1ª Prova de Fenômenos Térmicos – Diurno – Turmas A e B – Versão 2 – Folha 1/4

Nome Completo: Gabarito

Nota:

Professor de Teoria: ______________ Usuário TIDIA: ______________

Questão 1 – Um termopar consiste em dois condutores distintos em contato que produzem uma voltagem quando aquecidos. João deseja usar o termopar como termômetro e para isso define uma escala termométrica com temperatura T variando linearmente com a voltagem medida. Quando o termopar é colocado em contato com água no ponto de gelo (T_g = 0 °C) a voltagem medida é V_g = 3,1 mV e quando ele e colocado em contato com água em ebulição (T_e = 100 °C) a sua voltagem é V_e = 7,1 mV.

a) (15 pontos) Se em contato com algum objeto a tensão medida no termopar é V, qual a temperatura T correspondente?

b) (10 pontos) Com o intuito de medir sua temperatura, João coloca o termopar em contato com sua boca e mede uma voltagem de V = 4,7 mV; qual a sua temperatura?

Resolução:

item (a) Seja T(V) a temperatura do termopar (dada em graus Celsius, °C) uma função que varia linearmente com a voltagem V (medida em milivolts, mV), tal que:

$$T(V) = aV + b$$

De acordo com o enunciado do problema, quando o termopar é colocado em contato com água no ponto de gelo (T = 0°C) a voltagem medida é igual a 3,1 mV, ou seja:

$$T(V=3{,}1\,mV) = T(3{,}1) = 0^\circ C \Rightarrow T(3{,}1) = a(3{,}1) + b \Rightarrow 0 = 3{,}1a + b$$

Por outro lado, quando colocado em contato com àgua em ebulição a voltagem medida no termopar é igual a 7,1 mV, isto é:

$$T(V=7{,}1\,mV) = T(7{,}1) = 100^\circ C \Rightarrow T(7{,}1) = a(7{,}1) + b \Rightarrow 100 = 7{,}1a + b$$

Resolvendo o sistema de equações:

$$\begin{cases} 0 = 3{,}1a + b \\ 100 = 7{,}1a + b \end{cases} \ominus$$

$$-100 = -4a + 0 \Rightarrow a = 25\ ^\circ C/mV$$

e substituindo o valor de a em uma das expressões acima, resulta que:

$$0 = 3{,}1(25) + b \Rightarrow b = -77{,}5\ ^\circ C$$

Com isto, obtemos que a expressão que fornece a temperatura do termopar em função da voltagem medida é dada por:

$T(V) = 25V - 77{,}5$, onde T(V) é dada em graus Celsius (°C) e V é dada em milivolts (mV).

item (b) Vide solução no verso.

RASCUNHO

item (b) A voltagem medida por João é igual a $V = 1{,}7\ mV$ e, então, a sua temperatura é dada por:

$$T(V = 1{,}7\,mV) = 25(1{,}7) - 77{,}5 = 117{,}5 - 77{,}5 \Rightarrow T(V=1{,}7\,mV) = 40{,}0\,°C$$

Portanto, concluímos que a temperatura do João é igual a $40{,}0\,°C$.

Nome Completo: Gabarito

Nota:

Professor de Teoria: ________________ Usuário TIDIA: ____________________

Questão 2 –

a) (15 pontos) A que temperatura a velocidade média quadrática do H_2 (hidrogênio molecular) é igual à velocidade de escape da Terra (11,2 km/s)? (Dado: $M_{H2} = 2{,}02\times10^{-3}$ kg/mol.)

b) (10 pontos) Considerando a resposta do item (a), deve existir muito hidrogênio na atmosfera superior da Terra, onde a temperatura é de cerca de 1000 K?

Resolução:

item (a) A velocidade média quadrática das moléculas no gás de H_2 é dada pela seguinte expressão:

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M_{H_2}}}$$

e, portanto, temos que a temperatura para a qual a velocidade média quadrática é igual à velocidade de escape da Terra (ou seja, $v_{rms} = 11{,}2$ Km/s) é dada por:

$$T = \frac{v_{rms}^2 M_{H_2}}{3R} = \frac{(11{,}2\times10^3\ m/s)^2 \cdot (2{,}02\times10^{-3}\ Kg/mol)}{3(8{,}314\ J/K\cdot mol)} \Rightarrow T = 1{,}02\times10^4\ K$$

item (b) A temperatura da ordem de 1000 K na atmosfera superior da Terra é grande o suficiente para que um número significativo de

