



# **BC0209–Fenômenos Eletromagnéticos**

## **Segundo quadrimestre de 2016**

Prof. José Kenichi Mizukoshi

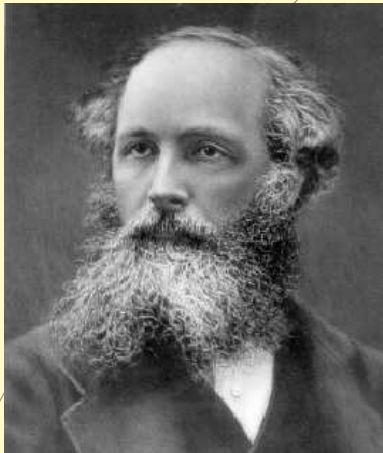
Aula 1 (versão 11/06/2015)

Cargas elétricas. Força eletrostática. Lei de Coulomb

# Cargas elétricas; Força eletrostática e a Lei de Coulomb

# Equações de Maxwell

Cargas elétricas; Força eletrostática e a Lei de Coulomb Problemas Propostos



J. C. Maxwell unificou as interações elétrica e magnética por volta de 1865, quando publicou o artigo intitulado “A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field”. De acordo com Maxwell, os princípios básicos do eletromagnetismo podem ser descritos por quatro equações, conhecidas como **Equações de Maxwell**.

No vácuo, as versões integrais dessas equações (na notação moderna) são

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0},$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{A},$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0,$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

- É condição mínima a familiaridade com essas equações para se ter êxito em Fenômenos Eletromagnéticos! 

# Cargas elétricas – propriedades

Cargas elétricas; Força eletrostática e a Lei de Coulomb Problemas Propostos

- há dois tipos: **positiva e negativa**;
- cargas de mesmo sinal se repelem e cargas de sinais diferentes se atraem;
- para um sistema isolado, a **carga elétrica é conservada**;
- a carga elétrica é **quantizada**:  $q = \pm ne$ , com  $n = 0, 1, 2, \dots$ , onde  $e$  é a carga elementar (e.g. elétron possui carga “ $-e$ ” e o próton a carga “ $+e$ ”)
- ◆ Em unidades do sistema internacional (SI),

$$e \approx 1,6 \times 10^{-19} \text{ C};$$

$$1 \text{ C (coulomb)} = \frac{1 \text{ ampère}}{\text{segundo}} = 1 \text{ A/s}$$

