

The slide features a light yellow background with a thin white curved line on the left side. In each of the four corners, there is a decorative element consisting of two overlapping squares: a dark brown one in the back and a yellow one in the front.

BC0209–Fenômenos Eletromagnéticos

Segundo quadrimestre de 2016

Prof. José Kenichi Mizukoshi

Aula 9 (versão 25/06/2015)

Corrente elétrica. Resistência e a Lei de Ohm. Força eletromotriz.
Resistores e suas associações.

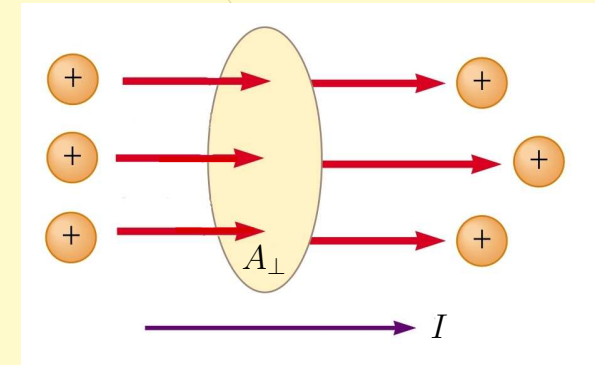
Corrente Elétrica; Resistência e a Lei de Ohm; Força Eletromotriz; Resistores - Associações

Corrente elétrica

Corrente Elétrica; Resistência e a Lei de Ohm; Força Eletromotriz; Resistores - Associações Problemas Propostos Material Suplementar

- Considere um fio condutor de seção transversal de área A_{\perp} em que cargas elétricas estão em movimento. A **corrente elétrica** é definida como uma quantidade de carga que atravessa A_{\perp} por unidade de tempo:

$$I \equiv \frac{dq}{dt}$$



➡ Convenção: o sentido da corrente corresponde ao sentido do deslocamento da carga positiva (oposto ao sentido do movimento dos elétrons nos condutores).

- ◆ Unidade da corrente elétrica no SI: $[I] = \text{ampère (A)} = \frac{\text{coulomb}}{\text{segundo}}$.

- A **densidade de corrente**, \vec{J} , é uma grandeza vetorial, cujo módulo é a corrente por unidade de área transversal ao fluxo da corrente:

$$|\vec{J}| = \frac{I}{A_{\perp}}$$

- A corrente total que atravessa uma superfície qualquer pode ser dada por

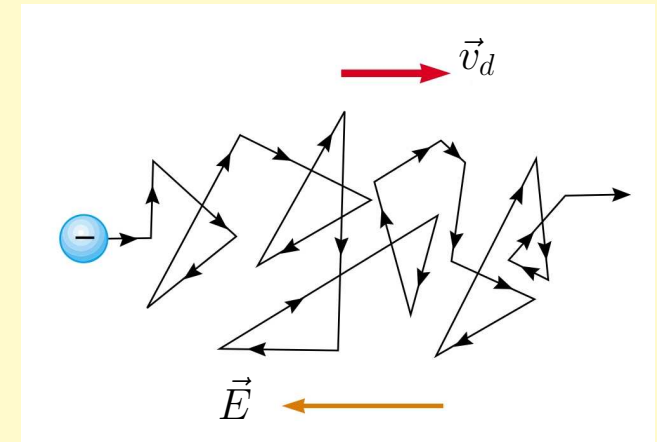
$$I = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{A}$$

onde $d\vec{A}$ é o vetor elemento de área da superfície e a integração se dá sobre toda a superfície.

Modelo microscópico da corrente

Corrente Elétrica; Resistência e a Lei de Ohm; Força Eletromotriz; Resistores - Associações Problemas Propostos Material Suplementar

- Vamos supor que os portadores de carga nos condutores sejam elétrons praticamente livres. Quando se estabelece uma diferença de potencial entre as extremidades do material, tem-se a seguinte sequência:
 - (i) haverá um campo elétrico \vec{E} dentro do condutor (situação de não-equilíbrio), fazendo com que os elétrons sintam uma força $-e\vec{E}$.
 - (ii) Os elétrons sob ação dessa força elétrica se movimentam em zigue-zague, visto que eles colidem com os átomos do material.
- O movimento resultante dos elétrons é no sentido oposto ao do campo elétrico, com **velocidade de deriva** \vec{v}_d . O módulo $|\vec{v}_d|$ é tipicamente da ordem de 1 cm/h para uma corrente de 1 A em um fio de cobre.



