Lucas Moura de Almeida RA: 11201811415

Exercícios - Introdução no sistema de ponto flutuante

1) Represente o número $(21,302)_5$ no sistema $F(4,6,4,5)$

$\beta = 4$; $t = 6$; $m = 4$; $M = 5$.

De modo a representar um número partindo da base 5 para a base 4, primeiro deveremos passar pela base 10, ou seja:

$$(\overset{1}{2}\overset{0}{1},\overset{-1}{3}\overset{-2}{0}\overset{-3}{2})_5 = 2.5^1 + 1.5^0 + 3.5^{-1} + 0.5^{-2} + 2.5^{-3}$$
$$= (11,6160)_{10}$$

$$\begin{array}{r|l} 11 & 4 \\ \hline 3 & 2 \end{array}$$

$$0,616 \times 4 = 2,464 \qquad 0,464 \times 4 = 1,856 \qquad 0,856 \times 4 = 3,424 \qquad 0,424 \times 4 = 1,696$$

$\therefore (21,302)_5 = (23,2131)_4$

Podendo assim ser escrito da seguinte forma $0,\underline{232131}.4^2$

2) Seja o sistema F(3,3,2,1). Quantos números podemos representar nesse sistema? Na base decimal, determine a região de "underflow" e "overflow" desse sistema.

F(3,3,2,1) $\quad -2 \le e \le 1$

$\beta = 3$; $t = 3$; $m = 2$; $M = 1$

2	. 2	. 3	. 3	. 4	= 144.
sinal	d_1	d_2	d_3	{-2,-1,0,1}	
{+,-}	{1,2}	{0,1,2}	{0,1,2}		

Esse sistema é capaz de representar 144 números mais o zero, portanto representando 145 números

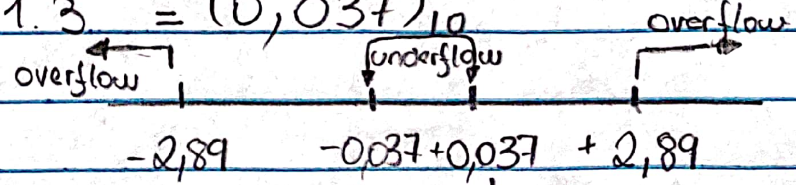
A fim de determinar as regiões de underflow e overflow é necessário encontrar os máximo / mínimo valores que podem ser representados por esse sistema:

MAIOR VALOR positivo: $+0,222 \cdot 3^{1} = (2,22)_3$

$= 2 \cdot 3^{0} + 2 \cdot 3^{-1} + 2 \cdot 3^{-2} = (2,89)_{10}$

MENOR VALOR positivo: $+0,100 \cdot 3^{-2} = (0,001)_3$

$= 1 \cdot 3^{-3} = (0,037)_{10}$

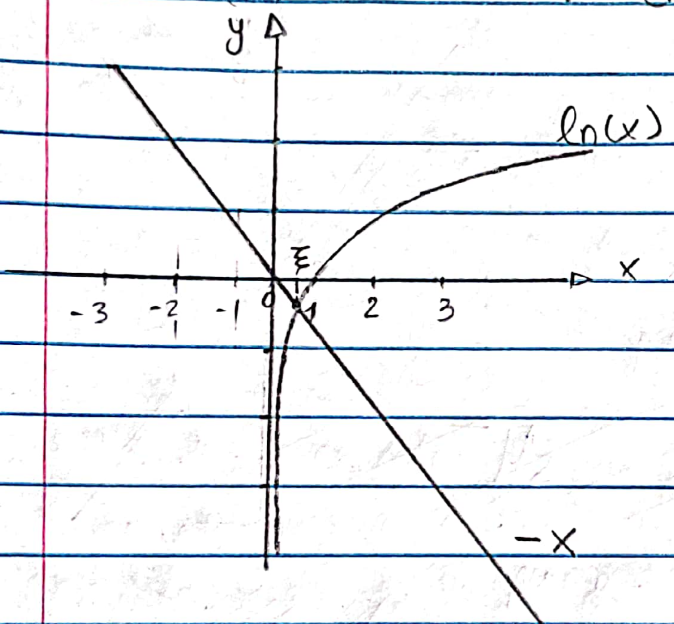


UNDERFLOW: $(-0,037 ; +0,037)$ | OVERFLOW: $(-\infty ; -2,89) \cup (+2,89 ; +\infty)$

Exercícios: Introdução às raízes de funções reais

3) Determine uma aproximação da raiz de $f(x) = x + \ln(x)$ pelo MIL com 4 casas decimais e erro relativo inferior à 10^{-1}. Verifique o critério de convergência na função $\varphi(x)$ escolhida.