# Materiais isolantes, condutores e semi-condutores

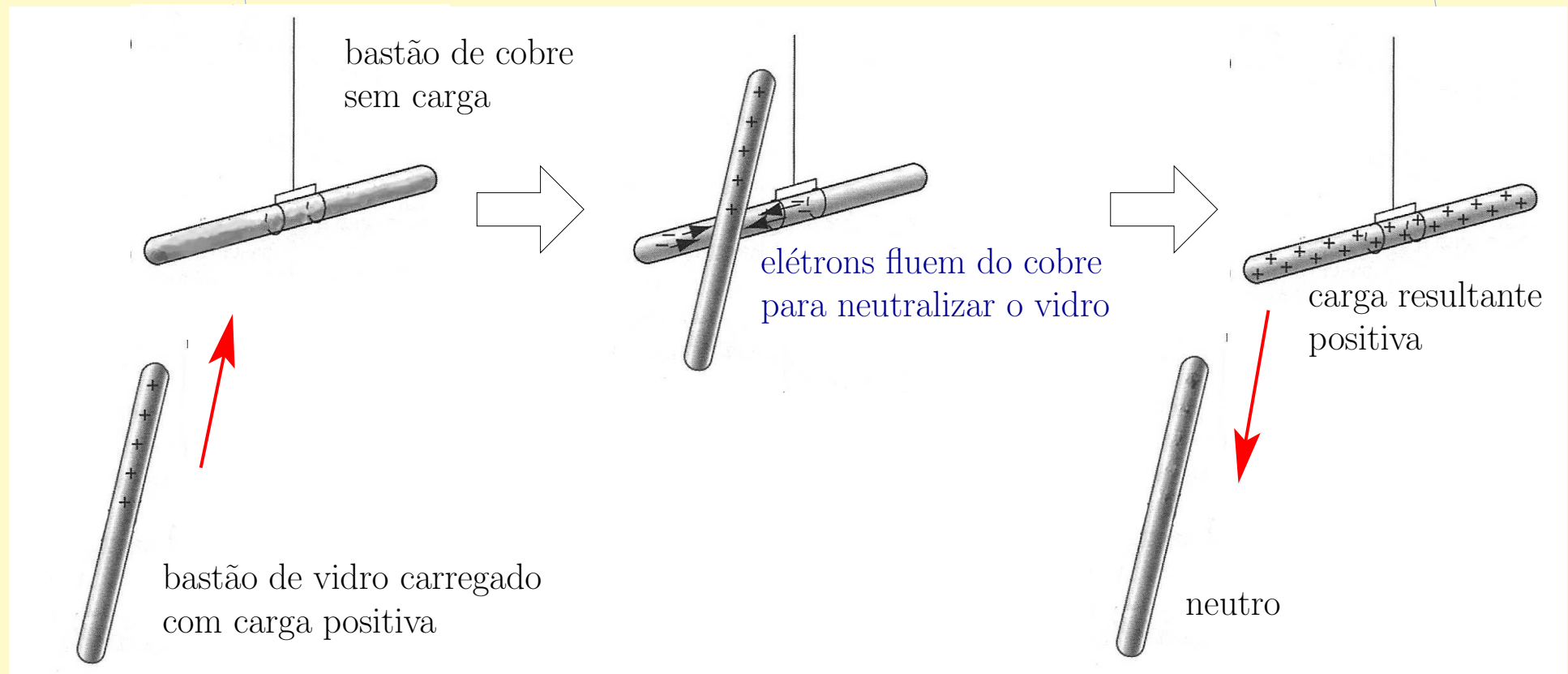
Cargas elétricas; Força eletrostática e a Lei de Coulomb Problemas Propostos

- **Condutores:** cargas elétricas se deslocam praticamente como se estivessem livres.  
Exs.: metais (alumínio, cobre, prata, etc), água contendo sais, Terra, corpo humano, ...
  - ◆ Em metais, os **portadores de carga** geralmente são os elétrons.
- **Isolantes** (dielétricos): cargas elétricas não se deslocam livremente.  
Exs.: borracha, plástico, âmbar (“elektron”, em grego), água destilada, ...
- **Semi-condutores:** possuem propriedades intermediárias aos isolantes e aos condutores.  
Exs.: silício, germânio, ...

# Carregamento por contato

Cargas elétricas; Força eletrostática e a Lei de Coulomb Problemas Propostos

- A figura abaixo ilustra o carregamento por contato, onde inicialmente há um bastão de vidro (isolante) carregado positivamente e um bastão de cobre (condutor) neutro, pendurado por um fio isolante. Após o contato, o bastão de cobre adquire a carga positiva, enquanto que o de vidro fica neutro.

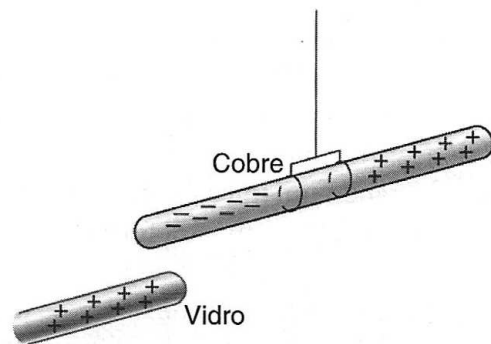


# Carregamento por indução

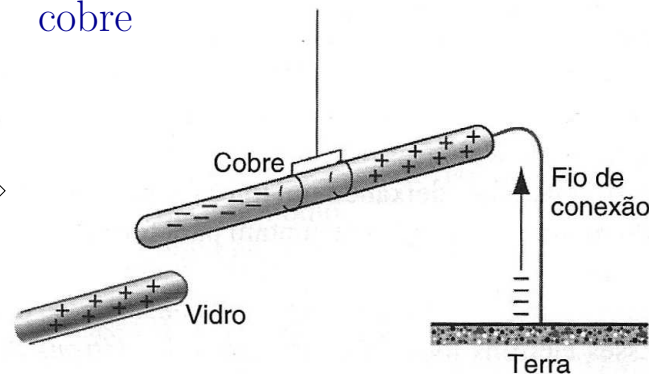
Cargas elétricas; Força eletrostática e a Lei de Coulomb Problemas Propostos

