UFABC

BKC 0103-15 – Física Quântica – Diurno – prova A

Professor: Luciano Cruz   Turma: B2

Nome: ______________________________ R.A. ______________

Regras:

A avaliação tem duração de 1 hora e 40 minutos.
É proibido o uso de celulares e outros eletrônicos similares, **exceto calculadora**.
Todas as respostas devem ser justificadas e os cálculos devem ser apresentados explicitamente.
É proibida qualquer consulta a materiais auxiliares ou colegas, a avaliação será anulada caso isto ocorra.

Boa sorte!

Questões:

1 – (3 pontos) A energia necessária para que um elétron seja removido por efeito fotoelétrico de uma placa feita de sódio é igual a 2,3 eV. Responda as questões:

(a) (1,0pt) Determine o comprimento de onda de corte (em nm) para o metal sódio.

(b) (1,0pt) Determine o módulo da velocidade máxima dos elétrons emitidos quando fótons de comprimento de onda de 510 nm incide na superfície da placa de sódio.

(c) (1,0pt) Porque é necessário considerar um modelo corpuscular da luz para explicar o Efeito Fotoelétrico? (use, no máximo, 8 linhas)

2 – (4 pontos) Considere o espectro atômico da série de Brackett (n=4) do átomo de Hidrogênio e o modelo atômico de Bohr.

(a) (1,5pt) Determine a frequência (em Hz) e o comprimento de onda (em nm) dos fótons de menor e maior energia que podem ser emitidos nesta série.

(b) (1,5pt) Um fóton de comprimento de onda de 1000,5 nm poderia ser emitido por uma transição pertencente a essa série. Se puder, quais seriam os níveis envolvidos nesta transição?

(c) (1,0pt) Explique qual era o problema de estabilidade dos elétrons nas suas órbitas no modelo de Rutherford e como Bohr o solucionou com seu modelo? Justifique a sua resposta. (use, no máximo, 8 linhas)

3 – (3 pontos) Considere um partícula quântica de massa m confinada em um poço infinito de largura de L, cujo potencial é dado por: V(x) = 0 para $0 < x < L$ e $V(x) \to \infty$, $x < 0$ ou $x > L$.

(a) (1,5pt) Mostre que a função $\psi_3(x) = \sqrt{\frac{2}{L}}\,\mathrm{sen}\left(\frac{3\pi}{L}x\right)$ satisfaz a equação de Schrodinger independente do tempo para um potencial V(x) nulo.

(b) (1,5pt) Determine a probabilidade de encontrar a partícula entre as posições $x_1 = 0$ e $x_2 = L/4$ para o estado do item (a).

1-

a) $\phi = 2,3 \, eV$

$$\lambda_c = \frac{hc}{\phi} = \frac{4,135.10^{-15}.3.10^{8}}{2,3} = 5,39.10^{-7} m = 539 \, nm$$

b) $\lambda = 510 \, nm$

$$E_c = \frac{hc}{\lambda} - \phi = \frac{4,135.10^{-15}.3.10^{8}}{510.10^{-9}} - 2,3 = 0,132 \, eV$$

$$E_c = 0,132 \, eV . 1,6.10^{-19} = 2,12.10^{-20} \, J$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = E_c$$

$$v = \sqrt{\frac{2.2,12.10^{-20}}{9,1.10^{-31}}} = 2,16.10^{5} \, m/s$$

c) [varias respostas possiveis] Mencionar discrepancias do modelo classico com observações experimentais. Discutir que considerando o foton como particula foi possivel obter resultados compativeis com o experimento.

