BC0209–Fenômenos Eletromagnéticos

Segundo quadrimestre de 2016

Prof. José Kenichi Mizukoshi

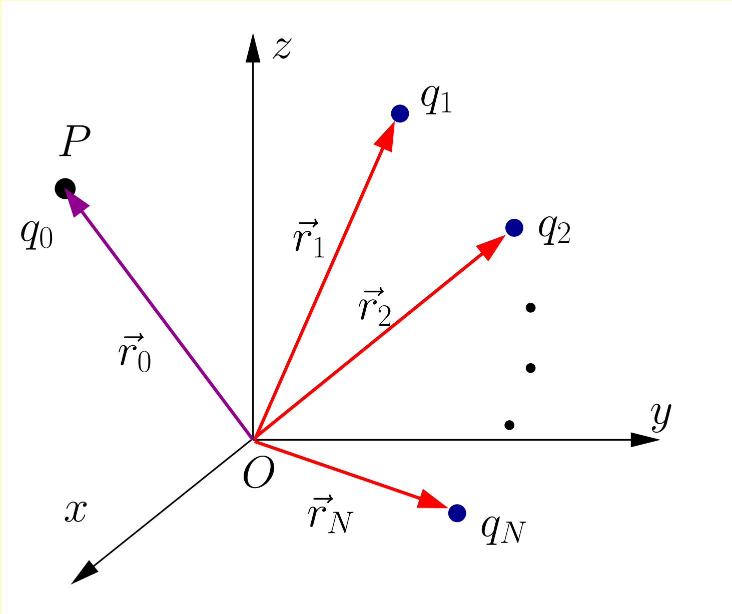
Aula 2 (versão 13/05/2015)

O Campo elétrico. Movimento de partículas carregadas em um campo elétrico uniforme.

O Campo Elétrico; Movimento de Partículas Carregadas em um Campo Elétrico Uniforme

O campo elétrico

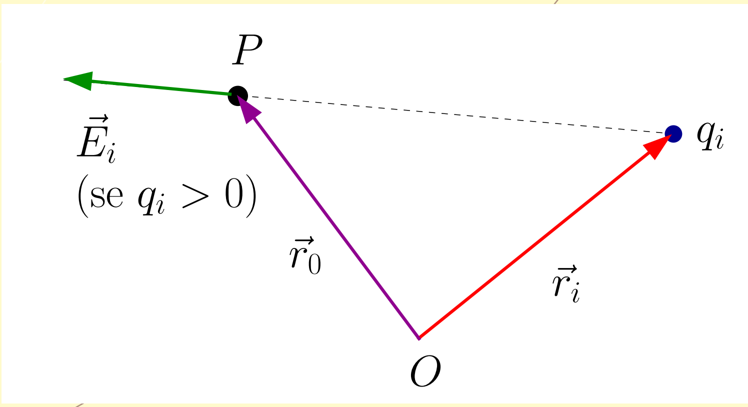
- Considere um sistema com N cargas pontuais e uma **carga de prova** q_0, localizada num ponto P. A força sobre q_0 devido às N cargas é dada por



$$\vec{F}_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q_0 \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{r_{i0}^2} \hat{r}_{i0} = q_0 \left[\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r_{i0}^2} \hat{r}_{i0} \right]$$

onde $\hat{r}_{i0} \equiv \dfrac{\vec{r}_0 - \vec{r}_i}{|\vec{r}_0 - \vec{r}_i|}$

- O i-ésimo termo da somatória é identificado como o **campo elétrico** produzido pela carga q_i, no ponto P:



$$\vec{E}_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r_{i0}^2} \hat{r}_{i0}$$

O campo elétrico

- O campo elétrico resultante devido à distribuição das N cargas, no ponto P, é dado por

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{N} \vec{E}_i$$

- Se $\vec{F}_0$ for a força sentida pela carga de prova q_0 devido à distribuição de N cargas, o campo elétrico dessa distribuição pode ser obtida por

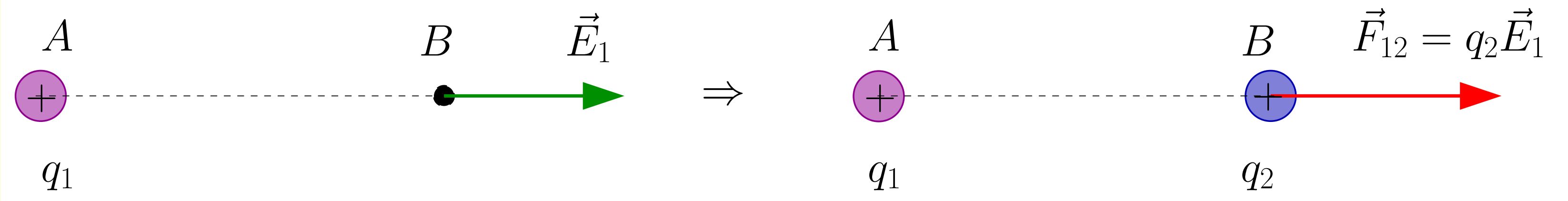
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_0}{q_0}$$

  Por carga de prova, subentende-se que a carga q_0 deve ser suficientemente pequena ($q_0 \to 0$) para não perturbar a distribuição das N cargas (importante consideração para o caso em que elas não estiverem fixas).

