

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ABC



LABORATÓRIO DE GUIAGEM, NAVEGAÇÃO E CONTROLE

Pouso Lunar

Professor



Alunos



São Bernardo do Campo
2 de maio de 2023

Sumário

Introdução	3
1 Fundamentação teórica	4
1.1 Pouso suave com massa constante	4
1.2 Pouso suave com massa variável	6
2 Estudo numérico e/ou procedimento	7
2.1 Pouso suave com massa constante	7
2.2 Pouso suave com massa variável	8
3 Fluxograma	9
4 Resultados e discussão dos resultados	10
4.1 Pouso suave com massa constante	10
4.2 Pouso suave com massa variável	17
5 Conclusão	22
Referências Bibliográficas	22

Resumo

O presente trabalho tem o intuito de nos introduzir e desenvolver as técnicas de cálculo correlacionadas ao pouso lunar, de maneira a considerar determinadas simplificações como limitar o problema a 2 dimensões e trabalhar com massa constante, contudo também apresentando o estudo realizado para o caso de uma massa variável. Ao fim é gerado os resultados e dados que mostram a situação de pouso suave do módulo lunar.

Introdução

O presente trabalho tem por objetivo estudar a dinâmica e a cinemática da última fase do problema do pouso lunar, assim como as possíveis estratégias de pouso em uma situação simplificada, desacoplando o movimento vertical e horizontal de uma massa sujeita a gravidade lunar e um empuxo contínuo com ângulo variável. Logo o estágio de descida do módulo lunar conta com um motor principal e um sistema de controle de atitude em 2 dimensões, de modo a contar com estratégias de guiagem e controle para o pouso. Portanto é definida a melhor estratégia (ótima) de guiagem do módulo a ser implementada no computador de bordo para controle do seu movimento de descida e realização do pouso suave com mínimo gasto de combustível, ou seja, como há um empuxo constante, a situação na qual demanda o menor tempo para um pouso suave.

1 Fundamentação teórica

1.1 Pouso suave com massa constante

Primeiramente é necessário impor certas condições para o problema em questão. O veículo é considerado um ponto de massa constante M e é acionado por um jato de gás cujo empuxo tem direção variável dada por θ e intensidade constante E . Uma vez desligado, o jato não pode ser religado e o ângulo de direcionamento do empuxo θ é limitado a 0 e ± 30 graus e pode ser mudado instantaneamente.

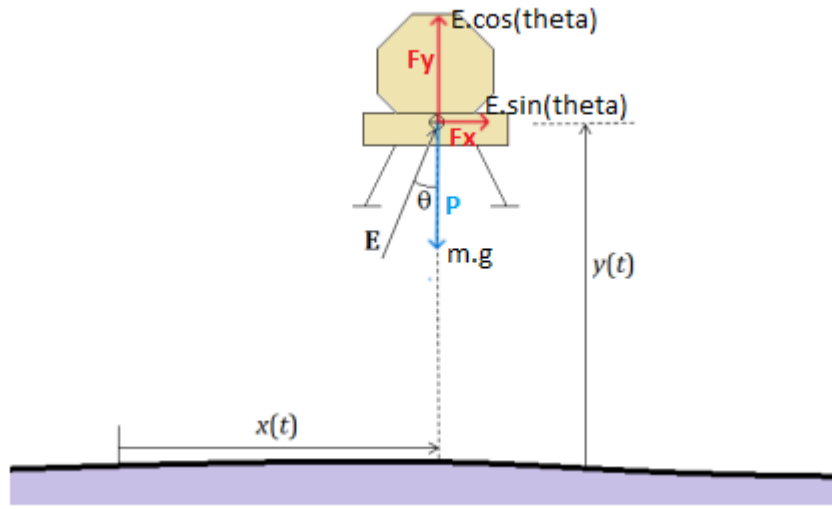


Figura 1.1: Esquema do problema simplificado

Na figura 1.1 acima é apresentado o diagrama de forças do módulo lunar no momento da alunagem. Das equações relativas ao princípio fundamental da dinâmica e a equação de Torricelli para movimento uniformemente variável, mostradas abaixo, é possível desenvolver os equacionamentos do movimento vertical e horizontal.

$$F = m \times a \quad (1.1)$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta S \quad (1.2)$$

Para vertical:

$$F = E \cdot \cos(\theta) - m \cdot g \quad (1.3)$$

$$F = m \cdot a \rightarrow a = \frac{E \cdot \cos(\theta) - g}{m} \quad (1.4)$$

Para horizontal:

$$F = E \cdot \sin(\theta) \quad (1.5)$$

$$F = m \cdot a \rightarrow a = \frac{E \cdot \sin(\theta)}{m} \quad (1.6)$$

Primeiramente para a dinâmica do movimento vertical, de maneira que inicialmente consiga-se estipular, a partir de um ponto inicial, o tempo de descida do módulo lunar, foi empregado analiticamente as equações de equilíbrio no eixo Y. Posteriormente com a utilização do integrador ODE45, presente no MATLAB, e com os tempos obtidos pelo primeiro método é possível efetivamente realizar um pouso suave, ou seja, um pouso cuja posição final em y seja zero, assim como as velocidades em x e y no momento de toque no solo. Dessa forma, garantindo que o módulo não ultrapasse o nível zero do solo e nem tombe por ter velocidade na direção horizontal as equações 1.4 e 1.6 são empregadas.

1.2 Pouso suave com massa variável

Nessa situação é considerado que a massa varia ao longo do tempo devido a perda de massa causada pelo uso de combustível, de modo que o problema pode ser representado pela figura abaixo.

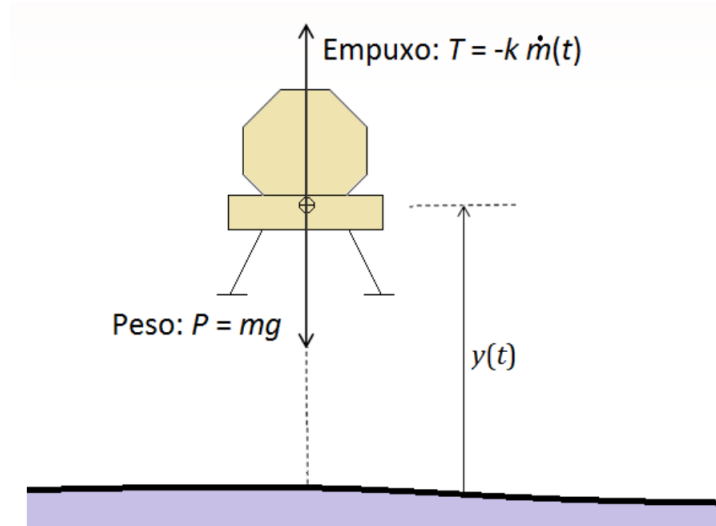


Figura 1.2: Esquema do problema simplificado com massa variável

Portanto, também ocorre a variação do empuxo ao longo do tempo devido a variação de massa(\dot{m}), de modo que $-\mu < \dot{m} < 0$, sendo μ é a taxa máxima de variação de massa devido à queima de combustível.