Modelo microscópico da corrente

Corrente Elétrica; Resistência e a Lei de Ohm; Força Eletromotriz; Resistores - Associações Problemas Propostos Material Suplementar

- Para um elemento de volume de um condutor cilíndrico de altura Δx e área da seção transversal ΔA_{\perp} , a quantidade de carga Δq que atravessa essa área no intervalo de tempo Δt é

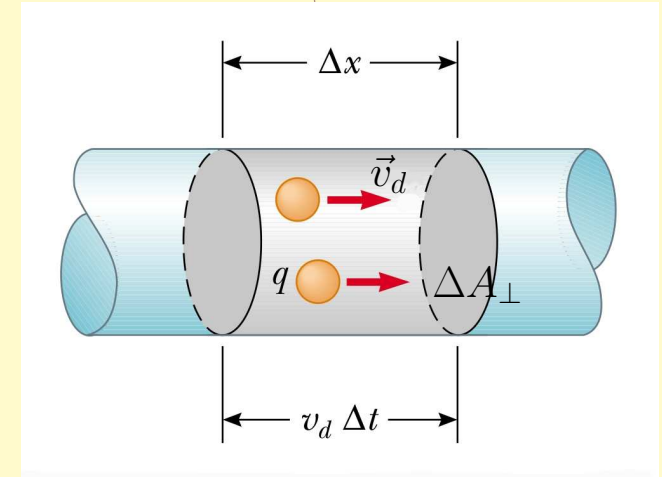
$$I_{\text{cilin.}} = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

- Temos que

$$\Delta q = \rho_e V_{\text{cilin.}} = \rho_e \Delta x \Delta A_{\perp}$$

onde ρ_e é a densidade volumétrica de carga dos elétrons e $V_{\text{cilin.}}$ o volume do elemento de cilindro. Temos que, como $\Delta x = v_d \Delta t$,

$$I_{\text{cilin.}} = \rho_e v_d \Delta A_{\perp}$$



Modelo microscópico da corrente

Corrente Elétrica; Resistência e a Lei de Ohm; Força Eletromotriz; Resistores - Associações Problemas Propostos Material Suplementar

Usando notação vetorial, tem-se que

$$I_{\text{cilin.}} = \rho_e \vec{v}_d \cdot \Delta \vec{A}$$

- Por outro lado, como $I = \vec{J} \cdot \Delta \vec{A}$,

$$\vec{J} = \rho_e \vec{v}_d$$

- Temos que $\rho_e = n(-e)$, onde

$$n \equiv \frac{\text{número de portadores (elétrons)}}{\text{unidade de volume}}$$

Portanto,

$$\vec{J} = -ne\vec{v}_d$$

➡ O sinal negativo indica que o sentido da densidade de corrente é contrário ao movimento dos elétrons.

Modelo microscópico da corrente – exemplo

Corrente Elétrica; Resistência e a Lei de Ohm; Força Eletromotriz; Resistores - Associações Problemas Propostos Material Suplementar

Ex. 1 Um fio de cobre cuja área transversal é $3,00 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ tem uma corrente de 10,0 A. Encontre a velocidade de deriva dos elétrons nesse fio.

Solução Para encontrar a velocidade de deriva, vamos primeiro encontrar n , que é o número de átomos por unidade de volume.

■ Se cada átomo de cobre contribui com 1 elétron livre,

$$n = \frac{1 \text{ mol de átomo de cobre}}{\text{volume de 1 mol de átomo de cobre}}$$

Temos que

$$\begin{cases} \rho_{\text{Cu}} = 8,95 \text{ g/cm}^3 \\ M = 63,5 \text{ g/mol} \end{cases} \Rightarrow \text{volume de 1 mol} = \frac{M}{\rho_{\text{Cu}}} = 7,09 \text{ cm}^3/\text{mol}$$

$$\text{Segue que } n = \frac{6,02 \times 10^{23} \text{ elétrons/mol}}{7,09 \text{ cm}^3/\text{mol}} \approx 8,48 \times 10^{28} \text{ elétrons/m}^3.$$

Modelo microscópico da corrente – exemplo

Corrente Elétrica; Resistência e a Lei de Ohm; Força Eletromotriz; Resistores - Associações Problemas Propostos Material Suplementar

■ Velocidade de deriva dos elétrons:

$$\begin{aligned} v_d = |\vec{v}_d| &= \frac{J}{ne} = \frac{I}{Ane} \\ &= \frac{10,0 \text{ C/s}}{(3,0 \times 10^{-6} \text{ m}^2)(8,48 \times 10^{28} \text{ m}^{-3})(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})} \end{aligned}$$

Portanto, $v_d \approx 2,46 \times 10^{-4} \text{ m/s} = 89 \text{ cm/h}$.

Resistência e a lei de Ohm

Corrente Elétrica; Resistência e a Lei de Ohm; Força Eletromotriz; Resistores - Associações Problemas Propostos Material Suplementar

- Na situação em que as cargas estiverem se movendo no interior de um condutor, o campo elétrico será não-nulo. Para uma grande variedade de materiais, tem-se que

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

onde σ é a **condutividade elétrica** do material. Tal relação é conhecida como **a lei de Ohm**.

