BC0209–Fenômenos Eletromagnéticos

Segundo quadrimestre de 2016

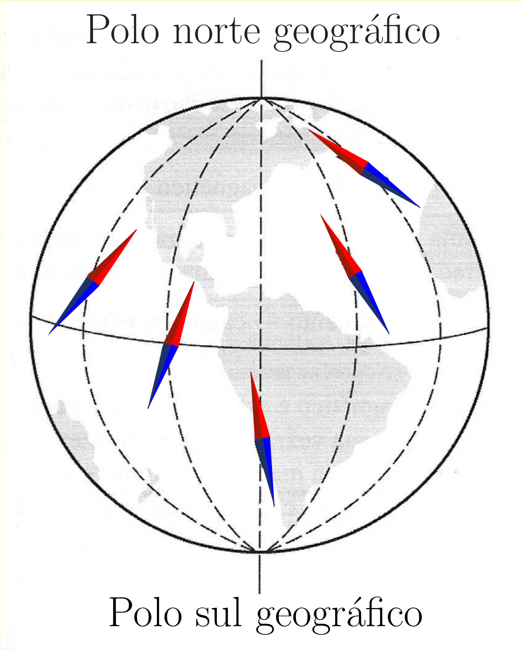
Prof. José Kenichi Mizukoshi

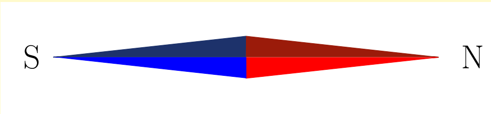
Aula 12 (versão 17/07/2015)

Campo magnético. Força magnética. Movimento de partículas carregadas em um campo magnético.

Campo Magnético; Força Magnética; Movimento de Partículas Carregadas em um Campo Magnético

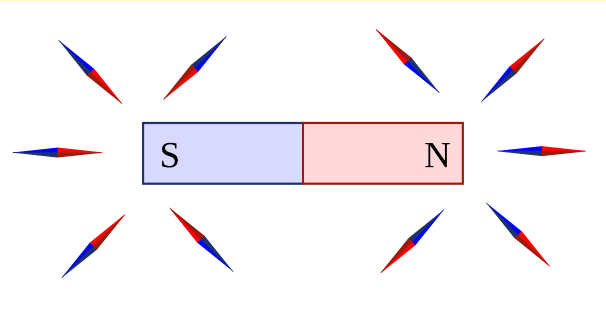
- Obs. 1: uma extremidade da agulha de magnetita (Fe_3O_4) de uma bússola em qualquer localização sobre a Terra aponta aproximadamente em direção ao polo norte geográfico da Terra. Por convenção, esta extremidade é denominada **polo norte** do ímã. O oposto é denominado **polo sul**.



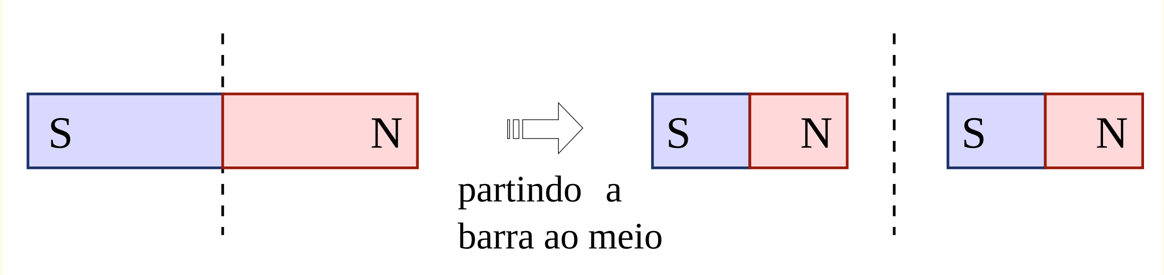


  - Isso ocorre porque a bússola interage com o **campo magnético** da Terra.

- Obs. 2: a agulha de uma bússola também se orienta ao redor de uma barra imantada: polos iguais (NN e SS) se repelem e diferentes (NS) se atraem.
  - A barra imantada produz campo magnético.