- Considere um bastão de vidro carregado positivamente e um bastão de cobre, inicialmente neutro, pendurado por um fio isolante. Com os dois bastões mantidos próximos, se um fio for conectado entre a ponta positiva do bastão de cobre (ponta mais distante do bastão de vidro) e o solo, elétrons fluirão do solo para neutralizar as cargas positivas do cobre.

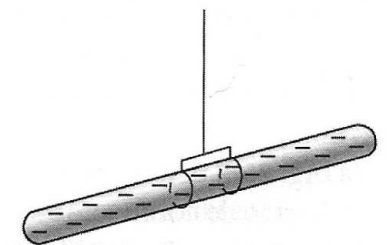
Redistribuição de cargas  
no bastão de cobre



Elétrons provenientes da Terra  
neutralizam a carga positiva do  
cobre



Carga resultante negativa  
no cobre



# Lei de Coulomb

Cargas elétricas; Força eletrostática e a Lei de Coulomb Problemas Propostos

- Vamos considerar inicialmente a **força eletrostática** entre as cargas pontuais  $q_1$  e  $q_2$ , onde ambas possuem o mesmo sinal. Temos

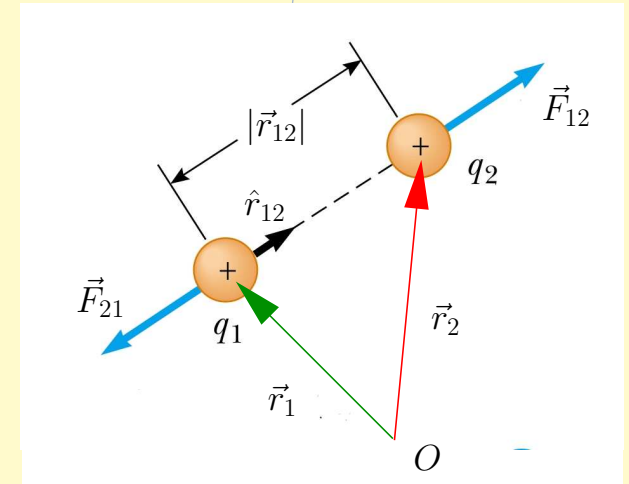
$$\vec{F}_{12} = k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} (\hat{r}_{12})$$

$$\vec{F}_{21} = k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} (-\hat{r}_{12}) = -\vec{F}_{12}$$

onde  $\hat{r}_{12}$  é o **vetor unitário** (versor) na direção e sentido de  $\vec{r}_{12}$ :

$$\hat{r}_{12} = \frac{\vec{r}_{12}}{|\vec{r}_{12}|}; \quad \vec{r}_{12} \equiv \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

- ◆  $\vec{F}_{12}$  e  $\vec{F}_{21}$  formam um par de forças ação-reação. No caso, essas forças são repulsivas.

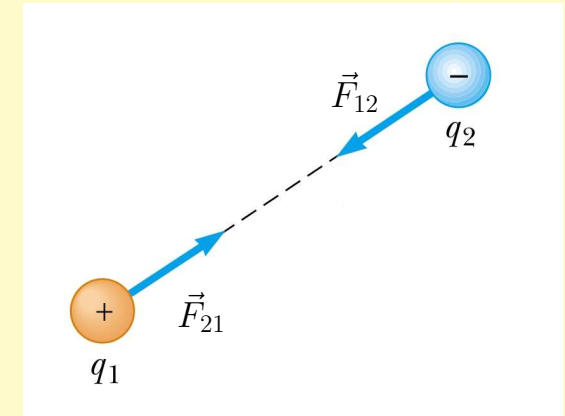




# Lei de Coulomb

Cargas elétricas; Força eletrostática e a Lei de Coulomb Problemas Propostos

- Se  $q_1$  e  $q_2$  possuírem siniais opostos, as expressões para as forças  $\vec{F}_{12}$  e  $\vec{F}_{21}$  continuam sendo iguais, no entanto agora  $q_1 q_2 < 0$ , logo elas formarão um par de forças atrativas.



