BKC 0103-15 – Física Quântica – Noturno – prova A

Professor: Luciano Cruz   Turma: ______

Nome: ____ R.A. ________________

Regras:
A avaliação tem duração de 1 hora e 40 minutos.
É proibido o uso de celulares e outros eletrônicos similares, **exceto calculadora**.
Todas as respostas devem ser justificadas e os cálculos devem ser apresentados explicitamente.
É proibida qualquer consulta a materiais auxiliares ou colegas, a avaliação será anulada caso isto ocorra.
Boa sorte!

Questões:

1 – (3 pontos) Em um experimento de efeito fotoelétrico, um feixe laser de comprimento de onda desconhecido e potência nominal de 5 mW é direcionado para um cátodo de césio (função trabalho ϕ =2,10 eV). Mede-se que um potencial de corte de 0,31 V é necessário para eliminar a corrente. Em seguida, o mesmo laser é direcionado para um cátodo feito de um material desconhecido, e descobre-se que um potencial de corte de 0,11 V é necessário para eliminar a corrente. Responda:

a) (1, 0 pt) Qual é o comprimento de onda (em nm) do feixe laser?
b) (1,0 pt) Qual é a função trabalho (em eV) e o material (veja tabela no formulário) do cátodo desconhecido?
c) (1,0 pt) Suponha que a potência do laser seja aumentada para 10 mW enquanto é direcionado para o cátodo de césio. Como se comparam as energias por elétron emitido pelo cátodo para estes dois valores de potência? Justifique a sua resposta.

2 – (3 pontos) Radiação eletromagnética com energia de 600 keV sofre espalhamento Compton ao colidir com um alvo de carbono. Os fótons espalhados após a colisão com elétrons inicialmente em repouso são detectados em uma direção que forma 30 graus com a direção dos fótons incidentes. Responda:

a) (1, 0 pt) Qual é o comprimento de onda dos fótons espalhados?
b) (1, 0 pt) Qual é a energia cinética dos elétrons que recuam?
c) (1, 0 pt) Para se determinar o comprimento de onda do elétron após a colisão podemos utilizar mecânica newtoniana? Justifique a sua resposta e determine o valor deste comprimento de onda da maneira adequada.

3 – (4 pontos) Considere o caso de um "universo paralelo" em que a constante de Planck tem o valor dado por **h = 3,00.10^{-32} J.s = 1,875.10^{-13} eV.s** e todas as outras constantes universais tem os mesmos valores que em nosso universo. Com base na hipótese descrita, responda:

a) (1,0pt) Determine o valor da energia de um elétron que está na orbita com n = 2.
b) (1,0pt) Determine o comprimento de onda dos fótons de menor e maior energia que podem ser emitidos pela série de Balmer (n=2). Pelos valores destes comprimentos de onda, em que região do espectro eletromagnético se encontra esta serie?
c) (2,0 pt) A frequência (clássica) de revolução de um elétron em um átomo de Hidrogênio pode ser escrita como: $\boldsymbol{f = \left(\frac{Ke^2}{m}\right)^{1/2} \frac{1}{2\pi r^{3/2}}}$, onde r é o raio da orbita. Determine a expressão da frequência para uma transição eletrônica do átomo de Bohr de **n** para **n+1** em termos de **K**, **e**, **m** e **r** e mostre que no limite de n muito grande (n>>1) obtemos a mesma expressão que da frequência clássica. Como este resultado se relaciona ao chamado principio de correspondência?

UFABC

BKC 0103-15 – Física Quântica – Noturno – prova B

Professor: Luciano Cruz   Turma: ______

Nome: ____ R.A. __________________

Regras:
A avaliação tem duração de 1 hora e 40 minutos.
É proibido o uso de celulares e outros eletrônicos similares, **exceto calculadora**.
Todas as respostas devem ser justificadas e os cálculos devem ser apresentados explicitamente.
É proibida qualquer consulta a materiais auxiliares ou colegas, a avaliação será anulada caso isto ocorra.
Boa sorte!

Questões:

1 – (3 pontos) Em um experimento de efeito fotoelétrico, um feixe laser de comprimento de onda desconhecido e potência nominal de 12 mW é direcionado para um cátodo de cálcio (função trabalho ϕ =2,90 eV). Descobre que um potencial de corte de 0,32 V é necessário para eliminar a corrente. Em seguida, o mesmo laser é direcionado para um cátodo feito de um material desconhecido, e descobre-se que um potencial de corte de 1,12 V é necessário para eliminar a corrente. Responda:

a) (1, 0 pt) Qual é o comprimento de onda (em nm) do feixe laser?
b) (1,0 pt) Qual é a função trabalho (em eV) e o material (veja tabela no formulário) do cátodo desconhecido?
c) (1,0 pt) Suponha que a potência do laser seja diminuída para 6 mW enquanto é direcionado para o cátodo de cálcio. Como se comparam as energias por elétron emitido pelo cátodo para estes dois valores de potência? Justifique a sua resposta.

