

## Lista 2

## Geometria Analítica

Produtos escalar, vetorial e misto. Problemas Clássicos de Geometria.

**I.** Sejam  $A = (1, 2, -1)$ ,  $B = (-1, 1, -1)$  e  $C = (2, -1, 1)$  são três pontos em base ortonormal  $E = (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  e  $M, N, P$  são pontos médios dos lados  $BC, AC, AB$ . Usando produto escalar calcule

1. Comprimentos dos lados de triângulo  $ABC$
2. Comprimentos dos medianos  $AM, BN, CP$
3. Ângulos  $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$
4. Baricentro de triângulo  $ABC$

**II.** Sejam  $\vec{u} = (1, 2, -1)$ ,  $\vec{v} = (-1, 1, -1)$  e  $\vec{w} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$  são três vetores em base ortonormal  $E = (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . Se ponto  $P = (1, 1, 1)$  calcule coordenadas três pontos  $A = P + \vec{u}$ ,  $B = P + \vec{v}$  e  $C = P + \vec{w}$ . Usando produto vetorial calcule

1. Área de triângulo  $ABC$

2. Comprimentos das três alturas de triângulo

3.  $\vec{u} \times \vec{v}$ ,  $\vec{u} \times \vec{w}$  e  $\vec{v} \times \vec{w}$

4.  $(\vec{u} \times \vec{v}) \times \vec{w}$  e  $\vec{u} \times (\vec{v} \times \vec{w})$

**III.** Sejam  $\vec{AB} = (2, 2, -2)$ ,  $\vec{AC} = (2, 1, -5)$ ,  $\vec{AD} = (3, 4, -1)$ . Calcule volume e alturas de tetraedro  $ABCD$ .

**IV.** Prove:  $(\vec{u}, \vec{u} + \vec{v}, \vec{u} + \vec{v} + \vec{w}) = (\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ .

**V.** Sendo  $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}) = 5$ , calcule  $(\vec{u} - 3\vec{v} + 2\vec{w}, -\vec{u} + \vec{v} - \vec{w}, \vec{v} - 3\vec{w})$ .

**VI.** Prove que:

$$\mathbf{a:} (\vec{u} \times \vec{v}, \vec{w}, \vec{d}) = \begin{vmatrix} \vec{u} \cdot \vec{w} & \vec{u} \cdot \vec{d} \\ \vec{v} \cdot \vec{w} & \vec{v} \cdot \vec{d} \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{b:} (\vec{u} \times \vec{v}, \vec{w} \times \vec{d}, \vec{b}) = \begin{vmatrix} (\vec{u}, \vec{w}, \vec{d}) & \vec{u} \cdot \vec{b} \\ (\vec{v}, \vec{w}, \vec{d}) & \vec{v} \cdot \vec{b} \end{vmatrix}$$