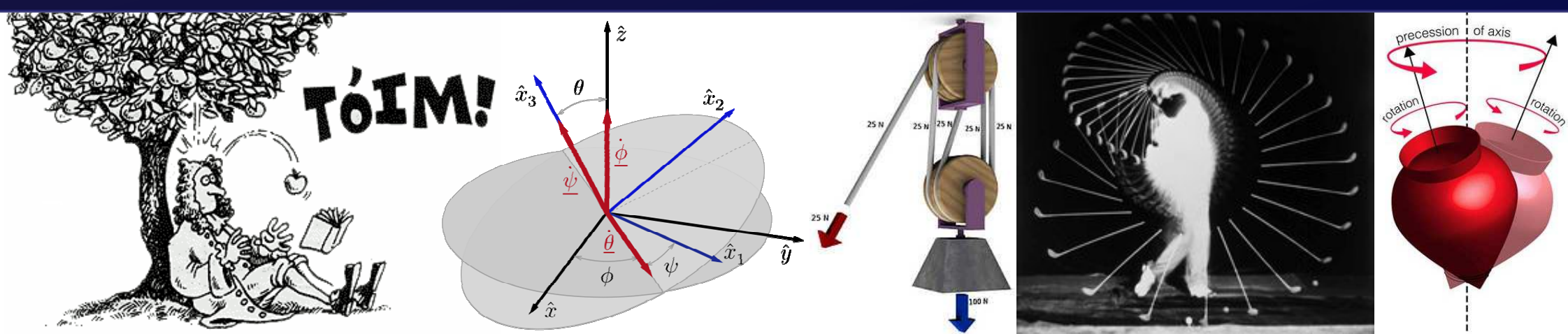


Centro de Ciências Naturais e Humanas  
Universidade Federal do ABC

# BJC0204

## Fenômenos Mecânicos



## Aula 2

### Movimento Unidimensional – Parte III

Profa. Dra. Romarly Fernandes da Costa  
(romarly.costa@ufabc.edu.br)

20/09/2018

## → Movimento em uma dimensão (Conceitos fundamentais)

- **Aceleração média:** é definida como a variação da velocidade instantânea num dado intervalo de tempo, ou seja:

$$a_{x,\text{med}}(t) = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t_f - t_i}$$

## → Movimento em uma dimensão (Conceitos fundamentais)

- Aceleração média: é definida como a variação da velocidade instantânea num dado intervalo de tempo, ou seja:

$$a_{x,\text{med}}(t) = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t_f - t_i}$$

- **Aceleração instantânea:** é definida como a razão entre  $\Delta v_x$  e  $\Delta t$  quando  $\Delta t \rightarrow 0$ , isto é:

$$a_x(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt}$$

$$a_x(t) = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

## → Casos especiais

(A partícula com aceleração constante)

• As equações fundamentais que descrevem o movimento de uma partícula que se desloca com aceleração constante são dadas por:

$$v_{xf} = v_{xi} + a_x t$$

$$x_f = x_i + \frac{1}{2}(v_{xf} + v_{xi})t$$

$$x_f = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

$$v_{xf}^2 = v_{xi}^2 + 2a_x(x_f - x_i)$$

## → Casos especiais

(A partícula com aceleração constante)

- As equações fundamentais que descrevem o movimento de uma partícula que se desloca com aceleração constante são dadas por:

$$\mathbf{v}_{xf} = \mathbf{v}_{xi} + \mathbf{a}_x t$$

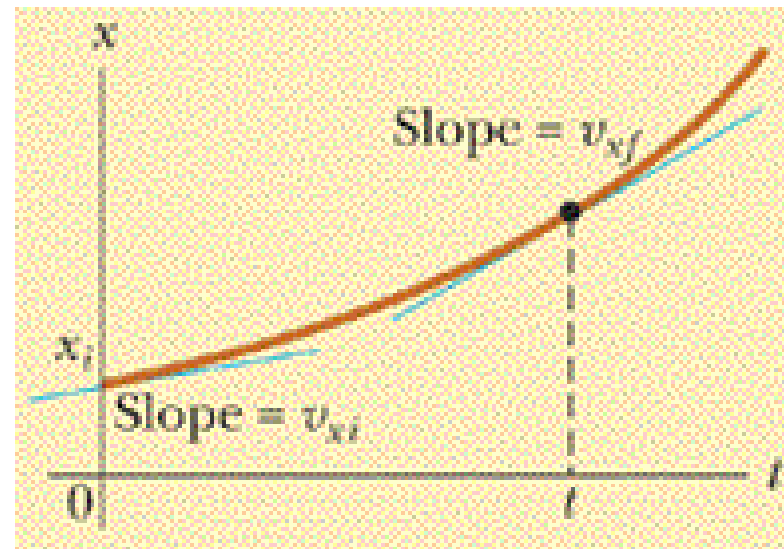
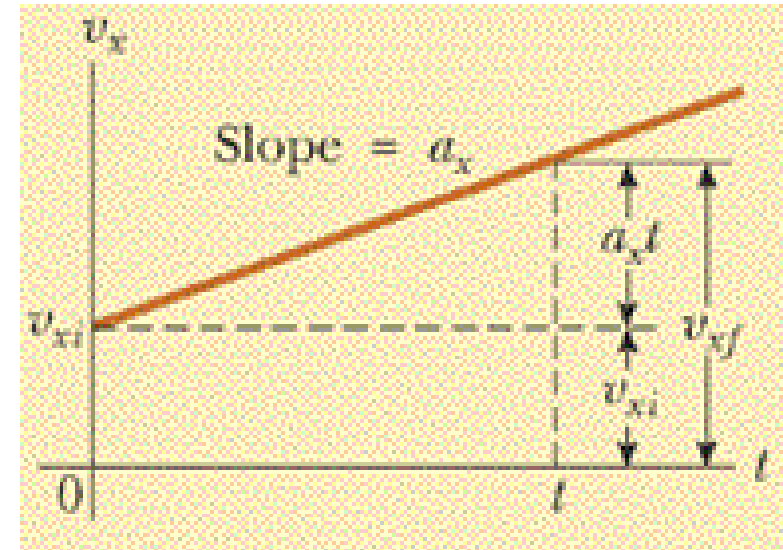
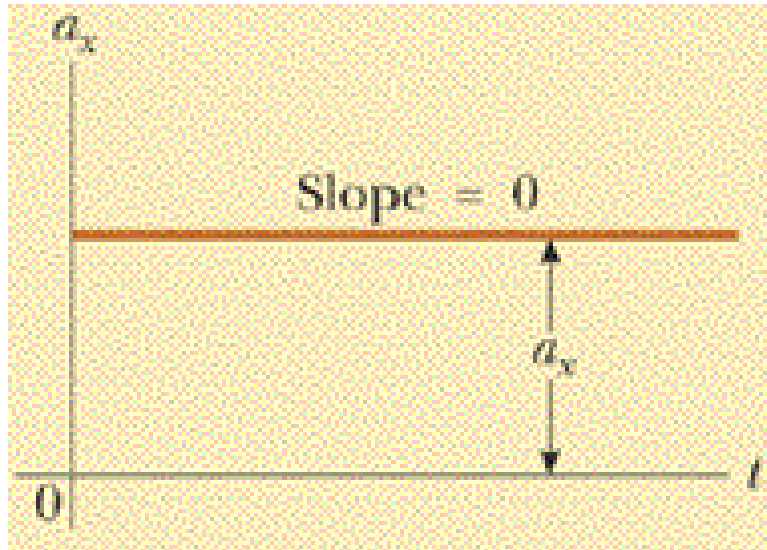
$$\mathbf{x}_f = \mathbf{x}_i + \frac{1}{2}(\mathbf{v}_{xf} + \mathbf{v}_{xi})t$$

$$\mathbf{x}_f = \mathbf{x}_i + \mathbf{v}_{xi}t + \frac{1}{2}\mathbf{a}_x t^2$$

$$\mathbf{v}_{xf}^2 = \mathbf{v}_{xi}^2 + 2\mathbf{a}_x(\mathbf{x}_f - \mathbf{x}_i)$$

