Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias - P1 (2015)

Prof. Vladislav Kupriyanov - CMCC/UFABC

1. (2,5 pt) Resolve a equação diferencial

$$ye^{xy}\frac{dx}{dy} + xe^{xy} = 12y^2, \;\; y(0) = -1.$$

Gabarito: Esta equação é uma equação exata. A solução é

$$e^{xy} - 4y^3 = 5\,.$$

2. (2,5 pt) Resolve a equação diferencial

$$(x^2+4)\frac{dy}{dx} = 2x - 8xy, \;\; y(0) = -1.$$

Gabarito: Esta equação é uma equação linear com solução

$$y(x) = \frac{1}{4} - 320(x^2+4)^{-4}\,.$$

3. (2,5 pt) Resolve a equação diferencial

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y^2-1}{x^2-1}\,, \;\; y(2) = 2.$$

Gabarito: A equação é separável com solução: $x^2 = y^2$.

4. (2,5 pt) Um termômetro é removido de uma sauna onde a temperatura é de 70 graus Celsius e colocado na rua, onde a temperatura é de 10 graus Celsius. Em um minuto o termômetro marcava 50 graus Celsius. Encontre a temperatura como a função de tempo, $T(t)$. Qual será temperatura marcada no termômetro em $t = 2$ minutos?

Gabarito: A equação de resfriamente de Newton é

$$\frac{dT}{dt} = k(T - T_m),$$

onde T_m é a temperatura do meio ambiente, no caso 10 graus. A sua solução é

$$T(t) = T_m + ce^{kt}.$$

Da condição inicial, $T(0) = 70$, encontramos $c = 60$. A condição, $T(1) = 50$, implica que $e^k = 2/3$, ou seja,

$$T(t) = 10 + 60\left(\frac{2}{3}\right)^t.$$

Em particular, $T(2) = 10 + 60 \times 4/9 \approx 36,6$.