



BC0209—Fenômenos Eletromagnéticos

Segundo quadrimestre de 2016

Prof. José Kenichi Mizukoshi

Aula 15 (versão 19/07/2015)

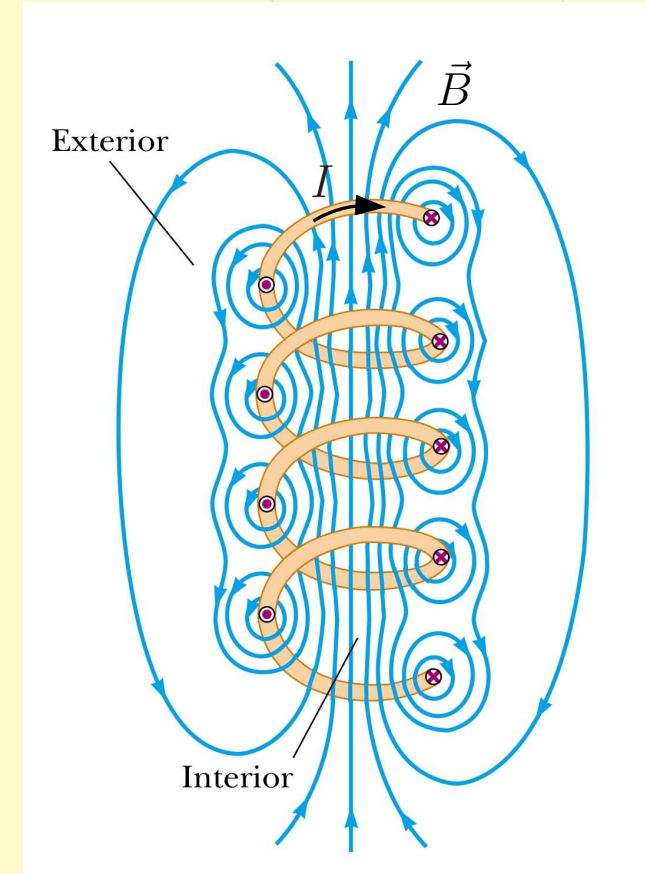
Aplicações da Lei de Àmpere. O fluxo magnético e a Lei de Gauss
para o magnetismo.

Aplicações da Lei de Àmpere; O Fluxo Magnético e a Lei de Gauss para o Magnetismo

Aplicação da lei de Ampère: solenóide

Aplicações da Lei de Ampère; O Fluxo Magnético e a Lei de Gauss para o Magnetismo Problemas Propostos

- Um **solenóide** é um dispositivo formado por um fio enrolado em forma de hélice conduzindo uma corrente I , cujo objetivo é produzir um campo magnético aproximadamente constante no seu interior, conforme mostra a figura ao lado.
- Quando as espiras do solenóide estiverem muito próximas entre si e o seu comprimento for muito maior que o seu raio, tem-se um **solenóide ideal**, onde \vec{B} é constante no seu interior e nulo fora.



Aplicação da lei de Ampère: solenóide

Aplicações da Lei de Àmpere; O Fluxo Magnético e a Lei de Gauss para o Magnetismo Problemas Propostos