- Se  $\mathbf{a}_x \rightarrow 0$ , obtemos os resultados para o movimento com velocidade constante, como era de se esperar !!!

## → Casos especiais (A partícula com aceleração constante)



## ► Casos particulares de movimento 1D;

- Queda livre;
- Aceleração da gravidade;
- Exemplos de aplicação.

## → Casos especiais (Corpos em queda livre)

- É um fato bem estabelecido que todos os corpos, quando soltos, aceleram em linha reta em direção à Terra;



## → Casos especiais (Corpos em queda livre)

- É um fato bem estabelecido que todos os corpos, quando soltos, aceleram em linha reta em direção à Terra;
- Corpos lançados verticalmente para cima, desaceleram até parar e, então, aceleram em direção à Terra.

## → Casos especiais (Corpos em queda livre)

- É um fato bem estabelecido que todos os corpos, quando soltos, aceleram em linha reta em direção à Terra;
- Corpos lançados verticalmente para cima, desaceleram até parar e, então, aceleram em direção à Terra. **Novamente, todo o processo se dá ao longo de uma linha reta;**

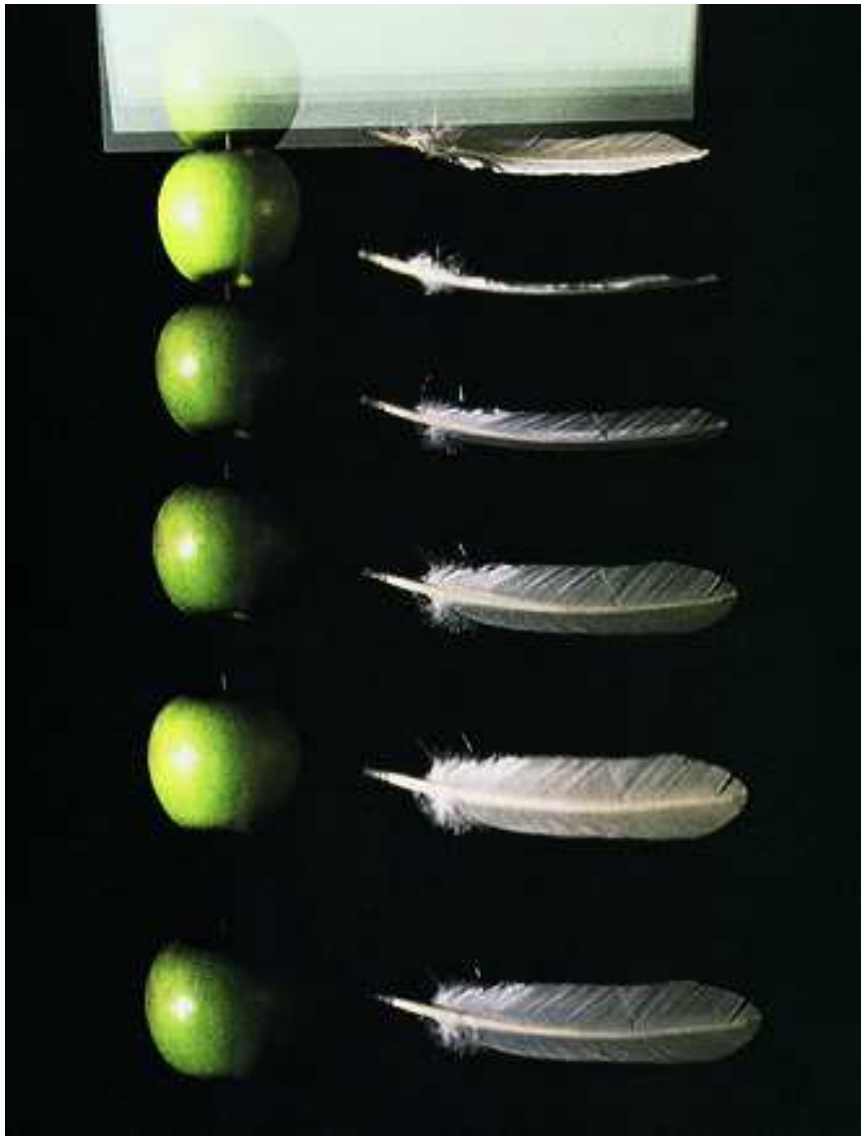
## → Casos especiais (Corpos em queda livre)