2- Brackett - n = 4

a) $$\frac{1}{\lambda_{min}} = R_H \left(\frac{1}{4^2}\right) = \frac{1,0968.10^{7}}{16} \Rightarrow \lambda_{min} = 1458,8 \, nm$$

$$f_{max} = \frac{c}{\lambda_{min}} = 2,06.10^{14} \, Hz$$

$$\frac{1}{\lambda_{max}} = R_H \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{5^2}\right) \Rightarrow \lambda_{max} = 4052,2 \, nm$$

$$f_{min} = \frac{c}{\lambda_{max}} = 7,40.10^{13} \, Hz$$

b) $\lambda = 1000,5 \, nm$ $\rightsquigarrow$ se fizer o calculo dará raiz de um número negativ

Não. Pois está fora da região de λ_s definidos no item a)

c) [varias respostas possiveis] Falar da incompatibilidade das orbitas no modelo de Rutherford e a eletrodinamica quantica. No modelo de Bohr as orbitas eram postuladas.

3 - $\Psi_3(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \, sen\left(\frac{3\pi}{L}x\right)$

a)

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\Psi_3(x) + V(x)\Psi_3(x) = E\Psi_3(x)$$

$$\frac{d}{dx}\Psi_3(x) = \sqrt{\frac{2}{L}}\left(\frac{3\pi}{L}\right)\cos\left(\frac{3\pi}{L}x\right)$$

$$\frac{d^2}{dx^2}\Psi_3(x) = -\sqrt{\frac{2}{L}}\left(\frac{3\pi}{L}\right)^2 sen\left(\frac{3\pi}{L}x\right) = -\left(\frac{3\pi}{L}\right)^2\Psi_3(x)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left[-\left(\frac{3\pi}{L}\right)^2\Psi_3(x)\right] + \cancel{V(x)\Psi_3(x)}^{\,0} = E\Psi_3(x)$$

$$\therefore E = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{3\pi}{L}\right)^2 \Rightarrow E = \boxed{\frac{9}{2}\frac{\hbar^2\pi^2}{mL^2}}$$ satisfaz

b) $P(x=0, x=L/4) = \int_0^{L/4}\frac{2}{L}\, sen^2\left(\frac{3\pi}{L}x\right)dx$ usando $sen^2\theta = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos(2\theta)$

$$P = \frac{2}{L}\int_0^{L/4}\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos\left(\frac{6\pi}{L}x\right)\right]dx = \frac{2}{L}\left\{\frac{x}{2}\Big|_0^{L/4} - \frac{1}{2}\cdot\frac{L}{6\pi}\cdot sen\left(\frac{6\pi}{L}x\right)\Big|_0^{L/4}\right\}$$

$$P = \frac{2}{\cancel{L}}\left\{\frac{\cancel{L}}{8} - \frac{\cancel{L}}{12\pi}\left[sen\left(\frac{6\pi}{4}\right) - \cancel{sen(0)}^{\,0}\right]\right\} = 2\cdot\left(\frac{1}{8} - \frac{1}{12\pi}\cdot(-1)\right) = \boxed{0{,}30}$$

UFABC

BKC 0103-15 – Física Quântica – Diurno – prova B

Professor: Luciano Cruz   Turma: B2

Nome: ____ R.A. ________________

Regras:

A avaliação tem duração de 1 hora e 40 minutos.
É proibido o uso de celulares e outros eletrônicos similares, **exceto calculadora**.
Todas as respostas devem ser justificadas e os cálculos devem ser apresentados explicitamente.
É proibida qualquer consulta a materiais auxiliares ou colegas, a avaliação será anulada caso isto ocorra.

Boa sorte!

Questões:

1 – (3 pontos) Em colisões de fótons de comprimento de onda de 100,0 pm com elétrons (inicialmente em repouso) tivemos o espelhamento de fótons com comprimento de onda de 102,4 pm para um dado ângulo. Responda as questões:

(a) (1,0 pt) Qual é o valor do ângulo de espelhamento mencionado no enunciado?

(b) (1,0 pt) Determine o módulo da velocidade do elétron após a colisão.

(c) (1,0 pt) Porque é necessário considerar um modelo corpuscular da luz para explicar o efeito Compton? (use, no máximo, 8 linhas)

2 – (4 pontos) Considere o espectro atômico da série de Balmer (n=2) do átomo de Hidrogênio.