2 Estudo numérico e/ou procedimento

2.1 Pouso suave com massa constante

Inicialmente o ponto encontra-se no ponto $y = 0m$ e $\dot{y} = -7m/s$. O ângulo pode ser variado em 0, 30 ou -30 graus e com base no que foi supracitado pode-se determinar os equacionamentos iniciais, para determinação dos tempos de pouso, no movimento vertical. Importante ressaltar que como se trata do movimento vertical o empuxo (E) depende do cosseno, uma função par, para os ângulos de 30 e -30 tem-se os mesmos resultados

Primeiramente obtém-se as equações de pouso suave, ou seja, a curva em que os valores finais de y e \dot{y} sejam zero para os ângulos citados

$$F = E \cos(\theta) \quad (2.1)$$

$$P = M \times g_{lunar} \quad (2.2)$$

$$V = -\sqrt{((F - P)/M) \times (2y)} \quad (2.3)$$

Em seguida são determinados as velocidades com base na altura considerando o ponto inicial

$$V = -\sqrt{(7^2) + 2 \times ((F - P)/M) \times (y - 18)} \quad (2.4)$$

Com os equacionamentos determinados e plots realizados, mostrados na próxima seção, determina-se duas possíveis formas de realizar o pouso suave além da forma trivial, deixar o módulo em queda livre e posteriormente acionar em zero graus. Primeiro é possível sair de um ângulo inicial de 30 ou -30 graus e na intersecção das curvas, como será mostrado na Figura 4.1, modificar o ângulo para zero e vice-versa

Com os tempos totais finalmente determinados pode-se utiliza-los no integrador ODE45, presente no MATLAB, para determinar tanto os resultados de velocidade e espaço para as coordenadas x e y , com base nas seguintes equações que foram inseridas no integrador:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_3 \\ \dot{x}_2 = x_4 \\ \dot{x}_3 = (E \times \sin(\theta))/M \\ \dot{x}_4 = (E \times \cos(\theta))/M - g_{lunar} \end{cases}$$

Por fim possibilitando realizar um pouso suave

2.2 Pouso suave com massa variável

Para o estudo do caso de massa variável defini-se o fato de que a massa (m) é determinado pela soma da massa do módulo lunar (M) e a massa de combustível (F), de modo que $m(0) = M + F$

Também por meio da segunda Lei de Newton e com auxílio da Figura 1.2, tem-se:

$$m(t) \times \ddot{h}(t) = -g \times m(t) + T(t) = -g \times m(t) - k \times \dot{m}(t) \quad (2.5)$$

Podendo ser escrita por meio de um sistema de equações:

$$\begin{cases} \dot{h}(t) = v(t) \\ \dot{v}(t) = -g - k \\ \dot{m}(t) = u(t) \end{cases}$$

Em que k é uma constante. A terceira equação determina a perda de massa por segundo, queima de combustível, sendo proporcional a intensidade do empuxo gerado pelo motor. O objetivo é minimizar a consumo de combustível logo chega-se a seguinte integral

$$\int_0^b \dot{m} dt = m(0) - m(b) \quad (2.6)$$

Em que b é o exato tempo em que $h(b) = v(b) = 0$. De maneira que sempre leva-se em consideração o principal que é o caso de pouso suave, como previamente estabelecido.

3 Fluxograma

Para melhor visualização das aplicações teóricas presentes no relatório, utilizadas ao longo dos problemas supracitados, e sua ordenação no processo de obtenção dos resultados abaixo encontra-se o fluxograma da rotina em MatLab empregada.

