Lei de Biot-Savart e Lei de Ampére

Fenômenos Eletromagnéticos

Prof. Eduardo Gregores (646-3)

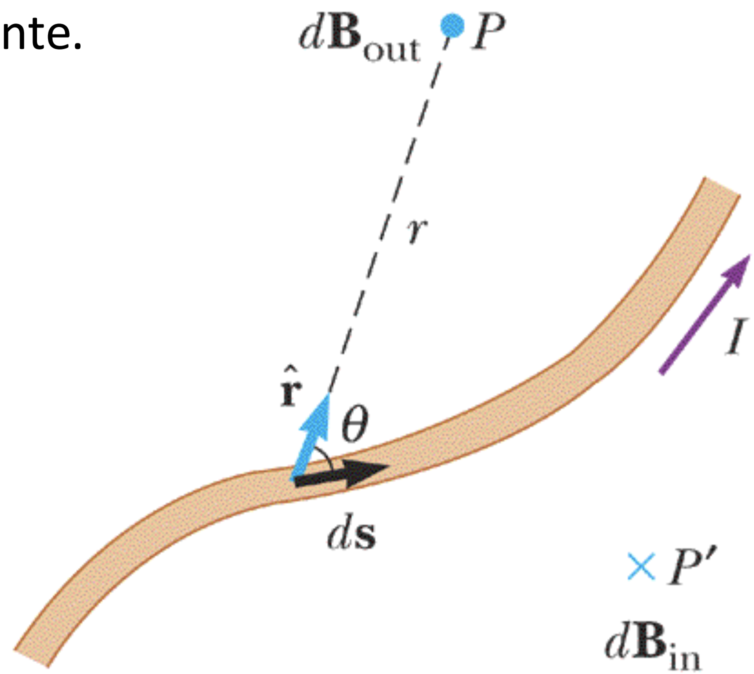
UFABC

Lei de Biot-Savart e Lei de Ampére

- Lei de Biot-Savart
- Força Magnética Entre Dois Condutores Carregados
- Lei de Ampère
- O Campo Magnético de um Solenóide
- Magnetismo na Matéria

A Lei de Biot-Savart

- O campo magnético é perpendicular à corrente e à distância ao condutor.
- O campo é inversamente proporcional ao quadrado da distância ao condutor.
- O campo é proporcional à corrente.

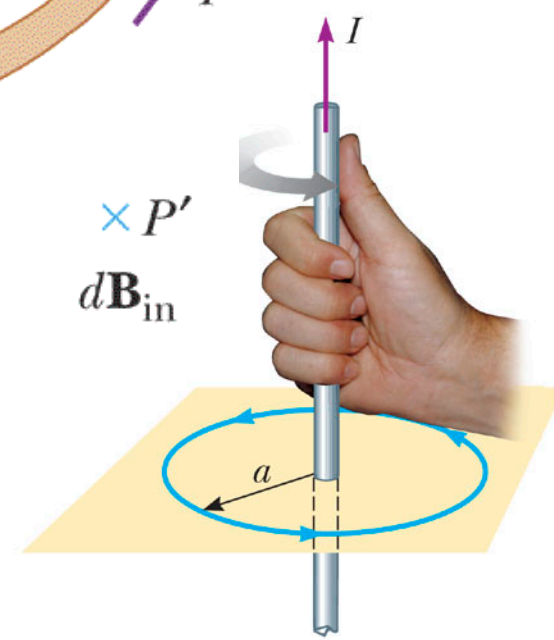


$$d\mathbf{B} = k_m \frac{I\, d\mathbf{s} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

$$\begin{cases} k_m \rightarrow \text{constante magnética} \\ k_m = 10^{-7}\,\text{T.m/A} \quad \text{(S.I.)} \\ \mu_0 \rightarrow \text{permeabilidade do vácuo} \end{cases}$$

$$k_m = \frac{\mu_0}{4\pi} \rightarrow \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\,\text{T.m/A}$$

