

Aula 4 (8/Fev)

Na aula de hoje:

- * Revisão aula anterior.
- * Propriedades quânticas fundamentais.
 - Fenomenologia.
 - Funções de Onda e Eq. Schrödinger.
 - Interpretação Copenhaga.

—————//—————

Revisão última aula

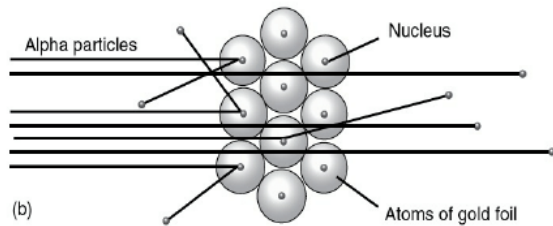
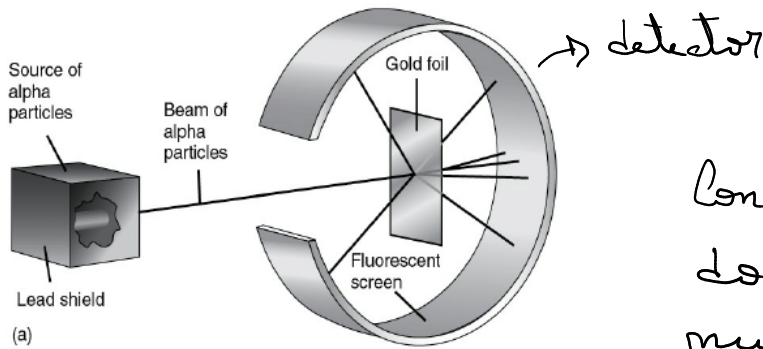
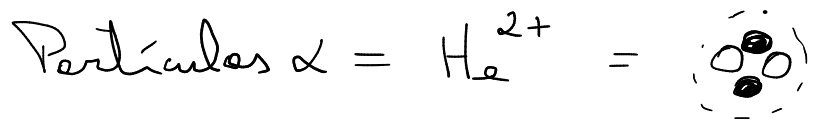
- * Ex. 1, Folha 1.
- * Prop. quânticas fundamentais.
 - Fenomenologia.

—————//—————

②.1 Fenomenologia (cont.)

2.1.3) Dualidade onda-partícula para matéria

Rutherford

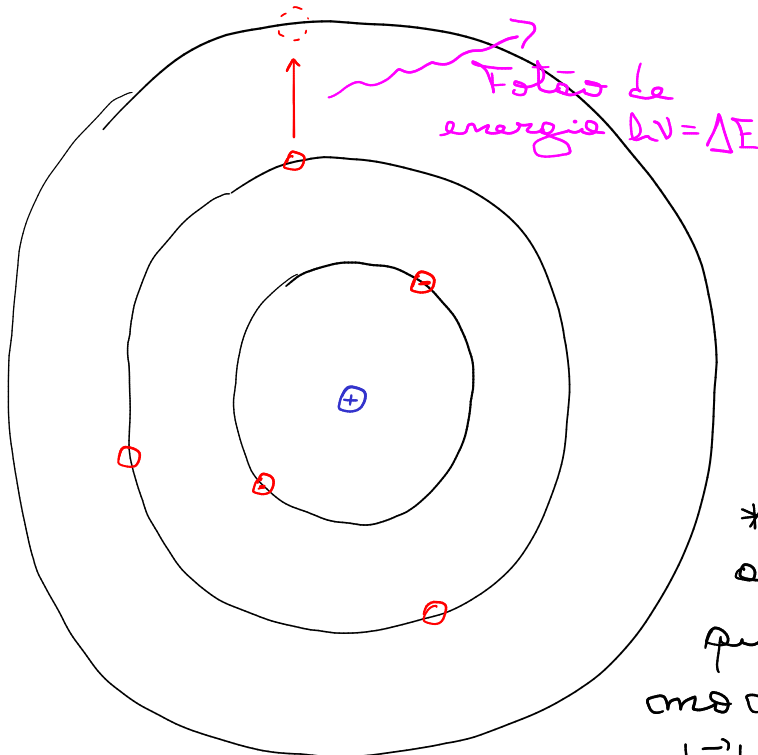


Concluiu que carga positiva do átomo está concentrada numa pequena região central \Rightarrow núcleos atômicos.