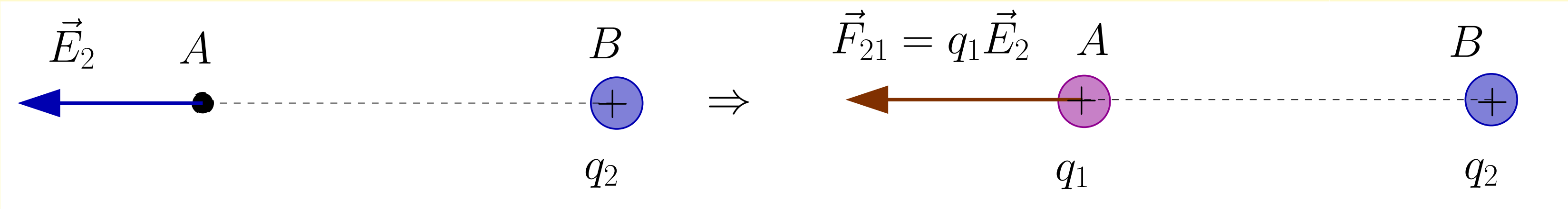
- Unidades no SI:

$$[E] = \frac{\text{N}}{\text{C}} \quad \text{ou} \quad [E] = \frac{\text{volt}}{\text{metro}} = \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

- Interpretação física: o campo elétrico age como um **mediador** da interação entre as cargas.
  - A carga $q_1 > 0$, localizada no ponto A, produz um campo elétrico $\vec{E}_1$ no ponto B. Se colocarmos uma carga $q_2 > 0$ em B, ela sente uma força dada por $\vec{F}_{12} = q_2\vec{E}_1$.

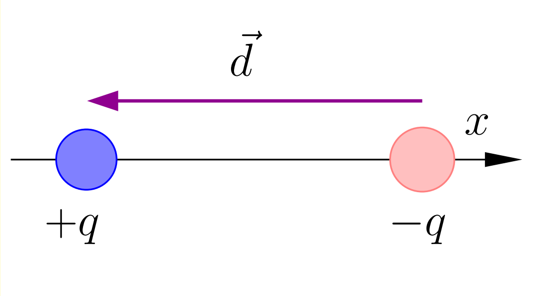


  - Analogamente, a carga q_2 no ponto B produz um campo elétrico $\vec{E}_2$ em A e a carga q_1 em A sente uma força $\vec{F}_{21} = q_1\vec{E}_2$.



O campo de um dipolo elétrico

- Um **dipolo elétrico** é um objeto composto de cargas positiva, q, e negativa, $-q$, separadas por uma distância fixa $|\vec{d}|$.



- O **momento de dipolo elétrico** é definido como

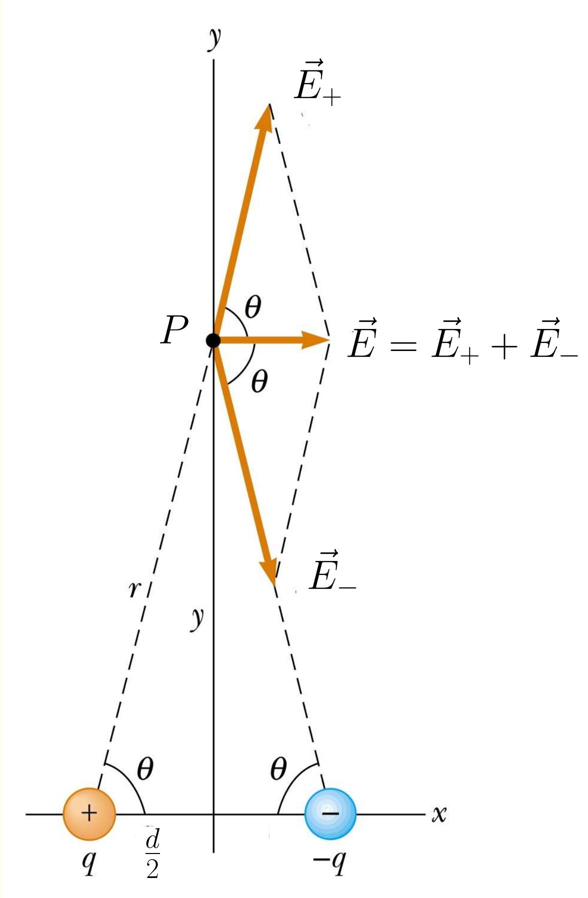
$$\vec{p} = q\vec{d}$$

- A carga elétrica resultante num dipolo é zero. Contudo, ele é capaz de gerar e sentir um campo elétrico.

- Exemplo de um dipolo elétrico: cloreto de sódio (Na^+Cl^-)

$$\left\{ \begin{array}{l} q = e = 1{,}6 \times 10^{-19} \text{ C} \\ d = 0,236 \text{ nm} = 0{,}236 \times 10^{-9} \text{ m} \end{array} \right. \quad \Rightarrow \quad p = 3{,}78 \times 10^{-29} \text{ C m}$$

Ex. 1 Considere um dipolo elétrico formado pelas cargas $q > 0$ na posição $x = -d/2$ e $-q$ na posição $x = d/2$. Obtenha o campo elétrico do objeto na posição P mostrada na figura ao lado.



Solução O campo elétrico no ponto P é dado por $\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$, onde (veja similaridade com o Ex. 3 da aula 1, p. 16)

$$\vec{E}_+ = |\vec{E}_+|(\cos\theta\,\hat{\imath} + \text{sen}\,\theta\,\hat{\jmath})$$

$$\vec{E}_- = |\vec{E}_-|(\cos\theta\,\hat{\imath} - \text{sen}\,\theta\,\hat{\jmath})$$

Temos que $|\vec{E}_+| = |\vec{E}_-| = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{q}{r^2}$, com $r = \sqrt{d^2/4 + y^2}$

Logo, $\vec{E} = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{q}{r^2}(2\cos\theta)\,\hat{\imath}$.

Como $\cos\theta = d/2r$, temos que

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qd}{(y^2+d^2/4)^{3/2}}\,\hat{\imath} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{p}{(y^2+d^2/4)^{3/2}}\,\hat{\imath}}$$

Obtenha o campo elétrico do dipolo num ponto P muito longe dele ($y \gg d/2$).