2 – (3 pontos) Radiação eletromagnética com energia de 2,80 MeV sofre espalhamento Compton ao colidir com um alvo de carbono. Os fótons espalhados após a colisão com elétrons inicialmente em repouso são detectados em uma direção que forma 45 graus com a direção dos fótons incidentes. Responda:

a) (1, 0 pt) Qual é o comprimento de onda dos fótons espalhados?
b) (1, 0 pt) Qual é a energia cinética dos elétrons que recuam?
c) (1, 0 pt) Para se determinar o comprimento de onda do elétron após a colisão podemos utilizar mecânica newtoniana? Justifique a sua resposta e determine o valor deste comprimento de onda da maneira adequada.

3 – (4 pontos) Considere o caso de um "universo paralelo" em que a constante de Planck tem o valor dado por **h = 4,00.10^{-33} J.s = 2,500.10^{-14} eV.s** e todas as outras constantes universais tem os mesmos valores que em nosso universo. Com base na hipótese descrita, responda:

a) (1,0pt) Determine o valor da energia de um elétron que está na orbita com n = 3.
b) (1,0pt) Determine o comprimento de onda dos fótons de menor e maior energia que podem ser emitidos pela série de Paschen (n=3). Pelos valores destes comprimentos de onda, em que região do espectro eletromagnético se encontra esta serie?
c) (2,0 pt) A frequência (clássica) de revolução de um elétron em um átomo de Hidrogênio pode ser escrita como: $f = \left(\frac{Ke^2}{m}\right)^{1/2} \frac{1}{2\pi r^{3/2}}$, onde r é o raio da orbita. Determine a expressão da frequência para uma transição eletrônica do átomo de Bohr de **n** para **n+1** em termos de **K**, **e**, **m** e **r** e mostre que no limite de n muito grande (n>>1) obtemos a mesma expressão que da frequência clássica. Como este resultado se relaciona ao chamado principio de correspondência?

BKC 0103-15 – Física Quântica – Noturno – prova C

Professor: Luciano Cruz   Turma: ______

Nome: ____ R.A. ___________________

Regras:
A avaliação tem duração de 1 hora e 40 minutos.
É proibido o uso de celulares e outros eletrônicos similares, **exceto calculadora**.
Todas as respostas devem ser justificadas e os cálculos devem ser apresentados explicitamente.
É proibida qualquer consulta a materiais auxiliares ou colegas, a avaliação será anulada caso isto ocorra.
Boa sorte!

Questões:

1 – (3 pontos) Em um experimento de efeito fotoelétrico, um feixe laser de comprimento de onda desconhecido e potência nominal de 8 mW é direcionado para um cátodo de alumínio (função trabalho ϕ =4,10 eV). Descobre que um potencial de corte de 0,15V é necessário para eliminar a corrente. Em seguida, o mesmo laser é direcionado para um cátodo feito de um material desconhecido, e descobre-se que um potencial de corte de - 0,75 V é necessário para eliminar a corrente. Responda:

d) (1, 0 pt) Qual é o comprimento de onda (em nm) do feixe laser?
e) (1,0 pt) Qual é a função trabalho (em eV) e o material (veja tabela no formulário) do cátodo desconhecido?
f) (1,0 pt) Suponha que a potência do laser seja aumentada para 20 mW enquanto é direcionado para o cátodo de alumínio. Como se comparam as energias por elétron emitido pelo cátodo para estes dois valores de potência? Justifique a sua resposta.

2 – (3 pontos) Radiação eletromagnética com energia de 450 keV sofre espalhamento Compton ao colidir com um alvo de carbono. Os fótons espalhados após a colisão com elétrons inicialmente em repouso são detectados em uma direção que forma 60 graus com a direção dos fótons incidentes. Responda:

d) (1, 0 pt) Qual é o comprimento de onda dos fótons espalhados?
e) (1, 0 pt) Qual é a energia cinética dos elétrons que recuam?
f) (1, 0 pt) Para se determinar o comprimento de onda do elétron após a colisão podemos utilizar mecânica newtoniana? Justifique a sua resposta e determine o valor deste comprimento de onda da maneira adequada.

3 – (4 pontos) Considere o caso de um "universo paralelo" em que a constante de Planck tem o valor dado por **h = 7,00.10^{-35} J.s = 4,375.10^{-16} eV.s** e todas as outras constantes universais tem os mesmos valores que em nosso universo. Com base na hipótese descrita, responda:

d) (1,0pt) Determine o valor da energia de um elétron que está na orbita com n = 4.
e) (1,0pt) Determine o comprimento de onda dos fótons de menor e maior energia que podem ser emitidos pela série de Brackett (n=4). Pelos valores destes comprimentos de onda, em que região do espectro eletromagnético se encontra esta serie?
f) (2,0 pt) A frequência (clássica) de revolução de um elétron em um átomo de Hidrogênio pode ser escrita como: $\boldsymbol{f = \left(\frac{Ke^2}{m}\right)^{1/2} \frac{1}{2\pi r^{3/2}}}$, onde r é o raio da orbita. Determine a expressão da frequência para uma transição eletrônica do átomo de Bohr de **n** para **n+1** em termos de **K**, **e**, **m** e **r** e mostre que no limite de n muito grande (n>>1) obtemos a mesma expressão que da frequência clássica. Como este resultado se relaciona ao chamado principio de correspondência?