- No sistema internacional de unidades (SI),

$$k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 8,99 \times 10^9 \frac{\text{N m}^2}{\text{C}^2}$$

- ◆  $\epsilon_0 \approx 8,85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N m}^2}$  é a **constante de permissividade do vácuo**.

# Lei de Coulomb – exemplo

Cargas elétricas; Força eletrostática e a Lei de Coulomb Problemas Propostos

**Ex. 1** Se cargas positivas e negativas de uma moeda de cobre de 3,00 g pudessem ser separadas em dois “pacotes”, qual a força elétrica resultante quando os pacotes estão separados por uma distância de 100 m?

**Solução.** Temos que

- Cada átomo de cobre possui carga  $q_1 = Ze$  devido aos prótons e carga  $q_2 = -Ze$  devido aos elétrons, onde o **número atômico** para o cobre é  $Z = 29$ ;
- Determinação do número de átomos,  $N$ , em  $m = 3,00$  g de cobre. Temos que a **massa molar** do cobre é  $M = 63,5$  g/mol. Temos que

$$M \rightarrow N_A \approx 6 \times 10^{23} \text{ átomos/mol (número de Avogadro)}$$

$$m \rightarrow N$$

Pela regra de três, obtém-se que  $N = \frac{m}{M} N_A = \frac{3,00}{63,5} \times 6 \times 10^{23}$ . Portanto,  
 $N \approx 2,8 \times 10^{22}$  átomos.

# Lei de Coulomb – exemplo

Cargas elétricas; Força eletrostática e a Lei de Coulomb Problemas Propostos

- O módulo da força eletrostática será

$$\begin{aligned} |\vec{F}| &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|(Nq_1)(Nq_2)|}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(NZe)^2}{r^2} \\ &= \left( 9 \times 10^9 \frac{\text{N m}^2}{\text{C}^2} \right) \times \left[ \frac{2,8 \times 10^{22} \times 29 \times (1,6 \times 10^{-19} \text{ C})}{100 \text{ m}} \right]^2 \end{aligned}$$

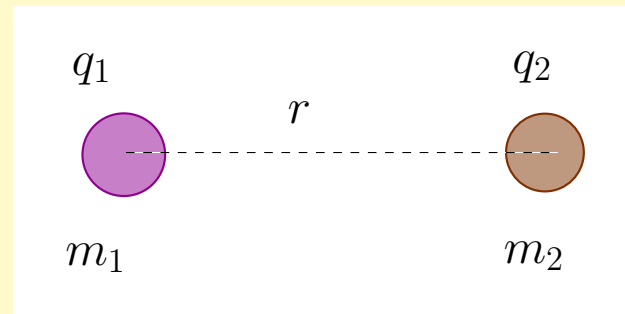
Portanto,

$$|\vec{F}| = 1,50 \times 10^{16} \text{ N}$$

# A lei de Coulomb versus a lei da gravitação universal de Newton

Cargas elétricas; Força eletrostática e a Lei de Coulomb Problemas Propostos

- Considere duas partículas de massas  $m_1$  e  $m_2$ , carregadas com cargas  $q_1$  e  $q_2$ , respectivamente, separadas por uma distância  $r$ :



Temos que

$$\begin{cases} F_{\text{el}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} & \text{(atrativa ou repulsiva)} \\ F_{\text{grav}} = G \frac{m_1 m_2}{r^2} & \text{(somente atrativa)} \end{cases} \Rightarrow \frac{F_{\text{el}}}{F_{\text{grav}}} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 G m_1 m_2}$$

# A lei de Coulomb versus lei da gravitação universal de Newton

Cargas elétricas; Força eletrostática e a Lei de Coulomb Problemas Propostos

- Vamos calcular a razão para o par elétron-próton. Temos que

$$|q_1| = |q_2| = e \approx 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$m_1 = m_e \approx 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}; \quad m_2 = m_p \approx 1,7 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$G \approx 6,7 \times 10^{-11} \frac{\text{N m}^2}{\text{kg}^2}$$

Logo,

$$\left| \frac{F_{\text{el}}}{F_{\text{grav}}} \right| \approx 2 \times 10^{39}$$

ou seja, a força gravitacional é totalmente desprezível se comparada à força eletrostática.