(a) (1,5pt) Determine a frequência (em Hz) e o comprimento de onda (em nm) dos fótons de menor e maior energia que podem ser emitidos nesta série.

(b) (1,5pt) Um fóton de comprimento de onda de 1945,1 nm poderia ser emitido por uma transição pertencente a essa série. Se puder, quais seriam os níveis envolvidos na transição?

(c) (1,0pt) Explique como a estabilidade das órbitas do átomo de Bohr poderia estar associada à hipótese de de Broglie para as ondas de matéria? Justifique a sua resposta. (use, no máximo, 8 linhas)

3 – (3 pontos) Considere um partícula quântica de massa m confinada em um poço infinito de largura de L, cujo potencial é dado por: $V(x) = 0$ para $0< x < L$ e $V(x) \to \infty$, $x < 0$ ou $x > L$.

(a) (1,5pt) Mostre que a função $\psi_5(x) = \sqrt{\frac{2}{L}}\,\mathrm{sen}\left(\frac{5\pi}{L}x\right)$ satisfaz a equação de Schrodinger independente do tempo para um potencial V(x) nulo.

(b) (1,5pt)Determine a probabilidade de encontrar a partícula entre as posições x = 0 e x = L/4 para o estado do item (a).

1)

a) $\lambda_1 = 100,0\,pm$; $\lambda_2 = 102,4\,pm$

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \frac{h}{mc}(1-\cos\theta)$$

$$2.40\,10^{-12} = 2,43.10^{-12}(1-\cos\theta)$$

$$\cos\theta = 1 - \frac{2,40.10^{-12}}{2,43.10^{-12}} = 1,23\,10^{-2}$$

$$\theta = 1,56\,rad = \underline{89,3^\circ}$$

b) $E_c = \frac{hc}{\lambda_1} - \frac{hc}{\lambda_2}$

$$E_c = 293,9\,eV = 4,7.10^{-17}\,J$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = E_c$$

$$v = \sqrt{\frac{2.4,7.10^{-17}}{9,1\,10^{-31}}} = \underline{1,02.10^7\,m/s}$$

c) [varias respostas possiveis] Mencionar que resultados experimentais não era compativeis com o esperado pela teoria classica. Discutir que ao considerar os fotons como particulas, os resultados teoricos são compativeis com os experimentais

2) Balmer $n=2$

$$\frac{1}{\lambda_{min}} = R_H\left(\frac{1}{2^2}\right) \Rightarrow \lambda_{min} = \underline{364,7\,nm}$$

$$f_{max}\ \frac{c}{\lambda_{min}} = \underline{8,23.10^{14}\,Hz}$$

$$\frac{1}{\lambda_{max}} = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right) \Rightarrow \lambda_{max} = \underline{656,6\,nm}$$

$$f_{min} = \frac{c}{\lambda_{max}} = \underline{4,57.10^{14}\,Hz}$$

b) $\lambda = 1945,1 nm$

Como λ esta fora da região de comprimentos de onda

Então não pertence.

Se fizer o calculo obtem número não compatível com a serie de Balmer.

c) [Varias respostas possiveis] Discutir que orbitas de Bohr estão associadas a ondas estacionarias na hipotese de de Broglie.

3- $\Psi_5 = \sqrt{\frac{2}{L}}\, sen\left(\frac{5\pi}{L}x\right)$

a) $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\Psi(x) + V(x)\Psi(x) = E\Psi(x)$

$\frac{d}{dx}\Psi_5(x) = \sqrt{\frac{2}{L}}\left(\frac{5\pi}{L}\right)\cos\left(\frac{5\pi}{L}x\right)$

$\frac{d^2}{dx^2}\Psi_5(x) = -\sqrt{\frac{2}{L}}\left(\frac{5\pi}{L}\right)^2 sen\left(\frac{5\pi}{L}x\right) = -\left(\frac{5\pi}{L}\right)^2\Psi_5(x)$