- ◆ Unidade da condutividade elétrica no SI: $[\sigma] = \frac{\text{siemens}}{\text{metro}}$, onde $\text{siemens} = \frac{\text{ampère}}{\text{volt}}$

- A **resistividade elétrica** é definida como

$$\rho = \frac{1}{\sigma}$$

- ◆ Unidade da resistividade elétrica no SI: $[\rho] = \text{ohm} \cdot \text{metro} = \Omega \cdot \text{m}$

Resistência e a lei de Ohm

Corrente Elétrica; Resistência e a Lei de Ohm; Força Eletromotriz; Resistores - Associações Problemas Propostos Material Suplementar

- Para os materiais ôhmicos, a resistividade (ou condutividade) do material é independente da intensidade, direção e sentido do campo elétrico.
- Resistividade de alguns materiais condutores, semicondutores e isolantes.

Material	Resistividade ($\Omega \cdot m$)	Material	Resistividade ($\Omega \cdot m$)
Condutores		Semicondutores	
Prata	$1,59 \times 10^{-8}$	Água salgada	$4,4 \times 10^{-2}$
Cobre	$1,68 \times 10^{-8}$	Germânio	$4,6 \times 10^{-1}$
Ouro	$2,21 \times 10^{-8}$	Diamante	2,7
Alumínio	$2,65 \times 10^{-8}$	Silício	$2,5 \times 10^3$
Ferro	$9,61 \times 10^{-8}$	Isolantes	
Mercúrio	$9,58 \times 10^{-7}$	Água (pura)	$2,5 \times 10^5$
Nicromo	$1,00 \times 10^{-6}$	Madeira	$10^8 - 10^{11}$
Manganês	$1,44 \times 10^{-6}$	Vidro	$10^{10} - 10^{14}$
Grafite	$1,5 \times 10^{-5}$	Quartzo	$\sim 10^{16}$

Resistência e a lei de Ohm

Corrente Elétrica; Resistência e a Lei de Ohm; Força Eletromotriz; Resistores - Associações Problemas Propostos Material Suplementar

- Considere um condutor homogêneo e isotrópico de comprimento ℓ e com uma área de seção transversal A .

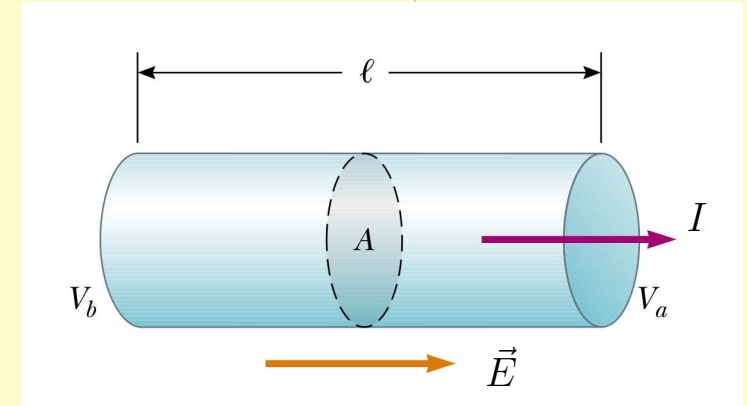
Se aplicarmos uma diferença de potencial $\Delta V = V_b - V_a$ entre as extremidades do condutor, dentro dele haverá um campo elétrico (regime de não-equilíbrio eletrostático) cuja intensidade será

$$E = \frac{\Delta V}{\ell}$$

- Como $E = \rho J = \rho \frac{I}{A}$, temos que

$$\frac{\Delta V}{\ell} = \rho \frac{I}{A} \Rightarrow \Delta V = \overbrace{\left(\frac{\rho \ell}{A} \right)}^{\equiv R} I$$

onde R é a **resistência** do material (depende do material e da sua forma geométrica).



Resistência e a lei de Ohm

Corrente Elétrica; Resistência e a Lei de Ohm; Força Eletromotriz; Resistores - Associações Problemas Propostos Material Suplementar

■ Para um **material ôhmico**

$$\frac{\Delta V}{I} = R = \text{constante}$$

◆ Unidade da resistência no SI: $[R] = \text{ohm } (\Omega)$

■ Num diagrama de circuito, a resistência é representada pelo símbolo



Resistência e a lei de Ohm – exemplo

Corrente Elétrica; Resistência e a Lei de Ohm; Força Eletromotriz; Resistores - Associações Problemas Propostos Material Suplementar

Ex. 2 Nas instalações elétricas de uma casa normalmente utiliza-se um fio de cobre de calibre 12 (diâmetro de 2,05 mm). Determine a sua resistência por unidade de comprimento.