BKC 0103-15 – Física Quântica – Noturno – prova D

Professor: Luciano Cruz   Turma: ______

Nome: ____ R.A. ____________________

Regras:
A avaliação tem duração de 1 hora e 40 minutos.
É proibido o uso de celulares e outros eletrônicos similares, **exceto calculadora**.
Todas as respostas devem ser justificadas e os cálculos devem ser apresentados explicitamente.
É proibida qualquer consulta a materiais auxiliares ou colegas, a avaliação será anulada caso isto ocorra.
Boa sorte!

Questões:

1 – (3 pontos) Em um experimento de efeito fotoelétrico, um feixe laser de comprimento de onda desconhecido e potência nominal de 20 mW é direcionado para um cátodo de ferro (função trabalho ϕ = 4,50 eV). Descobre que um potencial de corte de 0,15 V é necessário para eliminar a corrente. Em seguida, o mesmo laser é direcionado para um cátodo feito de um material desconhecido, e descobre-se que um potencial de corte de -0,05 V é necessário para eliminar a corrente. Responda:

g) (1, 0 pt) Qual é o comprimento de onda (em nm) do feixe laser?
h) (1,0 pt) Qual é a função trabalho (em eV) e o material (veja tabela no formulário) do cátodo desconhecido?
i) (1,0 pt) Suponha que a potência do laser seja diminuída para 5 mW enquanto é direcionado para o cátodo de ferro. Como se comparam as energias por elétron emitido pelo cátodo para estes dois valores de potência? Justifique a sua resposta.

2 – (3 pontos) Radiação eletromagnética com energia de 4,2 MeV sofre espalhamento Compton ao colidir com um alvo de carbono. Os fótons espalhados após a colisão com elétrons inicialmente em repouso são detectados em uma direção que forma 90 graus com a direção dos fótons incidentes. Responda:

g) (1, 0 pt) Qual é o comprimento de onda dos fótons espalhados?
h) (1, 0 pt) Qual é a energia cinética dos elétrons que recuam?
i) (1, 0 pt) Para se determinar o comprimento de onda do elétron após a colisão podemos utilizar mecânica newtoniana? Justifique a sua resposta e determine o valor deste comprimento de onda da maneira adequada.

3 – (4 pontos) Considere o caso de um "universo paralelo" em que a constante de Planck tem o valor dado por **h =8,00.10^{-36} J.s = 5,000.10^{-17} eV.s** e todas as outras constantes universais tem os mesmos valores que em nosso universo. Com base na hipótese descrita, responda:

g) (1,0pt) Determine o valor da energia de um elétron que está na orbita com n = 5.
h) (1,0pt) Determine o comprimento de onda dos fótons de menor e maior energia que podem ser emitidos pela série de Pfund (n=5). Pelos valores destes comprimentos de onda, em que região do espectro eletromagnético se encontra esta serie?
i) (2,0 pt) A frequência (clássica) de revolução de um elétron em um átomo de Hidrogênio pode ser escrita como: $\boldsymbol{f = \left(\frac{Ke^2}{m}\right)^{1/2} \frac{1}{2\pi r^{3/2}}}$, onde r é o raio da orbita. Determine a expressão da frequência para uma transição eletrônica do átomo de Bohr de **n** para **n+1** em termos de **K**, **e**, **m** e **r** e mostre que no limite de n muito grande (n>>1) obtemos a mesma expressão que da frequência clássica. Como este resultado se relaciona ao chamado principio de correspondência? ,

Física Quântica 2016.3 – P1 – INFORMAÇÕES QUE VOCÊ PODE (OU NÃO) PRECISAR

Constantes, relações, equações e fórmulas principais

$m_{eletron} = 9{,}109.10^{-31}kg = \frac{511keV}{c^2}$; $m_{proton} = 1{,}673.10^{-27}kg = \frac{938{,}27MeV}{c^2}$;

$m_{neutron} = 1{,}675.10^{-27}kg = \frac{939{,}57MeV}{c^2}$

h = $6{,}626.10^{-34}$ J.s = $4{,}135.10^{-15}$ eV.s $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1{,}0545.10^{-34}\text{J.s} = 6{,}582.10^{-16}\text{eV.s}$ $E = hf = \frac{hc}{\lambda}$

c = 3.10^8 m/s e = $1{,}602.10^{-19}$C $K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8{,}9875.10^9 N.\frac{m^2}{C^2}$ $\pi = 3{,}1416$

$R = \sigma T^4$, $\sigma = 5{,}6704.10^{-8}\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$ $\lambda_{max}T = 0{,}002898\ \text{m.K}$