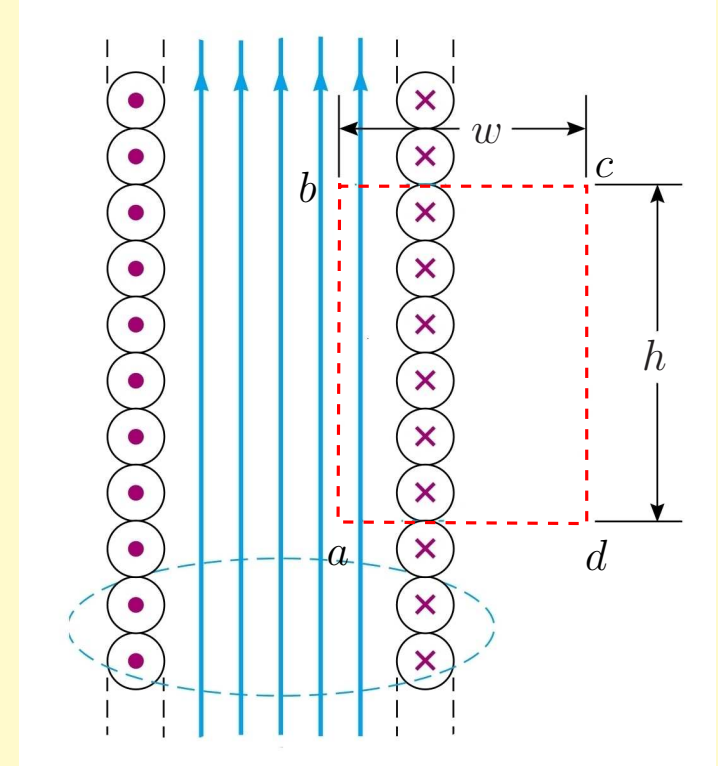
- A figura ao lado mostra um solenóide ideal com n espiras por unidade de comprimento (N/ℓ), conduzindo uma corrente I .

O campo magnético pode ser obtido utilizando-se a lei de Ampère:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{tot}}$$

onde escolhemos a espira amperiana como sendo o retângulo $abcd$, de lados w e h .

Segue que



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \int_a^b \underbrace{\vec{B} \cdot d\vec{\ell}}_{= Bdz} + \underbrace{\int_b^c \vec{B} \cdot d\vec{\ell}}_{=0 \text{ (} B=0 \text{ ou } \vec{B} \perp d\vec{\ell} \text{)}} + \int_c^d \underbrace{\vec{B} \cdot d\vec{\ell}}_{=0} + \underbrace{\int_d^a \vec{B} \cdot d\vec{\ell}}_{=0 \text{ (} B=0 \text{ ou } \vec{B} \perp d\vec{\ell} \text{)}} = \mu_0 I n h$$

Aplicação da lei de Ampère: solenóide

Aplicações da Lei de Àmpere; O Fluxo Magnético e a Lei de Gauss para o Magnetismo Problemas Propostos

Por simetria, B não pode depender de z . Logo,

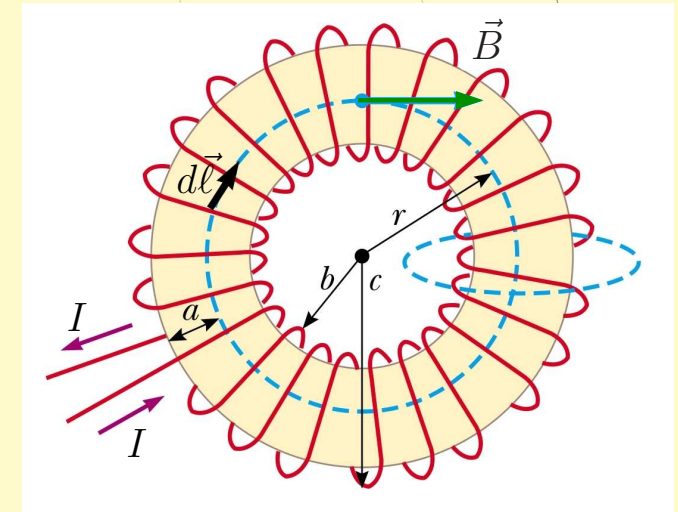
$$B \underbrace{\int_a^b dz}_h = \mu_0 n h I \quad \Rightarrow \quad B = \mu_0 n I$$

➡ Desprezando-se os efeitos de borda, o campo magnético é constante no interior do solenóide.