↳ algumas partículas α são refletidas quase a $180^\circ \Rightarrow$ concentração de carga positiva

Propriedades corpusculares

Modelo atômico de Bohr



Postulados de Bohr:

- * elétrons em órbitas circulares em torno do núcleo
- * elétrons não radiam energia ao sentir força centrípeta exercida sobre o núcleo. (NÃO CLÁSSICO).
- * Nem todas as órbitas são admitidas. Apenas aquelas que obedecem a quantização do momento angular, $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$,
 $|\vec{L}| = |\vec{r} \times m\vec{v}| = r m v = n\hbar$, onde $n=1,2,3,\dots$

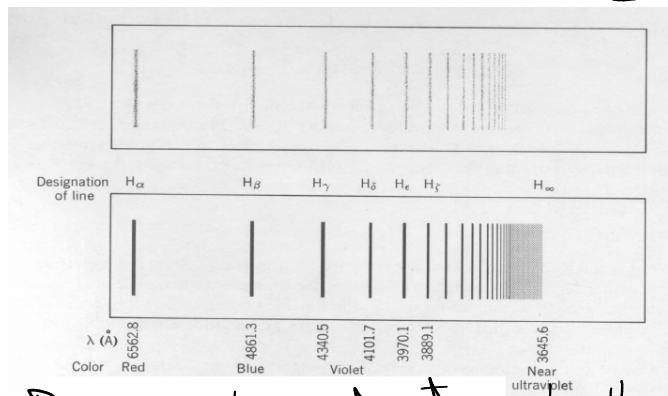
* Quando elétron salta entre duas órbitas (correspondendo aos níveis E_i e E_f) emite fóton de energia

dado por $E = h\nu = \Delta E = E_f - E_i$.

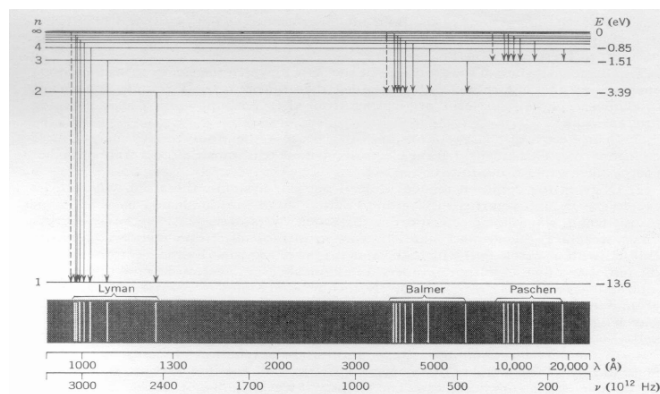
Estes postulados dão origem a níveis de energia quantizados para o átomo de Hidrogénio:

$$E_n \propto -\frac{1}{n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Estes níveis de energia $E_n \propto -\frac{1}{n^2}$ permitem explicar os riscos dos espectros de emissão/absorção do átomo de Hidrogénio:



Riscos do espectro de H



↳ explicação dos riscos do espectro com transições entre níveis de energia $E_n \propto -\frac{1}{n^2}$.

de Broglie

Propôs dualidade onda-partícula para a matéria (analogia com dualidade onda-part. para luz).

↳ partindo de $E = h\nu$ e de $E = c \cdot |\vec{p}|$ (para a radiação), então

$$\Rightarrow c \cdot |\vec{p}| = h\nu \quad (\Rightarrow |\vec{p}| = \frac{h}{\lambda})$$

↑
Relatividade Restrita
 $E^2 = c^2 \vec{p}^2 + m^2 c^4$

propôs que também fosse válida

para matéria (ex. electrões).