Solução Temos que

$$\frac{1}{(y^2+d^2/4)^{3/2}} = \frac{1}{y^3[1+\underbrace{(d/2y)^2}_{\approx 0}]^{3/2}} \approx \frac{1}{y^3}$$

Portanto

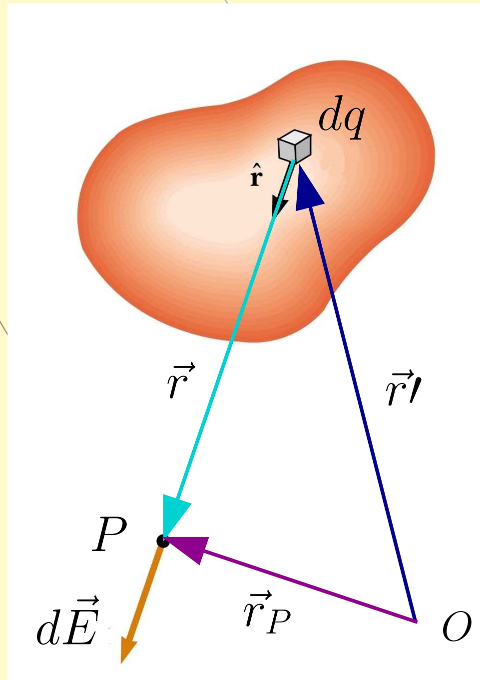
$$\vec{E} \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p}{y^3}\,\hat{\imath}$$

➠ campo elétrico do dipolo possui dependência $\dfrac{1}{y^3}$ para pontos muito distantes dele.

Campo elétrico de distribuições contínuas de carga

- Considere uma distribuição de cargas em um objeto qualquer, com **densidade de carga volumétrica** ρ. O campo elétrico num ponto P devido a uma carga infinitesimal (muito pequena) dq é dado por

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dq}{r^2}\,\hat{r}$$



- O elemento de carga dq está contido num elemento de volume $d\mathcal{V}$. Logo,

$$dq = \rho\, d\mathcal{V}$$

  - A carga total contida no objeto é dada por

$$q = \int_{\text{vol}} dq = \int_{\text{vol}} \rho\, d\mathcal{V}$$

Campo elétrico de distribuições contínuas de carga

- O campo elétrico resultante, devido a distribuição de toda a carga no objeto, é a soma sobre as contribuições infinitesimais de $d\vec{E}$:

$$\vec{E} = \int_{\text{vol}} d\vec{E}$$

Como a soma (integral) é vetorial, na prática efetuam-se integrações nas componentes (direções) do campo. Em coordenadas cartesianas,

$$\vec{E} = \int_{\text{vol}} d\vec{E} = \int_{\text{vol}} dE_x\,\hat{\imath} + \int_{\text{vol}} dE_y\,\hat{\jmath} + \int_{\text{vol}} dE_z\,\hat{k}$$

- Em muitos casos, podemos utilizar argumentos baseados em **simetria da distribuição de cargas** para mostrar que algumas dessas integrais dão zero.

Campo elétrico de distribuições contínuas de carga

- Se as cargas estiverem distribuídas na superfície de um material (distribuição superficial), temos que

$$dq = \sigma \, dA,$$

onde σ é a **densidade superficial de carga** e dA é o elemento de área. A força resultante é obtida integrando-se sobre a superfície do objeto carregado.

- Para uma distribuição linear de cargas,

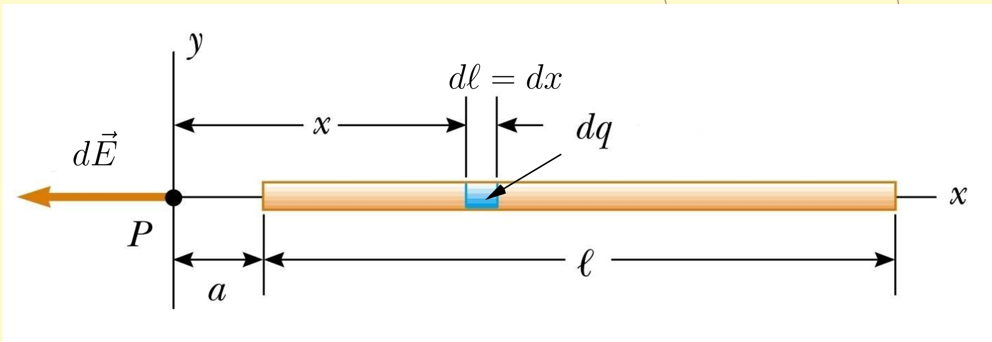
$$dq = \lambda \, d\ell,$$

onde λ é a **densidade linear de carga** e $d\ell$ é o elemento de comprimento. A força resultante é obtida integrando-se sobre o comprimento do objeto.

Campo elétrico de distribuições contínuas de carga – exemplo

Ex. 2 Considere uma haste de comprimento ℓ carregada uniformemente com carga total $q > 0$. Determinar o campo elétrico no ponto P, mostrado na figura abaixo.

Solução



- Para uma carga infinitesimal dq, o campo elétrico é dado por

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dq}{r^2}\,\hat{r}$$

- Neste problema, temos que $dq = \lambda\, d\ell$, $r = x$ e $d\ell = dx$. Portanto,

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\lambda\, dx}{x^2}\,(-\hat{\imath})$$

Logo,

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\lambda \underbrace{\int_a^{a+\ell}\frac{dx}{x^2}}_{=\ell/[a(a+\ell)]}(-\hat{\imath}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\lambda\ell}{a(a+\ell)}(-\hat{\imath})$$