- É um fato bem estabelecido que todos os corpos, quando soltos, aceleram em linha reta em direção à Terra;
- Corpos lançados verticalmente para cima, desaceleram até parar e, então, aceleram em direção à Terra. Novamente, todo o processo se dá ao longo de uma linha reta;
- Próximo à superfície, a aceleração com a qual a Terra atrai os corpos é constante e não depende da altura a partir da qual o corpo é liberado ou lançado;

## → Casos especiais (Corpos em queda livre)

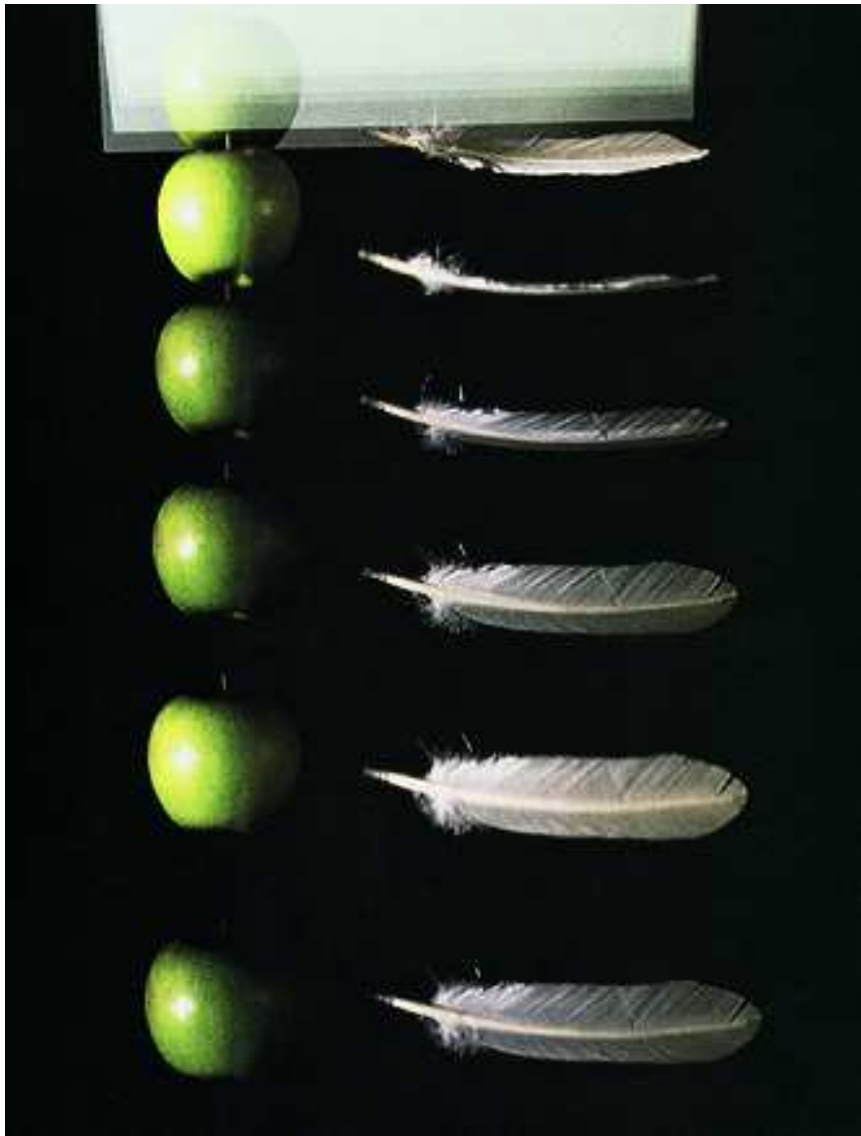
- É um fato bem estabelecido que todos os corpos, quando soltos, aceleram em linha reta em direção à Terra;
- Corpos lançados verticalmente para cima, desaceleram até parar e, então, aceleram em direção à Terra. Novamente, todo o processo se dá ao longo de uma linha reta;
- Próximo à superfície, a aceleração com a qual a Terra atrai os corpos é constante e não depende da altura a partir da qual o corpo é liberado ou lançado;
- No caso em que os efeitos de resistência do ar podem ser desprezados, esta aceleração também é independente da massa, densidade ou formato do objeto.