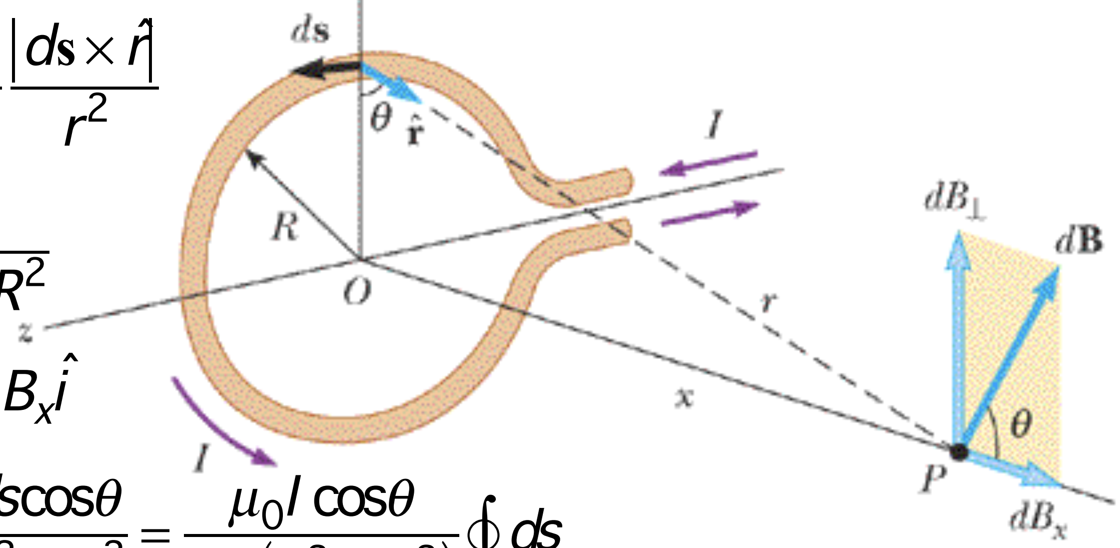
$$\boxed{d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\, d\mathbf{s} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}} \rightarrow \text{Lei de Biot-Savart}$$



- Fio de comprimento infinito $\rightarrow B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$

Exemplo 01: Campo Magnético no Eixo de uma Espira Circular

Considere uma espira circular de raio R localizada no plano xy e conduzindo uma corrente constante I. Calcule o campo magnético em um ponto axial P a uma distância x do centro da espira.



▷ Lei de Biot-Savart $\rightarrow \quad dB = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi}\dfrac{|d\mathbf{s}\times\hat{r}|}{r^2}$

$$\begin{cases} |\hat{r}| = 1 \\ r^2 = x^2 + R^2 \end{cases} \Rightarrow dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{ds}{x^2+R^2}$$

▷ Simetria $\rightarrow B_\perp = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{B} = B_x \hat{i}$

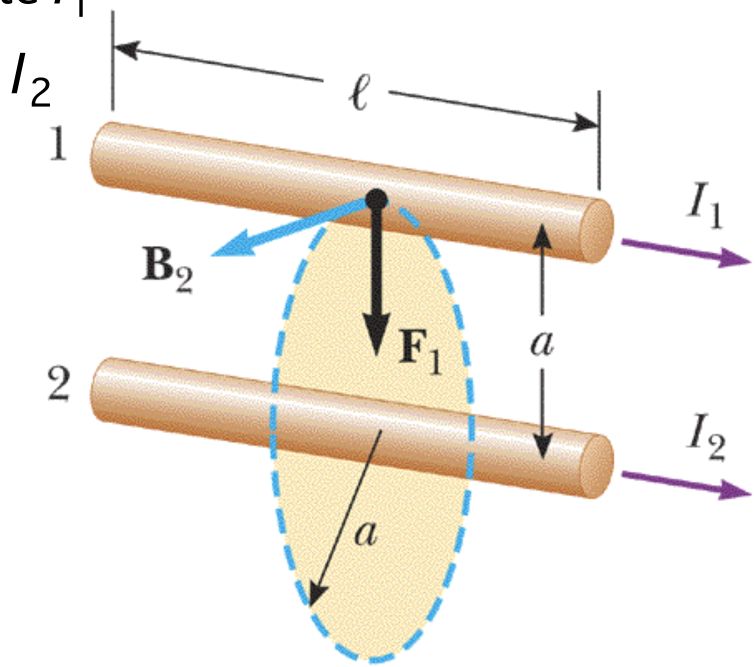
$$\begin{cases} dB_x = dB\cos\theta \\ B_x = \oint dB_x \end{cases} \Rightarrow B_x = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\oint \frac{ds\cos\theta}{x^2+R^2} = \frac{\mu_0 I\cos\theta}{4\pi\left(x^2+R^2\right)}\oint ds$$

$$\cos\theta = \frac{R}{\left(x^2+R^2\right)^{1/2}} \quad \Rightarrow \quad B_x = \frac{\mu_0 I R}{4\pi\left(x^2+R^2\right)^{3/2}}\oint ds$$

$$\oint ds = 2\pi R \quad \Rightarrow \quad \boxed{\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I R^2}{2\left(x^2+R^2\right)^{3/2}}\hat{i}}$$