Campo elétrico de distribuições contínuas de carga – exemplo

- Como a densidade linear de carga é constante (distribuição uniforme),

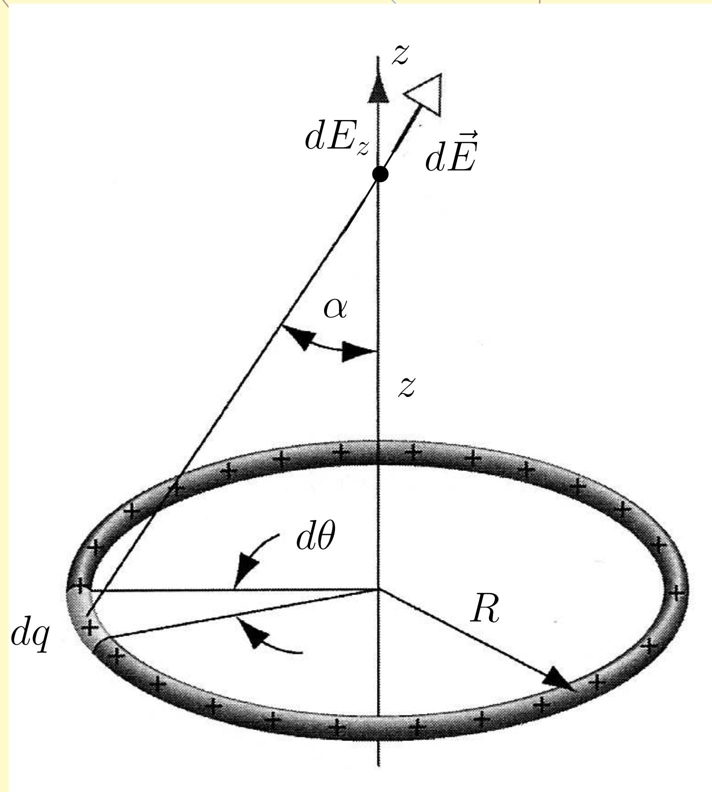
$$q = \int \lambda d\ell = \lambda \int_a^{a+\ell} dx \quad \Rightarrow \quad q = \lambda\ell$$

- Em termos da carga total q, o campo elétrico em P fica

$$\boxed{\vec{E} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{a(a+\ell)}\,\hat{\imath}}$$

Campo elétrico de distribuições contínuas de carga – exemplo

Ex. 3 Considere um anel de raio R, carregado uniformemente com carga $q > 0$. Obtenha o campo elétrico dessa distribuição de cargas num ponto P localizado sobre o eixo que passa pelo centro do anel, à uma distância z.



Solução

- O campo elétrico devido a um elemento de carga dq é dado por

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}\,\hat{r}\ ,$$

onde

$$dq = \lambda\, d\ell = \lambda R\, d\theta;$$

$$r = (R^2 + z^2)^{1/2} = \text{ constante}$$

Campo elétrico de distribuições contínuas de carga – exemplo

- $d\vec{E}$ pode ser decomposto em duas componentes:

$$d\vec{E} = dE_z\,\hat{k} + d\vec{E}_\perp$$

- Devido à simetria, a integração sobre a componente perpendicular do campo se anula, ou seja, $\vec{E}_\perp = 0$. Logo,

$$\vec{E} = \int dE_z\,\hat{k} = \int dE\cos\alpha\,\hat{k}$$

Como $\cos\alpha = \dfrac{z}{(z^2+R^2)^{1/2}}$, segue que

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\lambda R\frac{z}{(z^2+R^2)^{3/2}}\underbrace{\int_0^{2\pi} d\theta}_{2\pi}\,\hat{k} = \frac{1}{2\varepsilon_0}\lambda R\frac{z}{(z^2+R^2)^{3/2}}\,\hat{k}$$

Campo elétrico de distribuições contínuas de carga – exemplo

- Para um anel **carregado uniformemente** com carga q, a densidade linear λ é constante. Portanto (lembrando que $dq = \lambda R d\theta$ para o anel),

$$q = \int dq = \lambda R \int_0^{2\pi} d\theta = \lambda 2\pi R \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{q}{2\pi R}$$

- Obtemos assim o campo elétrico resultante em função de q:

$$\boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qz}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \hat{k}}$$

Obtenha uma expressão para o campo elétrico longe do anel, *i.e.*, $z \gg R$.

Solução Temos que para $z \gg R$,

$$\frac{z}{(z^2+R^2)^{3/2}} = \frac{z}{z^3(1+\underbrace{R^2/z^2}_{\approx 0})^{3/2}} \approx \frac{1}{z^2}$$

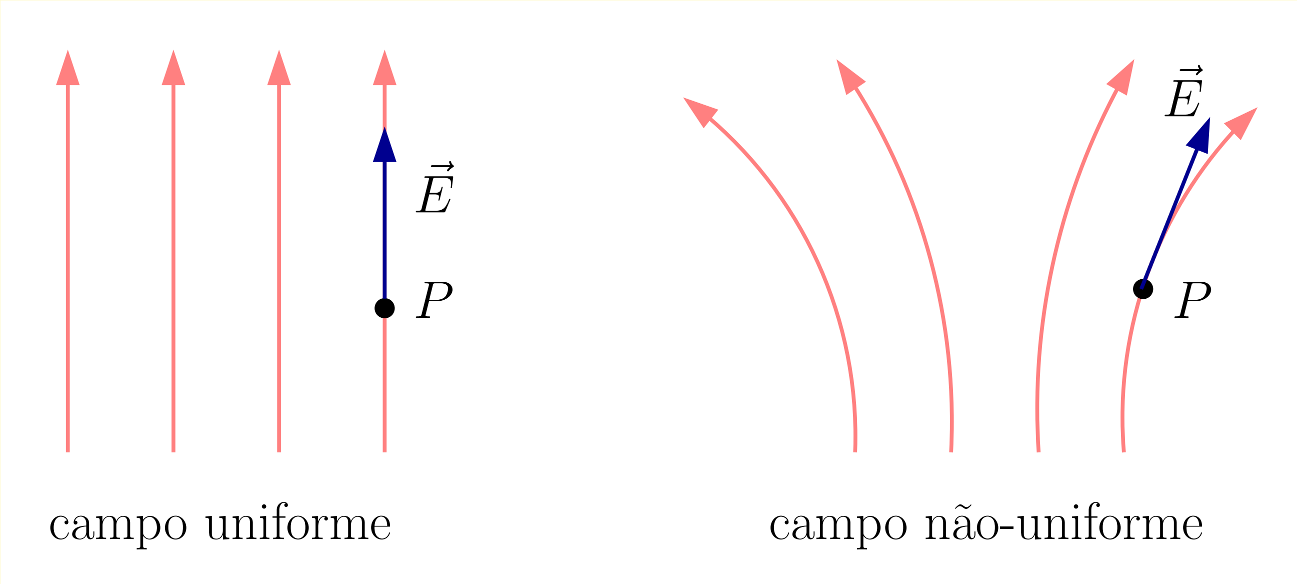
Portanto,

$$\boxed{\vec{E} \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{z^2}\ \hat{k}}$$