## → Casos especiais (Corpos em queda livre)



- De fato, conforme observa-se na figura ao lado, uma maçã e uma pena, soltas a partir do repouso em uma câmara de vácuo, caem juntas, independente das suas massas;

## → Casos especiais (Corpos em queda livre)



- De fato, conforme observa-se na figura ao lado, uma maçã e uma pena, soltas a partir do repouso em uma câmara de vácuo, caem juntas, independente das suas massas;



**Difícil de acreditar ???  
Então, veja o vídeo a seguir...**

## → Casos especiais (Corpos em queda livre)

**Brian Cox visits the world's biggest vacuum chamber  
Human Universe: Episode 4 Preview - BBC Two**



<https://www.youtube.com/watch?v=E43-CfukEgs>

## → Casos especiais (Corpos em queda livre)

- Nestas circunstâncias, valem as equações que regem o movimento unidimensional de uma partícula que se desloca com aceleração constante !



## → Casos especiais (Corpos em queda livre)

- Nestas circunstâncias, valem as equações que regem o movimento unidimensional de uma partícula que se desloca com aceleração constante !
- A diferença é que, agora, o movimento se dá ao longo da direção vertical (eixo  $y$ ).

## → Casos especiais (Corpos em queda livre)

- Nestas circunstâncias, valem as equações que regem o movimento unidimensional de uma partícula que se desloca com aceleração constante !
- A diferença é que, agora, o movimento se dá ao longo da direção vertical (eixo  $y$ ). **Por conveniência, vamos escolher a orientação positiva do eixo  $y$  apontando para cima;**

## → Casos especiais (Corpos em queda livre)

- Nestas circunstâncias, valem as equações que regem o movimento unidimensional de uma partícula que se desloca com aceleração constante !
- A diferença é que, agora, o movimento se dá ao longo da direção vertical (eixo  $y$ ). Por conveniência, vamos escolher a orientação positiva do eixo  $y$  apontando para cima;
- A magnitude (módulo) desta aceleração, denominada como **aceleração da gravidade**, é  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

## → Casos especiais (Corpos em queda livre)

- Nestas circunstâncias, valem as equações que regem o movimento unidimensional de uma partícula que se desloca com aceleração constante !
- A diferença é que, agora, o movimento se dá ao longo da direção vertical (eixo  $y$ ). Por conveniência, vamos escolher a orientação positiva do eixo  $y$  apontando para cima;
- A magnitude (módulo) desta aceleração, denominada como aceleração da gravidade, é  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ . Porém, como escolhemos a orientação positiva do eixo  $y$  “para cima”, devemos utilizar uma aceleração negativa, o que indica de forma adequada o sentido deste vetor.