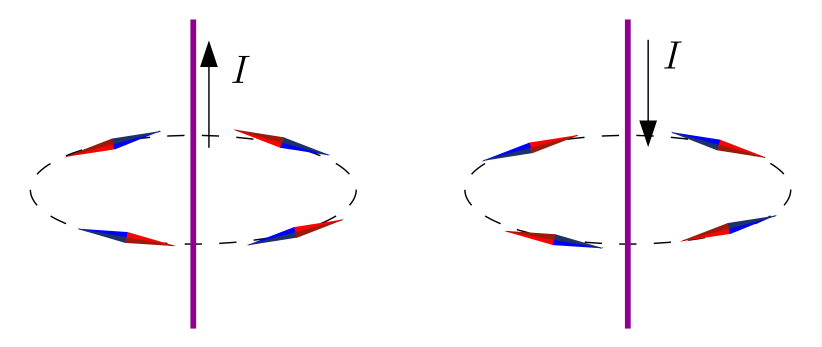


- A experiência mostra que os polos N e S **não são "cargas" magnéticas** (em analogia com cargas $+q$ e $-q$), pois não há como separá-los:



➠ Até o presente não se observaram indícios de existência de monopolos magnéticos.

- Obs. 3: a agulha de uma bússola também se orienta ao redor de um fio conduzindo corrente elétrica.
  - A corrente elétrica (carga em movimento) gera um campo magnético.



Eletrostática versus magnetismo

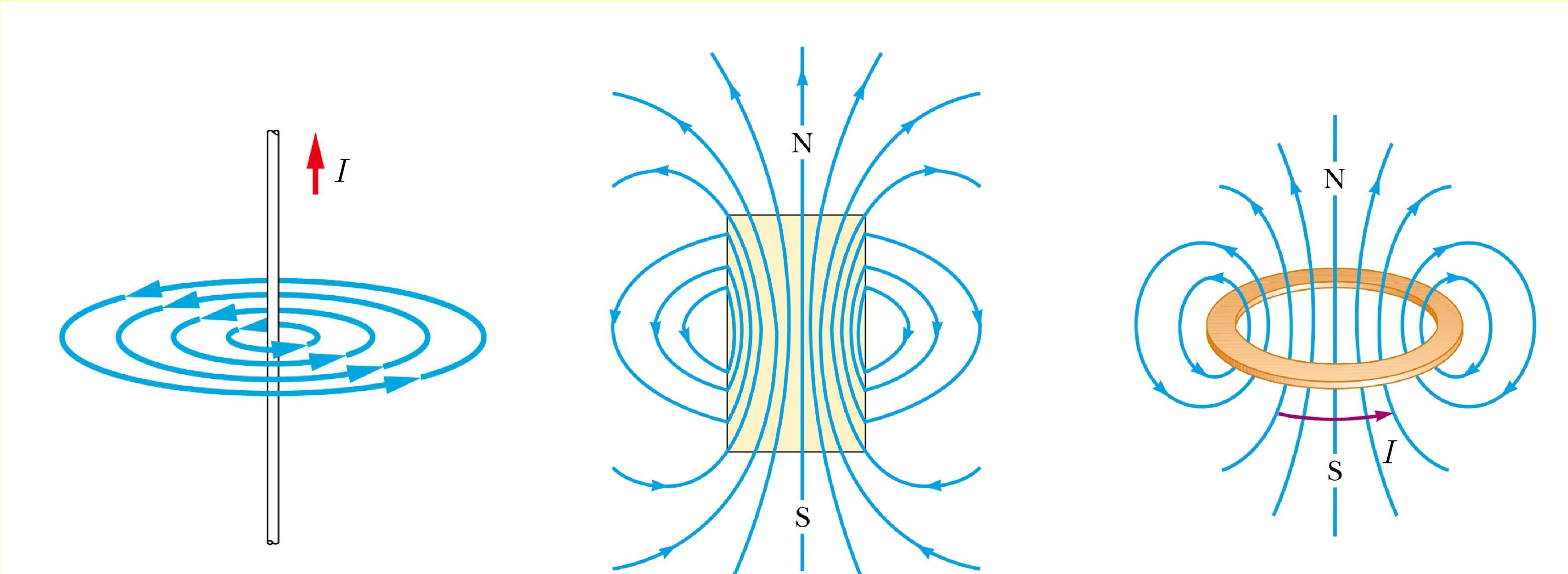
Eletrostática	Magnetostática
carga elétrica q_1	carga elétrica em movimento, $I_1 = \dfrac{dq_1}{dt}$
↓	↓
q_1 gera um campo elétrico $\vec{E}_1$	I_1 gera um campo magnético B_1
↓	↓
força sobre uma carga elétrica q_2	força magnética sobre uma carga q_2
$\vec{F} = q_2\vec{E}_1$	em movimento, $I_2 = \dfrac{dq_2}{dt}$
	$\vec{F}_B = ?$