$-\frac{\hbar^2}{2m}\left[-\left(\frac{5\pi}{L}\right)^2\Psi_5(x)\right] + \cancel{V(x)\Psi_5(x)}^{0} = E\Psi_5(x)$

$\therefore\ E = \frac{\hbar^2}{2m}\frac{25\pi^2}{L^2} = \frac{25}{2}\frac{\hbar^2\pi^2}{mL^2}$ satisfaz.

b) $P(x=0, x=L/4) = \int_0^{L/4}\frac{2}{L}\, sen^2\left(\frac{5\pi}{L}x\right)dx$

usando $sen^2\theta = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos(2\theta)$

$P = \frac{2}{L}\int_0^{L/4}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos\left(\frac{10\pi}{L}x\right)\right)dx = \frac{2}{L}\left\{\frac{x}{2}\Big|_0^{L/4} - \frac{1}{2}\cdot\frac{L}{10\pi}\, sen\left(\frac{10\pi}{L}x\right)\Big|_0^{L/4}\right\}$

$P = \frac{2}{\cancel{L}}\left\{\frac{\cancel{L}}{8} - \frac{\cancel{L}}{20\pi}\left[sen\left(\frac{10}{4}\pi\right) - \cancel{sen(0)}\right]\right\} = 2\,(0,25 - 0,0161)$

$P = 0,22$

UFABC

BKC 0103-15 – Física Quântica – Diurno – prova C

Professor: Luciano Cruz   Turma: B2

Nome: ______________________________ R.A. ______________

Regras:

A avaliação tem duração de 1 hora e 40 minutos.
É proibido o uso de celulares e outros eletrônicos similares, **exceto calculadora.**
Todas as respostas devem ser justificadas e os cálculos devem ser apresentados explicitamente.
É proibida qualquer consulta a materiais auxiliares ou colegas, a avaliação será anulada caso isto ocorra.

Boa sorte!

Questões:

1 – (3 pontos) A energia necessária para que um elétron seja removido por efeito fotoelétrico de uma placa feita de alumínio é igual a 4,1 eV. Responda as questões:

(a) (1,0pt) Determine o comprimento de onda de corte (em nm) para o metal alumínio.

(b) (1,0pt) Determine o módulo da velocidade máxima dos elétrons emitidos quando fótons de comprimento de onda de 280 nm incide na superfície da placa de alumínio.

(c) (1,0pt) Porque é necessário considerar um modelo corpuscular da luz para explicar o Efeito Fotoelétrico? (use, no máximo, 8 linhas)

2 – (4 pontos) Considere o espectro atômico da série de Balmer (n=2) do átomo de Hidrogênio e o modelo atômico de Bohr.

(a) (1,5pt) Determine a frequência (em Hz) e o comprimento de onda (em nm) dos fótons de menor e maior energia que podem ser emitidos nesta série.

(b) (1,5pt) Um fóton de comprimento de onda de 383,6 nm poderia ser emitido por uma transição pertencente a essa série. Se puder, quais seriam os níveis envolvidos nesta transição?

(c) (1,0pt) Explique qual era o problema de estabilidade dos elétrons nas suas órbitas no modelo de Rutherford e como Bohr o solucionou com seu modelo? Justifique a sua resposta. (use, no máximo, 8 linhas)

3 – (3 pontos) Considere um partícula quântica de massa m confinada em um poço infinito de largura de L, cujo potencial é dado por: $V(x) = 0$ para $0< x < L$ e $V(x) \to \infty$, $x < 0$ ou $x > L$.

(a) (1,5pt) Mostre que a função $\psi_2(x) = \sqrt{\frac{2}{L}}\,\mathrm{sen}\left(\frac{2\pi}{L}x\right)$ satisfaz a equação de Schrodinger independente do tempo para um potencial V(x) nulo.