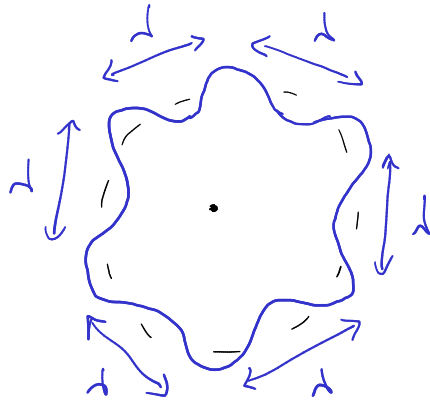
Axioma, o postulados de Bohr de quantificação \vec{L}

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \Rightarrow |\vec{L}| = \cancel{m} \sqrt{r} = m \cancel{h} = m \frac{h}{2\pi}, \text{ onde } m=1,2,3,\dots$$

$$\Rightarrow \frac{h}{\lambda} r = m \frac{h}{2\pi}$$

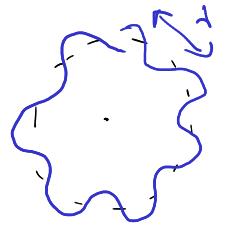
$$\Rightarrow 2\pi r = m \lambda$$

↳ onda estacionária na órbita

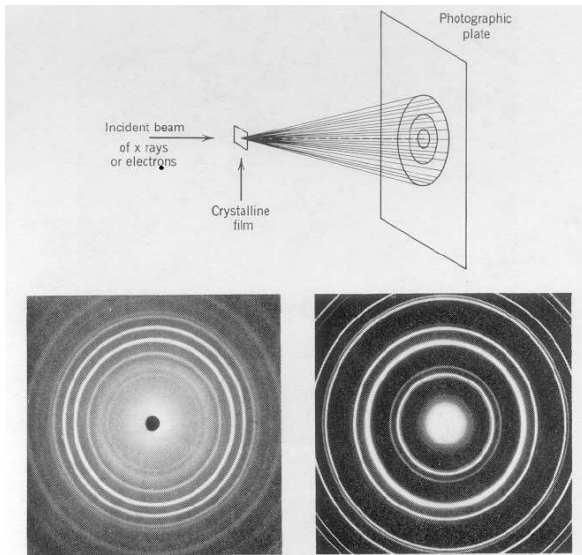


$$\Rightarrow 2\pi r = 6\lambda$$

↳ a onda electrónica fecha exatamente quando dá uma volta. Diferente de ter



Difração com electrões



Demonstrou experimentalmente natureza ondulatória dos electrões.

Matéria também tem dualidade
onda-partícula.

2.1.4) Medição de sistema quântico

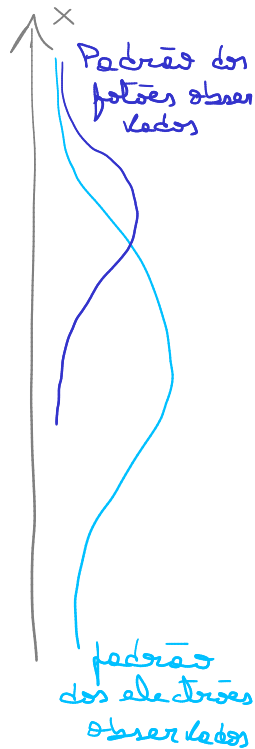
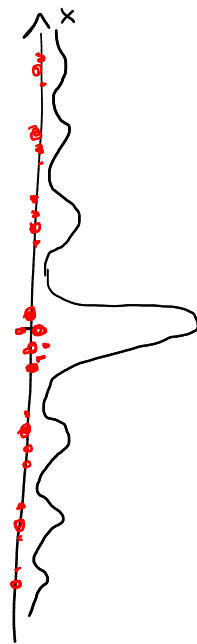
Experiência Young (com fótons/electrões de baixa intensidade;
ou apenas um fóton/electrão de cada vez)º



Lâmpadas acendem
se electrões passe
numa das fendas
ou na outra.



