DETERMIAÇÃO DE ÓRBITAS

Agradecimentos Profa. Cecília Zanardi

1- Os Elementos Orbitais

Com eles pode-se descrever as órbitas no espaço, ou seja, visualizando sua forma, tamanho e orientação. Assim também é possível determinar a posição do veículo espacial no espaço. Estes elementos são denominados de

ELEMENTOS ORBITAIS CLÁSSICOS

Tamanho da órbita: Semieixo maior, a.

Forma da órbita: Excentricidade, e.

Orientação do plano orbital no espaço : Dado pela inclinação, i e pela longitude do nodo ascendente, Ω.

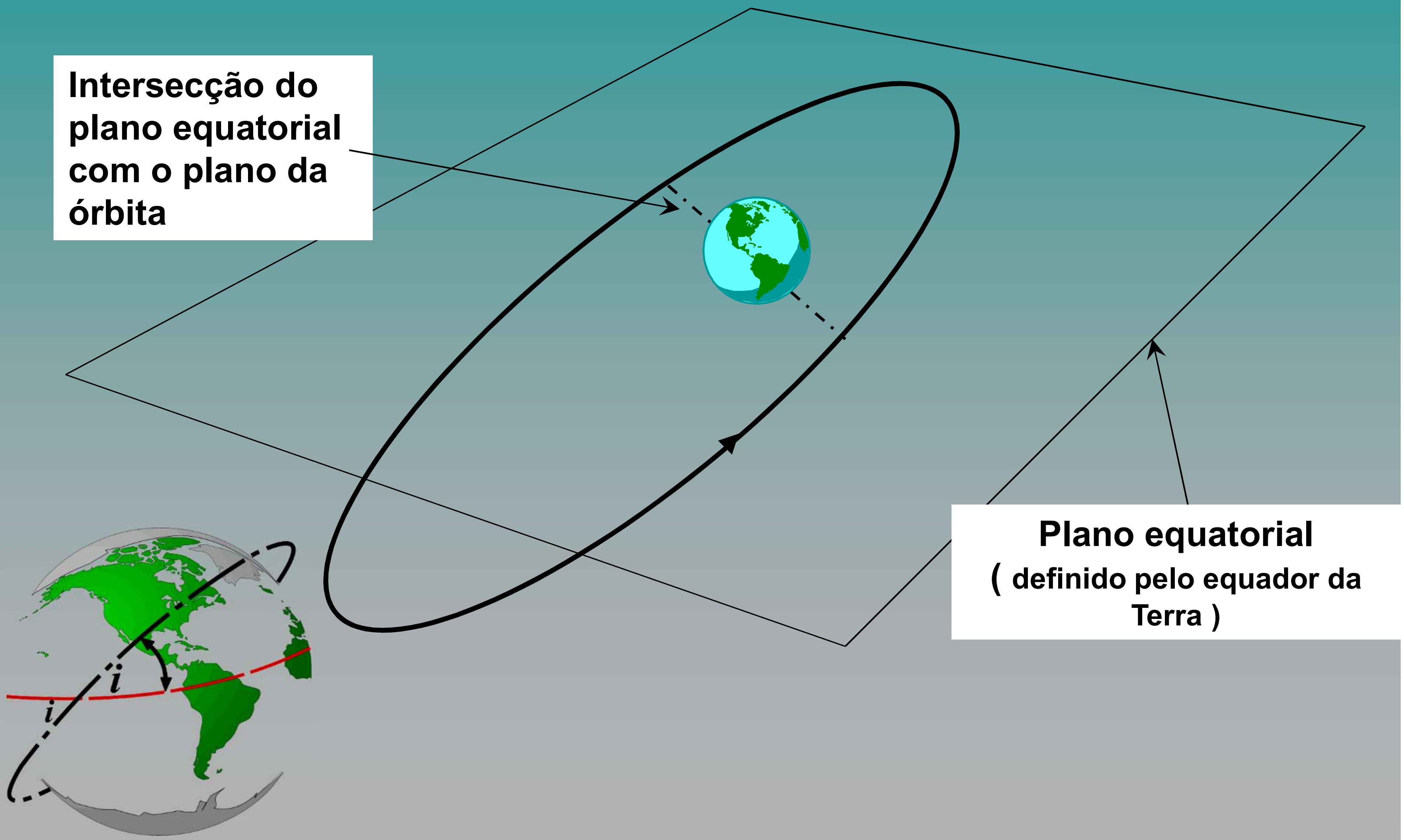
Orientação da órbita no plano: Argumento do perigeu, ω.

Localização do veículo espacial na órbita Anomalia verdadeira, θ.