(b) (1,5pt) Determine a probabilidade de encontrar a partícula entre as posições $x_1 = L/3$ e $x_2 = L$ para o estado do item (a).

1-

a) $\phi = 4{,}1\,eV$

$$\lambda_c = \frac{hc}{\phi} = \frac{4{,}135.10^{-15}.3.10^{8}}{4{,}1\,eV} = 3{,}03\,10^{-7} = 303\,nm$$

b) $$E_c = \frac{hc}{\lambda} - \phi = \frac{4{,}135.10^{-15}.3\,10^{8}}{280.10^{-9}} - 4{,}1$$

$$E_c = 0{,}33\,eV = 5{,}29.10^{-20}\,J$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = E_c$$

$$v = \sqrt{\frac{2.5{,}29.10^{-20}}{9{,}1.10^{-31}}} = 3{,}4.10^{5}\,m/s$$

c) [varias respostas possiveis] Mencionar discrepancias entre modelo classico e dados experimentais. Discutir que ao considerar foton como particula, os resultados dessa hipotese são compativeis com o experimento.

2- Balmer $n=2$

a) $$\frac{1}{\lambda_{max}} = R_H\left(\frac{1}{2^2}\right) \Rightarrow \lambda_{min} = 364{,}7\,nm$$

$$f_{min} = \frac{c}{\lambda_{...}} = 8{,}23.10^{14}\,Hz$$

$$\frac{1}{\lambda_{min}} = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right) \Rightarrow \lambda_{max} = 656{,}6\,nm$$

$$f_{máx} = \frac{c}{\lambda_{min}} = 4{,}57.10^{14}\,Hz$$

b) $\lambda = 383{,}6\,nm$

$$\frac{1}{383{,}6} = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2}\right) \Rightarrow m = 9{,}0$$

Sim, poderia de $n=2$ para $m=9$

c) [varias respostas possiveis] Mencionar a incompatibilidade do modelo de Rutherford com a eletrodinamica classica. No modelo de Bohr, as orbitas eram postuladas como estaveis. PC2

3- $\psi_2 = \sqrt{\frac{2}{L}}\, sen\left(\frac{2\pi}{L}x\right)$

a)
$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\psi_2(x) + V(x)\,\psi_2(x) = E_2\,\psi_2(x)$$

$$\frac{d}{dx}\psi_2(x) = \sqrt{\frac{2}{L}}\left(\frac{2\pi}{L}\right)\cos\left(\frac{2\pi}{L}x\right)$$

$$\frac{d^2}{dx^2}\psi(x) = -\sqrt{\frac{2}{L}}\left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 sen\left(\frac{2\pi}{L}x\right) = -\left(\frac{2\pi}{L}\right)^2\psi_2(x)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left[-\left(\frac{2\pi}{L}\right)^2\psi_2(x)\right] + \underbrace{\cancel{V(x)\psi_2(x)}}^{0} = E_2\,\psi_2(x)$$

$$\therefore\ E_2 = \frac{\hbar^2}{2m}\frac{4\pi^2}{L^2} = 2\frac{\hbar^2\pi^2}{mL^2} \Rightarrow \text{satisfaz}$$

b) $P(x=L/3,\ x=L) = \displaystyle\int_{L/3}^{L}|\psi_2(x)|^2dx = \int_{L/3}^{L}\frac{2}{L}\,sen^2\left(\frac{2\pi}{L}x\right)dx$

usando $sen^2\theta = \dfrac{1-\cos(2\theta)}{2}$

$$P = \frac{2}{L}\int_{L/3}^{L}\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos\left(\frac{4\pi}{L}x\right)\right]dx = \frac{2}{L}\left\{\frac{x}{2}\Big|_{L/3}^{L} - \frac{1}{2}\cdot\frac{L}{4\pi}\,sen\left(\frac{4\pi}{L}x\right)\Big|_{L/3}^{L}\right\}$$