Força Magnética entre dois Condutores Paralelos

$$\begin{cases} \vec{F}_1 \rightarrow \text{Força que age sobre o condutor da corrente } I_1 \\ \vec{B}_2 \rightarrow \text{Campo gerado pelo condutor da corrente } I_2 \end{cases}$$



$$\vec{F}_B = I\vec{l} \times \vec{B} \quad \Rightarrow \quad F_1 = I_1 l B_2$$

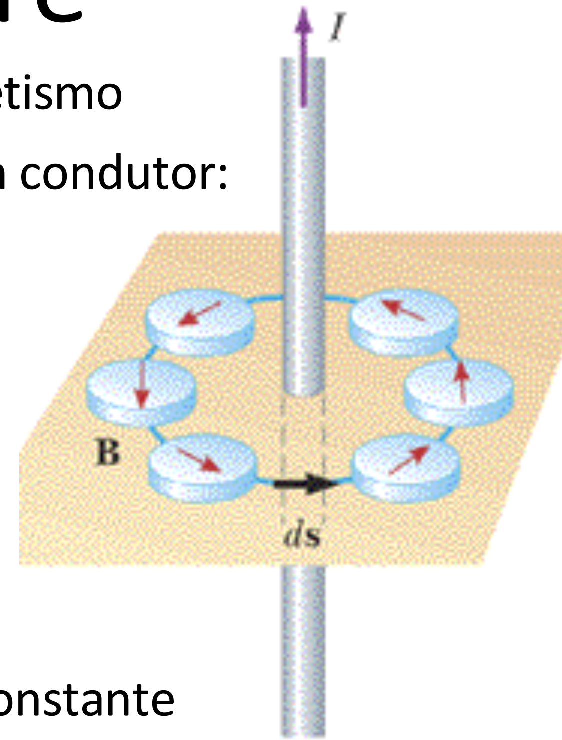
$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi a} \quad \Rightarrow \quad F_1 = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi a}$$

$$\frac{F}{l} \rightarrow \text{Força por unidade de comprimento}$$

$$\frac{F_1}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a} = \frac{F_2}{l} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{F}{l} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{a}}$$

- Condutores paralelos com correntes na mesma direção se atraem.
- Condutores paralelos com correntes em direções opostas se repelem.
- Redefinição de Unidade de Corrente no SI (A): Um (1) Ampere é a medida da corrente elétrica que ao passar em dois condutores separados a uma distância de 1 metro causa uma força de 2×10^{-7} N entre eles para cada metro de condutor.

Lei de Ampère



- Equivalente da Lei de Gauss para o caso do Magnetismo
- Caso particular: Campo Magnético ao redor de um condutor:

$$\mathbf{B} \parallel d\mathbf{s} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B\,ds$$

B é constante ao longo do círculo de raio r

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B \oint ds = B 2\pi r$$

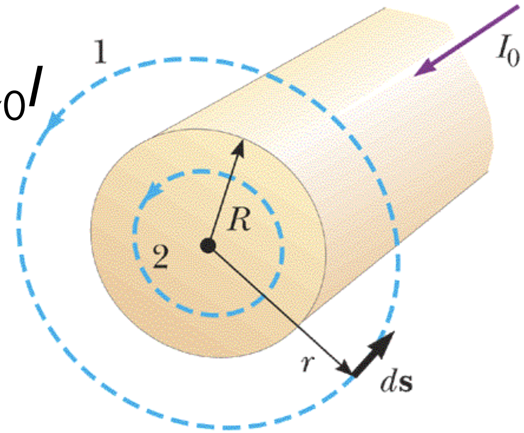
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I}$$

LEI DE AMPÈRE

- Válida em qualquer caso em que a corrente seja constante
- A integral do campo magnético em uma trajetória fechada é propocional à corrente elétrica que passa pela área delimitada por esse circuito fechado.
- Especialmente útil nos casos que:
  - O campo magnético é constante ao longo da trajetória $\rightarrow \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$
  - O campo é tangencial à trajetória $\rightarrow \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B\,ds$
  - O campo magnético é perpendicular à trajetória $\rightarrow \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0$

Exemplo 02: O Campo Magnético criado por um fio longo conduzindo corrente

Um fio longo e reto de raio R conduz uma corrente constante I_0 que está uniformemente distribuída na seção transversal do fio. Calcule o campo magnético e uma distância r do centro do fio nas regiões $r \geq R$ e $r < R$.