## → Casos especiais (Corpos em queda livre)

- Ou seja, para descrever o movimento de uma partícula em queda livre, utilizaremos as seguintes equações:

$$\mathbf{v}_{yf} = \mathbf{v}_{yi} + \mathbf{a}_y t$$

$$y_f = y_i + \frac{1}{2}(\mathbf{v}_{yf} + \mathbf{v}_{yi})t$$

$$y_f = y_i + \mathbf{v}_{yi}t + \frac{1}{2}\mathbf{a}_y t^2$$

$$\mathbf{v}_{yf}^2 = \mathbf{v}_{yi}^2 + 2\mathbf{a}_y(y_f - y_i)$$

com  $\mathbf{a}_y = -9,8 \text{ m/s}^2$ .

## → **Corpos em queda livre** (Exemplo 1)

- Em 1993, um homem chamado Dave Munday, construiu um barril almofadado:



## → **Corpos em queda livre** (Exemplo 1)

- Em 1993, um homem chamado Dave Munday, construiu um barril almofadado:



e resolveu descer as cataratas do Niágara do lado canadense...

## → **Corpos em queda livre** (Exemplo 1)





## → **Corpos em queda livre** (Exemplo 1)



**...igualzinho nos desenhos animados !!!**



## → **Corpos em queda livre** (Exemplo 1)

- (a) Sabendo que a altura da queda foi de aproximadamente 48 m, calcule o tempo que o indivíduo levou para cair ao longo da referida catarata;
- (b) Qual era a sua velocidade neste instante ?
- (c) Determine a sua posição e a sua velocidade a cada um segundo.

## → **Corpos em queda livre** (Exemplo 1)

- (a) Sabendo que a altura da queda foi de aproximadamente 48 m, calcule o tempo que o indivíduo levou para cair ao longo da referida catarata;
- (b) Qual era a sua velocidade neste instante ?
- (c) Determine a sua posição e a sua velocidade a cada um segundo.

### **Resolução:**

- (a) Considerando a orientação positiva do eixo  $y$  para cima e tomando a origem no ponto mais alto da trajetória temos, de acordo com o enunciado do problema que  $y_i = 0 \text{ m}$  e  $y_f = -48 \text{ m}$ ;

## → **Corpos em queda livre** (Exemplo 1)

No início do movimento de queda livre, o barril parte do repouso e, portanto,  $v_{yi} = 0$ .

## → **Corpos em queda livre** (Exemplo 1)

No início do movimento de queda livre, o barril parte do repouso e, portanto,  $v_{yi} = 0$ . Substituindo estes resultados na expressão para a posição vertical do barril em função do tempo e levando em conta que  $a_y = -g$ , temos que:

## → Corpos em queda livre (Exemplo 1)

No início do movimento de queda livre, o barril parte do repouso e, portanto,  $v_{yi} = 0$ . Substituindo estes resultados na expressão para a posição vertical do barril em função do tempo e levando em conta que  $a_y = -g$ , temos que:

$$y_f = \cancel{y_i} + \cancel{v_{yi}}t + \frac{1}{2}a_y t^2 \rightarrow y_f = -\frac{1}{2}gt^2$$

## → **Corpos em queda livre** (Exemplo 1)

No início do movimento de queda livre, o barril parte do repouso e, portanto,  $v_{yi} = 0$ . Substituindo estes resultados na expressão para a posição vertical do barril em função do tempo e levando em conta que  $a_y = -g$ , temos que:

$$y_f = y_i + v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2 \rightarrow y_f = -\frac{1}{2}gt^2$$

**e, portanto:**

$$t = \pm \sqrt{-\frac{2y_f}{g}} = \pm \sqrt{-\frac{2(-48 \text{ m})}{9,8 \text{ m/s}^2}} = \pm 3,1 \text{ s}$$