Linhas de campo magnético

- As **linhas de campo magnético** possuem as seguintes propriedades:
  - (i) assim como as linhas de $\vec{E}$, o campo magnético num determinado ponto é tangente à linha nesse ponto e a sua intensidade está relacionada com o número de linhas por unidade de área.
  - (ii) as linhas emergem do polo norte e convergem em direção ao polo sul;
  - (iii) Devido a não existência de monopolos magnéticos, <u>as linhas são fechadas</u>;

Linhas de campo magnético

- Exemplos
  (a) fio infinito conduzindo uma corrente I
  (b) barra imantada
  (c) anel conduzindo uma corrente I

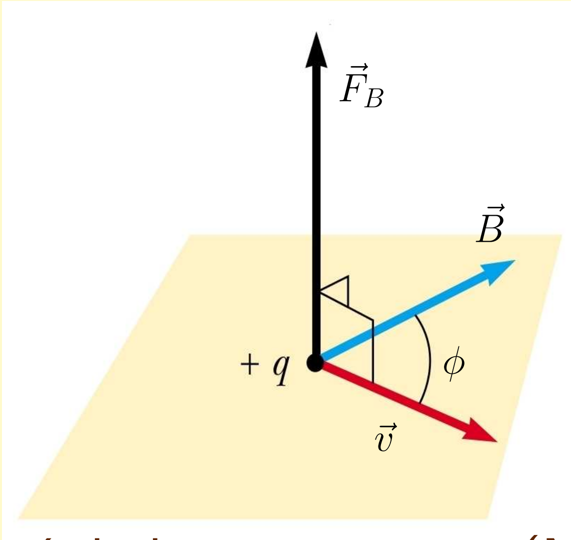


(a) (b) (c)

Força magnética sobre uma carga em movimento

- Considere uma carga q movendo-se com velocidade $\vec{v}$ numa região com campo magnético $\vec{B}$. Verifica-se empiricamente que a **força magnética** atuando na carga é dada por

$$\vec{F}_B = kq\,\vec{v} \times \vec{B}$$



- No sistema internacional de unidades, $k = 1$ e a força é dada em newtons (N). Portanto,

$$\vec{F}_B = q\,\vec{v} \times \vec{B}$$

A magnitude da força é dada por $|\vec{F}_B| = |q||\vec{v}||\vec{B}|\,\text{sen}\,\phi$. Esta expressão define a magnitude de $\vec{B}$.

  - Unidade do campo magnético no SI: $[B] = \dfrac{\text{N/C}}{\text{m/s}} = \text{tesla (T)}$

Força magnética sobre uma carga em movimento

- Outra unidade comum (em CGS): [B] = gauss (G).
  Temos que
  $$1 \text{ tesla} = 10^4 \text{ gauss}$$

- Alguns valores típicos do campo magnético.