Aplicação da lei de Ampère: bobina toroidal

Aplicações da Lei de Ampère; O Fluxo Magnético e a Lei de Gauss para o Magnetismo Problemas Propostos

- A bobina toroidal pode ser obtida de um solenóide com N espiras ao dobrá-lo na forma de uma rosca, conforme mostra a figura ao lado.
- Por simetria, as linhas de campo magnético são circulares. Portanto, escolhe-se um círculo de raio r ($b \leq r \leq c$) como a espira amperiana para o cálculo do campo magnético a partir da lei de Ampère.



Como B é constante ao longo da espira amperiana, segue que

$$\oint \underbrace{\vec{B} \cdot d\vec{\ell}}_{= B d\ell} = B \oint \underbrace{d\ell}_{= 2\pi r} = \mu_0 I N \quad \Rightarrow \quad B = \frac{\mu_0 I N}{2\pi r}$$

- ◆ O campo magnético não possui módulo constante ao longo da seção transversal da bobina toroidal.
- ◆ Para uma bobina toroidal ideal, o campo magnético é zero nos pontos exteriores da bobina.

O fluxo magnético

Aplicações da Lei de Ampere; O Fluxo Magnético e a Lei de Gauss para o Magnetismo Problemas Propostos

- Similarmente ao fluxo do campo elétrico, define-se o **fluxo do campo magnético** através de uma superfície infinitesimal dA como sendo

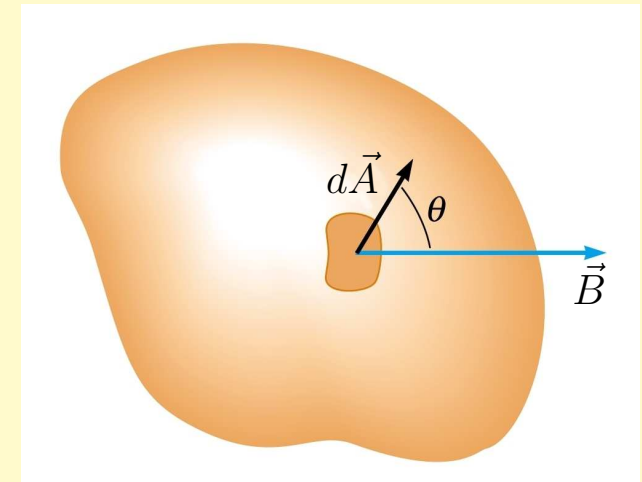
$$d\Phi_B = \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

onde $d\vec{A}$ é o vetor área, que é um vetor perpendicular à superfície de área dA .

- O fluxo total sobre a superfície finita S é dada por

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

- ◆ Unidade do fluxo magnético no SI: $[\Phi_B] = \text{T} \cdot \text{m}^2 = \text{weber (Wb)}$



O fluxo magnético: exemplo

Aplicações da Lei de Ampere; O Fluxo Magnético e a Lei de Gauss para o Magnetismo Problemas Propostos

Ex. 1 Considere uma espira retangular de lados a e b , localizada próxima a um fio longo conduzindo uma corrente I . Se a distância entre o fio e o lado mais próximo da espira for c , determine o fluxo magnético através da espira.