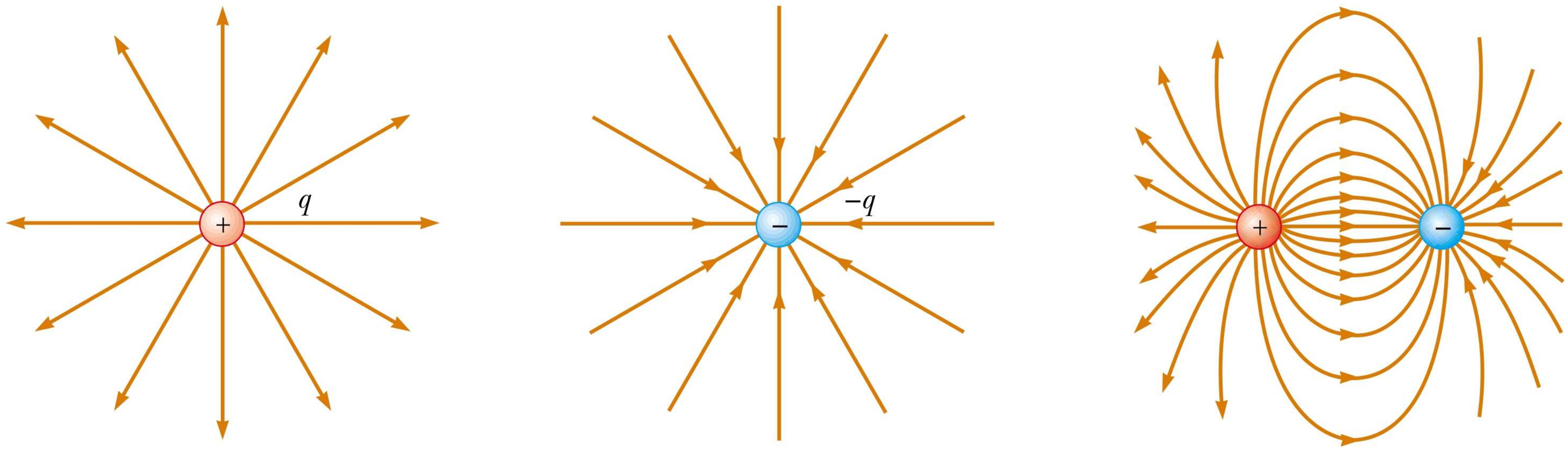
Ou seja, quando se está muito longe do anel carregado, ele se comporta como uma carga pontual. O resultado é estendido a qualquer objeto finito, desde que o campo seja calculado suficientemente longe dele.

Linhas de campo elétrico

- As linhas de campo são representações gráficas do campo elétrico nas regiões do espaço, com as seguintes propriedades:
  - *i.* o campo elétrico num ponto P é tangente à linha nesse ponto.



ii. as linhas começam das cargas positivas e terminam nas cargas negativas (ou no infinito, na ausência destas).

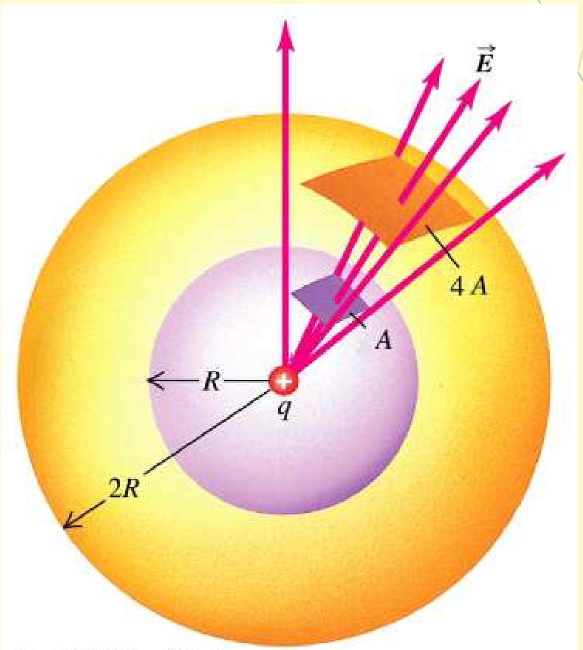


linhas de campo para cargas pontuais

linhas de campo de um dipolo elétrico

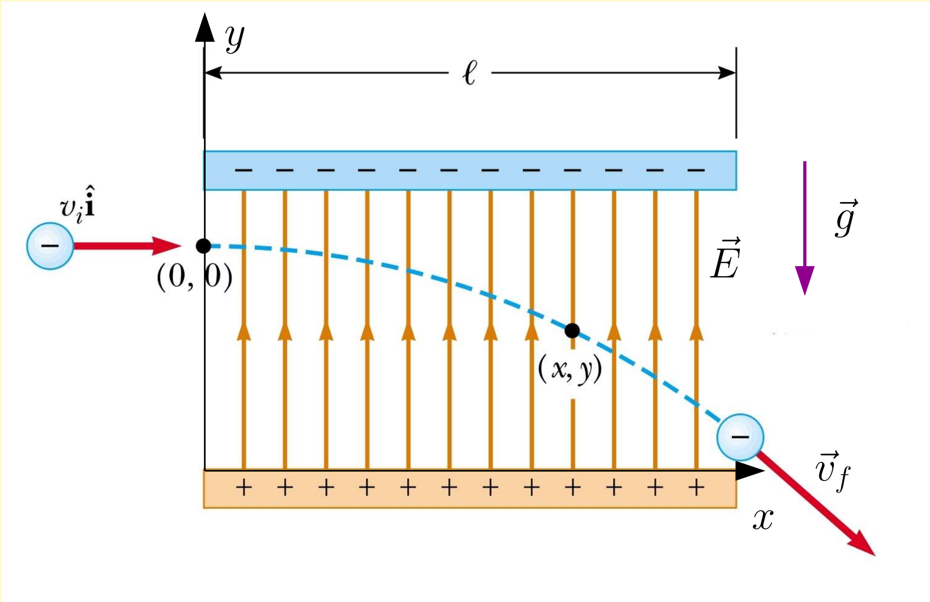
iii. a intensidade do campo elétrico em qualquer ponto é proporcional ao número de linhas por unidade de área transversal, que é perpendicular às linhas. Assim, E é grande onde as linhas de campo estão próximas e pequeno quando estiverem mais afastadas.

