

EXERCÍCIOS DE INTRODUÇÃO À MECÂNICA NEWTONIANA

Introdução a astronáutica

Profa. Cláudia

Março/2019

Entrega por email em dupla dia 01/04/2019

1) Se a equação que descreve a trajetória elíptica de um satélite terrestre é dada por:

$$\frac{X^2}{9R_T^2} + \frac{Y^2}{4R_T^2} = 1$$

onde $R_T = 6.378 \text{ km}$ é o raio da Terra, $\mu = 3,986 \times 10^5 \text{ km}^3/\text{s}^2$, com o plano do movimento coincidente com o plano do Equador. Determine:

- a) A inclinação da órbita;
- b) O semieixo maior, semieixo menor e a excentricidade;
- c) Energia total específica e período orbital.

2) Um satélite é lançado no perigeu cuja a altura em relação a superfície da Terra é de 622 km. Sabendo que a altura do apogeu é de 3622 km, determine:

- a) O semieixo maior e a excentricidade;
- b) A velocidade no perigeu e apogeu;
- c) O período da órbita.

3) O cometa Austin (1982g) se move em uma órbita parabólica em relação ao Sol. Qual foi sua velocidade em 8 de outubro de 1982 quando estava a 1,1 U.A. de distância média do Sol? Pesquise para averiguar que numa órbita parabólica a energia é nula.

4) Qual o semieixo maior da órbita de um satélite terrestre lançado a uma altitude de 300 km com uma velocidade 10 km/s?

5) Se quisermos enviar um satélite até a Lua ou a qualquer outro planeta precisamos primeiro vencer o campo gravitacional da Terra. Qual é a menor velocidade necessária para um satélite artificial escapar do campo gravitacional da Terra. Estabelecendo diferentes altitudes:

- a) Superfície da Terra; b) 500 km; c) 2.000 km; d) 10.000 km;
- (Neste item é necessária uma pesquisa sobre velocidade de escape.)

6) Os satélites da constelação GPS (Global Positioning Satellites) possuem um período orbital de aproximadamente 11,993 horas e excentricidade nula. Qual o semieixo maior da órbita e a velocidade orbital?

7) Para um satélite tem-se que o módulo da velocidade e do raio orbital é de 13,7 km/s e de 7.410 km, respectivamente, quando a anomalia verdadeira é de 90° . Determine o semieixo maior e a excentricidade da órbita deste veículo.

8) Um satélite em órbita terrestre tem posição instantânea igual a:

$$\vec{R} = 6045\hat{i} + 3490\hat{j}[\text{km}]$$

e velocidade de:

$$\vec{V} = -2,457\hat{i} + 6,618\hat{j} + 2,533\hat{k}[\text{km/s}]$$

Determine a energia específica, o módulo do momento angular específico, o semieixo maior e a excentricidade.

9) O semieixo maior do planetóide 1982RA é de 1,568UA e sua distância ao Sol em 8 de outubro de 1982 foi de 1,17 UA. Determine a sua velocidade sabendo que o mesmo possui órbita elíptica ao redor do Sol.

10) Para um determinado tempo t os vetores posição e velocidade de três diferentes satélites foram observados por uma antena de rastreamento no sistema equatorial geocêntrico e são dados por:

- a) $\begin{cases} \vec{r} = -6.045 \hat{I} - 3.490 \hat{J} + 2.500 \hat{K} \text{ (km)} \\ \vec{v} = -3,457 \hat{I} + 6,618 \hat{J} + 2,533 \hat{K} \text{ (km/s)} \end{cases}$
- b) $\begin{cases} \vec{r} = 1,0 \hat{I} + 1,0 \hat{J} \text{ (ud)} \text{ (ud:unidade de distância)} \\ \vec{v} = -1,0 \hat{I} \text{ (ud/ut)} \text{ (ut:unidade de tempo)} \end{cases}$
- c) $\begin{cases} \vec{r} = 1,0 \hat{K} \text{ (ud)} \text{ (ud:unidade de distância)} \\ \vec{v} = -1,0 \hat{I} \text{ (ud/ut)} \text{ (ut:unidade de tempo)} \end{cases}$
- d) $\begin{cases} \vec{r} = 1,0 \hat{I} + 1,0 \hat{J} \text{ (ud)} \text{ (ud:unidade de distância)} \\ \vec{v} = 1,0 \hat{I} \text{ (ud/ut)} \text{ (ut:unidade de tempo)} \end{cases}$

determine os elementos orbitais destes satélites.

DADOS:

$G = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$ (constante de gravitação universal).

Massa da Terra = $5,975 \times 10^{24} \text{ kg}$

Massa do Sol = $1,9717 \times 10^{30} \text{ kg}$

Distância média Terra-Sol = $1,49 \times 10^8 \text{ km} = 1 \text{ U.A.}$

RESPOSTAS

- 1) $a = 19.134 \text{ km}$; $e = 0,745$; $\varepsilon = -10.416 \text{ J/kg}$; $T = 7,32 \text{ hs}$
- 2) $a = 8.500 \text{ km}$; $e = 0,25$; $T = 0.27 \text{ hs}$.
- 3) $v_{\text{cometa}} = 40,228 \text{ km/s}$
- 4) $a = 20.608,73 \text{ km}$
- 5) $v = 11,18 \text{ km/s}$; b) $v = 10,766 \text{ km/s}$; c) $v = 9,755 \text{ km/s}$; $v = 6,977 \text{ km/s}$
- 6) $a = 26.600 \text{ km}$; $v = 3,871 \text{ km/s}$
- 7) $a = -4975,93 \text{ km}$; $e = 1.58$
- 8) $\vec{h} = 8.840,17 \hat{I} - 15.311,98 \hat{J} + 48.580,74 \hat{K}$; $\varepsilon = -28,98 \text{ J/kg}$; $e = 0.158$; $a = 6.877,16 \text{ km}$
- 9) -
- 10) a) $e = 0,1712$; $i = 153^\circ,20$ (órbita retrógrada); $\Omega = 255^\circ,30$; $\omega = 20^\circ,07$; $\theta = 28^\circ,45$
b) $e = 0,765$; $i = 0^\circ$; $\Pi = 157^\circ,55$; $\theta = 247^\circ,50$
d) $e = 0,765$; $i = 180^\circ$ (órbita retrógrada), $\Pi = 202^\circ,50$; $\theta = 112^\circ,50$