> Detecta se fóton
passa por esta
fenda (absorvendo-o)



Enviar um fóton de cada vez.

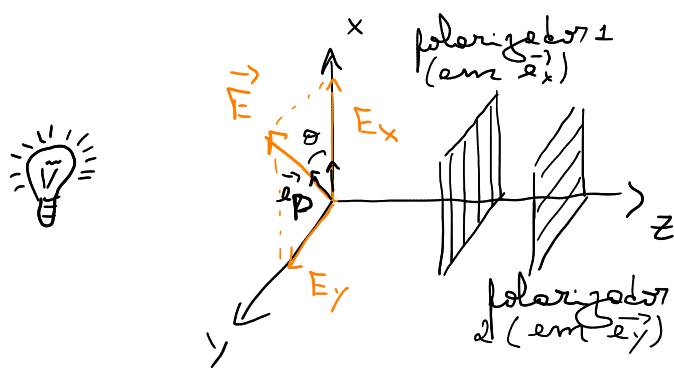
Observações:

- * Detecções individuais aleatórias.
- * Quando número fótons/electrões individuais tende para infinito \Rightarrow padrões interferência vai ressurgindo.
- * Mas com quem interfere cada fóton/electrão emitido individualmente de modo a dar o padrão de interferência? Com ele próprio.

* Por qual pende passe? Quando tentarmos por qual pende passe o fóton/elétron, destruímos o padrão de interferência (i.e., natureza ondulatória do sistema).

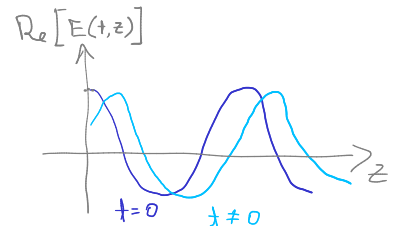
Experiência de polarização (decomposição espectral)

Luz (onda plana) polarizada passando num polarizador (polariza ao longo de \vec{e}_x).



$$\vec{E}(t, \vec{r}) = E_0 \cdot \vec{e}_p \cdot e^{i(\kappa z - \omega t)} \left[\cos(\kappa z - \omega t) + i \sin(\kappa z - \omega t) \right]$$

Nota: O sinal na exponencial determina a direcção de propagação de onda plana de luz.



Estado de polarização definido por,

$$\vec{e}_p = \cos \theta \vec{e}_x + \sin \theta \vec{e}_y$$

e a intensidade luminosa I é dada por,

$$I \propto |\vec{E}|^2 = |E_0|^2$$

À passar no polarizador, luz fica polarizada \vec{e}_x .

Classicamente, a intensidade de luz depois do polarizador será

$$\begin{aligned} \mathcal{I}' &= |\vec{E}'|^2 = |E_0 \cdot \cos \theta \cdot \vec{e}_x e^{i(kz - \omega t)}|^2 \\ &= |E_0|^2 \cdot \cos^2 \theta = \mathcal{I} \cdot \cos^2 \theta \end{aligned}$$

Quanticamente? (Em que enviamos apenas um fóton de cada vez)

- ↳ nunca podemos ter fracção de fóton.
- ↳ Ou passe ou não passe o polarizador.
- ↳ Só sabemos probabilidade de passar polarizador ou não passar.