Localização	campo magnético (T)
Próximo a um ímã supercondutor	25
Na superfície da Terra	$2{,}4 – 6{,}6 \times 10^{-5}$
No espaço interestelar	10^{-10}
Sala blindada magneticamente	10^{-14}

Ex. 1 Um próton está se movendo em uma região onde existe um campo magnético uniforme dado por $\vec{B} = (10\,\hat{\imath} - 20\,\hat{\jmath} + 30\,\hat{k})$ mT. No instante t_1 o próton possui velocidade dada por $\vec{v} = v_x\,\hat{\imath} + v_y\,\hat{\jmath} + (2,0 \text{ km/s})\,\hat{k}$ e a força magnética que age sobre ele é $\vec{F}_B = (4{,}0 \times 10^{-17} \text{ N})\,\hat{\imath} + (2{,}0 \times 10^{-17} \text{ N})\,\hat{\jmath}$. Nesse instante, qual o módulo da velocidade $\vec{v}$?

Solução Temos que encontrar v_x e v_y, visto que $v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$.

- A força magnética é dada por

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B} = q \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{F}_B = q[(v_y B_z - v_z B_y)\,\hat{\imath} + (v_z B_x - v_x B_z)\,\hat{\jmath} + (v_x B_y - v_y B_x)\,\hat{k}]$$

- Para o nosso problema, onde $q = e$, que é a carga do próton,

$$\vec{F}_B = e\Big[(30v_y + 20\times 2\times 10^3)\hat{\imath} + (10\times 2\times 10^3 - 30v_x)\hat{\jmath} + (-20v_x - 10v_y)\hat{k}\Big]\times 10^{-3} \text{ T}$$

Força magnética sobre uma carga em movimento: exemplo

- Comparando componente por componente com a força dada no enunciado,

$$\vec{F}_B = (4{,}0 \times 10^{-17}\ \mathsf{N})\,\hat{\imath} + (2{,}0 \times 10^{-17}\ \mathsf{N})\,\hat{\jmath}$$

tem-se que

$$e(30v_y + 40 \times 10^3) \times 10^{-3} = 4{,}0 \times 10^{-17}$$

$$e(20 \times 10^3 - 30v_x) \times 10^{-3} = 2{,}0 \times 10^{-17}$$

$$e(-20v_x - 10v_y) = 0$$

Utilizando $e \approx 1{,}6 \times 10^{-19}$ C, obtemos à partir das duas primeiras equações acima que,

$$v_x = -3{,}5 \times 10^3\ \mathsf{m/s} = -3{,}5\ \mathsf{km/s} \quad \mathsf{e} \quad v_y = 7{,}0 \times 10^3\ \mathsf{m/s} = 7{,}0\ \mathsf{km/s}$$

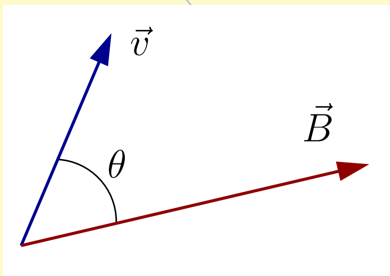
Logo,

$$v = \sqrt{(-3{,}5\ \mathsf{km/s})^2 + (7{,}0\ \mathsf{km/s})^2 + (2{,}0\ \mathsf{km/s})^2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{v = 8{,}1\ \mathsf{km/s}}$$

Qual o ângulo entre os vetores velocidade e campo magnético no instante t_1?

Solução Temos que

$$\vec{v} \cdot \vec{B} = |\vec{v}||\vec{B}| \cos\theta$$



$$\Rightarrow \quad v_x B_x + v_y B_y + v_z B_z = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}\,\sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}\,\cos\theta$$

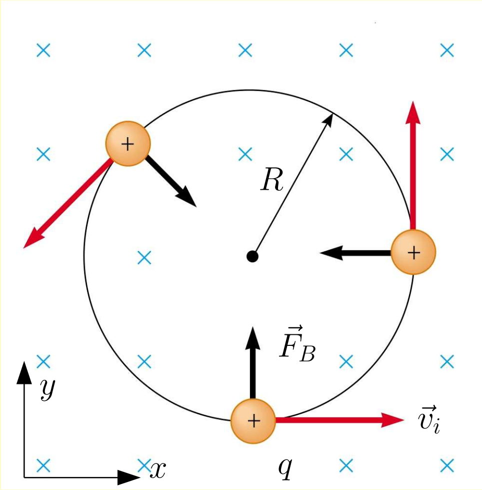
$$\Rightarrow \quad \cos\theta = \frac{(-3.5 \times 10) + 7,0 \times (-20) + 2,0 \times 30}{\sqrt{3,5^2 + 7,0^2 + 2,0^2}\,\sqrt{10^2 + 20^2 + 30^2}} = -0,38049$$

Portanto, $\boxed{\theta = 112^\circ}$.