Solução A resistência por unidade de comprimento é dada por

$$\frac{R}{\ell} = \frac{\rho}{A}$$

- Temos para este problema que $A = \pi(d/2)^2 = 3,30 \text{ mm}^2$ e para o cobre, $\rho = 1,69 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$. Logo,

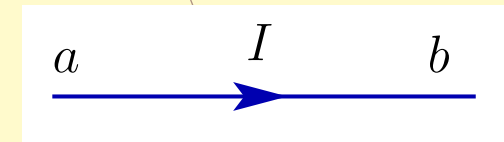
$$\frac{R}{\ell} = \frac{1,69 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}}{3,31 \times (10^{-3} \text{ m})^2} \Rightarrow \boxed{\frac{R}{\ell} = 5,12 \times 10^{-3} \Omega/\text{m}}$$

Resistência e a lei de Ohm – exemplo

Corrente Elétrica; Resistência e a Lei de Ohm; Força Eletromotriz; Resistores - Associações Problemas Propostos Material Suplementar

Observação Numa instalação elétrica residencial, a resistência do fio pode ser desprezada. Logo, o potencial é aproximadamente constante ao longo do fio.

$$V_a - V_b = R_{\text{fio}} I \quad \overset{\approx 0}{\Rightarrow} \quad V_a = V_b$$



Força eletromotriz (fem)

Corrente Elétrica; Resistência e a Lei de Ohm; Força Eletromotriz; Resistores - Associações Problemas Propostos Material Suplementar

- Uma fonte de uma **força eletromotriz (fem)** é um dispositivo que mantém uma diferença de potencial em um circuito, enquanto as cargas se movem através dele.

Podemos definir a fem como sendo

$$\mathcal{E} = \frac{dW}{dq}$$

- Uma fonte de fem deve realizar uma quantidade de trabalho dW para transportar uma quantidade de carga $dq > 0$ de um potencial V_- para V_+ , onde $V_+ > V_-$.
 - ◆ Fontes usuais de fem: baterias e geradores.
 - ◆ Unidade de fem no SI: $[\mathcal{E}] = \text{volt}$

➡ Observação: apesar do nome, a fem não é uma força, mas sim uma diferença de potencial.

Força eletromotriz (fem)

Corrente Elétrica; Resistência e a Lei de Ohm; Força Eletromotriz; Resistores - Associações Problemas Propostos Material Suplementar

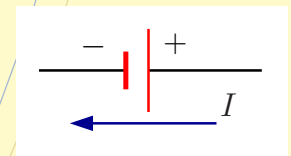
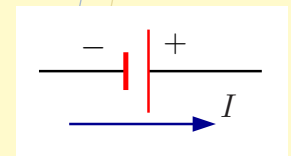
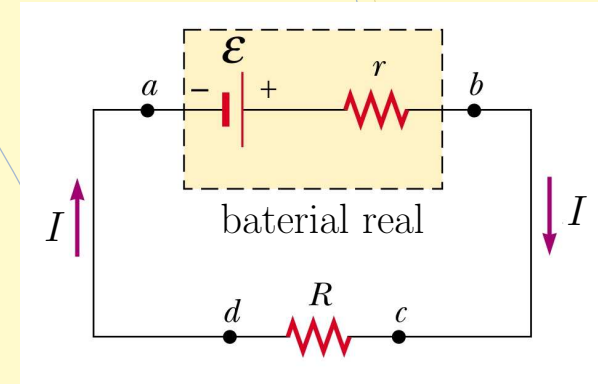
- No diagrama de circuito da figura ao lado, um resistor de resistência R é conectado a uma **bateria real**, com fonte de fem \mathcal{E} e **uma resistência interna** r .
- A voltagem entre os terminais da bateria é dada por

$$\Delta V = V_b - V_a = \mathcal{E} - Ir$$

Como $V_d = V_a$ e $V_c = V_b$, tem-se que $\Delta V = RI$. Portanto,

$$RI = \mathcal{E} - Ir \quad \Rightarrow \quad I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$$

- Uma fonte de fem pode
 - ◆ fornecer energia ao circuito (e.g. bateria sendo descarregada):
 - ◆ retirar energia do circuito (e.g. bateria sendo carregada):



Resistores em série

Corrente Elétrica; Resistência e a Lei de Ohm; Força Eletromotriz; Resistores - Associações Problemas Propostos Material Suplementar

- Considere um circuito com dois resistores, de resistências R_1 e R_2 , **conectados em série** com uma bateria ideal de diferença de potencial ΔV . O conjunto com as duas resistências pode ser reduzido a uma **resistência equivalente** R_{eq} . Temos que