No exemplo ao lado, a intensidade do campo elétrico na área $4A$ é um quarto menor do que na área A. (Note que ambas as áreas possuem a mesma quantidade de linhas de campo, o que possibilita a comparação direta.)



Movimento de uma carga pontual em um campo elétrico

- Vamos considerar o movimento de um elétron em uma região do espaço preenchida com um campo elétrico uniforme vertical.



- Para este sistema, considerando o campo gravitacional, a 2ª lei de Newton para o elétron é dada por

$$\vec{F}_{\text{res}} = -m_e g\,\hat{\jmath} + (-e)E\,\hat{\jmath} = m_e\vec{a}$$

Movimento de uma carga pontual em um campo elétrico

- Na situação comum, onde $eE \gg m_e g$,

$$\vec{F}_{\text{res}} \approx -eE\,\hat{\jmath} = m_e \vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = \frac{\overbrace{-eE}^{=a_y}}{m_e}\,\hat{\jmath}$$

Temos que $a_x = 0$ e a_y é constante. Logo, temos um movimento retilíneo uniforme na direção x e um movimento retilíneo uniformemente variável na direção y.

- Se em $t = 0$ o elétron entra na região entre as placas e adotando-se o referencial mostrado na figura, temos as seguintes equações que valem simultaneamente,

$$\begin{cases} x = \cancelto{0}{x_0} + \overbrace{v_{0,x}}^{=v_i}\, t & (*) \\ y = y_0 + \cancelto{0}{v_{0,y}}t + \frac{1}{2}a_y t^2 & (**) \end{cases}$$

- **Deflexão** Δy sofrida pelo elétron. Temos que no instante $t = t_f$ o elétron estará saindo da região entre as placas. Neste instante, $x = \ell$ e portanto

$$\begin{cases} \ell = v_i t_f & (\ast\ast\ast) \\ \Delta y = y_f - y_0 = -\dfrac{eE}{2m_e} t_f^2 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \Delta y = -\frac{eE}{2m_e}\left(\frac{\ell}{v_i}\right)^2$$

- Velocidade final $\vec{v}_f$ do elétron. Derivando as Eqs. $(\ast)$, $(\ast\ast)$ e fazendo $t = t_f$, temos [com a ajuda da Eq. $(\ast\ast\ast)$]

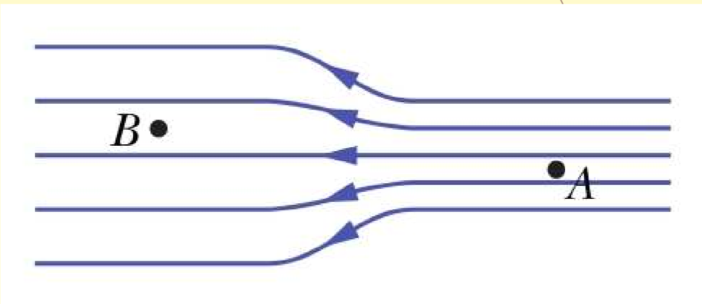
$$\begin{cases} v_x = v_i \\ v_y = -\dfrac{eE}{m_e} t_f = -\dfrac{eE}{m_e}\dfrac{\ell}{v_i} \end{cases}$$

Logo,

$$\vec{v}_f = v_i\,\hat{\imath} - \frac{eE}{m_e}\frac{\ell}{v_i}\,\hat{\jmath}$$

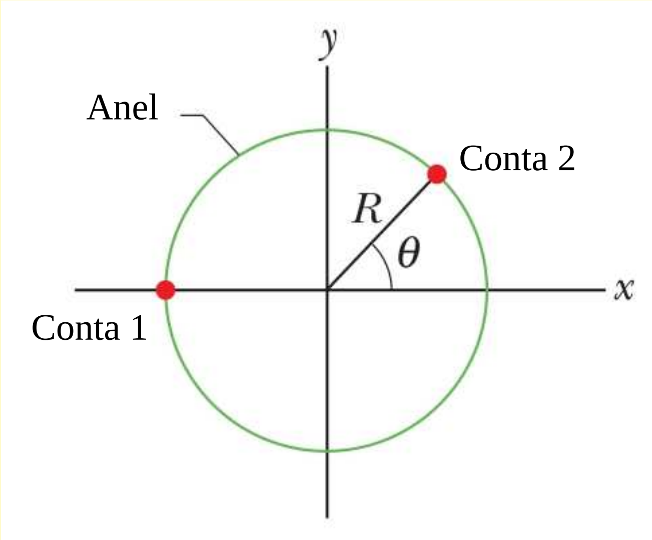
Problemas Propostos

P1 Na Fig. ao lado, as linhas do campo elétrico à esquerda possuem o dobro da separação das linhas à direita. (a) Se a magnitude do campo em A é 40 N/C, qual é a força sobre um próton em A? (b) Qual é a magnitude do campo em B?



Resp. (a) $\vec{F} = (-6{,}4 \times 10^{-18}$ N$)\hat{\imath}$ (para à esquerda); (b) $E_b = 20$ N/C.

