



FIGURA 2-18 Esquema para o Exemplo 2-3.

EXEMPLO 2-3 Condução de calor em um aquecedor

A resistência de um aquecedor de 2 kW usado para ferver água é um fio com condutividade térmica $k = 15 \text{ W/m}\cdot\text{K}$, diâmetro $D = 0,4 \text{ cm}$ e comprimento $L = 50 \text{ cm}$ (Fig. 2-18). Supondo que a variação da condutividade térmica do fio em função da temperatura é desprezível, obtenha a equação diferencial que descreve a variação de temperatura no fio durante uma operação em regime permanente.

SOLUÇÃO Considerando o fio da resistência de aquecedor de água, determinar a equação diferencial para a variação de temperatura no fio.

Análise O fio pode ser tratado como um cilindro longo, pois seu comprimento é mais de 100 vezes o diâmetro. Além disso, como o calor é gerado uniformemente no fio e as condições na superfície externa dele são uniformes, é razoável esperar que a temperatura no fio varie apenas na direção radial r . Assim, a transferência de calor deve ser unidimensional. Então temos: $T = T(r)$ durante a operação em regime permanente, já que a temperatura, nesse caso, depende apenas de r .

A taxa de geração de calor no fio por unidade de volume pode ser determinada a partir de

$$\dot{e}_{\text{ger}} = \frac{\dot{E}_{\text{ger}}}{V_{\text{fio}}} = \frac{\dot{E}_{\text{ger}}}{(\pi D^2/4)L} = \frac{2.000 \text{ W}}{[\pi(0,004 \text{ m})^2/4](0,5 \text{ m})} = 0,318 \times 10^9 \text{ W/m}^3$$

Observe que, como a condutividade térmica é constante, a equação diferencial que rege a variação de temperatura no fio é simplesmente Eq. 2-27,

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) + \frac{\dot{e}_{\text{ger}}}{k} = 0$$

que é a equação de condução de calor unidimensional permanente em coordenadas cilíndricas para o caso de condutividade térmica constante.

Discussão Note novamente que as condições na superfície do fio não influenciam a equação diferencial.