$$P = \frac{2}{L}\left\{\frac{L}{2} - \frac{L}{6} - \frac{L}{8\pi}\left[\underbrace{\cancel{sen\left(\frac{4\pi L}{L}\right)}}^{0} - sen\left(\frac{4\pi}{L}\frac{L}{3}\right)\right]\right\}$$

$$P = \frac{2}{L}\left\{\frac{L}{2} - \frac{L}{6} + \frac{L}{8\pi}\,sen\left(\frac{4\pi}{3}\right)\right\} =$$

$$P = 2.\left(0{,}5 - 0{,}16 + 0{,}039.(-0{,}866)\right) = 0{,}61$$

UFABC

BKC 0103-15 – Física Quântica – Diurno – prova D

Professor: Luciano Cruz Turma: B2

Nome: ______________________________ R.A. ______________

Regras:

A avaliação tem duração de 1 hora e 40 minutos.
É proibido o uso de celulares e outros eletrônicos similares, **exceto calculadora**.
Todas as respostas devem ser justificadas e os cálculos devem ser apresentados explicitamente.
É proibida qualquer consulta a materiais auxiliares ou colegas, a avaliação será anulada caso isto ocorra.

Boa sorte!

Questões:

1 – (3 pontos) Em colisões de fótons de comprimento de onda de 75,0 pm com elétrons (inicialmente em repouso) tivemos o espelhamento de fótons com comprimento de onda de 78,6 pm para um dado ângulo. Responda as questões:

(a) (1,0 pt) Qual é o valor do ângulo de espelhamento mencionado no enunciado?

(b) (1,0 pt) Determine o módulo da velocidade do elétron após a colisão.

(c) (1,0 pt) Porque é necessário considerar um modelo corpuscular da luz para explicar o efeito Compton? (use, no máximo, 8 linhas)

2 – (4 pontos) Considere o espectro atômico da série de Pfund (n=5) do átomo de Hidrogênio.

(a) (1,5pt) Determine a frequência (em Hz) e o comprimento de onda (em nm) dos fótons de menor e maior energia que podem ser emitidos nesta série.

(b) (1,5pt) Um fóton de comprimento de onda de 3740,5 nm poderia ser emitido por uma transição pertencente a essa série. Se puder, quais seriam os níveis envolvidos na transição?

(c) (1,0pt) Explique como a estabilidade das órbitas do átomo de Bohr poderia estar associada à hipótese de de Broglie para as ondas de matéria? Justifique a sua resposta. (use, no máximo, 8 linhas)

3 – (3 pontos) Considere um partícula quântica de massa m confinada em um poço infinito de largura de L, cujo potencial é dado por: $V(x) = 0$ para $0 < x < L$ e $V(x) \to \infty$, $x < 0$ ou $x > L$.

(a) (1,5pt) Mostre que a função $\psi_4(x) = \sqrt{\frac{2}{L}}\,\text{sen}\left(\frac{4\pi}{L}x\right)$ satisfaz a equação de Schrodinger independente do tempo para um potencial V(x) nulo.

(b) (1,5pt)Determine a probabilidade de encontrar a partícula entre as posições $x_1 = L/3$ e $x_2 = L$ para o estado do item (a).

PD1

1)

a) $\lambda_2 - \lambda_1 = \frac{h}{mc}(1-\cos\theta)$

$3,6.10^{-12} = 2,43.10^{-12}(1-\cos\theta)$

$\cos\theta = 1 - \frac{3,6.10^{-12}}{2,43.10^{-12}}$

$\theta = 2,09 \text{ rad} = 120°$

b) $E_c = \frac{hc}{\lambda_1} - \frac{hc}{\lambda_2}$

$E_c = 765,7 \text{ eV} = 1,23.10^{-16} \text{ J}$

$\frac{1}{2}mv^2 = E_c$

$v = \sqrt{\frac{2.1,23.10^{-16}}{9,1.10^{-31}}} = 1,64.10^7 \text{ m/s}$

c) [varias respostas possiveis] Mencionar incompatibilidade de dados experimentais e teoria classica. Discutir que considerando fotons como particulas, os resultados teoricos são compatíveis com os experimentos