Definindo os elementos orbitais clássicos

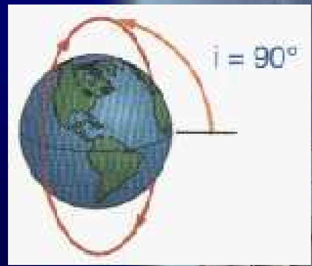
A INCLINAÇÃO descreve a orientação de uma órbita com respeito ao nosso sistema de coordenadas. Isto é o ângulo formado entre o plano de órbita e o plano fundamental. Uma outra representação é defini-lo como o ângulo formado entre o vetor momento angular especifico e o vetor normal ao plano fundamental. A inclinação varia entre 0^0 a 180^0

Inclinação (i)



TIPOS DE ORBITAS E SUAS INCLINAÇÕES

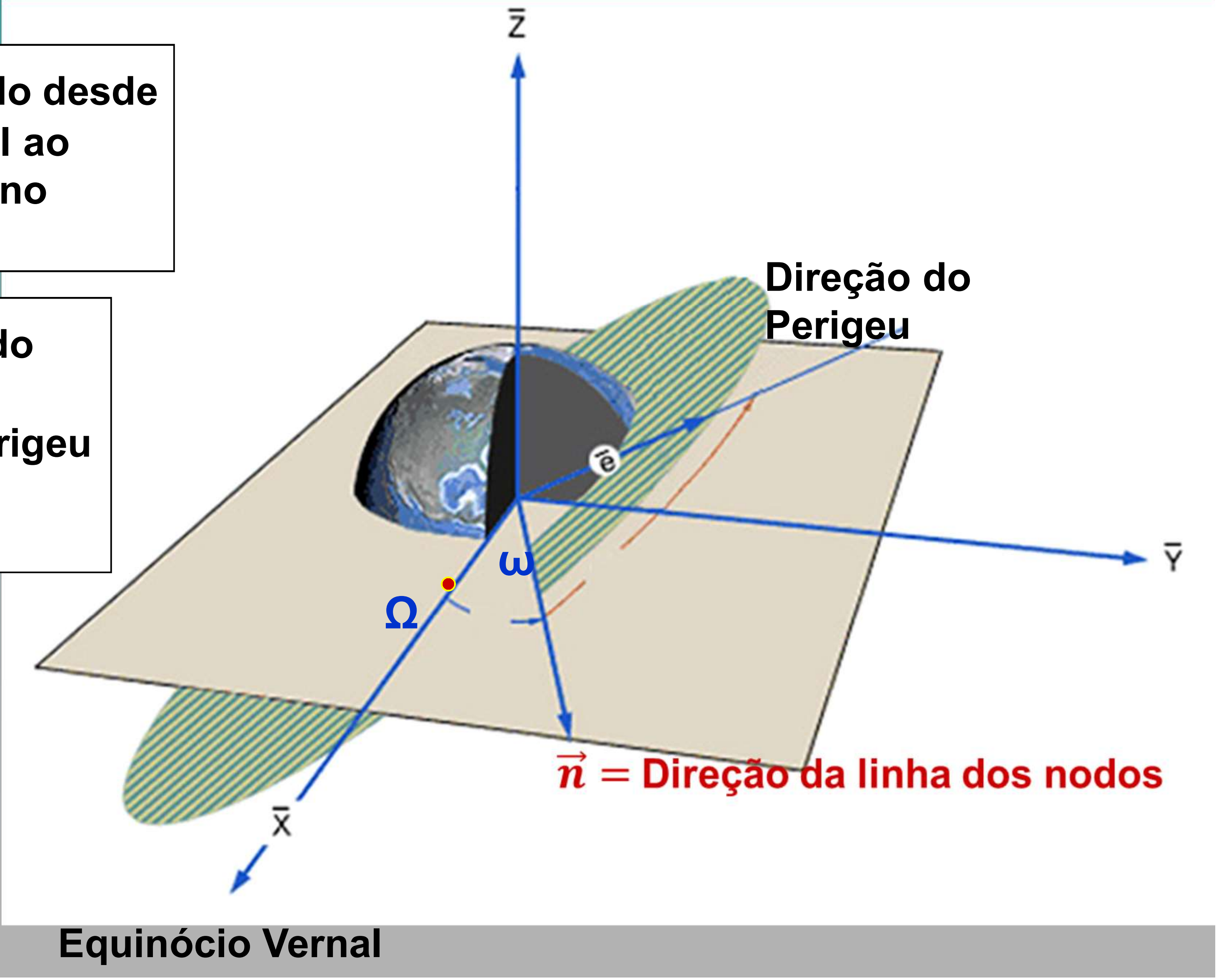
Inclinação	Tipo de órbita
0^0 ou 180^0	equatorial
90^0	polar
$0^0 < i < 90^0$	Direta ou prograde (move-se na direção de rotação da Terra).
$90^0 < i < 180^0$	Indireta ou retrograda (move-se na direção oposta a rotação da Terra).