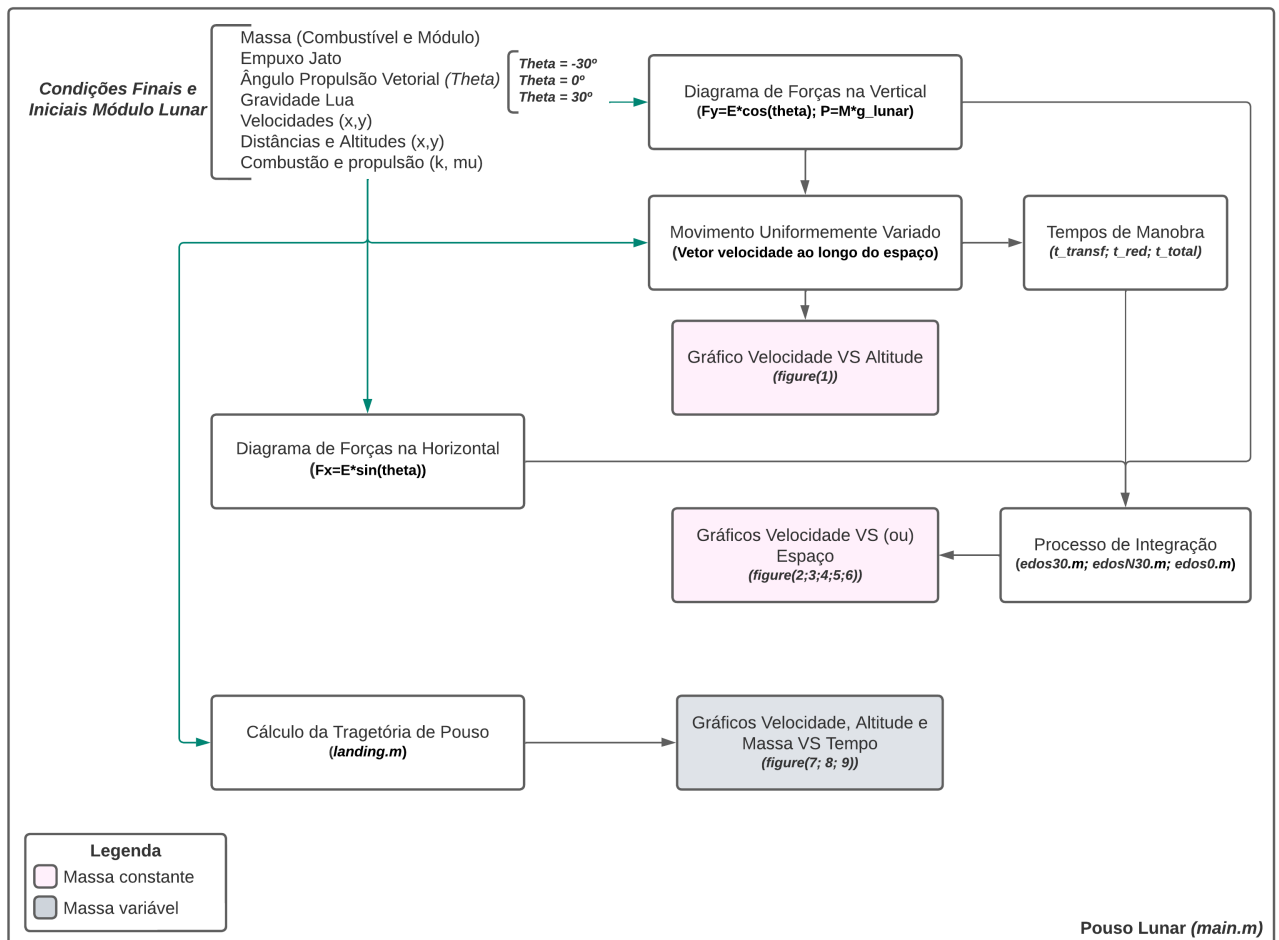


Figura 3.1: Fluxograma do código implementado em MatLab.

4 Resultados e discussão dos resultados

Para determinação de todos os dados foram definidas os valores das seguintes constantes do projeto:

$$\begin{cases} M = 1.1kg \\ g_{lunar} = 1.8m/s^2 \\ E = 3.6N \end{cases}$$

4.1 Pouso suave com massa constante

Com auxílio da Figura 4.1 pode-se determinar duas estratégias para um pouso suave. A primeira possibilidade refere-se as curvas magenta e vermelha, em que parti-se de um ângulo de 30 ou -30 graus e no momento de intersecção entre as curvas muda-se o ângulo para 0 graus. A segunda refere-se as curvas verde e preta, partindo do 0 graus e no momento da intersecção ocorre a mudança de ângulo do motor que gera o empuxo

Para determinação dos tempos de intersecção entre as curvas e tempo total do pouso é utilizado um algoritmo presente no MATLAB, o *fzero*, que se utiliza das equações 2.2 e 2.3, ou seja, usando das variações entre as curvas obtém-se a altura em que ocorre a intersecção e posteriormente substituindo nas equações a velocidade

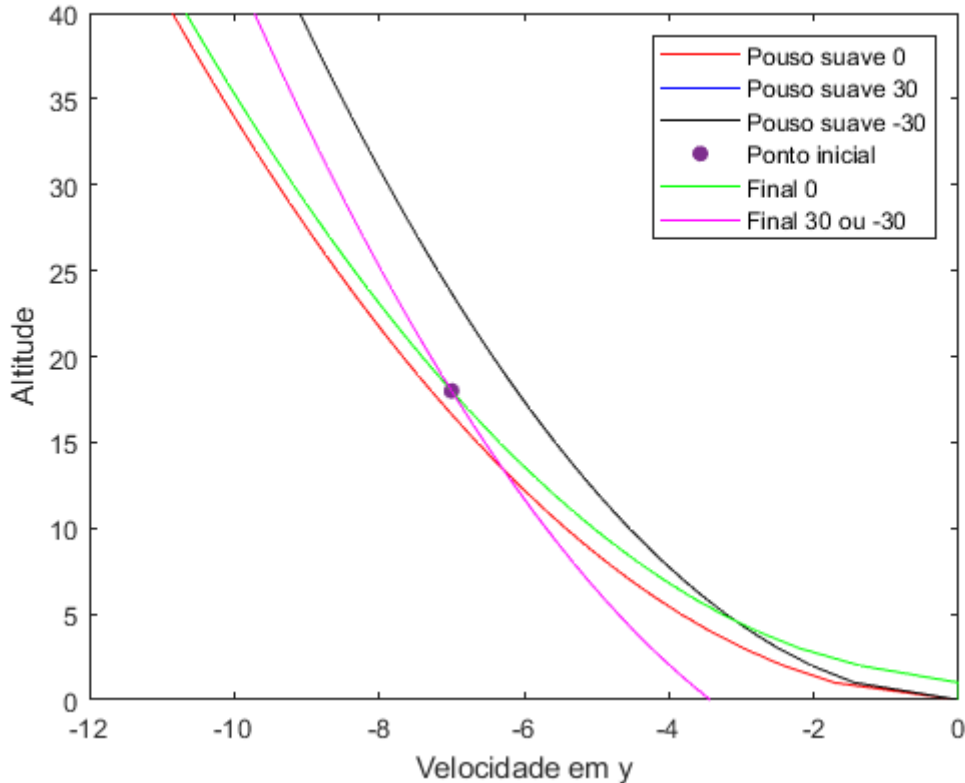


Figura 4.1: Curvas de pouso suave e velocidade final

Logo com tais dados em mãos pode-se determinar o tempo para do ponto inicial até a mudança do ângulo de empuxo e o tempo para atingir o solo.

Dados obtidos para a primeira condição:

Altitude na intersecção	13,4179 m
Velocidade na intersecção	-6,2866 m/s
Tempo para a intersecção	0,6897 segundos
Tempo total para pouso	4,9584 segundos

Tabela 4.1: Tabela de dados para o primeiro caso

Dados obtidos para a segunda condição:

Altitude na intersecção	4,5821 m
Velocidade na intersecção	-3,0787 m/s
Tempo para a intersecção	2,6626 segundos
Tempo total para pouso	5,6393 segundos

Tabela 4.2: Tabela de dados para o segundo caso

É de extrema importância lembrar que ainda não foi realizado a análise do movimento horizontal, dessa forma, para tanto é utilizado o integrador numérico, conforme supracitado, substituindo os tempos de integração com os tempos mostrados acima.