$eV_0 = \left(\frac{1}{2}mv^2\right)_{max} = hf - \phi$ $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = \lambda_c(1-\cos\theta)$, $\lambda_c = \frac{h}{mc}$ $\lambda_c^{eletron} = 2{,}43\ pm$

$R_H = \frac{E_0}{hc} = \frac{mk^2e^4}{4\pi c\hbar^3} = 1{,}0968.10^7 m^{-1}$ $\frac{1}{\lambda_{mn}} = R_H\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right), n, m = 1,2,3,4 \ldots$

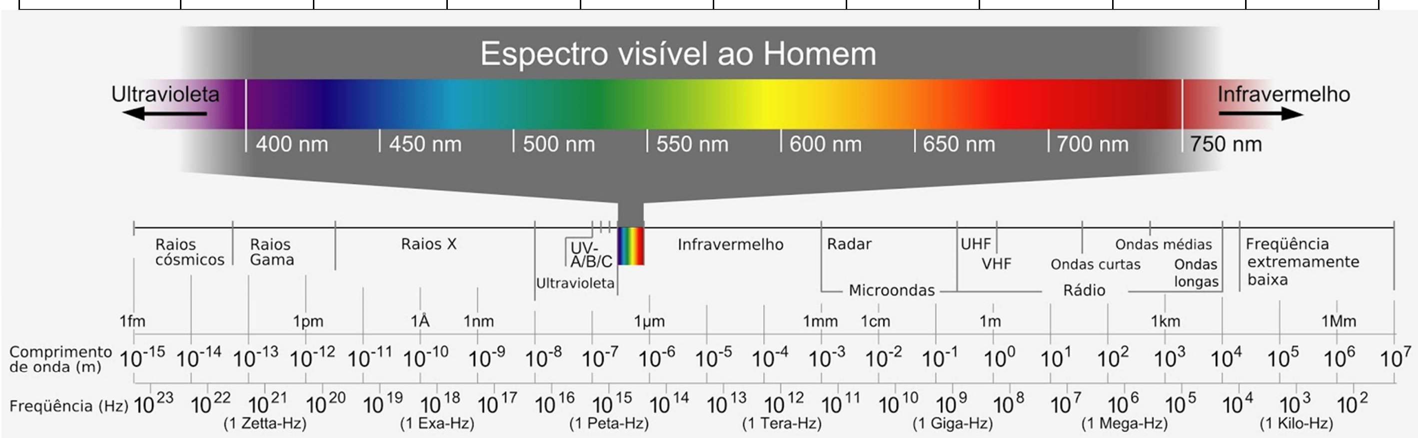
$L = n\hbar, n = 1,2,3..$ $r_n = \frac{n^2\hbar^2}{mKZe^2} = \frac{n^2a_0}{Z}$ $a_0 = \frac{\hbar^2}{mKe^2} = 0{,}0529\ nm$

$E_0 = \frac{mK^2e^4}{2\hbar^2} = 2{,}18.10^{-18}\ \text{J} = 13{,}6\ \text{eV}$ $E_n = -\frac{mK^2e^4}{2\hbar^2n^2} = -\frac{E_0}{n^2}$

$p = \hbar k$ $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2mE_k}}$ $\lambda = \frac{\lambda_c}{\sqrt{2\left(\frac{E_k}{E_0}\right) + \left(\frac{E_k}{E_0}\right)^2}}$ $E_0 = m_0c^2$

$\Delta x\,\Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$ $\Delta E\,\Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$ $E = hf = \hbar\omega$ $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$

Elemento	Alumínio	Cálcio	Carbono	Césio	Cobalto	Cobre	Ferro	Magnésio	Sódio
ϕ (eV)	4,10	2,90	4,80	2,10	5,00	4,70	4,50	3,70	2,30



Relações Trignométricas

$\text{sen}^2(\theta) = \frac{1-\cos(2\theta)}{2}$ $\cos^2(\theta) = \frac{1+\cos(2\theta)}{2}$ $\text{sen}(2\theta) = 2\,\text{sen}(\theta)\cos(\theta)$

$\cos(2\theta) = \cos^2(\theta) - \text{sen}^2(\theta)$ $\text{sen}^2(\theta) + \cos^2(\theta) = 1$

	0°	30°	45°	60°	90°
	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
$\text{sen}(\theta) =$	0	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
$\cos(\theta) =$	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$	0
$\text{tg}(\theta) =$	0	$\sqrt{3}/3$	1	$\sqrt{3}$	$\nexists$

Prova 1 - Gabarito

Outubro de 2016

1. Equações úteis (do formulário):

$$eV_0 = \big(\frac{1}{2}mv^2\big)_{max} = hf - \phi \tag{1}$$

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} \tag{2}$$

(a) Queremos encontrar o comprimento de onda. Para isso, inserimos a equação 2 em 1 e isolamos λ:

$$eV_0 = \frac{hc}{\lambda} - \phi \tag{3}$$

$$\lambda = \frac{hc}{eV_0 + \phi}. \tag{4}$$

Os valores em cada prova são:

Prova A	Prova B	Prova C	Prova D
$\phi = 2,10eV$	$\phi = 2,90eV$	$\phi = 4,10eV$	$\phi = 4,50eV$
$\mathrm{eV}_0 = 0,31eV$	$\mathrm{eV}_0 = 0,32eV$	$\mathrm{eV}_0 = 0,15eV$	$\mathrm{eV}_0 = 0,15eV$

Assim, temos:

Prova A: $$\boxed{\lambda = \frac{(4,135 \cdot 10^{-15} eV \cdot s)(3 \cdot 10^8 m/s)}{0,31eV + 2,10eV} = 5,147 \cdot 10^{-7}m = 514,7nm}$$

Prova B: $$\boxed{\lambda = \frac{(4,135 \cdot 10^{-15} eV \cdot s)(3 \cdot 10^8 m/s)}{0,32eV + 2,90eV} = 3,852 \cdot 10^{-7}m = 385,2nm}$$

Prova C: $$\boxed{\lambda = \frac{(4,135 \cdot 10^{-15} eV \cdot s)(3 \cdot 10^8 m/s)}{0,15eV + 4,10eV} = 2,919 \cdot 10^{-7}m = 291,9nm}$$

Prova D: $$\boxed{\lambda = \frac{(4,135 \cdot 10^{-15} eV \cdot s)(3 \cdot 10^8 m/s)}{0,15eV + 4,50eV} = 2,668 \cdot 10^{-7}m = 266,8nm}$$

(b) Novamente, utilizaremos a equação 3, agora para a função trabalho do cátodo desconhecido ϕ_{desc}:

$$\phi_{desc} = \frac{hc}{\lambda} - eV_{desc}. \tag{5}$$

Os valores em cada prova são:

$Prova\,A$: $\lambda = 514,7nm$ $\text{eV}_{desc} = 0,11eV$	$Prova\,B$: $\lambda = 385,2nm$ $\text{eV}_{desc} = 1,12eV$	$Prova\,C$: $\lambda = 291,9nm$ $\text{eV}_{desc} = -0,75eV$	$Prova\,D$: $\lambda = 266,8nm$ $\text{eV}_{desc} = -0,05eV$

Os valores encontrados são:

Prova A:
$$\phi_{desc} = \frac{(4,135 \cdot 10^{-15} eV \cdot s)(3 \cdot 10^8 m/s)}{514,7 \cdot 10^{-9} m} - 0,11eV = 2,30eV$$
Material: Sódio

Prova B:
$$\phi_{desc} = \frac{(4,135 \cdot 10^{-15} eV \cdot s)(3 \cdot 10^8 m/s)}{385,2 \cdot 10^{-9} m} - 1,12eV) = 2,10eV$$
Material: Césio

Prova C:
$$\phi_{desc} = \frac{(4,135 \cdot 10^{-15} eV \cdot s)(3 \cdot 10^8 m/s)}{291,9 \cdot 10^{-9} m} - (-0,75eV) = 5,00eV$$
Material: Cobalto

Prova D:
$$\phi_{desc} = \frac{(4,135 \cdot 10^{-15} eV \cdot s)(3 \cdot 10^8 m/s)}{266,8 \cdot 10^{-9} m} - (-0,05eV) = 4,70eV$$
Material: Cobre

(c) A alteração da potência do laser não muda o perfil de energia dos elétrons, já que este depende apenas da frequência dos fótons incidentes.

2. Equações úteis (do formulário):

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \lambda_c(1 - \cos\theta) \tag{6}$$

$$E = \frac{hc}{\lambda} \tag{7}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE}} \tag{8}$$

$$\lambda_c = \frac{h}{mc} \tag{9}$$

$$\lambda = \frac{\lambda_c}{\sqrt{2\frac{E_k}{E_0} + \left(\frac{E_k}{E_0}\right)^2}} \tag{10}$$

$$E_0 = mc^2 \tag{11}$$

(a) Através da equação 7, podemos encontrar o comprimento de onda do fóton incidente:

$$\lambda_1 = \frac{hc}{E}. \tag{12}$$

O valor de λ_2 pode ser obtido de 13 a partir de:

$$\lambda_2 = \lambda_1 + \lambda_c(1 - \cos\theta), \tag{13}$$

onde

$$\lambda_c = \frac{(6,626 \cdot 10^{-34} J \cdot s)}{(9,109 \cdot 10^{-31} kg)(3 \cdot 10^8 m/s)} = 2,43 \cdot 10^{-12} m \tag{14}$$

Os dados de cada prova são:

$Prova\,A:$ E= 600keV $\theta = 30^o$	$Prova\,B:$ E= 2,8MeV $\theta = 45^o$	$Prova\,C:$ E= 450keV $\theta = 60^o$	$Prova\,D:$ E= 4,2MeV $\theta = 90^o$

Estes dados levam a:

Prova A:
$$\boxed{\begin{gathered}\lambda_1 = \frac{(4,135 \cdot 10^{-15} eV \cdot s)(3 \cdot 10^8 m/s)}{600 \cdot 10^3 eV} = 2,067 \cdot 10^{-12} m \\ \lambda_2 = 2,067 \cdot 10^{-12} m + 2,43 \cdot 10^{-12} m(1 - cos30^o) = 2,39 \cdot 10^{-12} m\end{gathered}}$$

Prova B:
$$\boxed{\begin{gathered}\lambda_1 = \frac{(4,135 \cdot 10^{-15} eV \cdot s)(3 \cdot 10^8 m/s)}{2,8 \cdot 10^6 eV} = 4,430 \cdot 10^{-13} m \\ \lambda_2 = 4,430 \cdot 10^{-13} m + 2,43 \cdot 10^{-12} m(1 - cos45^o) = 1,15 \cdot 10^{-12} m\end{gathered}}$$

Prova C
$$\boxed{\begin{gathered}\lambda_1 = \frac{(4,135 \cdot 10^{-15} eV \cdot s)(3 \cdot 10^8 m/s)}{450 \cdot 10^3 eV} = 2,756 \cdot 10^{-12} m \\ \lambda_2 = 2,756 \cdot 10^{-12} m + 2,43 \cdot 10^{-12} m(1 - cos60^o) = 3,97 \cdot 10^{-12} m\end{gathered}}$$

Prova D
$$\boxed{\begin{gathered}\lambda_1 = \frac{(4,135 \cdot 10^{-15} eV \cdot s)(3 \cdot 10^8 m/s)}{4,2 \cdot 10^6 eV} = 2,953 \cdot 10^{-13} m \\ \lambda_2 = 2,953 \cdot 10^{-13} m + 2,43 \cdot 10^{-12} m(1 - cos90^o) = 2,73 \cdot 10^{-12} m\end{gathered}}$$

(b) A energia cinética dos elétrons que recuam deve ser igual a diferença entre as energias do fóton antes e depois da colisão:
Assim, utilizando a equação 7:

$$E_e = E_1 - E_2 = E_1 - \frac{hc}{\lambda_2}. \tag{15}$$

Substituindo os dados, encontramos:

Prova A: $\boxed{\begin{array}{c} \lambda_2 = 2,39 \cdot 10^{-12} m \\ \mathrm{E}_e = 600 \cdot 10^3 eV - \dfrac{(4,135 \cdot 10^{-15} eV \cdot s)(3 \cdot 10^8 m/s)}{2,39 \cdot 10^{-12} m} = 80,9 keV \end{array}}$

Prova B $\boxed{\begin{array}{c} \lambda_2 = 1,15 \cdot 10^{-12} m \\ \mathrm{E}_e = 2,8 \cdot 10^6 eV - \dfrac{(4,135 \cdot 10^{-15} eV \cdot s)(3 \cdot 10^8 m/s)}{1,15 \cdot 10^{-12} m} = 1,72 MeV \end{array}}$

Prova C: $\boxed{\begin{array}{c} \lambda_2 = 3,97 \cdot 10^{-12} m \\ \mathrm{E}_e = 450 \cdot 10^3 eV - \dfrac{(4,135 \cdot 10^{-15} eV \cdot s)(3 \cdot 10^8 m/s)}{3,97 \cdot 10^{-12} m} = 137,5 keV \end{array}}$

Prova D: $\boxed{\begin{array}{c} \lambda_2 = 2,73 \cdot 10^{-12} m \\ \mathrm{E}_e = 4,2 \cdot 10^6 eV - \dfrac{(4,135 \cdot 10^{-15} eV \cdot s)(3 \cdot 10^8 m/s)}{2,73 \cdot 10^{-12} m} = 3,75 MeV \end{array}}$

(c) A mecânica newtoniana pode ser utilizada quando $\frac{E_k}{E_0} << 1$. Temos:

$$E_0 = mc^2 = \frac{511keV}{c^2}c^2 = 511keV.$$

Quando é possível usar mecânica newtoniana, o comprimento de onda do elétron pode ser calculado por 8, caso contrário, utlizamos a equação 10. Tomando E_k calculado no item anterior, temos:

Prova A

$$\frac{E_k}{E_0} = \frac{80,9 \cdot 10^3 eV}{511 \cdot 10^3 eV} = 0,16$$

$$\textit{É possível usar mecânica newtoniana!}$$

$$\lambda_e = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} J \cdot s}{\sqrt{2\left(9,109 \cdot 10^{-31} kg\right)\left(80,9 \cdot 10^3 eV \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} J/eV\right)}} = 4,31 \cdot 10^{-12} m$$

Prova B

$$\frac{E_k}{E_0} = \frac{1,72 \cdot 10^6 eV}{511 \cdot 10^3 eV} = 3,37$$

$$\textit{Não é possível usar mecânica newtoniana!}$$

$$\lambda_e = \frac{2,43 \cdot 10^{-12} m}{\sqrt{2(3,37) + (3,37)^2}} = 5,71 \cdot 10^{-13} m$$

