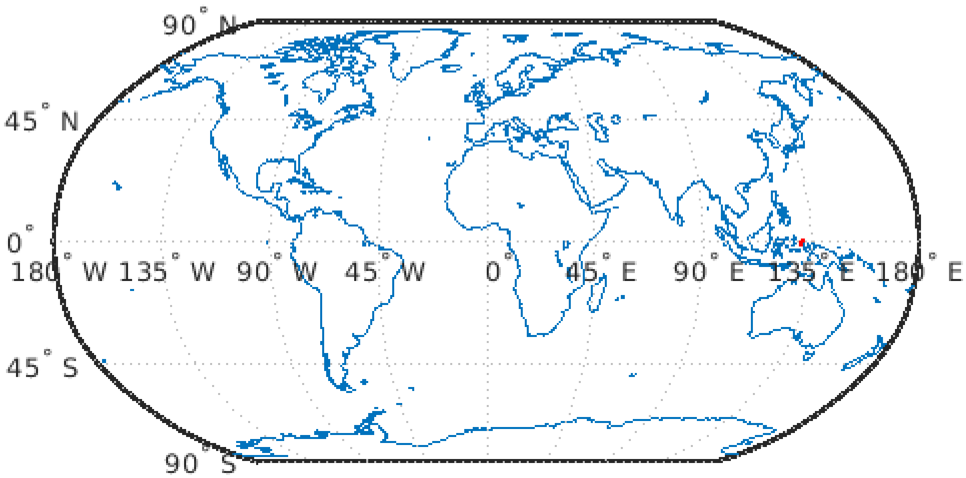

Figura 4.5: Ground track B (1 período)

5 Conclusão

Ao longo do desenvolvimento do presente relatório é possível compreender a dinâmica, navegação e controle de veículos espaciais ao passo que não só entende-se a forma pela qual deve-se localizar um ponto em volta a Terra como também vale-se ressaltar que em determinadas situações o entendimento dos conceitos e dados permite prever os resultados que devem ser obtidos, como por exemplo situações em que uma veículo espacial encontra-se em órbita geocêntrica.

Referências

1 D'ALGE, Júlio Cesar Lima. Coordenadas geodésicas e sistemas de informação geográfica. **GIS Brasil: Salvador**, 1999.

2 DICIONÁRIO GIS de Suporte da Esri. 2023. Disponível em: ¡https://support.esri.com/pt-br/gis-dictionary/geocentric-latitude#:~:text=%5C%5Bcoordinate%5C%20systems%5C%5D%5C%20O%5C%20%5C%C3%5C%A2ngulo%5C%20entre,linhas%5C%20de%5C%20latitude%5C%20s%5C%C3%5C%A3o%5C%20geoc%5C%C3%5C%AAntricas.¿.

3 TEMPO. 2019. Disponível em: ¡https://noic.com.br/astronomia/curso/tempo/#:~:text=Tempo%5C%20solar%5C%20m%5C%C3%5C%A9dio%5C%20(TM),dura%5C%C3%5C%A7%5C%C3%5C%A3o%5C%20(24%5C%20horas%5C%20solares).¿.

4 ODE45. 2006. Disponível em: ¡https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/ode45.html¿.