Exercício Proposto 5

Nome: Lucas Moura de Almeida
RA: 11201811415.

[redacted]

O campo magnético $\vec{B}$ em certa região é dado pela expressão abaixo:

$$\vec{B}(z,t) = B_0 \cos(Kz - \omega t)\,\hat{j}$$

a) Encontre o rotacional do campo elétrico $\vec{E}$ induzido nesta região

Pela Lei de Faraday, temos que:

$$\underbrace{(\vec{\nabla} \times \vec{E})}_{\text{rotacional}} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$, portanto utilizando a equação fornecida, temos:

$$(\vec{\nabla} \times \vec{E}) = -\frac{d(B_0 \cos(Kz - \omega t))}{dt}\,\hat{j}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -(B_0 - \operatorname{sen}(Kz - \omega t) \cdot -\omega)\,\hat{j}$$

$$\boxed{\therefore (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = -B_0\,\omega \operatorname{sen}(Kz - \omega t)\,\hat{j}}$$

b) Considerando E_z do campo elétrico $\vec{E}$ como sendo nula, encontre E_x.

Sendo: $\vec{\nabla} \times \vec{E} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix}$

$$= +\left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}\right)\hat{i} - \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z}\right)\hat{j} + \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\right)\hat{k}$$

Dado o resultado obtido no item a e sabendo que $E_z = 0$ e que somente temos valores em $\hat{j}$, podemos afirmar que:

$$\frac{dE_x}{dz}\hat{j} = -B_0 \omega \sin(Kz - \omega t)\hat{j}$$

$$\Rightarrow E_x = \int -B_0 \omega \operatorname{sen}(Kz - \omega t)\, dz.$$

$$E_x = -B_0 \omega \cdot \underbrace{\int \operatorname{sen}(Kz - \omega t)\, dz}_{}$$

(propagação)
sabendo que a equação possui direção $+Z$ podemos integrar de 0 até $+Z$.

$$\left[-\frac{\cos(Kz - \omega t)}{K}\right]_0^z$$

Portanto:

$$E_x = -\frac{B_0 w}{K}\left[-\cos(Kz - wt) + \cos(K.0 - wt)\right]$$

$$\Rightarrow E_x = -\frac{B_0 w}{K}\left[\cos(wt) - \cos(Kz - wt)\right]$$

$$\boxed{E_x = \frac{B_0 w}{K}\cos(Kz - wt) - \frac{B_0 w}{K}\cos(wt)}$$