2) Pfund (n = 5.)

a) $\lambda_{min} = R_H\left(\frac{1}{5^2}\right) \Rightarrow \lambda_{min} = 2279,4 \text{ nm}$

$f_{max} = \frac{c}{\lambda_{min}} = 1,32.10^{14} \text{ Hz}$.

b) $\lambda_{max} = R_H\left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{6^2}\right) \Rightarrow \lambda_{max} = 7459,7 \text{ nm}$

$f_{min} = \frac{c}{\lambda_{max}} = 4,02.10^{13} \text{ Hz}$

b) $\lambda = 3750,5$

$$\frac{1}{3750{,}5.10^{-9}} = R_H\left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{m^2}\right) \Rightarrow \quad m = 8$$

Sim, pode com $n = 5$ e $m = 8$

c) [varias respostas possiveis] Discutir que as orbitas no modelo de Bohr correspondiam a ondas estacionarias do electron na hipotese de de Broglie.

3 - $\Psi_4 = \sqrt{\frac{2}{L}}\ \mathrm{sen}\left(\frac{4\pi}{L}x\right)$

a) $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\Psi(x) + V(x)\Psi(x) = E\Psi(x)$

$$\frac{d}{dx}\Psi_4(x) = \sqrt{\frac{2}{L}}\left(\frac{4\pi}{L}\right)\cos\left(\frac{4\pi}{L}x\right)$$

$$\frac{d^2}{dx^2}\Psi_4(x) = -\sqrt{\frac{2}{L}}\left(\frac{4\pi}{L}\right)^2 \mathrm{sen}\left(\frac{4\pi}{L}x\right) = -\left(\frac{4\pi}{L}\right)^2\Psi_4(x)$$

substituindo:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left[-\left(\frac{4\pi}{L}\right)^2\Psi_4(x)\right] + \cancel{V(x)\Psi_4(x)}^{\,0} = E\,\Psi_4(x)$$

$$\therefore\ \frac{\hbar^2}{2m}\frac{16\pi^2}{L^2} = E \Rightarrow E = 8\frac{\hbar^2\pi^2}{mL^2}$$ satisfaz

b) $P(x = L/3, x = L) = \int_{L/3}^{L}|\Psi_4(x)|^2dx = \frac{2}{L}\int_{L/3}^{L}\mathrm{sen}^2\left(\frac{4\pi}{L}x\right)dx$

usando $\mathrm{sen}^2\theta = \frac{1 - \cos(2\theta)}{2}$

$$P = \frac{2}{L}\int_{L/3}^{L}\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos\left(\frac{8\pi}{L}x\right)\right]dx$$

$$P = \frac{2}{L}\left\{ \frac{x}{2}\Big|_{L/3}^{L} - \frac{1}{2}\frac{L}{8\pi}\,\mathrm{sen}\left(\frac{8\pi}{L}x\right)_{L/3}^{L} \right\}$$

$$= \frac{2}{L}\left\{ \frac{L}{2} - \frac{L}{6} - \frac{1}{2}\frac{L}{8\pi}\left[\cancel{\mathrm{sen}\left(\frac{8\pi \cancel{L}}{\cancel{L}}\right)}^{0} - \mathrm{sen}\left(\frac{8\pi}{\cancel{L}}\frac{\cancel{L}}{3}\right)\right]\right\}$$

$$= \frac{2}{\cancel{L}}\left\{ \frac{\cancel{L}}{2} - \frac{\cancel{L}}{6} + \frac{\cancel{L}}{16\pi}\,\mathrm{sen}\left(\frac{8\pi}{3}\right)\right\}$$

$$= 2.\left(0,5 - 0,16 + 0,02 . 0,866\right) = \underline{0,70}$$