▷ Simetria Cilíndrica $\rightarrow \begin{cases} \mathbf{B} \parallel d\mathbf{s} \\ \mathbf{B} \equiv \mathbf{B}(r) \end{cases} \Rightarrow \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B \oint ds = \mu_0 I$

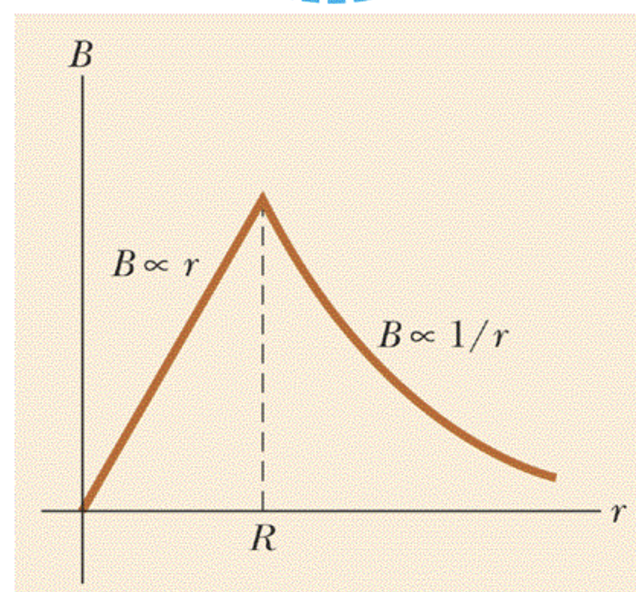
▷ Região $r \geq R$:

$$\oint ds = 2\pi r \quad \Rightarrow \quad B 2\pi r = \mu_0 I_0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{B = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi} \frac{1}{r}}$$

▷ Região $r < R$:

$$\frac{I}{I_0} = \frac{\pi r^2}{\pi R^2} \quad \Rightarrow \quad I = \frac{r^2}{R^2} I_0$$

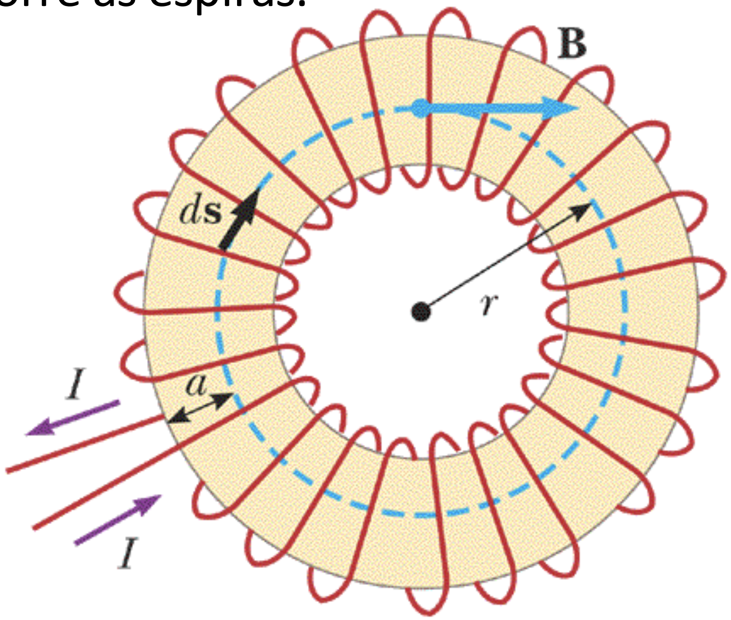
$$\oint ds = 2\pi r \quad \Rightarrow \quad B 2\pi r = \mu_0 \frac{r^2}{R^2} I_0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{B = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi R^2} r}$$



Exemplo 03: O Campo Magnético formado por uma Bobina Toroidal

Calcule o campo magnético a uma distância r do centro de uma bobina toroidal raio a com N espiras quando uma corrente I percorre as espiras.