Ascensão Reta do Nodo Ascendente Ω e Argumento do perigeu ω

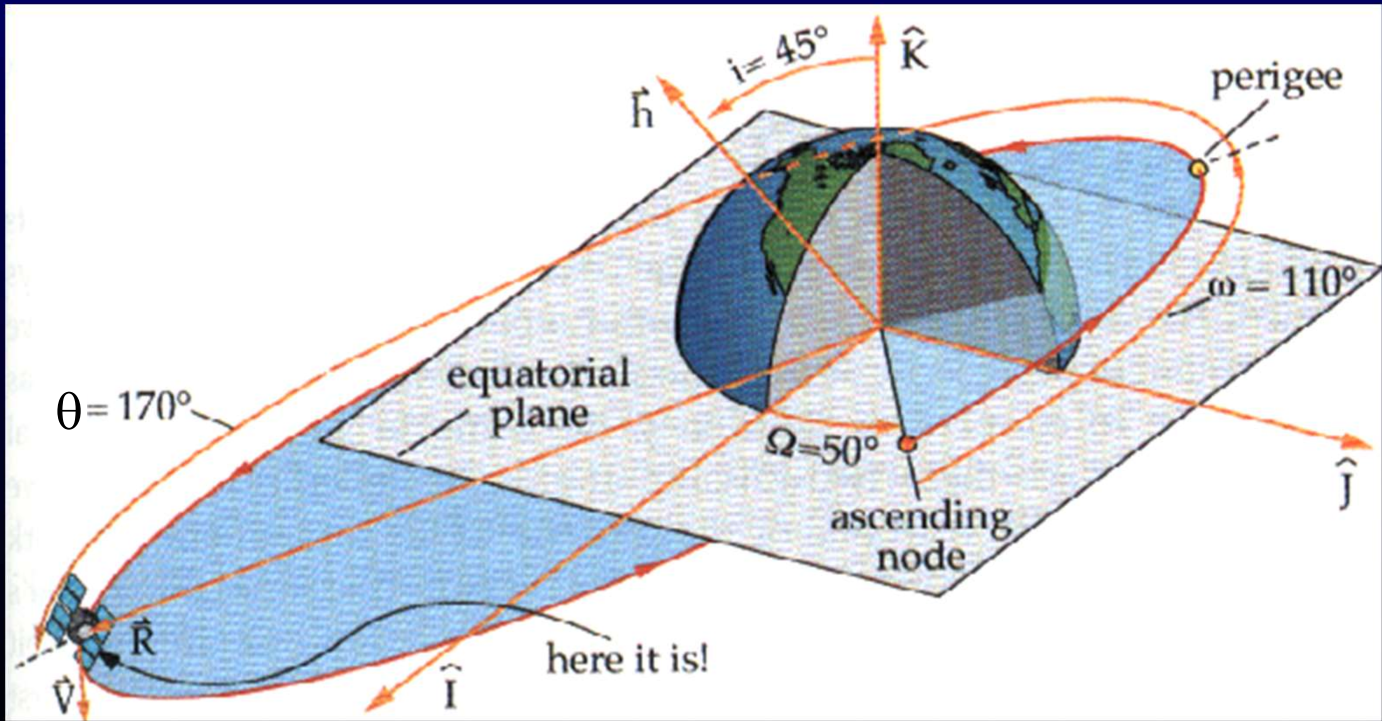
Ω = ângulo medido desde o equinócio vernal ao nodo ascendente no plano do equador

ω = ângulo medido desde node ascendente ao perigeu sobre o plano da órbita



Um exemplo:

- Semieixo maior, a = 50 000 Km
- Excentricidade, e = 0,4
- Inclinação, i = 45º
- Ascensão reta do nodo ascendente, Ω = 50º
- Argumento do Perigeu, ω = 110º
- Anomalia Verdadeira, θ = 170º



Elementos Orbitais para várias missões:

Mission	Orbital Type	Semimajor Axis (Altitude)	Period	Inclination	Other
• Communication • Early warning • Nuclear detection	Geostationary	42,158 km (35,780 km)	~24 hr	~0°	$e \cong 0$
• Remote sensing	Sun-synchronous	~6500 – 7300 km (~150 – 900 km)	~90 min	~95°	$e \cong 0$
– Weather	Geostationary	42,158 km (35,780 km)	~24 hr	~0°	$e \cong 0$
• Navigation – GPS	Semi-synchronous	26,610 km (20,232 km)	12 hr	55°	$e \cong 0$
• Space Shuttle	Low-Earth orbit	~6700 km (~300 km)	~90 min	28.5°, 39°, 51°, or 57°	$e \cong 0$
• Communication/ intelligence	Molniya	26,571 km (R_p = 7971 km; R_a = 45,170 km)	12 hr	63.4°	$\omega = 270°$ $e = 0.7$