# A lei de Coulomb e o princípio de superposição

Cargas elétricas; Força eletrostática e a Lei de Coulomb Problemas Propostos

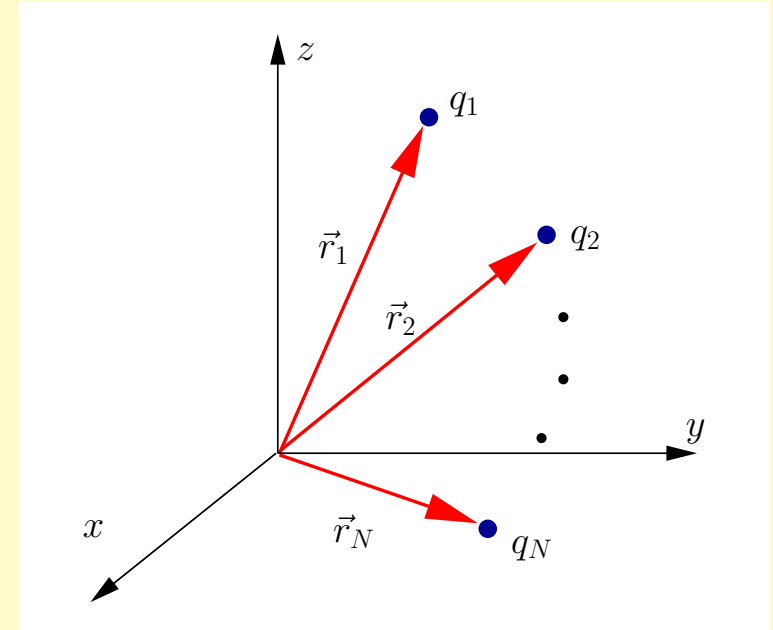
- Dado um sistema com  $N$  cargas pontuais, a força sobre a  $i$ -ésima carga é dada por

$$\vec{F}_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \vec{F}_{ji} = \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \frac{q_j}{(r_{ij})^2} \hat{r}_{ij} ,$$

onde

$$\hat{r}_{ij} \equiv \frac{\vec{r}_j - \vec{r}_i}{r_{ij}}$$

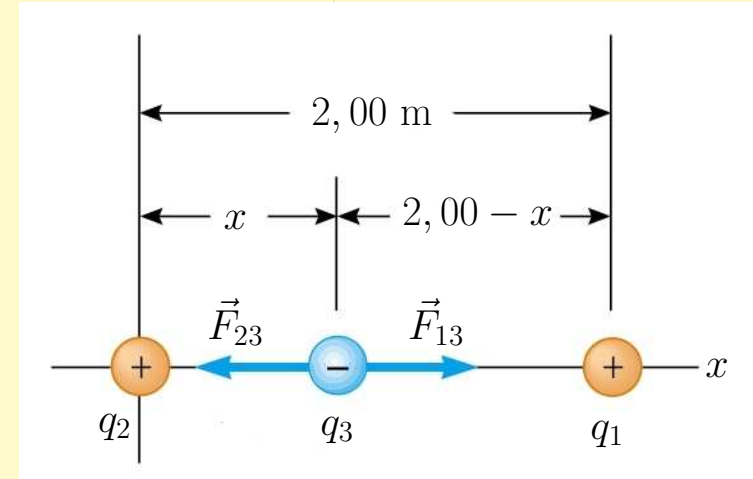
e  $r_{ij} = |\vec{r}_j - \vec{r}_i|$  é a distância entre a  $i$ -ésima carga e a  $j$ -ésima carga.



# A lei de Coulomb e o princípio de superposição – exemplos

Cargas elétricas; Força eletrostática e a Lei de Coulomb Problemas Propostos

**Ex. 2** Três partículas carregadas encontram-se ao longo do eixo  $x$  como na figura ao lado. A partícula com carga  $q_1 = 15,0 \mu\text{C}$  está em  $x = 2,00 \text{ m}$ , enquanto a partícula com carga  $q_2 = 6,00 \mu\text{C}$  está na origem. Onde deve ser colocada a carga negativa  $q_3$  de maneira que a força resultante sobre ela seja nula?