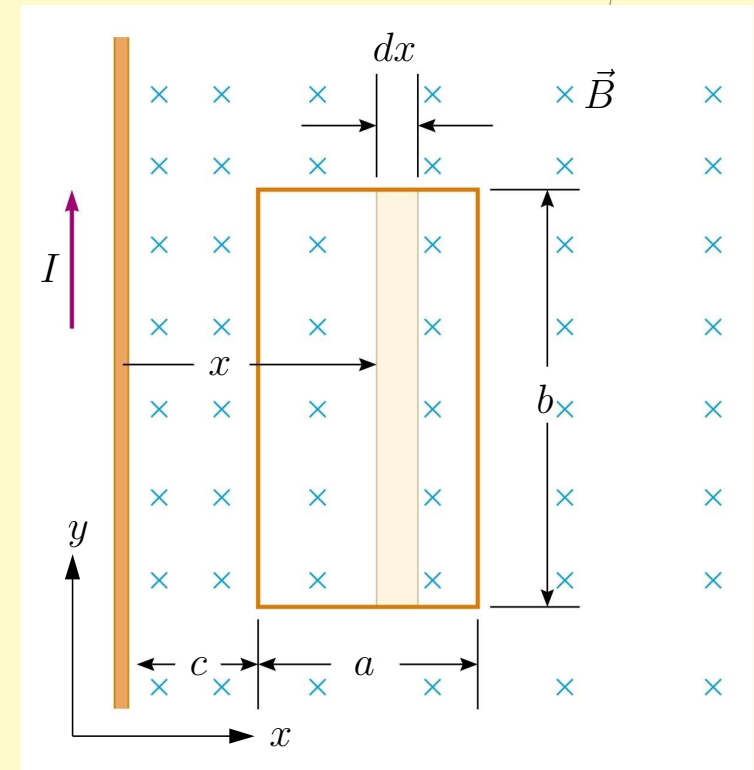
Solução

- Na Aula 13, p. 6, mostramos que o campo magnético (num ponto sobre o plano xy) devido a um fio infinito é dado por

$$\vec{B}(x) = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} (-\hat{k})$$

Escolhendo $d\vec{A} = dx dy (-\hat{k})$, segue que

$$\vec{B} \cdot d\vec{A} = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} dx dy$$



O fluxo magnético: exemplo

Aplicações da Lei de Àmpere; O Fluxo Magnético e a Lei de Gauss para o Magnetismo Problemas Propostos

Logo,

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \underbrace{\int_c^{c+a} \frac{dx}{x}}_{= \ln x \Big|_c^{c+a}} \underbrace{\int_0^b dy}_{= b}$$

Portanto,

$$\Phi_B = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln \left(1 + \frac{a}{c} \right)$$

- ◆ Como escolhemos $d\vec{A}$ no sentido de \vec{B} , o fluxo magnético é positivo no sentido negativo de z (entrando no plano da figura).

A lei de Gauss para o magnetismo

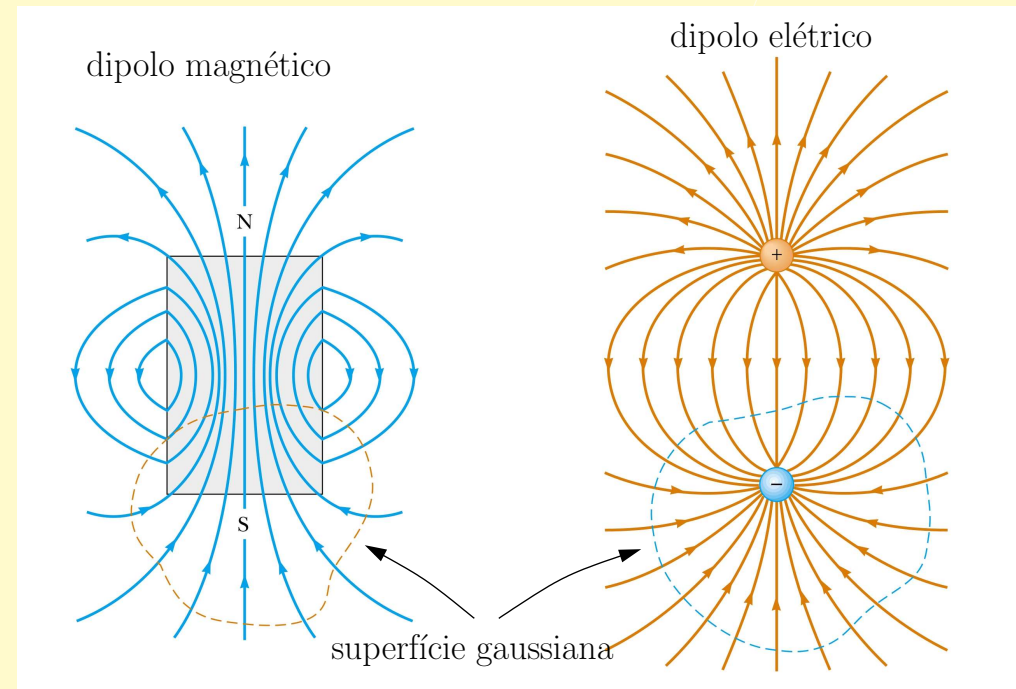
Aplicações da Lei de Àmpere; O Fluxo Magnético e a Lei de Gauss para o Magnetismo Problemas Propostos