Logo para o primeiro e segundo caso tem-se os seguintes códigos programados:

```
%Primeira Condição
%Sx Sy Vx Vy
InitCond = [0 18 0 -7];
options = odeset('RelTol',1e-12); %minimizacao do erro
[Times,Out] = ode45(@edos30, [0 t_transf-0.34486], InitCond, options);
len1 = length(Out);
InitCond2 = [Out(len1, 1) Out(len1, 2) Out(len1, 3) Out(len1, 4)];
[TimesX, OutX] = ode45(@edosN30, [t_transf-0.34486 t_transf], InitCond2, options);
lenX = length(OutX);
InitCond3 = [OutX(len1, 1) OutX(len1, 2) OutX(len1, 3) OutX(len1, 4)];
[Times2,Out2] = ode45(@edos0, [t_transf tempo_total], InitCond3, options);
```

```

%Segunda Condição
%Sx Sy Vx Vy
InitCond = [0 18 0 -7];
options = odeset('RelTol',1e-12); %minimizacao do erro
[Times3,Out3] = ode45(@edos0, [0 t_transf2], InitCond, options);
len2 = length(Out3);
InitCond2 = [Out3(len2, 1) Out3(len2, 2) Out3(len2, 3) Out3(len2, 4)];
[Times4,Out4] = ode45(@edos30, [t_transf2
tempo_total2-1.48835], InitCond2, options);
len3 = length(Out4);
InitCond3 = [Out4(len3, 1) Out4(len3, 2) Out4(len3, 3) Out4(len3, 4)];
[Times5,Out5] = ode45(@edosN30,
[tempo_total2-1.48835 tempo_total2], InitCond3, options);

```

Como inicialmente só existe a mudança de 0 para 30 graus e vice versa, a velocidade em x ao chegar no solo é diferente de zero, logo foi adicionado uma única mudança de ângulo em ambos os casos, inserindo um tempo intermediário, ao passo que a mudança de 30 para -30 graus não influencia o eixo y por depender do cosseno desse ângulo, mas no eixo x existe mudança e com esse ajuste é possível zerar, como foi feito, a velocidade horizontal do módulo espacial, sem modificação do tempo total.

Como processo de validação do que foi gerado, para garantir que realmente atingiu-se um pouso suave, foi gerado os seguintes gráficos para ambas as condições:

Primeiro Caso:

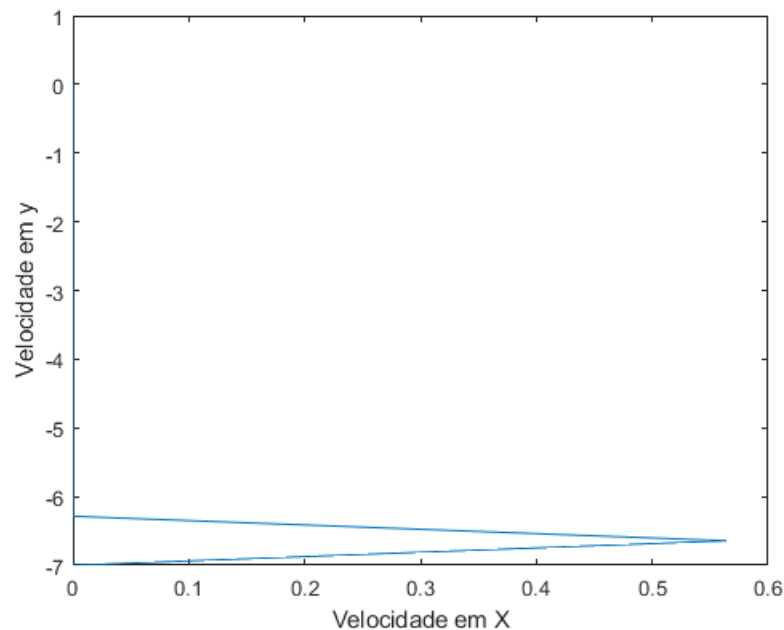


Figura 4.2: Gráfico Vy por Vx

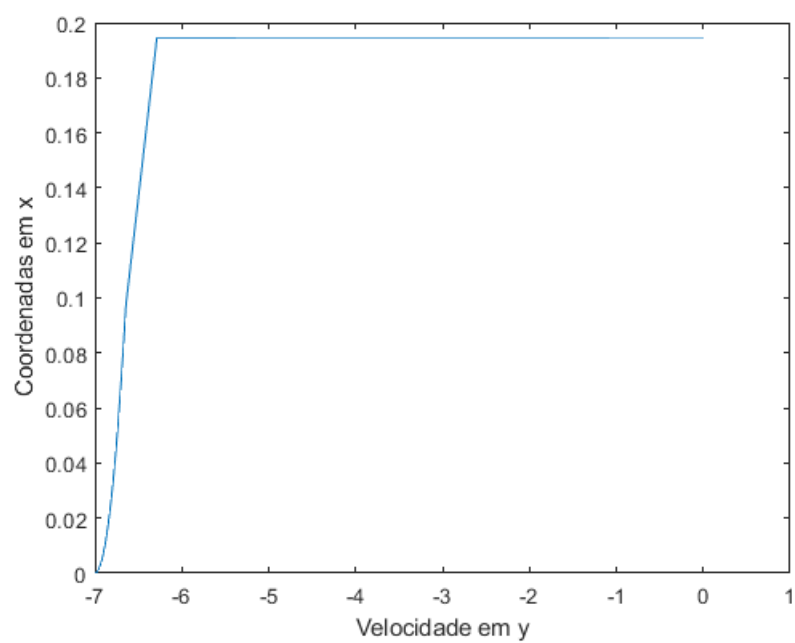


Figura 4.3: Gráfico V_y por x

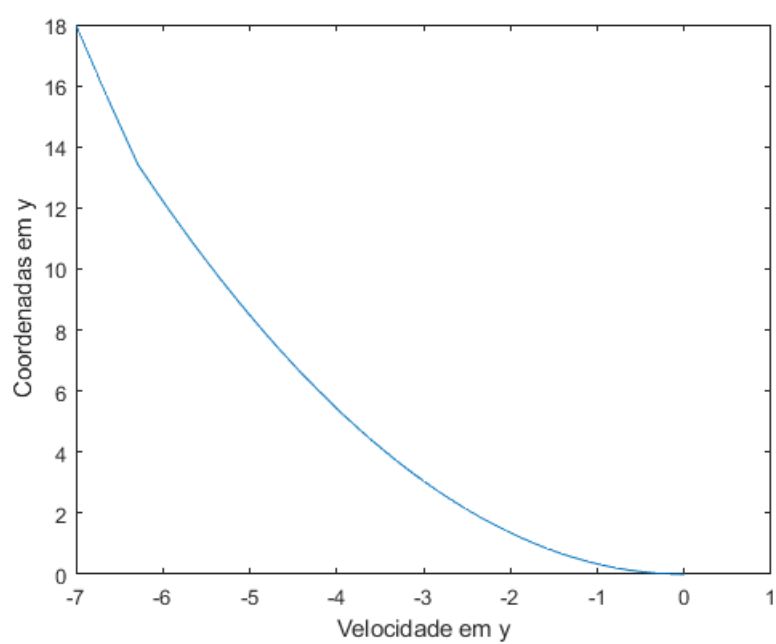


Figura 4.4: Gráfico V_y por y

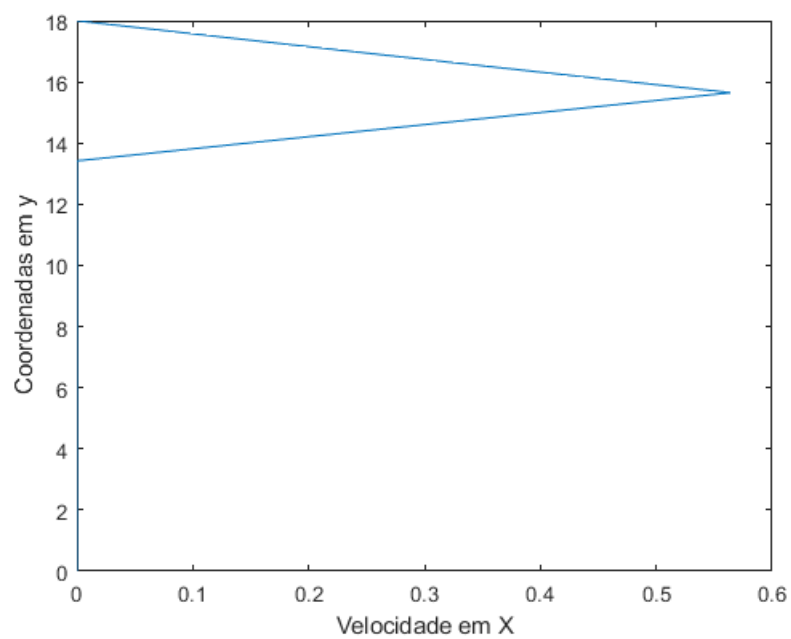


Figura 4.5: Gráfico Vx por y

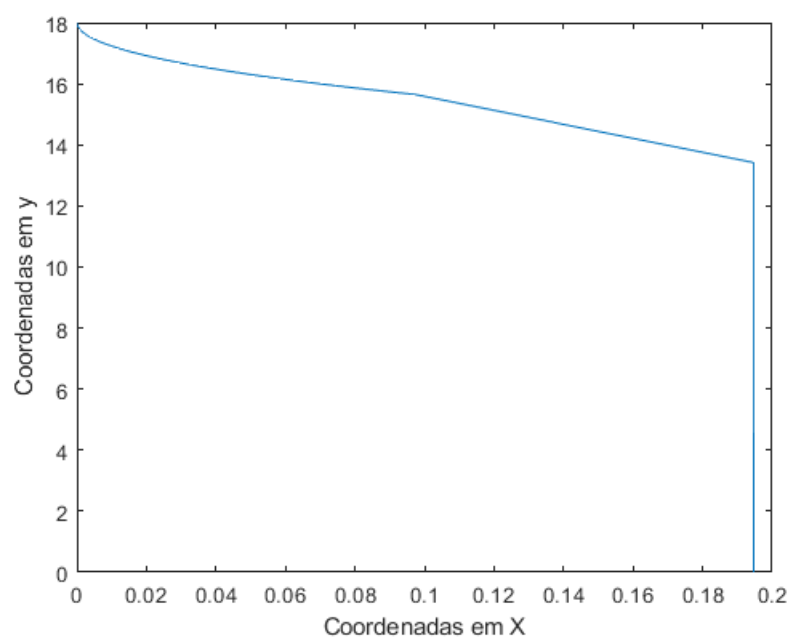


Figura 4.6: Gráfico x por y

Segundo Caso:

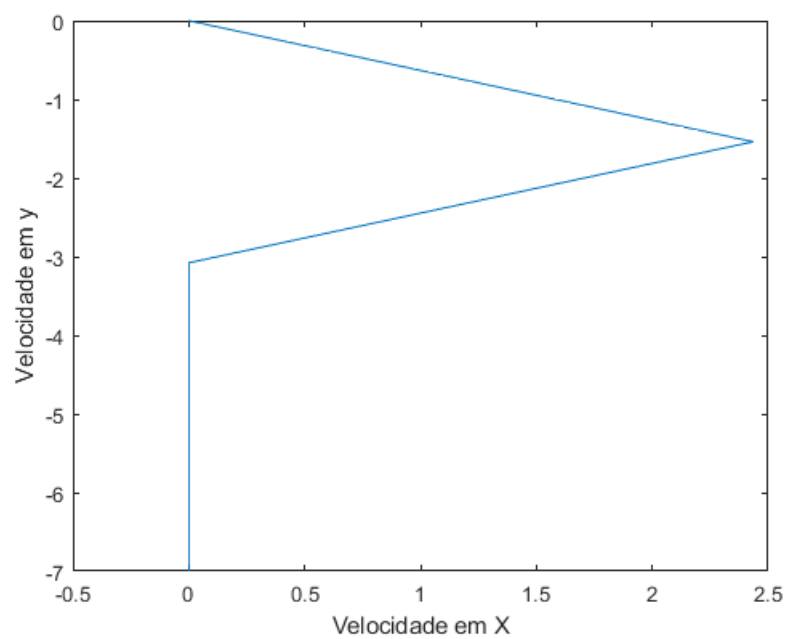


Figura 4.7: Gráfico Vy por Vx

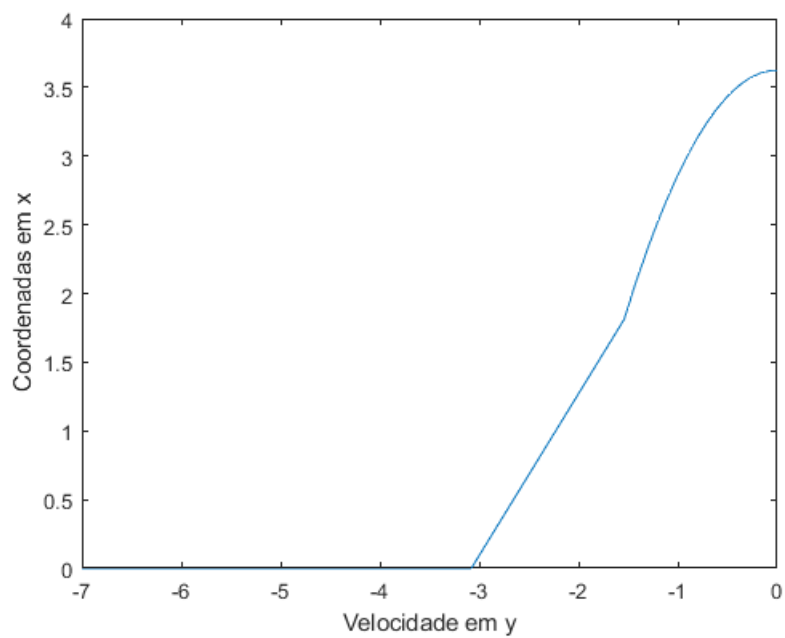


Figura 4.8: Gráfico Vy por x

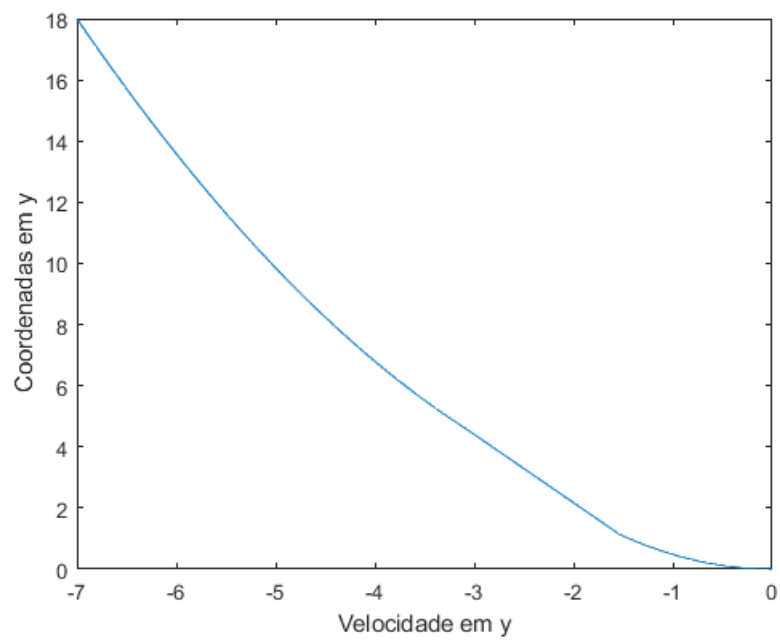


Figura 4.9: Gráfico V_y por y

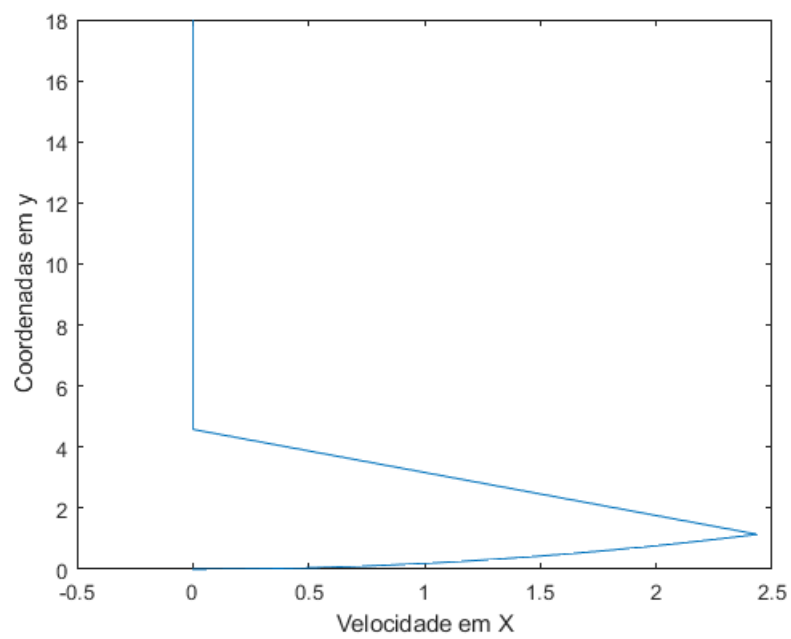


Figura 4.10: Gráfico V_x por y

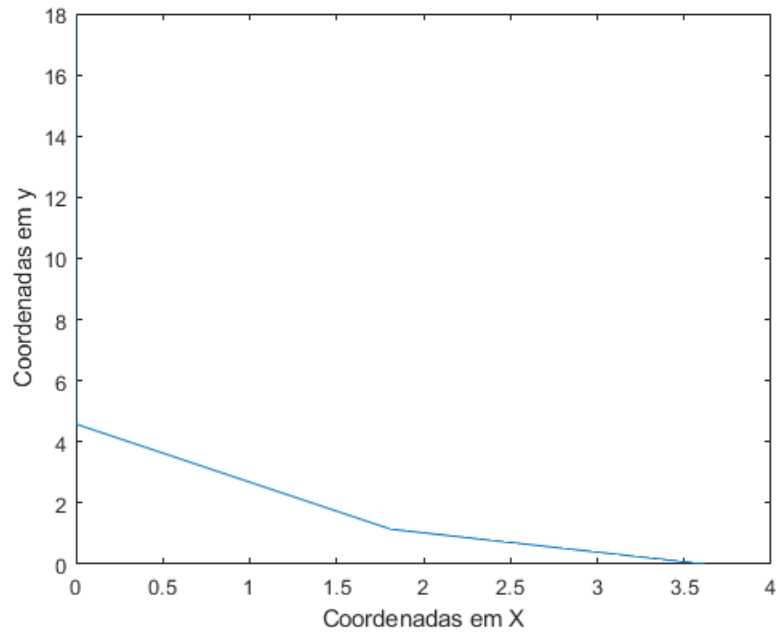


Figura 4.11: Gráfico x por y

Portanto pode-se chegar a conclusão, com base no que exposto anteriormente, de que a condição 1, aquela que apresenta o menor tempo total, é a manobra mais indicada para pouso por economizar mais combustível se tratando de um empuxo constante para ambos os casos.