**Solução** Para que  $\vec{F}_3 = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = 0$ , é preciso que a carga  $q_3$  seja colocada sobre o eixo  $x$ , numa posição  $x$ , tal que  $0 < x < 2,00 \text{ m}$ . Temos que

$$\vec{F}_3 = -k_e \frac{q_1 q_3}{(2,00 - x)^2} \hat{i} + k_e \frac{q_2 q_3}{x^2} \hat{i} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{q_1}{(2,00 - x)^2} = \frac{q_2}{x^2}$$

$$\Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \frac{15,0 \mu\text{C}}{6,00 \mu\text{C}} = \frac{5}{2} = \frac{4,00 - 4,00x + x^2}{x^2} \quad \Rightarrow \quad 3x^2 + 8x - 8 = 0$$

Portanto,  $x = 0,775 \text{ m}$ . A solução  $x = -3,44 \text{ m}$  não é uma solução física.

# A lei de Coulomb e o princípio de superposição – exemplos

Cargas elétricas; Força eletrostática e a Lei de Coulomb Problemas Propostos

**Ex. 3** Achar a força resultante sobre a carga  $q_3 = q' > 0$  devido às cargas  $q_1 = -q_2 = q > 0$ , conforme configuração ao lado.

**Solução** Em coordenadas cartesianas,

$$\vec{F}_{13} = |\vec{F}_{13}|(\cos \theta \hat{i} + \sin \theta \hat{j})$$

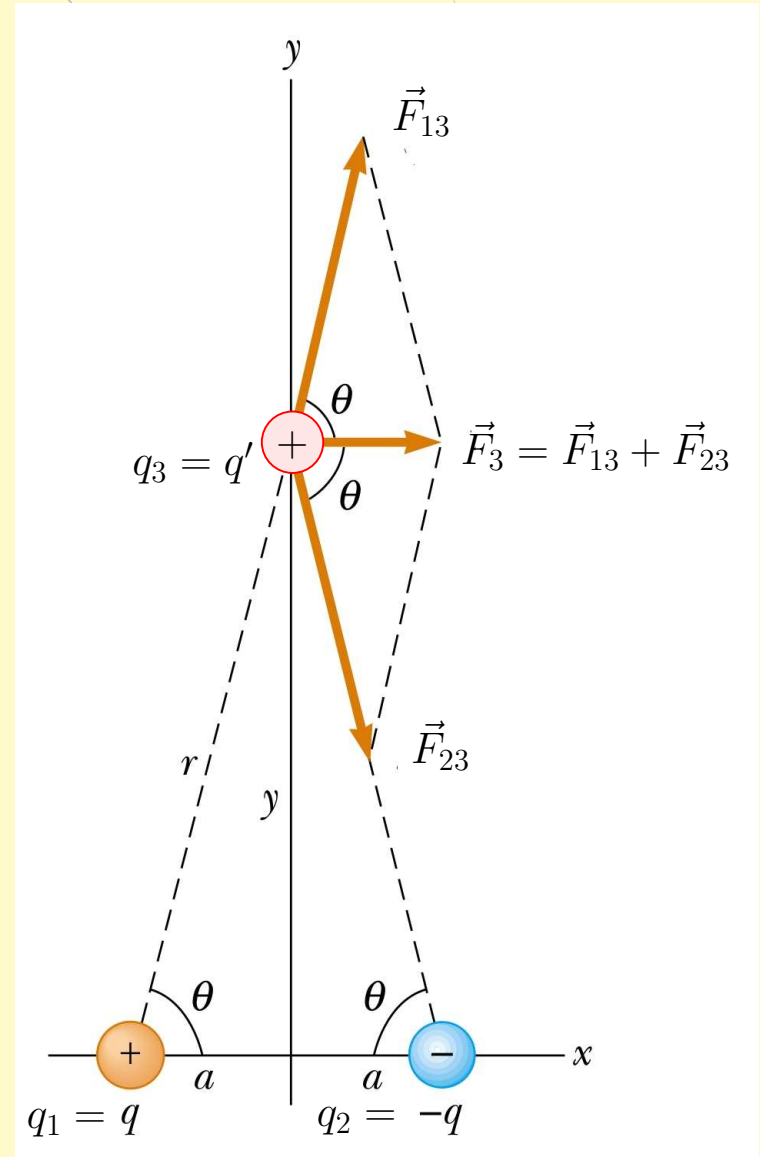
$$\vec{F}_{23} = |\vec{F}_{23}|(\cos \theta \hat{i} - \sin \theta \hat{j})$$