▷ fótons preparados como
 $\vec{e}_p = \cos \theta \vec{e}_x + \sin \theta \vec{e}_y$

▷ $P_{\text{passar}} = \cos^2 \theta$

▷ $P_{\text{não passar}} = \sin^2 \theta$

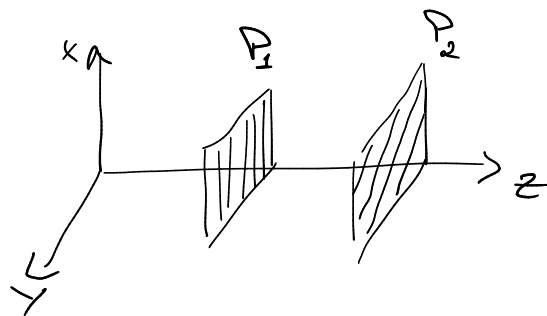
- ↳ Quando $N \rightarrow \infty$ recuperaremos intensidade clássica

$$\mathcal{I} \propto N \cdot \cos^2 \theta$$

- ↳ Segundo polarizador em \vec{e}_y impede passagem de todos os fótons que passaram o primeiro, pois todos estes,

depois do polarizador 1, terá polarização $\vec{e}_p' = \vec{e}_x$, que é perpendicular ao polarizador 2 (em \vec{e}_y).

↳ Nas imaginações que polarizador 2 polariza ao longo de direção \vec{e}_ω não perpendicular a \vec{e}_x .



Os eixos polarizador 2:

$$\left. \begin{aligned} \vec{e}_\omega &= \cos \alpha \vec{e}_x + \sin \alpha \vec{e}_y \\ \vec{e}_{\perp \omega} &= \sin \alpha \vec{e}_x - \cos \alpha \vec{e}_y \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} \vec{e}_x &= \cos \alpha \vec{e}_\omega + \sin \alpha \vec{e}_{\perp \omega} \\ \vec{e}_y &= \sin \alpha \vec{e}_\omega - \cos \alpha \vec{e}_{\perp \omega} \end{aligned}$$

Podemos expressar polarização do feixe de luz depois do polarizador 1 nestes eixos de coordenadas, \vec{e}_ω e $\vec{e}_{\perp \omega}$

$$\vec{e}_p' = \vec{e}_x = \cos \alpha \vec{e}_\omega + \sin \alpha \vec{e}_{\perp \omega}$$

Assim, o número de fótons que passam o segundo polarizador será dado por,

$$N' = N \cos^2 \alpha$$

$$I'' = N' \cdot \cos^2 \alpha = N \cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$$

Comentários:

- 1) Temos resultados de medição privilegiados: "auto-resultados".. ("passa" o polarizador ou "não passa").
- 2) A cada "auto-resultado" está associado um "auto-estado".

↳ "passa" $\Rightarrow \vec{e}_x$

↳ "não-passa" $\Rightarrow \vec{e}_y$

3) Estado arbitrário $\vec{e}_p = \cos\theta \vec{e}_x + \sin\theta \vec{e}_y$
então a probabilidade para cada resultado será

↳ $P_{\text{passa}} = \cos^2\theta$

↳ $P_{\text{não passa}} = \sin^2\theta$

Note: Probabilidade total (soma todas possibilidades) tem que ser igual a 1:

$$\Rightarrow P_{\text{passa}} + P_{\text{não passa}} = \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$$

Este é o chamado princípio de decomposição espectral. Note que depende do tipo de medição que queremos fazer (quais os "auto-resultados" possíveis na nossa experiência).

4) Depois de passar o polarizador 1, o estado é $\vec{e}_p' = \vec{e}_x \neq \vec{e}_p = \cos\theta \vec{e}_x + \sin\theta \vec{e}_y$
Medição altera o estado do sistema (tal como já vimos que acontece na experiência de Young com fótons / electrões de baixa intensidade).

2.2) Interpretação de Copenhaga

2.2.1) Inadequação de conceitos clássicos

* Ondas e partículas são distintos em MC .

↳ Em MQ ondas e partículas estão intimamente ligadas. (padrão interferência + difração; detectadas como entidades localizadas; não conseguimos mostrar ambas simultaneamente)

* Noção de trajetória de partícula, $\vec{r}(t)$, em MC .

↳ abandonada em MQ (se por qual fenda fosse fóton, destrói padrão; fóton interage com ele próprio).