## → **Corpos em queda livre** (Exemplo 1)

No início do movimento de queda livre, o barril parte do repouso e, portanto,  $v_{yi} = 0$ . Substituindo estes resultados na expressão para a posição vertical do barril em função do tempo e levando em conta que  $a_y = -g$ , temos que:

$$y_f = y_i + v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2 \rightarrow y_f = -\frac{1}{2}gt^2$$

e, portanto:

$$t = \pm \sqrt{-\frac{2y_f}{g}} = \pm \sqrt{-\frac{2(-48 \text{ m})}{9,8 \text{ m/s}^2}} = \pm 3,1 \text{ s}$$

**Concluimos que o tempo de queda é de 3,1 s (note que a raiz negativa não tem significado físico).**



## → **Corpos em queda livre** (Exemplo 1)

Existem duas maneiras diferentes para encontrar a velocidade final com a qual o barril chega no final da descida pela catarata:

$$(i) \quad v_{yf} = v_{yi} + a_y t$$

## → **Corpos em queda livre** (Exemplo 1)

Existem duas maneiras diferentes para encontrar a velocidade final com a qual o barril chega no final da descida pela catarata:

$$(i) \quad v_{yf} = \cancel{v_{yi}}^0 + a_y t \quad \longrightarrow \quad v_{yf} = a_y t = (-9,8 \text{ m/s}^2)(3,1 \text{ s})$$

## → Corpos em queda livre (Exemplo 1)

Existem duas maneiras diferentes para encontrar a velocidade final com a qual o barril chega no final da descida pela catarata:

$$(i) \quad v_{yf} = v_{yi} + a_y t \longrightarrow v_{yf} = a_y t = (-9,8 \text{ m/s}^2)(3,1 \text{ s})$$

**e, portanto:**

$$\mathbf{v_{yf} \approx -31 \text{ m/s}}$$

## → **Corpos em queda livre** (Exemplo 1)

Existem duas maneiras diferentes para encontrar a velocidade final com a qual o barril chega no final da descida pela catarata:

$$(i) \quad v_{yf} = v_{yi} + a_y t \longrightarrow v_{yf} = a_y t = (-9,8 \text{ m/s}^2)(3,1 \text{ s})$$

e, portanto:

$$v_{yf} \approx -31 \text{ m/s}$$

$$(ii) \quad v_{yf}^2 = v_{yi}^2 + 2a_y(y_f - y_i)$$

## → **Corpos em queda livre** (Exemplo 1)

Existem duas maneiras diferentes para encontrar a velocidade final com a qual o barril chega no final da descida pela catarata:

$$(i) \quad v_{yf} = v_{yi} + a_y t \longrightarrow v_{yf} = a_y t = (-9,8 \text{ m/s}^2)(3,1 \text{ s})$$

e, portanto:

$$v_{yf} \approx -31 \text{ m/s}$$

$$(ii) \quad v_{yf}^2 = \cancel{v_{yi}^2}^0 + 2a_y(y_f - y_i) \\ = 2a_y(y_f - y_i) = 2(-9,8 \text{ m/s}^2)(-48 \text{ m} - 0 \text{ m})$$

## → **Corpos em queda livre** (Exemplo 1)

Existem duas maneiras diferentes para encontrar a velocidade final com a qual o barril chega no final da descida pela catarata:

$$(i) \quad v_{yf} = v_{yi} + a_y t \longrightarrow v_{yf} = a_y t = (-9,8 \text{ m/s}^2)(3,1 \text{ s})$$

e, portanto:

$$v_{yf} \approx -31 \text{ m/s}$$

$$(ii) \quad v_{yf}^2 = v_{yi}^2 + 2a_y(y_f - y_i) \\ = 2a_y(y_f - y_i) = 2(-9,8 \text{ m/s}^2)(-48 \text{ m} - 0 \text{ m})$$

e, enfim:

$$v_{yf} \approx \pm 31 \text{ m/s}$$

## → **Corpos em queda livre** (Exemplo 1)

Escolhemos como resposta final a raiz com sinal de menos, pois a velocidade aponta em sentido contrário à orientação adotada como positiva para o eixo  $y$ .