- Considere uma partícula de massa m e carga elétrica $q > 0$, com velocidade inicial

$$\vec{v}_0 = v_0\,\hat{\imath}$$

movendo-se numa região com campo magnético $\vec{B} = -B_0\,\hat{k}$ uniforme.



- Num dado instante, a partícula terá velocidade $\vec{v} = v_x\,\hat{\imath} + v_y\,\hat{\jmath}$ e sentirá uma força dada por

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

que é perpendicular a $\vec{v}$ e portanto radial.

- Como essa força radial é a força resultante, ela é igual a **força centrípeta**. Em módulo, tem-se que (observando que $\vec{v} \perp \vec{B}$)

$$|\vec{F}_B| = qB_0|\vec{v}| = |\vec{F}_{\rm cp}| = \frac{m|\vec{v}|^2}{R} \qquad (*)$$

Cargas em movimento circular

- Como a força resultante é radial e constante em módulo, a partícula vai se mover em uma trajetória circular de raio R, com módulo de velocidade $|\vec{v}| = v_0$ constante, tal que da Eq. ($\circledast$) obtém-se

$$R = \frac{mv_0}{qB_0}$$

- Relembre que no movimento circular $v_0 = \omega R$, onde ω é a **velocidade angular**. No caso de um **movimento circular uniforme**, ela está relacionada com a **frequência** (inversa do período T), que é dada por

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

- Temos que

$$v_0 = 2\pi f R = 2\pi f \left(\frac{mv_0}{qB_0}\right) \quad \Rightarrow \quad f = \frac{qB_0}{2\pi m}$$

- A frequência acima, que não depende da velocidade da partícula, é conhecida como **frequência de cíclotron**.

Força de Lorentz

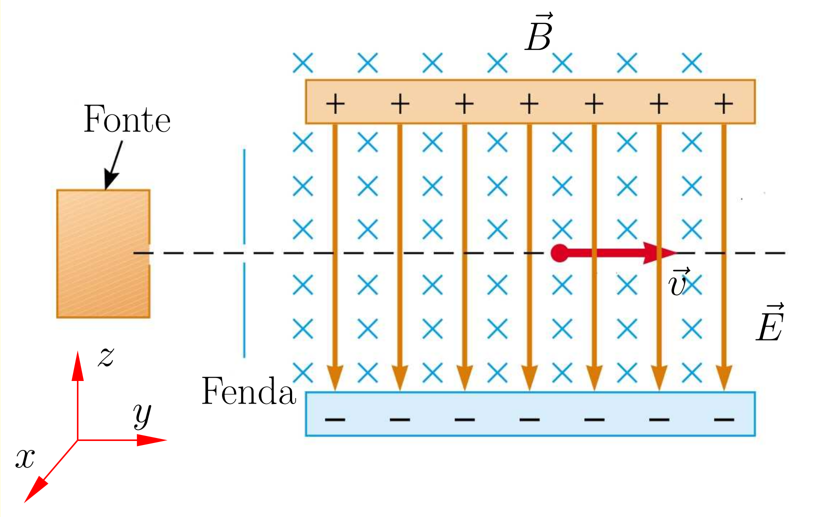
- Se uma partícula de carga q e velocidade $\vec{v}$ sofrer uma ação dos campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ simultaneamente, a força resultante agindo sobre ela é dada por

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

que é conhecida como a **força de Lorentz**.

