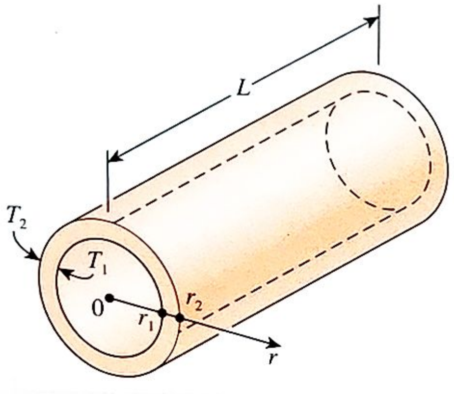

FIGURA 2–49 Esquema para o Exemplo 2–14.

EXEMPLO 2–14 Perda de calor em uma tubulação de vapor

Considere uma tubulação de comprimento $L = 20$ m, raio interno $r_1 = 6$ cm, raio externo $r_2 = 8$ cm e condutividade térmica $k = 20$ W/m·k, como mostrado na Fig. 2–49. As superfícies interna e externa da tubulação são mantidas a temperaturas médias $T_1 = 150$ °C e $T_2 = 60$ °C, respectivamente. Obtenha a relação geral para a distribuição de temperatura no interior da tubulação sob condições permanentes e determine a taxa de perda de calor do vapor pelo tubo.

SOLUÇÃO Uma tubulação de vapor está sujeita a temperaturas especificadas em suas superfícies. Determinar a variação de temperatura e a taxa de transferência de calor.

Suposições **1** A transferência de calor é permanente, não varia com o tempo. **2** A transferência de calor é unidimensional. Há simetria térmica em relação ao eixo central e não há variação na direção axial. Logo, $T = T(r)$. **3** A condutividade térmica é constante. **4** Não há geração de calor.

Propriedades A condutividade térmica é $k = 20$ W/m·K.

Análise A formulação matemática para o problema pode ser expressa como

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) = 0$$

com as seguintes condições de contorno

$$T(r_1) = T_1 = 150 \text{ °C}$$
$$T(r_2) = T_2 = 60 \text{ °C}$$

Integrando a equação diferencial em função de r, temos

$$r\frac{dT}{dr} = C_1$$

onde C_1 é a constante arbitrária. Agora dividimos ambos os lados da equação por r para colocá-la em uma forma prontamente integrável

$$\frac{dT}{dr} = \frac{C_1}{r}$$

Integrando novamente em função de r, temos (Fig. 2–50)

$$T(r) = C_1 \ln r + C_2 \qquad (a)$$

Aplicando agora ambas as condições de contorno, substituindo todas as ocorrências de r e $T(r)$ na Eq. (a) pelos valores especificados nas fronteiras, obtemos

$$T(r_1) = T_1 \quad \rightarrow \quad C_1 \ln r_1 + C_2 = T_1$$
$$T(r_2) = T_2 \quad \rightarrow \quad C_1 \ln r_2 + C_2 = T_2$$

Equação diferencial:

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) = 0$$

Integrando:

$$r\frac{dT}{dr} = C_1$$

Dividindo por r ($r \neq 0$):

$$\frac{dT}{dr} = \frac{C_1}{r}$$

Integrando novamente:

$$T(r) = C_1 \ln r + C_2$$

que é a solução geral.

FIGURA 2–50 Passos básicos envolvidos na solução da equação de condução de calor unidimensional permanente em coordenadas cilíndricas.

que formam um sistema com duas equações e duas incógnitas, C_1 e C_2. Resolvendo o sistema, obtemos

$$C_1 = \frac{T_2 - T_1}{\ln(r_2/r_1)} \qquad \text{e} \qquad C_2 = T_1 - \frac{T_2 - T_1}{\ln(r_2/r_1)} \ln r_1$$

Substituindo na Eq. (a) e reordenando seus termos, temos que a variação de temperatura no tubo é

$$T(r) = \frac{\ln(r/r_1)}{\ln(r_2/r_1)}(T_2 - T_1) + T_1 \tag{2–58}$$

A taxa de perda de calor do vapor é simplesmente a taxa total de condução de calor pela tubulação, determinada pela lei de Fourier

$$\dot{Q}_{\text{cilindro}} = -kA\frac{dT}{dr} = -k(2\pi rL)\frac{C_1}{r} = -2\pi kLC_1 = 2\pi kL\frac{T_1 - T_2}{\ln(r_2/r_1)} \tag{2–59}$$

O valor numérico da taxa de condução de calor pela tubulação é calculado substituindo os valores dados

$$\dot{Q} = 2\pi(20\ \text{W/m·K})(20\ \text{m})\frac{(150 - 60)°\text{C}}{\ln(0{,}08/0{,}06)} = \mathbf{786\ kW}$$

Discussão Note que a taxa total de transferência de calor através da tubulação é constante, mas o fluxo de calor $\dot{q} = \dot{Q}/(2\pi rL)$ não, pois ele varia na direção da transferência de calor e diminui com o aumento do raio.