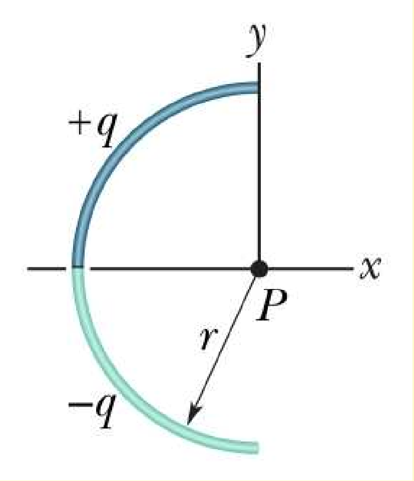
P2 A Fig. ao lado mostra um anel de plástico de raio $R = 50{,}0$ cm. Duas pequenas contas estão presas ao anel: a conta 1, de carga +2.00 μC, está fixa no local à esquerda; a conta 2, de carga +6.00 μC pode se mover ao longo do anel. As duas contas produzem um campo elétrico resultante de magnitude E no centro do anel. Para quais valores do ângulo θ (a) positivo e (b) negativo deverá a conta 2 ser posicionada para que $E = 2{,}00 \times 10^5$ N/C?



Resp. (a) $\theta = 67{,}8°$; (b) $\theta = -67{,}8°$

Campo elétrico de uma distribuição linear de cargas

P3 Na Fig. ao lado, uma haste fina de vidro forma um semicírculo de raio $r = 5{,}00$ cm. Carga é uniformemente distribuída ao longo da haste, com $+q =$ 4,50 pC na metade superior e $-q = -4{,}50$ pC na metade inferior. Qual o campo elétrico $\vec{E}$ em P, o centro do semicírculo?

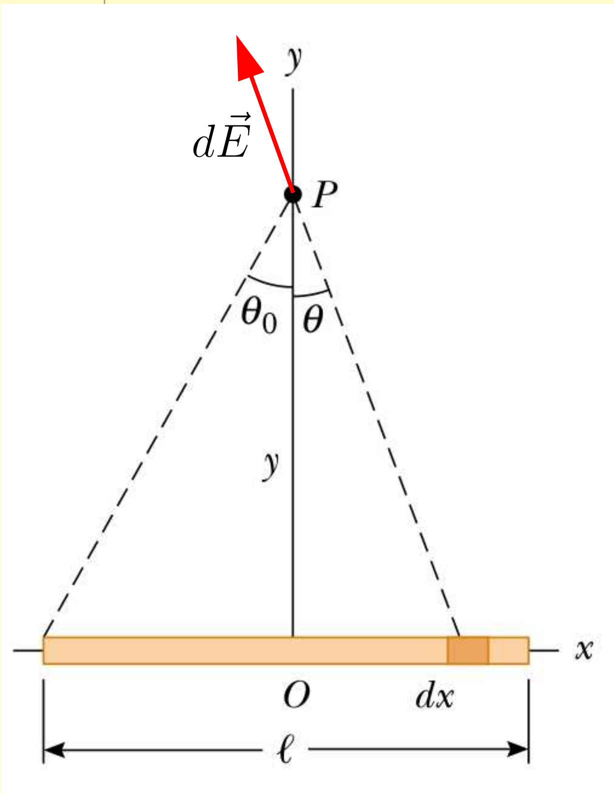


Resp. $\vec{E} = (20{,}6\ \text{N/C})(-\hat{\jmath})$

Material Suplementar

O campo elétrico de uma haste fina e muito longa

Vamos considerar primeiro o cálculo do campo elétrico num ponto P, localizado na mediatriz de uma haste carregada (de carga $q > 0$) de comprimento ℓ.



- O campo elétrico de uma carga $dq = \lambda\, dx$ localizada entre x e $x + dx$ no ponto P é dado por

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\, dx}{r^2}\,\hat{r}$$

  onde $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.
- Escrevendo

$$d\vec{E} = dE_y\,\hat{\jmath} + d\vec{E}_\perp$$

  observamos que devido à simetria, o campo elétrico resultante será na direção y. Como $dE_y = dE\cos\theta$,

$$E_y = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,2\lambda\int_0^{\ell/2}\frac{\cos\theta\, dx}{r^2}, \quad \text{onde} \quad \cos\theta = \frac{y}{r}$$

O campo elétrico de uma haste fina e muito longa

- Pela figura, $\cos\theta = y/r$. Portanto,

$$E_y = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\lambda y \int_0^{\ell/2} \frac{dx}{(x^2+y^2)^{3/2}}$$

- Fazendo a mudança de variável $x = y\,\mathrm{tg}\,\theta$, segue $dx = y\sec^2\theta\,d\theta$. Portanto,

$$E_y = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\lambda y \frac{1}{y^2} \underbrace{\int_0^{\theta_{\mathrm{max}}} \cos\theta\,d\theta}_{=\,\mathrm{sen}\,\theta\big|_0^{\theta_{\mathrm{max}}} = \,\mathrm{sen}\,\theta_{\mathrm{max}}}$$

onde $\theta_{\mathrm{max}} = \mathrm{arctg}\,\ell/2y$, ou seja, $\mathrm{tg}\,\theta_{\mathrm{max}} = \ell/2y$. Temos que para $\theta < \pi/2$,

$$\mathrm{tg}\,\theta = \mathrm{sen}\,\theta/\sqrt{1-\mathrm{sen}^2\,\theta} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{sen}\,\theta = \frac{\mathrm{tg}\,\theta}{\sqrt{1+\,\mathrm{tg}^2\,\theta}}$$

O campo elétrico de uma haste fina e muito longa

Logo, sen $\theta_{\text{max}} = \dfrac{\ell}{2y\sqrt{1+\ell^2/4y^2}}$.

Portanto,

$$\boxed{E_y = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\ell}{y\sqrt{y^2+\ell^2/4}}}$$

O campo elétrico de uma haste ou fio infinito.