4.2 Pouso suave com massa variável

Conforme estudado e disponibilizado na literatura base sobre o assunto foi possível compreender os procedimentos tomados e obter os resultados para o pouso suave com uso dos teoremas supracitados, de forma que a obter o seguinte código base para realizar o procedimento.

```
%Colocar as condições iniciais no formato:
%h0 = altitude inicial
h0 = 18;
%h0 = 50000;
%v0= velocidade inicial
v0 = -7;
%v0 = -150;
%mass = massa da espaçonave
mass = 2010.51;
%fuel = massa do combustível
fuel = 719.63;
%g = gravidade lunar
g = 1.8;
%k = constante (velocidade relativa dos gases de exaustão com relação à espaçonave)
k = 636;
```

```

%mu = taxa máxima da variação de massa devido à queima de combustível
mu = 16.5;

% Calcula a trajetória de pouso:
[t1, t2, x1_1, x2_1, x1_2, x2_2, x3_2] = landing (h0, v0, mass, fuel, g, k, mu);
% Saídas:
% t1: tempo do acionamento do motor
% t2: tempo do pouso
% x1_1: altitude em função do tempo, antes do acionamento
[ altitude = x1_1(t), 0 <= t <= t1 ]
% x2_1: velocidade em função do tempo, antes do acionamento
[ velocidade = x2_1(t), 0 <= t <= t1 ]
% x1_2: altitude em função do tempo, após o acionamento
[ altitude = x1_2(t), t1 <= t <= t2 ]
% x2_2: velocidade em função do tempo, após o acionamento
[ velocidade = x2_2(t), t1 <= t <= t2 ]
% x3_2: massa em função do tempo, após o acionamento
[ massa = x3_2(t), t1 <= t <= t2 ]

%Gráficos dos valores das funções em função do tempo

x1 = 0:t1;
x2 = t1:t2;

figure(1)
plot(x1, x1_1(x1))
hold on
plot(x2, x1_2(x2))
xlabel('Tempo')
ylabel('Altitude')
hold off

figure(2)
plot(x1, x2_1(x1))
hold on
plot(x2, x2_2(x2))
xlabel('Tempo')
ylabel('Velocidade')
hold off

figure(3)
plot(x2, x3_2(x2))
xlabel('Tempo')
ylabel('Massa')

```

Sendo gerados os gráficos conforme os dados iniciais de altitude e velocidade, mostrados anteriormente.

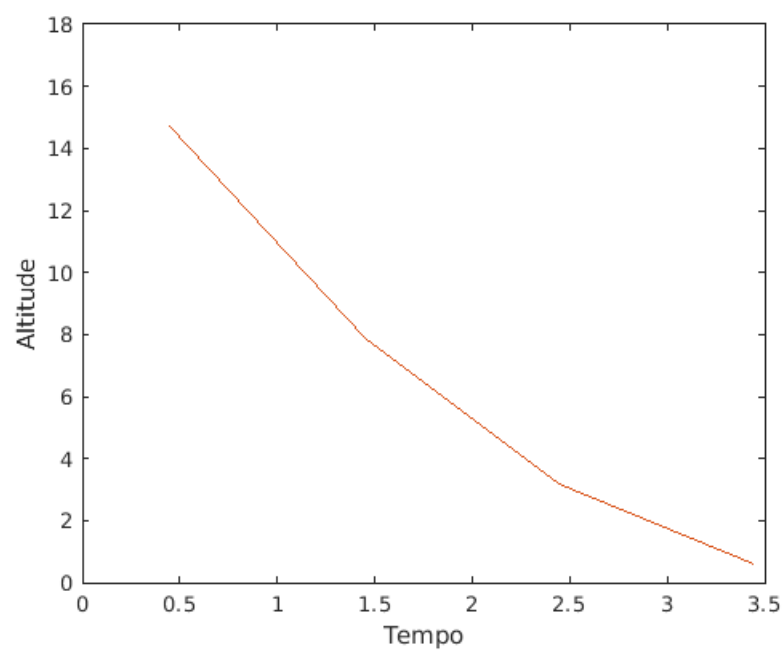


Figura 4.12: Gráfico da variação da altitude no tempo

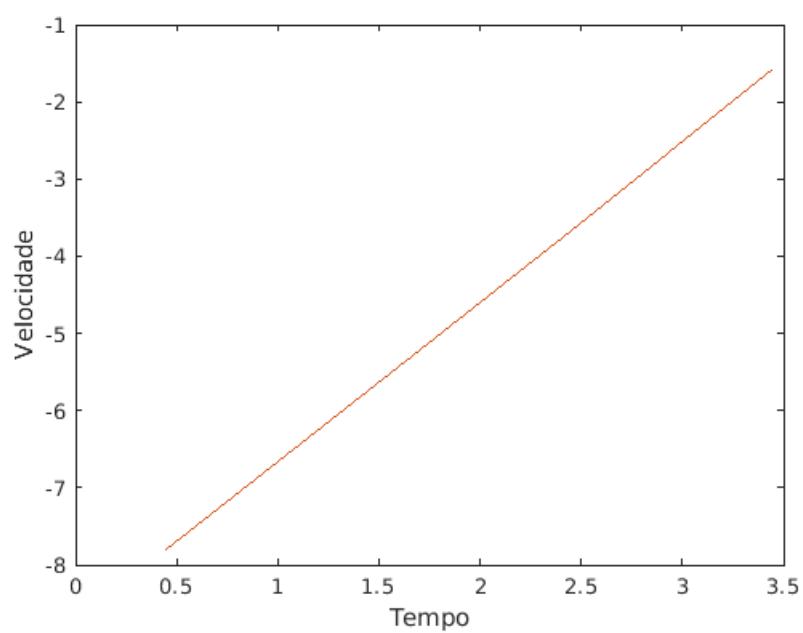


Figura 4.13: Gráfico da variação da velocidade no tempo

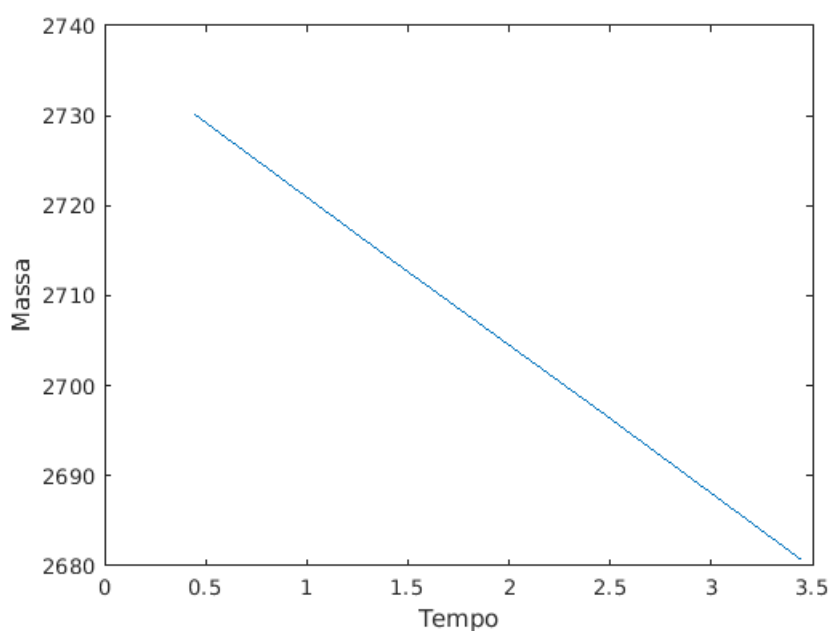


Figura 4.14: Gráfico da variação de massa no tempo

Conforme pode ser observado por meio dos resultados acima, foi possível resultados conforme o esperado, com a altitude, velocidade e massa diminuindo ao longo do tempo. Contudo é importante notar que com os dados iniciais de altitude e velocidade do presente relatório, mencionados anteriormente, houve leves erros computacionais, de modo que não exatamente o equacionamento chega a pousar o módulo, ou seja, a altitude não chega a zero em t_2 , assim como a velocidade.

