

3) Dado a seguinte função $y = \ln(x+1)$ e os pontos:

x	y
2	1,0986
2,1	1,1314
2,2	1,1631

Podemos calcular o polinômio interpolador utilizando o método de Lagrange da seguinte forma:

$$P_2(x) = y_0 L_0(x) + y_1 L_1(x) + y_2 L_2(x)$$

i	x_i	$y_i = \ln(x+1)$
0	2	1,0986
1	2,1	1,1314
2	2,2	1,1631

$$L_0(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} \quad j=0,1,2$$

$$L_0(x) = \frac{(x-2,1)(x-2,2)}{(2-2,1)(2-2,2)} = \frac{(x^2 - 4,3x + 4,62)}{(-0,1)(-0,2)} \quad 0,02$$

$$L_1(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)} = \frac{(x-2)(x-2,2)}{(2,1-2)(2,1-2,2)} = \frac{(x^2 - 4,2x + 4,4)}{(0,1)(-0,1)} \quad -0,01$$

$$L_2(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)} = \frac{(x-2)(x-2,1)}{(2,2-2)(2,2-2,1)} = \frac{(x^2 - 4,1x + 4,2)}{(0,2)(0,1)} \quad 0,02$$

$$\therefore P_2(x) = \frac{(1,0986)(x^2 - 4,3x + 4,62)}{0,02} + \frac{(1,1314)(x^2 - 4,2x + 4,4)}{-0,01}$$

$$+ \frac{1,1631(x^2 - 4,1x + 4,2)}{0,02}$$

$$\Rightarrow P_2(x) = 54,93x^2 - 236,199x + 253,7766 - 113,14x^2 + 475,188x - 497,816 + 58,155x^2 - 238,4355x + 244,251$$

$$\therefore P_2(x) = -0,055x^2 + 0,5535x + 0,2116$$

A fim de calcular a aproximação para $\ln(3,15)$ empregamos a expressão a função original $y = \ln(x+1)$, de modo temos que $x = 2,15$

Portanto substituindo x na expressão obtida anteriormente, temos:

$$|P_2(2,15) = 1,1474|_n.$$