$x + \ln(x) = 0 \longrightarrow -x = \ln(x)$



Teorema de Bolzano:

x	f(x)
0,2	-1,409
0,4	-0,5163
0,6	0,0892
0,8	0,5768
1,0	1,0000

Portanto pelo método gráfico e pelo teorema de Bolzano, podemos afirmar que existe uma raiz $\xi \in (0;1) = I$

$x = \varphi(x) \rightarrow \boxed{x = e^{-x}}$, primeiramente aplicamos o critério de convergência:

$\varphi_1'(x) = -e^{-x}$

$|\varphi_1'(x)| < 1 \rightarrow |-e^{-x}| < 1$

$\frac{1}{e^x} < 1 \rightarrow e^x > 1$; Como I está contido no intervalo $(0; +\infty)$, a função $\varphi_1(x)$ converge.

$x > \ln(1)$

$\boxed{x > 0}$

$$\left[ER_x = \left| \frac{x_{n+1} - x_n}{x_{n+1}} \right| \right]$$

Chutando $x_0 = 0,5$ e sabendo que $\varphi_1(x) = e^{-x}$

$x_1 = \varphi_1(x_0) = 0,6065$ $\quad ER_x = 0,1756$

$x_2 = \varphi_1(x_1) = 0,5452$ $\quad ER_x = 0,1124$

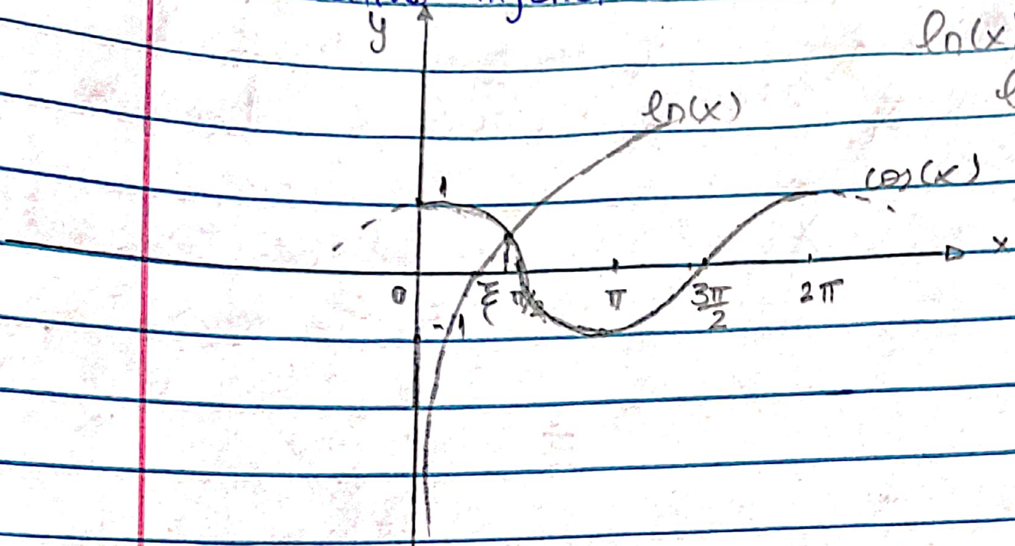
$x_3 = \varphi_1(x_2) = 0,5797$ $\quad \boxed{ER_x = 0,0595}$

Como o $ER_x = 0,0595 < 0,1$; temos que a raiz, $\xi \cong x_3 = \underline{0,5797}$

4.) Determine uma aproximação da menor raiz positiva de $f(x) = \ln(x) - \cos(x)$ pelo método de Newton-Raphson com 4 casas decimais e erro relativo inferior à 10^{-3}.

$\ln(x) - \cos(x) = 0$

$\ln(x) = \cos(x)$.



Teorema de Bolzano:

x	f(x)
π/8	−1,8585
π/4	−0,9486
π/2	0,4516
π	2,1447

Portanto através do gráfico e pelo teorema de Bolzano podemos afirmar que existe uma raiz positiva $\xi \in (\pi/4 ; \pi/2)$

chutando $x_0 = 1$; $f(x) = \ln(x) - \cos(x)$; $f'(x) = \frac{1}{x} + \operatorname{sen}(x)$

Utilizando:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{(\ln(x_n) - \cos(x_n))}{(1/x_n + \operatorname{sen}(x_n))}$$

→

$x_1 = 1,293407$	$ER_x = 0,2268$
$x_2 = 1,302955$	$ER_x = 0,0073$
$x_3 = 1,302964$	$ER_x = 0,000007$

Portanto, a raiz $\xi \cong x_3 = 1,3029$.