- Para uma haste ou fio infinito, tem-se que $\ell^2/4 \gg y^2$, o que implica que

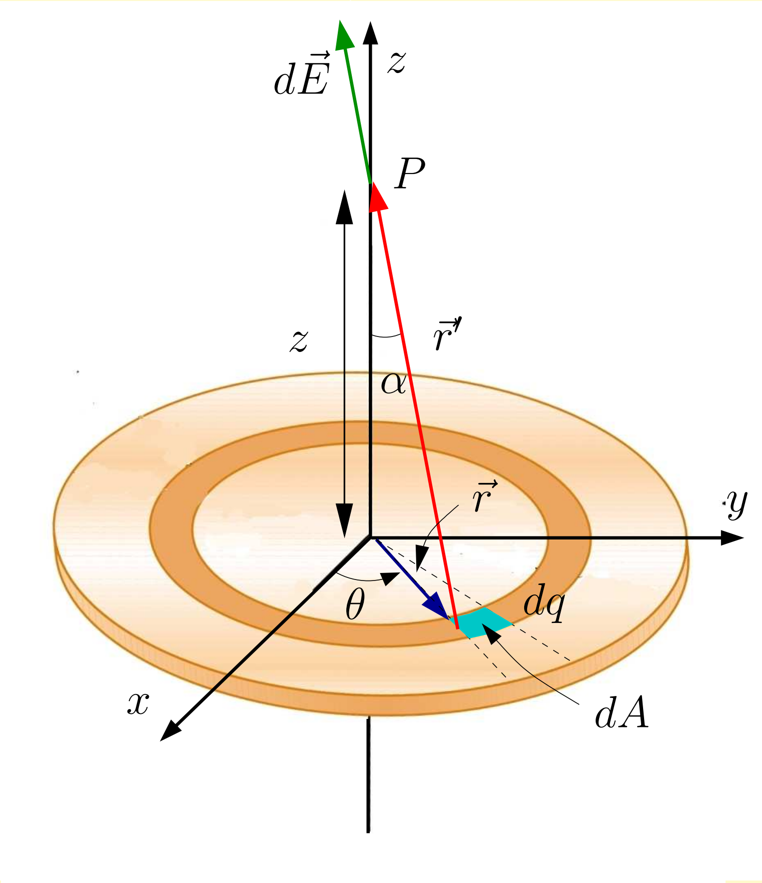
$$\frac{1}{\sqrt{y^2+\ell^2/4}} = \frac{1}{(\ell/2)\sqrt{1+(2y/\ell)^2}} \approx \frac{2}{\ell}$$

Portanto,

$$\boxed{E_y = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{y}} \quad \text{(fio infinito)}$$

O campo elétrico de um disco carregado

Considere um disco de raio R **uniformemente carregado** com carga $q > 0$.



- Como o disco está uniformemente carregado, por simetria a componente perpendicular (ao eixo z) dá zero: $\vec{E}_\perp = 0$. Logo, o campo elétrico resultante em P é dado por

$$\vec{E} = \int_S dE_z\,\hat{k} = \int_S dE\cos\alpha\,\hat{k}$$

Como $dq = \sigma\,dA$ e $\cos\alpha = \dfrac{z}{r'}$,

$$dE_z = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma z\,dA}{r'^3}$$

O elemento de área em **coordenadas polares** é dado por

$$dA = (r\,d\theta)(dr) = r\,drd\theta$$

O campo elétrico de um disco carregado

- Como $r' = \sqrt{z^2 + r^2}$, temos que

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sigma z \underbrace{\int_0^R \frac{r\,dr}{(z^2+r^2)^{3/2}}}_{=I} \underbrace{\int_0^{2\pi} d\theta}_{=2\pi}\ \hat{k}$$

  - Cálculo da integral I (lembrando que $z > 0$):

$$I = \int_0^R \frac{r\,dr}{(z^2+r^2)^{3/2}} = -\frac{1}{\sqrt{z^2+r^2}}\Bigg|_0^R \quad \Rightarrow \quad I = -\frac{1}{\sqrt{z^2+R^2}} + \frac{1}{z}$$

- Como a densidade superficial de carga é uniforme, $\sigma = \dfrac{\text{carga total}}{\text{área}} = \dfrac{q}{\pi R^2}$. Logo,

$$\boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2q}{R^2}\left[1 - \frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}}\right]\hat{k}}$$

O campo elétrico de um disco carregado

Obtenha o campo elétrico num ponto z bem distante do disco: $z \gg R$.

- Temos que

$$\frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+(R/z)^2}} \equiv \frac{1}{\sqrt{1+\epsilon}} = f(\epsilon)$$

Podemos expandindo a função $f(\epsilon)$ em uma série de Taylor em torno de $\epsilon = 0$,

$$f(\epsilon) = f(0) + \frac{df(0)}{d\epsilon}\epsilon + \cdots$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f(0) = 1 \\ \dfrac{df}{d\epsilon} = \dfrac{-1/2}{(1+\epsilon)^{3/2}} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{df(0)}{d\epsilon} = -\dfrac{1}{2} \end{array} \right. \quad \Rightarrow \quad f(\epsilon) = 1 - \frac{1}{2}\epsilon + \mathcal{O}(\epsilon^2)$$

Logo,

$$\frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}} \approx 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{R}{z}\right)^2$$

Portanto,

$$\boxed{\vec{E} \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{z^2}\,\hat{k} \quad (z \gg R)}$$

➠ Conforme esperávamos, o disco carregado se comporta como uma carga pontual para grandes distâncias.

Calcule o campo elétrico num ponto z bem próximo ao disco: $z \ll R$ (tal limite se aplica ao campo elétrico de <u>uma placa infinita</u>).

- Vamos escrever o campo elétrico em termos da densidade superficial de carga. Como $q = \sigma\pi R^2$,

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}}\right]\hat{k}$$

O campo elétrico de um disco carregado

Para $z \ll R$,

$$\frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}} = \frac{z}{R\sqrt{1+(z/R)^2}} \to 0.$$

Portanto,

$$\boxed{\vec{E} \approx \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,\hat{k}} \quad (z \ll R)$$

➡ Campo elétrico é constante e independente da geometria da placa.

Referências

- R. A. Serway, e J. W. Jewett Jr., *Princípios de Física, Vol. 3*, Cengage Learning;
- D. Halliday, R. Resnick e K. S. Krane, *Física, Vol. 3*, LTC;