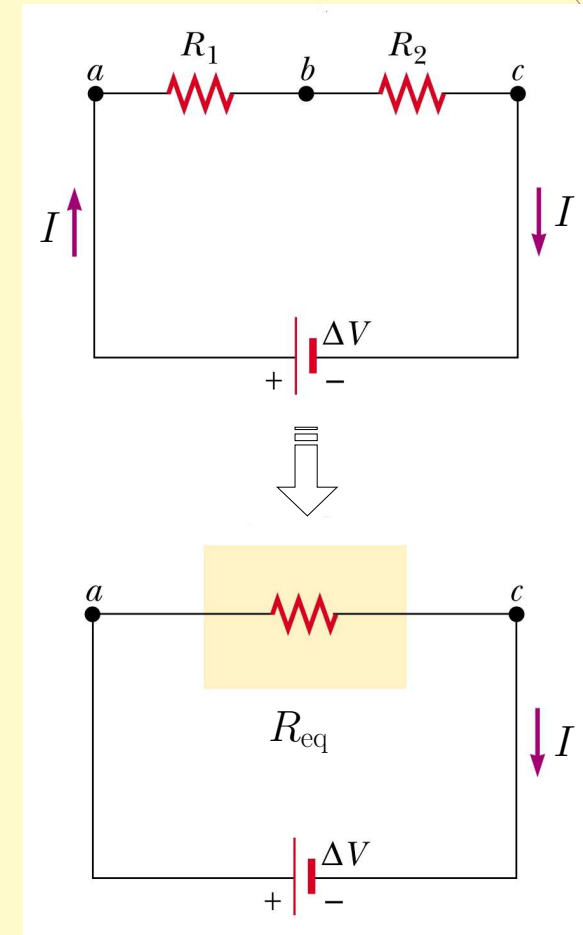
$$\begin{cases} V_a - V_b = R_1 I \\ V_b - V_c = R_2 I \end{cases} \Rightarrow V_a - V_c = \Delta V = (R_1 + R_2)I$$

- Por outro lado, $\Delta V = R_{\text{eq}}I$. Portanto,

$$R_{\text{eq}} = R_1 + R_2$$

- Para N resistores ligados em série, tem-se que

$$R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 + \dots + R_N$$



Resistores em paralelo

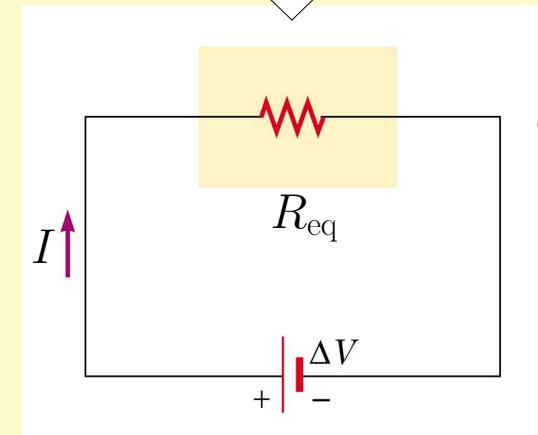
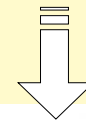
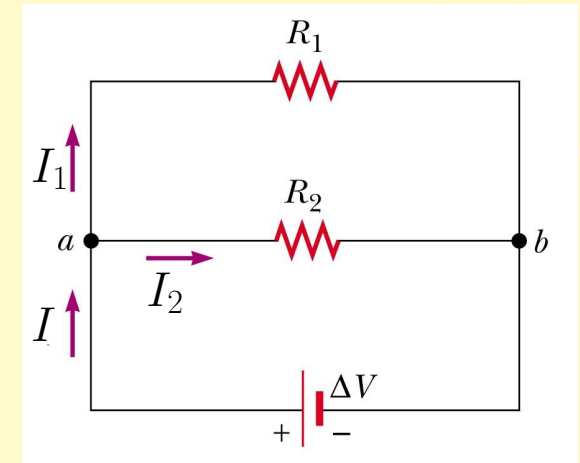
Corrente Elétrica; Resistência e a Lei de Ohm; Força Eletromotriz; Resistores - Associações Problemas Propostos Material Suplementar

- Considere um circuito com os dois resistores do caso anterior, só que desta vez **conectados em paralelo** com uma bateria ideal de diferença de potencial ΔV .
- O conjunto com as duas resistências pode ser reduzido a uma **resistência equivalente** R_{eq} . Observando que $V_a - V_b = \Delta V$, temos que

$$\begin{cases} \Delta V = R_1 I_1 \\ \Delta V = R_2 I_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta V}{R_1} + \frac{\Delta V}{R_2} = I_1 + I_2$$

Por outro lado, $\Delta V = R_{eq} I$. Pela conservação da carga elétrica no nó a , $I = I_1 + I_2$. Portanto,

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$



Resistores em paralelo

Corrente Elétrica; Resistência e a Lei de Ohm; Força Eletromotriz; Resistores - Associações Problemas Propostos Material Suplementar