Aplicação da força de Lorentz: seletor de velocidade

- Considere uma partícula carregada positivamente, inicialmente com velocidade $\vec{v}_i = v_0\,\hat{\jmath}$, com $v_0 > 0$, penetrando numa região com campos $\vec{E} = -E_0\,\hat{k}$ e $\vec{B} = -B_0\,\hat{\imath}$. Supondo-se que $E_0, B_0 > 0$, encontre o valor de v_0 tal que a força eletromagnética se anule e a partícula se desloque com velocidade constante.



- A força resultante sobre a partícula de carga q é dada por

$$\vec{F}_{\text{res}} = \vec{F}_E + \vec{F}_B = q(-E_0)\,\hat{k} + q\,\underbrace{\vec{v}\times\vec{B}}_{=v_0 B_0\,\hat{k}} \quad\Rightarrow\quad \vec{F}_{\text{res}} = q(-E_0 + v_0 B_0)\,\hat{k}$$

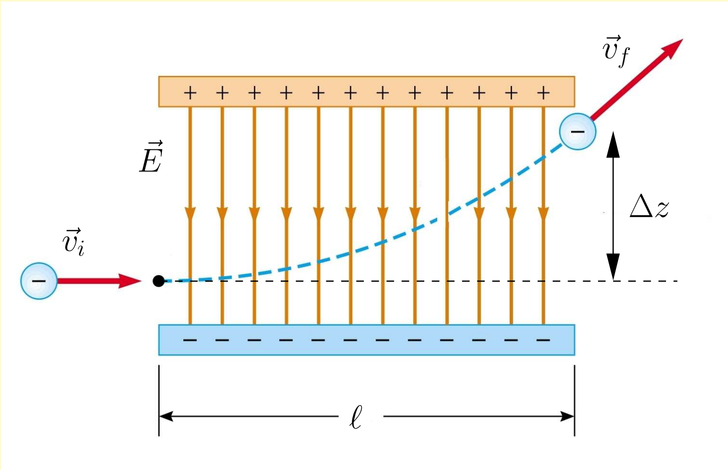
- Para que a força resultante sobre a partícula seja nula,

$$-E_0 + v_0 B_0 = 0 \quad\Rightarrow\quad v_0 = \frac{E_0}{B_0}$$

Aplicação da força de Lorentz: experiência de J. J. Thomson

- Vamos discutir o experimento conduzido por J. J. Thomson em 1897 para medir a razão entre o módulo da carga do elétron e a sua massa.

- Considere um elétron (carga elétrica $q = -e$) com velocidade inicial $\vec{v}_i = v_0\,\hat{j}$ entrando em uma região com campo elétrico constante $\vec{E} = -E_0\,\hat{k}$.



- Conforme visto na aula 2, pp. 21-23 (atente para a diferença na definição do sistema de coordenadas e sentido do campo elétrico), o elétron deixa a região do campo elétrico com a velocidade e deflexão

$$\vec{v}_f = v_0\,\hat{j} + \frac{eE_0\ell}{mv_0}\,\hat{k} \qquad \text{e} \qquad \Delta z = \frac{eE_0}{2m}\left(\frac{\ell}{v_0}\right)^2$$

respectivamente.

Aplicação da força de Lorentz: experiência de J. J. Thomson

- À seguir, um campo magnético $\vec{B} = -B_0\,\hat{\imath}$ é ligado e o valor de B_0 é ajustado, tal que a deflexão seja nula. Pelo exemplo anterior com o seletor de velocidades, para que isto ocorra, tem-se que

$$v_0 = \frac{E_0}{B_0}$$

Temos que

$$\Delta z = \frac{eE_0}{2m}\frac{\ell^2}{\left(\frac{E_0}{B_0}\right)^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{e}{m} = \frac{2\Delta z E_0}{\ell^2 B_0^2}$$

- Valor obtido por Thomson: $\dfrac{e}{m} = 1{,}7 \times 10^{11}$ C/kg;
- Valor atual: $\dfrac{e}{m} = 1{,}758820174 \times 10^{11}$ C/kg.