Prova C

$$\frac{E_k}{E_0} = \frac{137,5 \cdot 10^3 eV}{511 \cdot 10^3 eV} = 0,27$$

$$\textit{É possível usar mecânica newtoniana!}$$

$$\lambda_e = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} J \cdot s}{\sqrt{2\left(9,109 \cdot 10^{-31} kg\right)\left(137,5 \cdot 10^3 eV \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} J/eV\right)}} = 3,30 \cdot 10^{-12} m$$

Prova D

$$\frac{E_k}{E_0} = \frac{3,75 \cdot 10^6 eV}{511 \cdot 10^3 eV} = 7,34$$

$$\textit{Não é possível usar mecânica newtoniana!}$$

$$\lambda_e = \frac{2,43 \cdot 10^{-12} m}{\sqrt{2(7,34) + (7,34)^2}} = 2,93 \cdot 10^{-13} m$$

3. Equações úteis (do formulário):

$$E_n = -\frac{mk^2e^4}{2\hbar^2 n^2} = -\frac{E_0}{n^2} \tag{16}$$

$$E_0 = \frac{mk^2e^4}{2\hbar^2} \tag{17}$$

$$E_n = -\frac{mk^2e^4}{2\hbar^2 n^2} = -\frac{E_0}{n^2}, \tag{18}$$

$$r_n = \frac{n^2\hbar^2}{mkZe^2} = \frac{n^2 a_0}{Z}, \tag{19}$$

$$E = hf = \hbar\omega. \tag{20}$$

$$\frac{1}{\lambda_{mn} = R_H(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2})} \tag{21}$$

$$R_H = \frac{E_0}{hc} \tag{22}$$

(a) Usando as equações 16 e 17 vamos calcular E_0 e E_n.

Prova A

$$\hbar = \frac{3 \cdot 10^{-32} J \cdot s}{2\pi} = 4,77 \cdot 10^{-}33 J \cdot s$$

$$\mathrm{E}_0 = \frac{(9,109 \cdot 10^{-31} kg)(8,9875 \cdot 10^9 N \cdot m^2/C^2)^2 (1,602 \cdot 10^{-19} C)^4}{2(4,77 \cdot 10^{-}33 J \cdot s)^2} = 1,06 \cdot 10^{-21} J$$

$$\mathrm{E}_2 = -\frac{1,06 \cdot 10^{-21} J}{2^2} = -2,66 \cdot 10^{-22} J$$

Prova B

$$\hbar = \frac{4 \cdot 10^{-33} J \cdot s}{2\pi} = 6,37 \cdot 10^{-34} J \cdot s$$

$$\mathrm{E}_0 = \frac{(9,109 \cdot 10^{-31} kg)(8,9875 \cdot 10^9 N \cdot m^2/C^2)^2 (1,602 \cdot 10^{-19} C)^4}{2(6,37 \cdot 10^{-34} J \cdot s)^2} = 6,00 \cdot 10^{-20} J$$

$$\mathrm{E}_3 = -\frac{6,00 \cdot 10^{-20} J}{3^2} = -6,67 \cdot 10^{-21} J$$

Prova C

$$\hbar = \frac{7 \cdot 10^{-35} J \cdot s}{2\pi} = 1,11 \cdot 10^{-35} J \cdot s$$

$$\mathrm{E}_0 = \frac{(9,109 \cdot 10^{-31} kg)(8,9875 \cdot 10^9 N \cdot m^2/C^2)^2 (1,602 \cdot 10^{-19} C)^4}{2(1,11 \cdot 10^{-35} J \cdot s)^2} = 1,97 \cdot 10^{-16} J$$

$$\mathrm{E}_4 = -\frac{1,97 \cdot 10^{-16} J}{4^2} = -1,23 \cdot 10^{-17} J$$

Prova D

$$\hbar = \frac{8 \cdot 10^{-36} J \cdot s}{2\pi} = 1,27 \cdot 10^{-36} J \cdot s$$

$$\mathrm{E}_0 = \frac{(9,109 \cdot 10^{-31} kg)(8,9875 \cdot 10^9 N \cdot m^2/C^2)^2 (1,602 \cdot 10^{-19} C)^4}{2(1,27 \cdot 10^{-36} J \cdot s)^2} = 1,50 \cdot 10^{-14} J$$

$$\mathrm{E}_5 = -\frac{1,50 \cdot 10^{-14} J}{5^2} = -6,00 \cdot 10^{-16} J$$

(b) Utilizaremos a equação 22 para calcular a nova constante R_H e a equação 21 para calcular os comprimentos de onda:

Prova A

$$\boxed{\begin{gathered} E_0 = 1,06 \cdot 10^{-21} J \\ R_H = \frac{1,06 \cdot 10^{-21} J}{(3 \cdot 10^{-32} J \cdot s)(3 \cdot 10^8 m/s)} = 117,7 m^{-1} \\ \frac{1}{\lambda_{min}} = 117,7 m^{-1} \cdot \frac{1}{2^2} \Rightarrow \lambda_{min} = 3,4 \cdot 10^{-2} m \\ \frac{1}{\lambda_{max}} = 117,7 m^{-1} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) \Rightarrow \lambda_{max} = 6,1 \cdot 10^{-2} m \\ Região\, do\, espectro: \; microondas \end{gathered}}$$