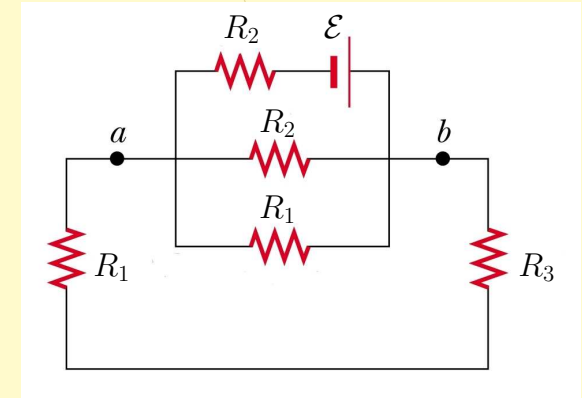
- Para N resistores em paralelo,

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N}$$

Resistores em série e em paralelo: exemplo

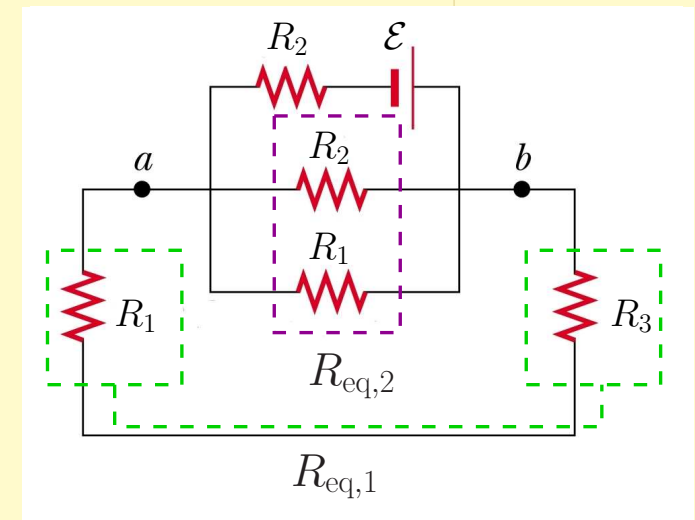
Corrente Elétrica; Resistência e a Lei de Ohm; Força Eletromotriz; Resistores - Associações Problemas Propostos Material Suplementar

Ex. 3 Considere o circuito mostrado na figura ao lado, onde $R_1 = 5,0 \, \Omega$, $R_2 = 10,0 \, \Omega$, $R_3 = 20,0 \, \Omega$ e $\mathcal{E} = 25,0 \, \text{V}$. Encontre a corrente no resistor R_3 e a diferença de potencial entre os pontos a e b .



Solução Primeiro vamos encontrar a resistência equivalente do circuito, no intuito de se descobrir a corrente total que passa por ele.

- Observa-se que as resistências R_1 à esquerda e R_3 estão em série, enquanto que as resistências R_1 e R_2 (na parte central do circuito), localizadas entre os pontos a e b , estão em paralelo.



Resistores em série e em paralelo: exemplo

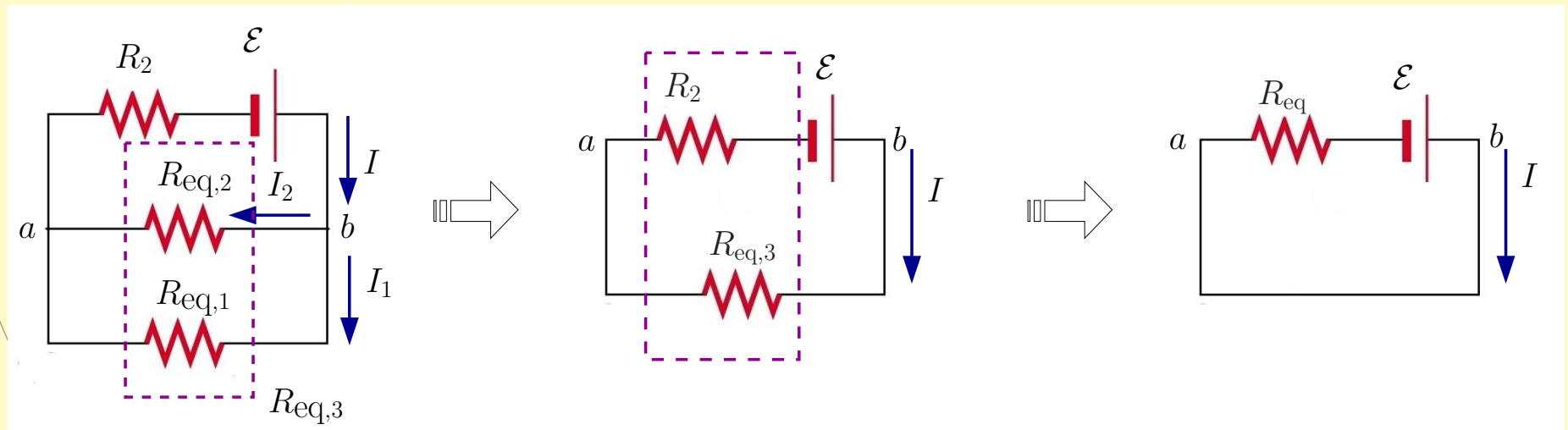
Corrente Elétrica; Resistência e a Lei de Ohm; Força Eletromotriz; Resistores - Associações Problemas Propostos Material Suplementar