Também é interessante apresentar com os dados iniciais do projeto pensado, se utilizando da altitude inicial y em $50000m$ e velocidade inicial de $-150m/s$

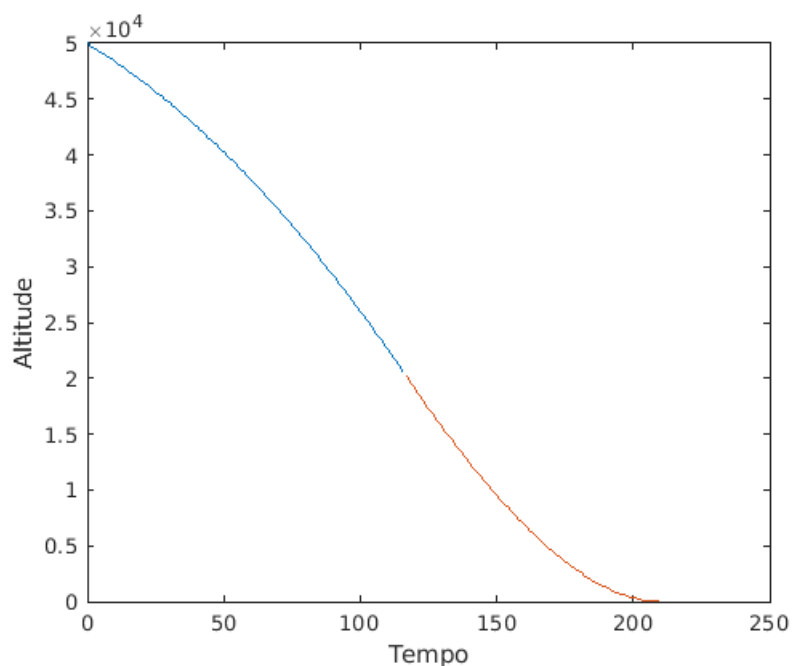


Figura 4.15: Gráfico da variação da altitude no tempo

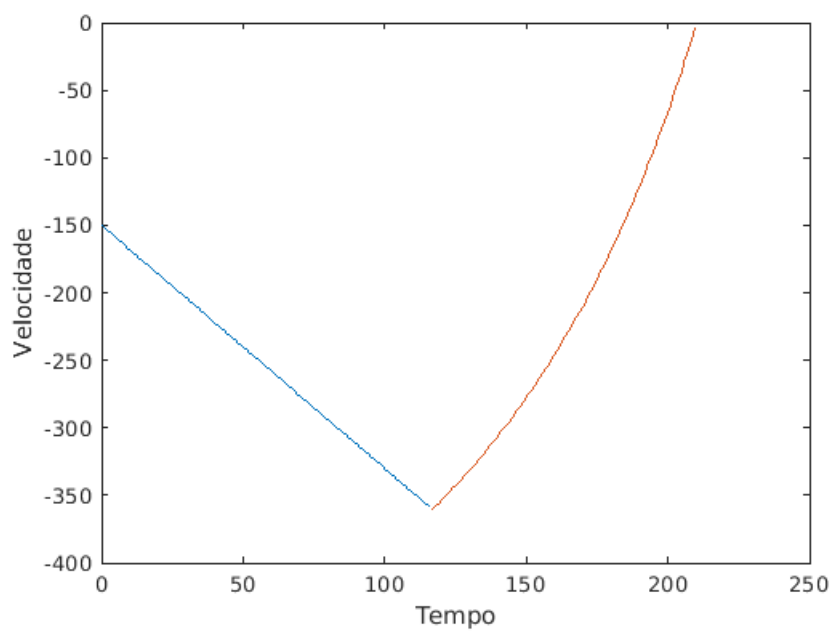


Figura 4.16: Gráfico da variação da velocidade no tempo

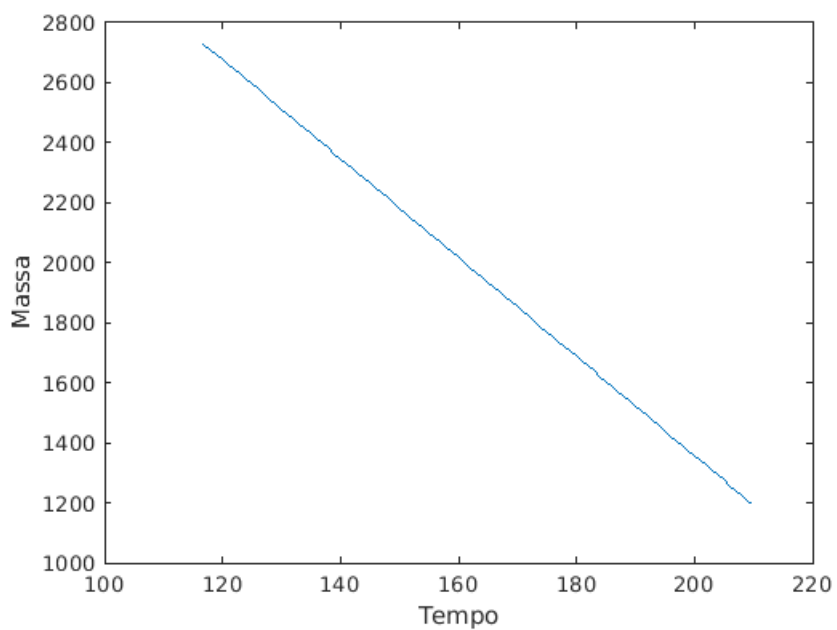


Figura 4.17: Gráfico da variação de massa no tempo

5 Conclusão

Ao final do presente trabalho é possível compreender as simplificações tomadas para que com o tempo disponível de confecção fosse possível não somente programar, como também compreender e discutir os procedimentos empregados no pouso lunar. Vale-se ressaltar que com base nos resultados e discussões supracitadas ao longo do presente relatório houve um desenvolvimento acertivo ao passo que conseguiu-se um pouso suave.