Prova B

$$\boxed{\begin{gathered} E_0 = 6,00 \cdot 10^{-20} J \\ R_H = \frac{6,00 \cdot 10^{-20} J}{(4 \cdot 10^{-33} J \cdot s)(3 \cdot 10^8 m/s)} = 5 \cdot 10^4 m^{-1} \\ \frac{1}{\lambda_{min}} = 5 \cdot 10^4 m^{-1} \cdot \frac{1}{3^2} \Rightarrow \lambda_{min} = 1,8 \cdot 10^{-4} m \\ \frac{1}{\lambda_{max}} = 5 \cdot 10^4 m^{-1} \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} \right) \Rightarrow \lambda_{max} = 4,11 \cdot 10^{-4} m \\ Região\, do\, espectro: \; infravermelho \end{gathered}}$$

Prova C

$$\boxed{\begin{gathered} E_0 = 1,97 \cdot 10^{-16} J \\ R_H = \frac{1,97 \cdot 10^{-16} J}{(7 \cdot 10^{-35} J \cdot s)(3 \cdot 10^8 m/s)} = 9,38 \cdot 10^9 m^{-1} \\ \frac{1}{\lambda_{min}} = 9,38 \cdot 10^9 m^{-1} \cdot \frac{1}{4^2} \Rightarrow \lambda_{min} = 1,71 \cdot 10^{-9} m \\ \frac{1}{\lambda_{max}} = 9,38 \cdot 10^9 m^{-1} \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{5^2} \right) \Rightarrow \lambda_{max} = 4,74 \cdot 10^{-9} m \\ Região\, do\, espectro: \; raios\, X \end{gathered}}$$

Prova D

$$\boxed{\begin{gathered} E_0 = 1,5 \cdot 10^{-14} J \\ R_H = \frac{1,5 \cdot 10^{-14} J}{(8 \cdot 10^{-36} J \cdot s)(3 \cdot 10^8 m/s)} = 6,25 \cdot 10^{12} m^{-1} \\ \frac{1}{\lambda_{min}} = 6,25 \cdot 10^{12} m^{-1} \cdot \frac{1}{5^2} \Rightarrow \lambda_{min} = 4 \cdot 10^{-12} m \\ \frac{1}{\lambda_{max}} = 6,25 \cdot 10^{12} m^{-1} \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{6^2} \right) \Rightarrow \lambda_{max} = 1,31 \cdot 10^{-11} m \\ Região\, do\, espectro: \; raios\, X/raios\, gama \end{gathered}}$$

(c) A frequência de revolução do elétron no caso clássico é dada por:

$$f = \left(\frac{ke^2}{m} \right)^{1/2} \frac{1}{2\pi r^{3/2}}. \tag{23}$$

Queremos mostrar que a expressão da frequência para uma transição no átomo de Bohr de n para $n+1$ é igual a 23 para n grande. Começamos por usar a equação 18 para calcular a diferença de energia entre dois níveis consecutivos n e $n+1$:

$$E_{n+1} - E_n = -\frac{E_0}{(n+1)^2} + \frac{E_0}{n^2}$$

$$E_{n+1} - E_n = E_0\frac{(n+1)^2 - n^2}{n^2(n+1)^2} = 2E_0\frac{n+1}{n^2(n+1)^2}. \tag{24}$$

A diferença de energia entre duas transições eletrônicas é dada por 20. Assim, a equação 24 fica:

$$hf = E_0\frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}. \tag{25}$$

Estamos aqui utilizando o limite em que $n >> 1$. Neste limite, podemos aproximar $n+1 \to n$. Assim, a frequência no caso quântico pode ser dada por:

$$\begin{aligned} hf &= 2E_0\frac{n}{n^4} \\ f &= \frac{2E_0}{hn^3}. \end{aligned} \tag{26}$$

Vamos utilizar a expressão do raio da órbita 19 (com $Z = 1$)para encontrar n^3:

$$\begin{aligned} (r_n)^{3/2} &= \left(\frac{n^2\hbar^2}{mke^2}\right)^{3/2} \\ n^3 &= \frac{(mke^2r)^{3/2}}{\hbar^3} \end{aligned} \tag{27}$$

Substituindo 17 e 27 em 26, e fazendo $h = 2\pi\hbar$, encontramos:

$$f = \frac{2\frac{mk^2e^4}{2\hbar^2}}{h\frac{(mke^2r)^{3/2}}{\hbar^3}} = \frac{mk^2e^4}{\hbar^2}\frac{\hbar^3}{2\pi\hbar(mke^2r)^{3/2}}$$

$$f = \frac{mk^2e^4}{2\pi\hbar(mke^2r)^{3/2}}$$

$$f = \left(\frac{ke^2}{m}\right)^{1/2}\frac{1}{2\pi r^{3/2}},$$

que coincide com a expressão clássica.