## → **Corpos em queda livre** (Exemplo 1)

Escolhemos como resposta final a raiz com sinal de menos, pois a velocidade aponta em sentido contrário à orientação adotada como positiva para o eixo  $y$ . **Ou seja:**

$$v_{yf} \approx - 31 \text{ m / s}$$



## → **Corpos em queda livre** (Exemplo 1)

Escolhemos como resposta final a raiz com sinal de menos, pois a velocidade aponta em sentido contrário à orientação adotada como positiva para o eixo  $y$ . Ou seja:

$$v_{yf} \approx -31 \text{ m/s}$$

**(c) Como o tempo de queda é de 3,1 s, podemos determinar a posição e a velocidade do barril nos instantes de tempo  $t = 0, 1, 2$  e  $3$  s.**

## → **Corpos em queda livre** (Exemplo 1)

Escolhemos como resposta final a raiz com sinal de menos, pois a velocidade aponta em sentido contrário à orientação adotada como positiva para o eixo  $y$ . Ou seja:

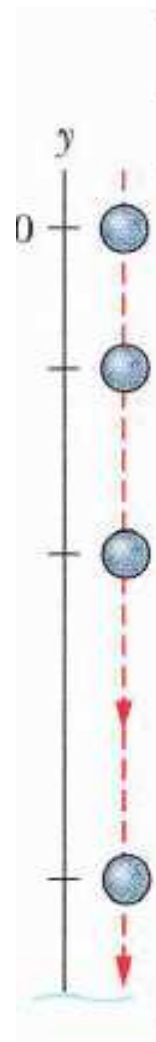
$$v_{yf} \approx -31 \text{ m/s}$$

(c) Como o tempo de queda é de 3,1 s, podemos determinar a posição e a velocidade do barril nos instantes de tempo  $t = 0, 1, 2$  e 3 s. Para tanto, basta utilizarmos as expressões obtidas nos itens (a) e (b) que são dadas, respectivamente, por:

$$y_f = -\frac{1}{2}gt^2 \quad \text{e} \quad v_{yf} = a_y t$$

## → Corpos em queda livre (Exemplo 1)

Os resultados são resumidos na tabela abaixo:



The diagram shows a vertical axis labeled  $y$  with a downward-pointing red dashed line and arrows, representing the path of a falling object. Four blue spheres are positioned at different heights along this axis, corresponding to the time intervals shown in the table. The ground is indicated by a light blue wavy line at the bottom.

	$t$	$y$	$v$	$a$
	(s)	(m)	(m/s)	(m/s <sup>2</sup> )
0	0	0	0	-9.8
1	1	-4.9	-9.8	-9.8
2	2	-19.6	-19.6	-9.8
3	3	-44.1	-29.4	-9.8

## ► Movimento em duas e três dimensões

- Vetores posição e deslocamento;
- Vetores velocidade média e instantânea;
- Vetores aceleração média e aceleração instantânea

## ► Movimento de projéteis;

## ► Aplicações práticas;

## **Bibliografia básica**

Tipler, P.A.; Mosca, G.; Física para Cientistas e Engenheiros: Mecânica, Oscilações e Ondas, Termodinâmica, vol.1, 6.Ed., Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 2006. (Seções 2.3-2.4)

## **Bibliografia complementar**

Halliday, D.; Resnick, R.; WALKER, J.; Fundamentos de Física. vol. 1, 8.Ed., Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 2009. (Seções 2.9-2.10)

Serway R.A.; Jewett, Jr. J.W.; Princípios de Física: Mecânica Clássica, 1.Ed., São Paulo: Cengage Learning, 2001. (Seção 2.7)