UFABC – UNIVERSIDADE FEDERAL DO ABC

CECS – CENTRO DE ENGENHARIA, MODELAGEM E CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS

ENGENHARIA AEROESPACIAL

ESTS010-17 - TÉCNICAS DE ANÁLISE ESTRUTURAL E PROJETO

- Terceiro Quadrimestre – 2022 -

Prof. Dr. Wesley Góis – CECS - UFABC

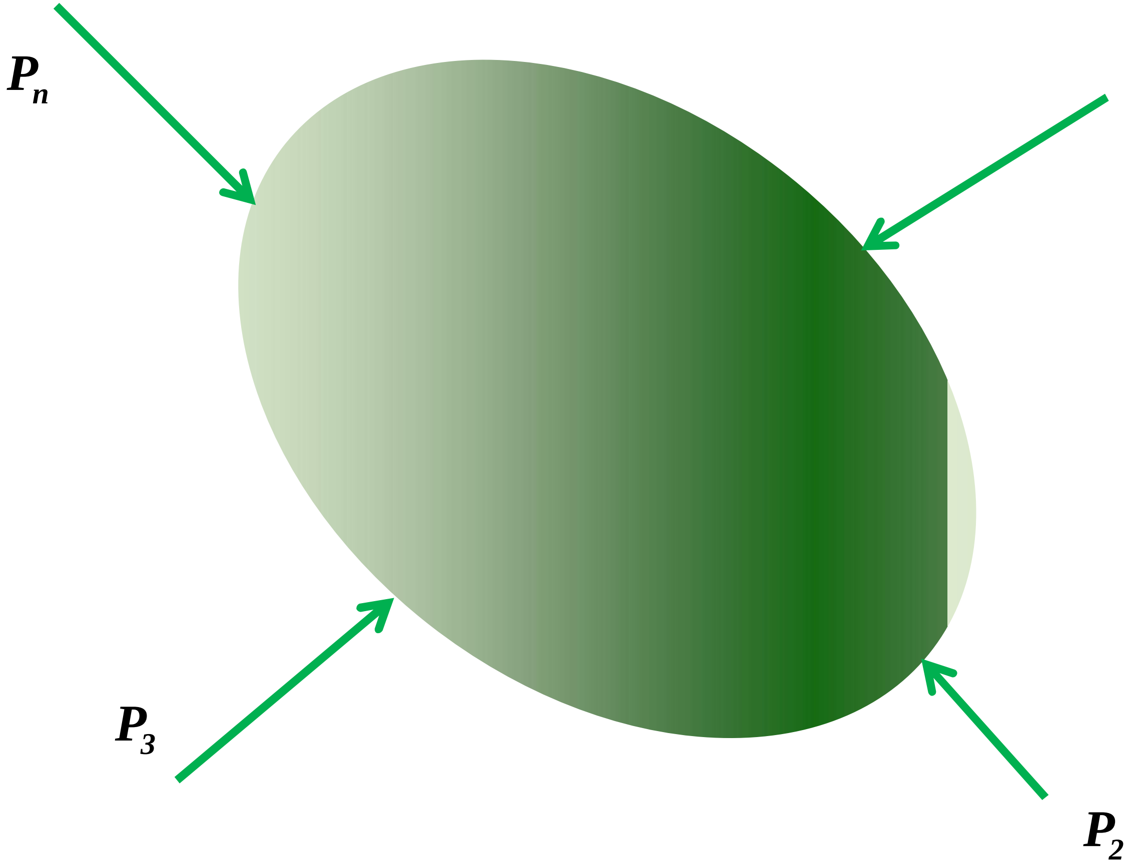
São Bernardo do Campo, outubro de 2022

1. Teorema de Castigliano

- Aplica-se somente a corpos que tenham temperatura constante e cujo material tenha comportamento linear elástico;

- Se um deslocamento em um ponto tiver de ser determinado, o teorema afirma que o deslocamento é igual à derivada parcial da primeira ordem de energia de deformação no corpo em relação a uma força que age no ponto e na direção do deslocamento.

- De forma análoga, a inclinação da tangente em um ponto em um corpo é igual à derivada parcial da primeira ordem da energia de deformação no corpo com relação a um momento que age no ponto e na direção do ângulo de inclinação.



$$U_i = U_e$$

$$U_i = U_e = f\left(P_1, P_2, \dots, P_n\right)$$

$$P_j \rightarrow dP_j$$

$$U_i + dU_i = U_i + \frac{\partial U_i}{\partial P_j} dP_j$$

dP_j

$$U_i + dU_j = U_i + dP_j \varphi_i$$

$$\varphi_i = \frac{\partial U_i}{\partial P_i}$$

1.1 Teorema de Castigliano Aplicado as Treliças

- Visto que um elemento de treliça está sujeito a uma carga axial, a energia de deformação é dada como:

$$U_i = \frac{N^2 L}{2AE}$$

- O Teorema de Castigliano para treliças escreve que:

$$\Delta = \sum N \left(\frac{\partial N}{\partial P}\right)\frac{L}{AE}$$

Δ = deslocamento da articulação da treliça

P = força externa

N = força axial interna

L = comprimento de um elemento

A = área da seção transversal

E = módulo de elasticidade do material

1.2 Teorema de Castigliano Aplicado as Vigas

- A energia de deformação interna para uma viga é provocada por ambas, flexão e cisalhamento.

- Teorema de Castigliano para vigas

$$\Delta = \int_0^L M\left(\frac{\partial M}{\partial P}\right)\frac{dx}{EI}$$

Δ = deslocamento do ponto

P = força externa

M = momento interno na viga

E = módulo de elasticidade do material

I = momento de inércia

- Se tivermos que determinar a inclinação da tangente em um ponto sobre a linha elástica, $\theta = \int_0^L M\left(\frac{\partial M}{\partial M'}\right)\frac{dx}{EI}$

M' = momento externo