Temos que

$$R_{eq,1} = R_1 + R_3 = 5,0 \, \Omega + 20,0 \, \Omega \Rightarrow R_{eq,1} = 25,0 \, \Omega$$

$$R_{eq,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{5,0 \, \Omega \times 10,0 \, \Omega}{5,0 \, \Omega + 10,0 \, \Omega} \Rightarrow R_{eq,2} = 3,33 \, \Omega$$

- Agora as resistências equivalentes $R_{eq,1}$ e $R_{eq,2}$ estão em paralelo e portanto podem formar a resistência equivalente $R_{eq,3}$, que por sua vez está em série com a resistência R_2 :



Resistores em série e em paralelo: exemplo

Corrente Elétrica; Resistência e a Lei de Ohm; Força Eletromotriz; Resistores - Associações Problemas Propostos Material Suplementar

Temos que

$$R_{\text{eq},3} = \frac{R_{\text{eq},1} R_{\text{eq},2}}{R_{\text{eq},1} + R_{\text{eq},2}} \Rightarrow R_{\text{eq},3} = 2,94 \, \Omega$$

$$R_{\text{eq}} = R_2 + R_{\text{eq},3} \Rightarrow R_{\text{eq}} = 12,94 \, \Omega$$

- A partir de R_{eq} , podemos encontrar a corrente I :

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{eq}}} = \frac{25,0 \, \text{V}}{12,94 \, \Omega} \Rightarrow I = 1,93 \, \text{A}$$

- A corrente I obtida acima atravessa a resistência equivalente $R_{\text{eq},3}$. Logo, a diferença de potencial nessa resistência é

$$\Delta V = R_{\text{eq},3} I = 2,94 \, \Omega \times 1,93 \, \text{A} \Rightarrow \Delta V = 5,67 \, \text{V}$$

- ◆ Observa-se que $\Delta V = 5,67 \, \text{V}$ é a diferença de potencial entre os pontos a e b .

Resistores em série e em paralelo: exemplo

Corrente Elétrica; Resistência e a Lei de Ohm; Força Eletromotriz; Resistores - Associações Problemas Propostos Material Suplementar

- Pelo circuito à esquerda mostrado na p. 22, $R_{\text{eq},1}$ e $R_{\text{eq},2}$ estão sob mesma diferença de potencial ΔV . Como a resistência R_3 é parte de $R_{\text{eq},1}$, a corrente que passa por ela é dada por

$$I_1 = \frac{\Delta V}{R_{\text{eq},1}} = \frac{5,67 \text{ V}}{25,0 \Omega} = 0,227 \text{ A} \quad \Rightarrow \quad \boxed{I_1 = 227 \text{ mA}}$$

Problemas Propostos

Densidade de corrente

Corrente Elétrica; Resistência e a Lei de Ohm; Força Eletromotriz; Resistores - Associações Problemas Propostos Material Suplementar

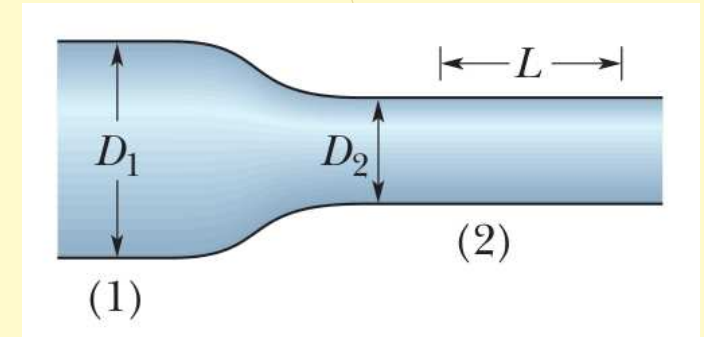
P1 A magnitude J de uma densidade de corrente em um fio com uma seção transversal circular de raio $R = 2,00$ mm é dada por $J = (3,00 \times 10^8)r^2$, com J em ampères por metro quadrado e a distância radial r em metros. Qual é a corrente através da seção transversal delimitada por $r = 0,900R$ e $r = R$.