$\triangleright$ Lei de Ampere $\rightarrow \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I_A$



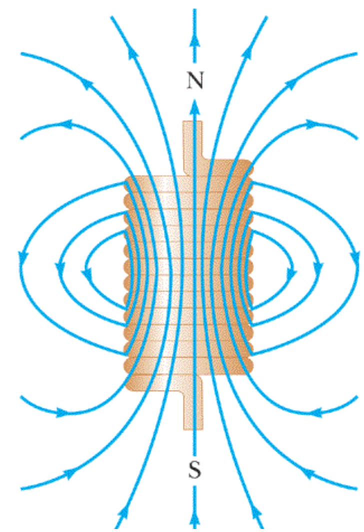
$$\text{Simetria} \Rightarrow \begin{cases} B = \text{cte sobre círculo de raio } r \\ \mathbf{B} \,||\, d\mathbf{s} \Rightarrow \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B\,ds \end{cases}$$

$$\begin{cases} \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B \oint ds \\ I_A = NI \end{cases} \Rightarrow B \oint ds = \mu_0 NI$$

$$\oint ds = 2\pi r \quad \Rightarrow \quad B 2\pi r = \mu_0 NI \quad \Rightarrow \quad \boxed{B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}}$$

O Campo Magnético de um Solenóide

- Solenóide $\rightarrow$ Fio longo enrolado em forma de hélice
- Campo magnético uniforme no interior do solenóide ideal
- Campo magnético nulo no exterior do solenóide



$\triangleright$ Lei de Ampere: $\oint \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I_A$

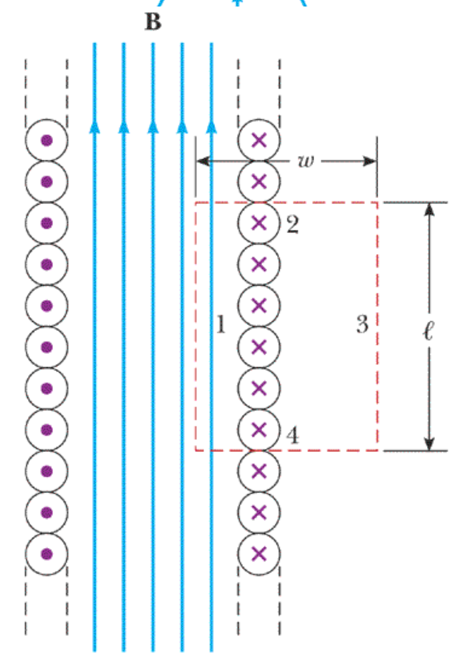
$$\oint \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s} = \int \mathbf{B}_1\cdot d\mathbf{s}_1 + \underbrace{\overset{=0}{\cancel{\int \mathbf{B}_2\cdot d\mathbf{s}_2}}}_{\mathbf{B}_2\perp d\mathbf{s}_2} + \underbrace{\overset{=0}{\cancel{\int \mathbf{B}_3\cdot d\mathbf{s}_3}}}_{B_3=0} + \underbrace{\overset{=0}{\cancel{\int \mathbf{B}_4\cdot d\mathbf{s}_4}}}_{\mathbf{B}_4\perp d\mathbf{s}_4}$$

$$\mathbf{B}_1 \parallel d\mathbf{s}_1 \quad \Rightarrow \quad \int \mathbf{B}_1\cdot d\mathbf{s}_1 = \int B_1\, ds_1 \quad \Rightarrow \quad \int B_1\, ds_1 = \mu_0 I_A$$

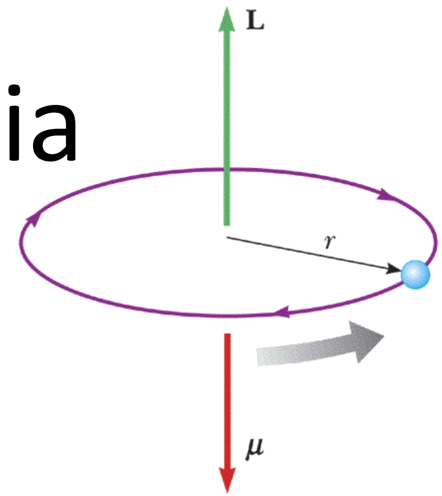
$$B_1 = \text{cte} = B \quad \Rightarrow \quad \int B_1\, ds_1 = B\int ds = Bl$$

$$I_A = NI \quad \Rightarrow \quad Bl = \mu_0 NI \quad \Rightarrow \quad B = \frac{N}{l}\mu_0 I \quad \Rightarrow \quad \boxed{B = n\mu_0 I}$$

$n \rightarrow$ densidade de espiras $\left(n = N/l\right)$



Magnetismo na Matéria



- Campos magnéticos no material
  - Movimento orbital dos elétrons
  - Movimento de rotação dos elétrons (spin)
- Materiais Ferromagnéticos
  - Spins se alinham formando domínios.
  - Campos magnéticos externos aumentam o tamanho dos domínios na direção do campo externo.
  - Agitação térmica desalinha os spins, diminuindo o tamanho dos domínios
  - Imãs permanentes→Retenção por mais tempo do alinhamento magnético.