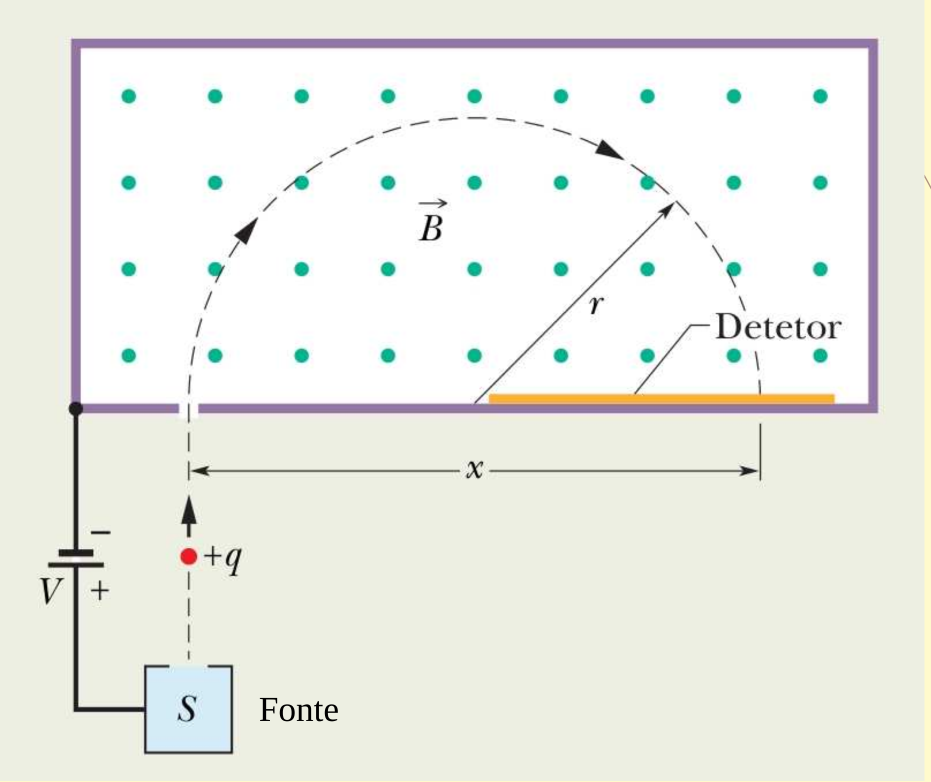
Problemas Propostos

Campos (elétrico e magnético) cruzados

P1 Uma fonte de íons está produzindo íons ^{6}Li, que possuem carga $+e$ e massa $9{,}99 \times 10^{-27}$ kg, praticamente em repouso. Os íons são acelerados por uma diferença de potencial de 10 kV e entram horizontalmente em uma região em que há um campo magnético uniforme vertical de magnitude $B = 1{,}2$ T. Calcule a intensidade do campo elétrico que deverá ser estabelecido na mesma região, para permitir que os íons de ^{6}Li passem sem deflexão.

Resp. $E = 6{,}8 \times 10^5$ V/m.

P2 Um espectrômetro de massa (veja Fig. ao lado) é usado para separar íons de urânio de massa $3{,}92 \times 10^{-25}$ kg e carga $3{,}20 \times 10^{-19}$ C das espécies relacionadas. Os íons são acelerados através de uma diferença de potencial de 100 kV e então passam em uma região com campo magnético uniforme, onde eles descrevem uma trajetória circular de raio 1,00 m. Após descreverem uma curvatura de 180° e passarem através de uma fenda de 1,00 mm de largura e 1,00 cm de altura, eles são coletados em um copo. (a) Qual é a magnitude do campo magnético (perpendicular) dentro do separador? Se a máquina é usada para separar 100 mg de material por hora, calcule (b) a corrente dentro da máquina dos íons desejados e (c) a energia térmica produzida no copo em 1,00 h.



Resp. (a) $B = 0{,}495$ T; (b) $I = 2{,}27 \times 10^{-2}$ A; (c) $E = 8{,}17 \times 10^{6}$ J.

Referências

- R. A. Serway, e J. W. Jewett Jr., *Princípios de Física, Vol. 3*, Cengage Learning;
- D. Halliday, R. Resnick e K. S. Krane, *Física, Vol. 3*, LTC;