Resp. $I = 2,59 \times 10^{-3}$ A.

Modelo microscópico da corrente

Corrente Elétrica; Resistência e a Lei de Ohm; Força Eletromotriz; Resistores - Associações Problemas Propostos Material Suplementar

P2 A Fig. ao lado mostra a seção 1 de um fio de diâmetro $D_1 = 4,00R$ e um fio de seção 2 de diâmetro $D = 2,00R$, conectados por uma seção cônica. Assuma que a corrente seja distribuída uniformemente através de quaisquer seções transversais do fio. A diferença de potencial elétrico V ao longo do comprimento $L = 2,00$ m mostrado na seção 2 é $10,0 \mu\text{V}$. O número de portadores de carga por unidade de volume é $8,49 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$. Qual é a velocidade de deriva dos elétrons de condução na seção 1?



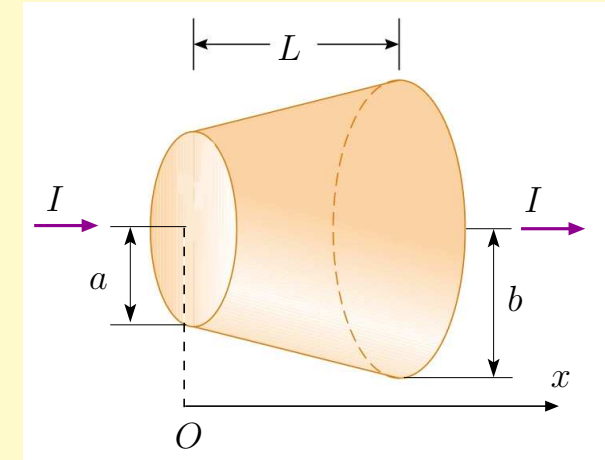
Resp. $v_d = 5,44 \times 10^{-9} \text{ m/s}$.

Material Suplementar

Resistência de um resistor em forma de um cone truncado

Corrente Elétrica; Resistência e a Lei de Ohm; Força Eletromotriz; Resistores - Associações Problemas Propostos Material Suplementar

- Um resistor tem a forma de um tronco de cone circular reto e sua resistividade é ρ . Os raios das extremidades são a e b e o comprimento é L . Sabendo-se que a densidade de corrente é uniforme através de qualquer seção transversal, calcule a resistência do objeto.



- De acordo com a equação derivada na p. 12, tem-se para um condutor homogêneo e isotrópico de seção transversal A que

$$\frac{\Delta V}{\ell} = \rho \frac{I}{A}$$

- A equação acima não pode ser aplicada imediatamente para este caso, pois a seção transversal A é variável [$A = A(x)$]. Contudo, para uma diferença de potencial infinitesimal entre os pontos x e $x + dx$, a equação é válida:

$$\frac{dV}{dx} = \rho \frac{I}{A(x)} \quad (*)$$

Resistência de um resistor em forma de um cone truncado

Corrente Elétrica; Resistência e a Lei de Ohm; Força Eletromotriz; Resistores - Associações Problemas Propostos Material Suplementar

- O raio do cone truncado $r(x)$ aumenta linearmente de a para b . Logo, podemos escrevê-lo como

$$r(x) = a + \alpha x \quad \Rightarrow \quad r(L) = b = a + \alpha L \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{b - a}{L}$$

- Temos portanto que da Eq. (*) [fazendo $A(x) = \pi r(x)^2$]:

$$dV = \rho I \frac{dx}{\pi[a + (b - a)x/L]^2} \quad \Rightarrow \quad \Delta V = \frac{\rho I}{\pi} \int_0^L \frac{dx}{\pi[a + (b - a)x/L]^2}$$

onde ΔV é a diferença de potencial entre as extremidades

- ◆ A integral pode ser calculada facilmente fazendo-se a mudança de variável $u = a + (b - a)x/L$:

$$\int_0^L (\dots) = \frac{L}{b - a} \int_a^b \frac{du}{u^2} = \frac{L}{ab}$$

Resistência de um resistor em forma de um cone truncado

Corrente Elétrica; Resistência e a Lei de Ohm; Força Eletromotriz; Resistores - Associações Problemas Propostos Material Suplementar

- Obtemos que

$$\Delta V = \left(\frac{\rho L}{\pi ab} \right) I$$

Como $\Delta V = RI$, a resistência é $\boxed{R = \frac{\rho L}{\pi ab}}$.

Referências

Corrente Elétrica; Resistência e a Lei de Ohm; Força Eletromotriz; Resistores - Associações Problemas Propostos Material Suplementar

- R. A. Serway, e J. W. Jewett Jr., *Princípios de Física, Vol. 3*, Cengage Learning;
- D. Halliday, R. Resnick e K. S. Krane, *Física, Vol. 3*, LTC;