Nome Completo: Gabarito

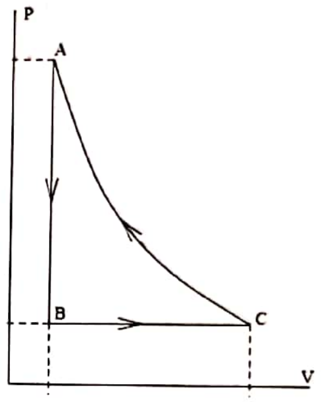
Nota:

Professor de Teoria: ______________ Usuário TIDIA: ______________

Questão 3 – Um gás realiza o processo cíclico cujo diagrama P×V é mostrado na figura ao lado. Os valores de volume e pressão nos pontos A, B e C são respectivamente $V_A = V_B = 4{,}00\ m^3$, $V_C = 16{,}0\ m^3$ e $P_A = 8{,}00\times10^5$ Pa, $P_B = P_C = 1{,}00\times10^5$ Pa. Sabe-se que o processo CA é adiabático e que a pressão varia de acordo com a relação $P = \dfrac{C_0}{V^{3/2}}$, sendo C_0 uma constante.

a) (15 pontos) Determine C_0, o trabalho e a variação da energia interna no processo CA.

b) (10 pontos) Determine o trabalho total realizado pelo gás no ciclo ABCA, a variação da energia interna e o calor transferido.



Resolução:

item (a) Para determinarmos o valor da constante C_0, utilizamos a relação que fornece a variação da pressão em função do volume:

$$P = \frac{C_0}{V^{3/2}} \Rightarrow C_0 = PV^{3/2}$$

e os valores de pressão e volume do gás no ponto A do ciclo, ou seja, $P_A = 8{,}00\times10^5\ Pa$ e $V_A = 4{,}00\ m^3$. Com isto, temos que:

$$C_0 = P_A V_A^{3/2} = (8{,}00\times10^5\ N/m^2)(4{,}00\ m^3)^{3/2} \Rightarrow C_0 = 6{,}4\times10^6\ N.m^{5/2}$$

(A constante C_0 também poderia ser determinada a partir dos valores de pressão e volume do gás no ponto C do ciclo:

$$C_0 = P_C V_C^{3/2} = (1{,}00\times10^5\ N/m^2)(16{,}0\ m^3)^{3/2} \Rightarrow C_0 = 6{,}4\times10^6\ N.m^{5/2})$$

O trabalho no trecho C→A do processo cíclico é obtido a partir da seguinte expressão:

$$W_{CA} = -\int_{V_C}^{V_A} P\,dV = -\int_{V_C}^{V_A} \frac{C_0}{V^{3/2}}\,dV = -C_0\int_{V_C}^{V_A} V^{-3/2}\,dV = -C_0\left[2V^{-1/2}\right]_{V_C}^{V_A}$$

$$= -C_0\left(2V_A^{-1/2} - 2V_C^{-1/2}\right) = -2C_0\left(V_A^{-1/2} - V_C^{-1/2}\right)$$

Substituindo os valores numéricos, temos que:

$$W_{CA} = -2(6{,}4\times10^6\ N.m^{5/2})\left[(4{,}00\ m^3)^{-1/2} - (16{,}0\ m^3)^{-1/2}\right] = \frac{-12{,}8\times10^6\ N.m^{5/2}}{-4\ m^{3/2}}$$

e, portanto:

$$W_{CA} = 3{,}2\times10^6\ N.m = 3{,}2\times10^6\ J = 3{,}2\ MJ$$

Como o processo CA é adiabático, temos que $Q_{CA} = 0$ e, portanto, de acordo com a primeira lei da termodinâmica:

$$\Delta E_{int}^{CA} = Q_{CA} + W_{CA} = 0 + 3{,}2\ MJ \Rightarrow \Delta E_{int}^{CA} = 3{,}2\ MJ$$

RASCUNHO

item (b) O trabalho total realizado no ciclo ABCA é dado por

$W_{ABCA} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CA}$

O processo A→B é isocórico, ou seja, o volume do gás permanece constante neste processo ($\Delta V = V_B - V_A = 0$) e, portanto, temos que $W_{AB} = 0$.

