EXEMPLO 2–12 Condução de calor na base de um ferro de passar

Considere que a placa da base de um ferro de passar de 1.200 W tenha espessura $L =$ 0,5 cm, área da base $A = 300\ \text{cm}^2$ e condutividade térmica $k = 15\ \text{W/m}\cdot\text{K}$. A superfície interna da placa é submetida a um fluxo de calor uniforme gerado pela resistência interna, enquanto a superfície externa perde calor para o meio (temperatura $T_\infty =$ 20 °C) por convecção, como mostrado na Fig. 2–45. Considerando que o coeficiente de transferência de calor por convecção é $h = 80\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}$ e desprezando a perda de calor por radiação, obtenha a expressão para a variação de temperatura na placa da base do ferro e avalie as temperaturas nas superfícies interna e externa.

SOLUÇÃO Considerando a placa da base de um ferro de passar, determinar a variação de temperatura na placa e a temperatura em cada superfície.

Suposições **1** A transferência de calor é permanente, não há variação com o tempo. **2** A transferência de calor é unidimensional, a área da superfície da base é extensa em relação à sua espessura e as condições térmicas em ambos os lados são uniformes. **3** A condutividade térmica é constante. **4** Não há geração de calor no meio. **5** A transferência de calor por radiação é desprezível. **6** A parte superior do ferro é bem isolada, de forma que todo o calor gerado pela resistência é transferido para a base através da superfície interna.

Propriedades A condutividade térmica é $k = 15\ \text{W/m}\cdot\text{K}$.

Análise A superfície interna da placa da base está sujeita a um fluxo de calor uniforme a uma taxa de

$$\dot{q}_0 = \frac{\dot{Q}_0}{A_{\text{base}}} = \frac{1.200\ \text{W}}{0{,}03\ \text{m}^2} = 40.000\ \text{W/m}^2$$

A superfície externa da placa está sujeita à condição de convecção. Tomando a direção normal à superfície da parede como eixo x com origem na superfície interna, a equação diferencial para esse problema pode ser expressa como (Fig. 2–46)

$$\frac{d^2T}{dx^2} = 0$$

com as seguintes condições de contorno

$$-k\frac{dT(0)}{dx} = \dot{q}_0 = 40.000\ \text{W/m}^2$$

$$-k\frac{dT(L)}{dx} = h[T(L) - T_\infty]$$

A solução geral da equação diferencial é obtida por meio de duas integrações sucessivas

$$\frac{dT}{dx} = C_1$$

e

$$T(x) = C_1 x + C_2 \qquad (a)$$

onde C_1 e C_2 são constantes arbitrárias. Aplicando a primeira condição de contorno,

$$-k\frac{dT(0)}{dx} = \dot{q}_0 \quad \rightarrow \quad -kC_1 = \dot{q}_0 \quad \rightarrow \quad C_1 = -\frac{\dot{q}_0}{k}$$

Observando que $dT/dx = C_1$ e $T(L) = C_1L + C_2$, a aplicação da segunda condição de contorno resulta em

$$-k\frac{dT(L)}{dx} = h[T(L) - T_\infty] \quad \rightarrow \quad -kC_1 = h[(C_1L + C_2) - T_\infty]$$

Substituindo $C_1 = -\dot{q}_0/k$ e resolvendo para C_2, obtemos

$$C_2 = T_\infty + \frac{\dot{q}_0}{h} + \frac{\dot{q}_0}{k}L$$

Substituindo agora C_1 e C_2 na solução geral (a), obtemos

$$T(x) = T_\infty + \dot{q}_0\left(\frac{L-x}{k} + \frac{1}{h}\right) \qquad (b)$$

que é a solução para a variação de temperatura da placa. As temperaturas nas superfícies interna e externa da placa são determinadas substituindo $x = 0$ e $x = L$, respectivamente, na relação (b):

$$\begin{aligned} T(0) &= T_\infty + \dot{q}_0\left(\frac{L}{k} + \frac{1}{h}\right) \\ &= 20°\text{C} + (40.000\ \text{W/m}^2)\left(\frac{0{,}005\ \text{m}}{15\ \text{W/m·K}} + \frac{1}{80\ \text{W/m}^2\text{·K}}\right) = \mathbf{533\ °C} \end{aligned}$$

e

$$T(L) = T_\infty + \dot{q}_0\left(0 + \frac{1}{h}\right) = 20\ °\text{C} + \frac{40.000\ \text{W/m}^2}{80\ \text{W/m}^2\text{·K}} = \mathbf{520\ °C}$$

Discussão Observe que a temperatura na superfície interna da placa é de 13 °C, maior que na superfície externa quando as condições de operação permanente são atingidas. Note também que essa análise da transferência de calor nos permite calcular as temperaturas em superfícies que não podemos nem mesmo alcançar. Esse exemplo demonstra como as condições de contorno de convecção e de fluxo de calor são aplicadas em problemas de transferência de calor.

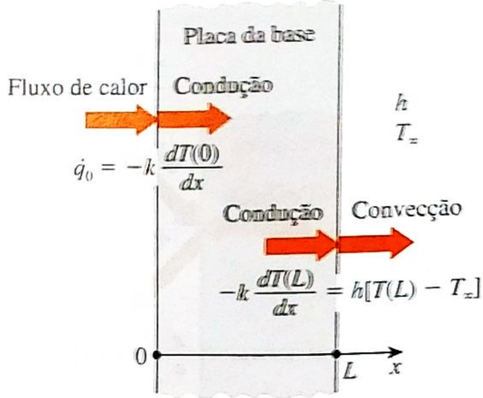

FIGURA 2–46 Condições de contorno na base de um ferro de passar, discutidas no Exemplo 2–12.