$$\text{onde } |\vec{F}_{13}| = |\vec{F}_{23}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r^2}; \quad r = \sqrt{a^2 + y^2}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_3 = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{(a^2 + y^2)} (2 \cos \theta) \hat{i}$$

Como  $\cos \theta = a/r = a/\sqrt{a^2 + y^2}$ , temos que

$$\vec{F}_3 = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{qq'a}{(a^2 + y^2)^{3/2}} \hat{i}$$





# Problemas Propostos

# A lei de Coulomb

Cargas elétricas; Força eletrostática e a Lei de Coulomb Problemas Propostos

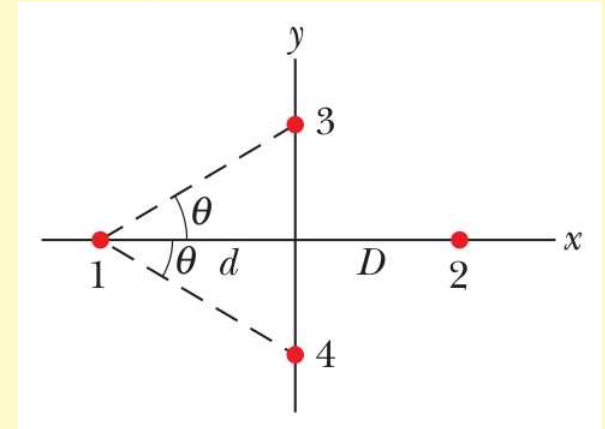
**P1** Duas partículas carregadas com cargas iguais são mantidas afastadas por uma distância de  $3,2 \times 10^{-3}$  m e então são soltas à partir do repouso. O módulo da aceleração inicial da primeira partícula é  $7,0 \text{ m/s}^2$ , enquanto que o da segunda é  $9,0 \text{ m/s}^2$ . Se a massa da primeira partícula for de  $6,3 \times 10^{-7}$  kg, quais são (a) a massa da segunda partícula e (b) a magnitude da carga de cada partícula?

**Resp.** (a)  $m_2 = 4,9 \times 10^{-7}$  kg; (b)  $|q| = 7,1 \times 10^{-11}$  C.

# A lei de Coulomb

Cargas elétricas; Força eletrostática e a Lei de Coulomb Problemas Propostos

**P2** A Fig. ao lado mostra um arranjo entre quatro partículas carregadas, com ângulo  $\theta = 30,0^\circ$  e distância  $d = 2,00$  cm. A partícula 2 possui carga  $q_2 = +8,00 \times 10^{-19}$  C; partículas 3 e 4 possuem cargas  $q_3 = q_4 = -1,60 \times 10^{-19}$  C. (a) Qual é a distância  $D$  entre a origem e a partícula 2 se a força eletrostática líquida sobre a partícula 1 devido a outras partículas é zero? (b) Se as partículas 3 e 4 forem movidas para mais perto do eixo  $x$ , mas mantendo a simetria sobre esse eixo, seria o valor requerido de  $D$  maior que, menor que ou seria o mesmo que o obtido na parte (a)?



**Resp.** (a)  $D = 1,92$  cm; (b) O novo valor de  $D$  deve ser menor.

# Referências

Cargas elétricas; Força eletrostática e a Lei de Coulomb Problemas Propostos

- R. A. Serway, e J. W. Jewett Jr., *Princípios de Física, Vol. 3*, Cengage Learning;
- D. Halliday, R. Resnick e K. S. Krane, *Física, Vol. 3*, LTC;
- H. D. Young e R. A. Freedman – Sears e Zemansky, *Física III: Eletromagnetismo*, Pearson Addison Wesley.