O processo B→C é isobárico, ou seja a pressão do gás permanece constante neste processo e, assim, temos que

$$W_{BC} = -\int_{V_B}^{V_C} P\,dV = -P_B \int_{V_B}^{V_C} dV = -P_B(V_C - V_B)$$

$$= -(1{,}00 \times 10^5\, N/m^2)(16{,}0\, m^3 - 4{,}00\, m^3) = -(1{,}00 \times 10^5\, N/m^2)(12{,}0\, m^3)$$

$$= -1{,}2 \times 10^6\, N.m = -1{,}2 \times 10^6\, J = -1{,}2\, MJ$$

O trabalho realizado no processo C→A foi calculado no item anterior e é igual a $W_{BC} = 3{,}2\, MJ$. Com isto, temos que:

$$W_{ABCA} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CA} = 0 - 1{,}2\, MJ + 3{,}2\, MJ \Rightarrow W_{total} = 2{,}0\, MJ$$

Como o processo ABCA é cíclico, temos que a variação da energia interna é nula, ou seja:

$$\Delta E_{int}^{ABCA} = 0$$

Finalmente, de acordo com a primeira lei da termodinâmica, temos que:

$$\Delta E_{int}^{ABCA} = Q_{ABCA} + W_{ABCA} \Rightarrow 0 = Q_{ABCA} + W_{ABCA} \Rightarrow Q_{ABCA} = -W_{ABCA}$$

e, finalmente:

$$Q_{ABCA} = -2{,}0\, MJ$$

Nome Completo: Gabarito

Nota:

Professor de Teoria: ____________ Usuário TIDIA: ____________

Questão 4 – Você precisa de uma esfera metálica para um projeto científico. A esfera deve ter 10,00 cm de diâmetro, sendo tolerável um erro relativo de 1%. Um fornecedor apresenta a seguinte informação para o seu produto: ACME Corp. – esfera metálica de volume $(5{,}24 \pm 0{,}14)\times 10^{-4}\,m^3$.

a) (15 pontos) Determine o erro do volume de uma esfera através da propagação de erro do seu diâmetro.

b) (10 pontos) Esse fornecedor satisfaz o seu critério?

Resolução:

item (a) O volume da esfera é igual a $V_{esfera} = 4\pi r^3/3$, onde r é o raio da esfera. Lembrando que a relação entre o diâmetro (d) e o raio da esfera é tal que $r = d/2$, temos que:

$$V_{esfera} = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi (d/2)^3}{3} = \frac{4\pi d^3}{24} \Rightarrow V_{esfera} = \frac{\pi d^3}{6}$$

Para determinar o erro no volume da esfera em termos do erro no diâmetro, devemos utilizar a técnica de propagação de erros. Sendo assim, temos que:

$$\sigma_V^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial d}\right)^2 \sigma_d^2 = \left(\frac{3\pi d^2}{6}\right)^2 \sigma_d^2 = \frac{9\pi^2 d^4}{36}\sigma_d^2 \Rightarrow \sigma_V = \left(\frac{\pi^2 d^4}{4}\sigma_d^2\right)^{1/2}$$

ou, ainda, em termos do volume da esfera: (lembrando que $V_{esfera}^2 = \pi^2 d^6/36$), temos que:

$$\sigma_V^2 = \frac{9V^2}{d^2}\sigma_d^2 \Rightarrow \sigma_V = 3V\left(\frac{\sigma_d^2}{d^2}\right)^{1/2}$$

Substituindo os valores numéricos, obtemos que:

$$\sigma_V = \left\{\frac{\pi^2 (10{,}00\,cm)^4}{4}(0{,}1\,cm)^2\right\}^{1/2} = 15{,}7\,cm^3 = 0{,}16\,m^3$$

item (b) De acordo com o fornecedor a esfera metálica possui volume igual a $V_{esfera} = (5{,}24 \pm 0{,}14)\times 10^{-4}\,m^3$, ou seja, neste caso temos que

$$V_{esfera} = 5{,}24\times 10^{-4}\,m^3 = 5{,}24\times 10^{-2}\,cm^3 = 524\,cm^3$$

$$\sigma_V = 0{,}14\times 10^{-4}\,m^3 = 0{,}14\times 10^{2}\,cm^3 = 14\,cm^3$$

Sendo assim, resulta que:

$$V = \frac{\pi d^3}{6} \Rightarrow d = \left(\frac{6V}{\pi}\right)^{1/3} = \left\{\frac{6(524\,cm^3)}{\pi}\right\}^{1/3} \Rightarrow d = 10{,}002\,cm$$

CONTINUA NO VERSO →

RASCUNHO

$$\sigma_V = \frac{\pi d^2}{2} \sigma_d \Rightarrow \sigma_d = \frac{2}{\pi d^2} \sigma_V = \frac{2}{\pi (10{,}002\ cm)^2} (11\ cm^3) \Rightarrow \sigma_d = 0{,}09\ cm.$$

Como $\sigma_d = 0{,}09 < 0{,}1$ = tolerância de erro para o diâmetro da esfera, concluímos que o fabricante satisfaz o critério de tolerância exigido.