- Como não existem monopolos magnéticos, o que implica que as linhas de campo são fechadas, a **lei de Gauss para o magnetismo** afirma que

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

onde S é uma superfície qualquer fechada.

- Na prática, a não existência de monopolos magnéticos implica que a Eq. acima não é útil como a lei de Gauss da eletrostática para o cálculo de campos magnéticos. Ou seja, como não existe a “carga” magnética, não existe um campo magnético criado por ela.



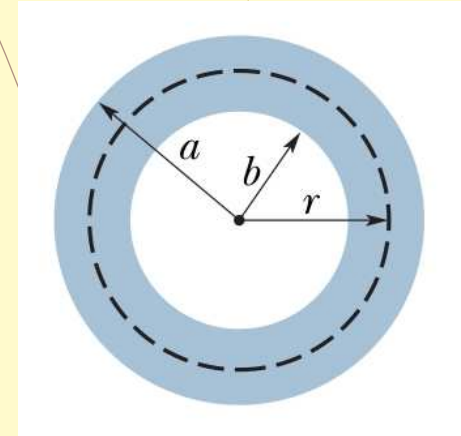
Problemas Propostos

Aplicação da lei de Àmpere

Aplicações da Lei de Àmpere; O Fluxo Magnético e a Lei de Gauss para o Magnetismo Problemas Propostos

P1 A Fig. ao lado mostra a seção transversal de um condutor de raios a e b , conduzindo uma corrente uniforme I . (a) Mostre que a magnitude do campo magnético $B(r)$ à uma distância radial r no intervalo $b < r < a$ é dada por

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi(a^2 - b^2)} \frac{r^2 - b^2}{r}$$



(b) Mostre que quando $r = a$, esta equação dá a magnitude do campo magnético B na superfície de um fio reto e longo conduzindo uma corrente I ; quando $r = b$, ela dá campo magnético zero; e quando $b = 0$, ela dá o campo magnético dentro de um condutor sólido de raio a conduzindo uma corrente I . (c) Assuma que $a = 2,0$ cm, $b = 1,8$ cm e $I = 100$ A e plote $B(r)$ para o intervalo $0 < r < 6$ cm.

Resp. (a) demonstração; (b) $B = \mu I / 2\pi a$, se $r = a$; $B = 0$, se $r = b$ e $B = \mu I r / 2\pi a^2$, se $b = 0$; (c) gráfico.

Campo magnético de um solenóide

Aplicações da Lei de Àmpere; O Fluxo Magnético e a Lei de Gauss para o Magnetismo Problemas Propostos

P2 Um solenóide comprido possui 100 voltas/cm e conduz uma corrente I . Um elétron se move dentro do solenóide em um círculo de raio 2,30 cm, perpendicular ao eixo do solenóide. A velocidade do elétron é $0,0460c$ (c é a velocidade da luz). Encontre a corrente I no solenóide.

Resp. $I = 0,272 \text{ A}$.

Referências

Aplicações da Lei de Àmpere; O Fluxo Magnético e a Lei de Gauss para o Magnetismo Problemas Propostos

- R. A. Serway, e J. W. Jewett Jr., *Princípios de Física, Vol. 3*, Cengage Learning;
- D. Halliday, R. Resnick e K. S. Krane, *Física, Vol. 3*, LTC;