Elementos orbitais alternativos:

Nem sempre podemos definir todos os elementos orbitais clássicos

Casos:

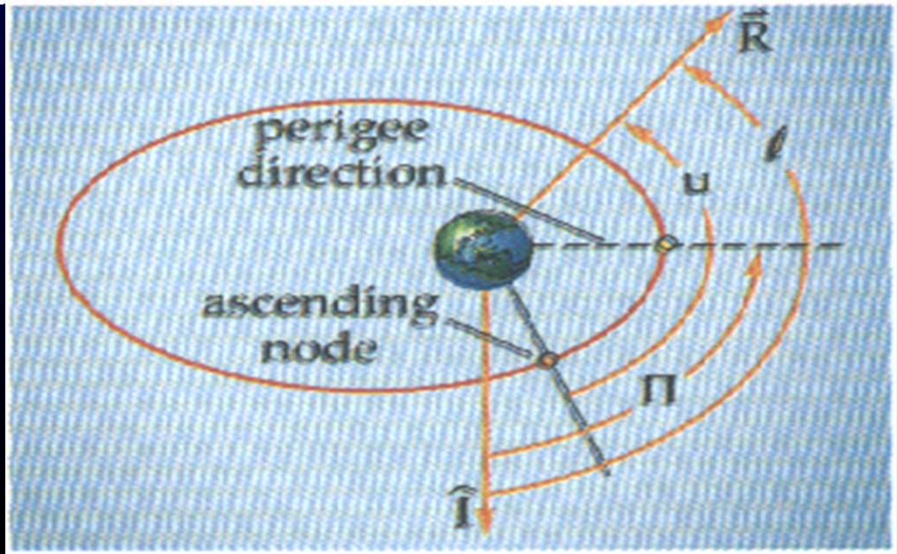
<u>Órbita Circular:</u> Não tem perigeu. Nesse caso argumento do perigeu (ω) ou anomalia verdadeira (θ) não estão definidos. Devido a que ambos usam o perigeu como referência.

Assim, DEFINIMOS o ARGUMENTO DA LATITUDE u medida na órbita desde o nodo ascendente a posição do veículo espacial, sendo medida na direção do movimento do veículo espacial.

Órbita Equatorial: Neste caso $i = 0^0$ ou 180^0. Assim, o nodo ascendente não existe. Argumento do perigeu (ω) e ascensão do nodo (Ω) são indefinidos.

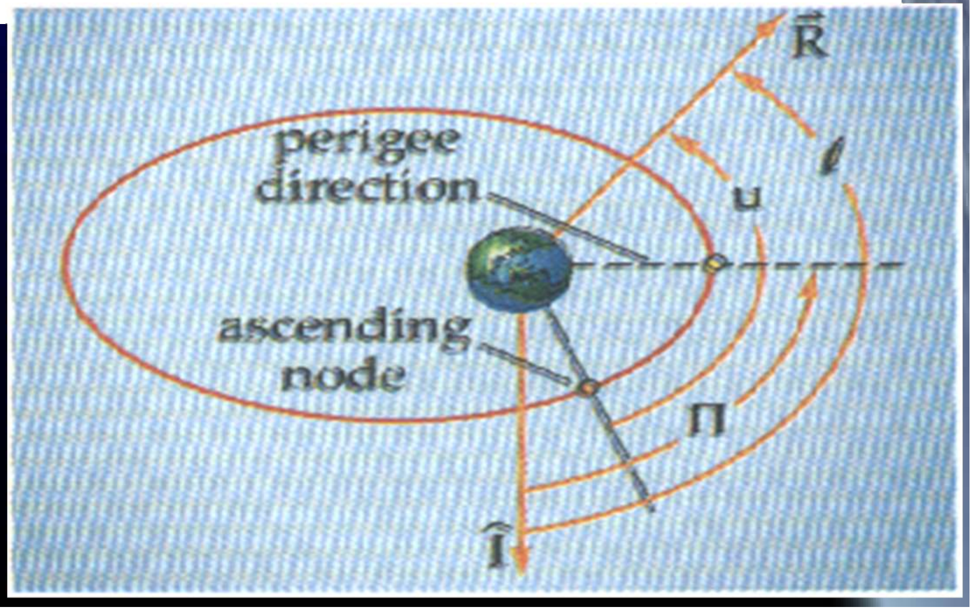
Assim, DEFINIMOS a **LONGITUDE DO PERIGEU, π,** ângulo medido desde a direção principal ao perigeu na direção do movimento do veículo espacial.

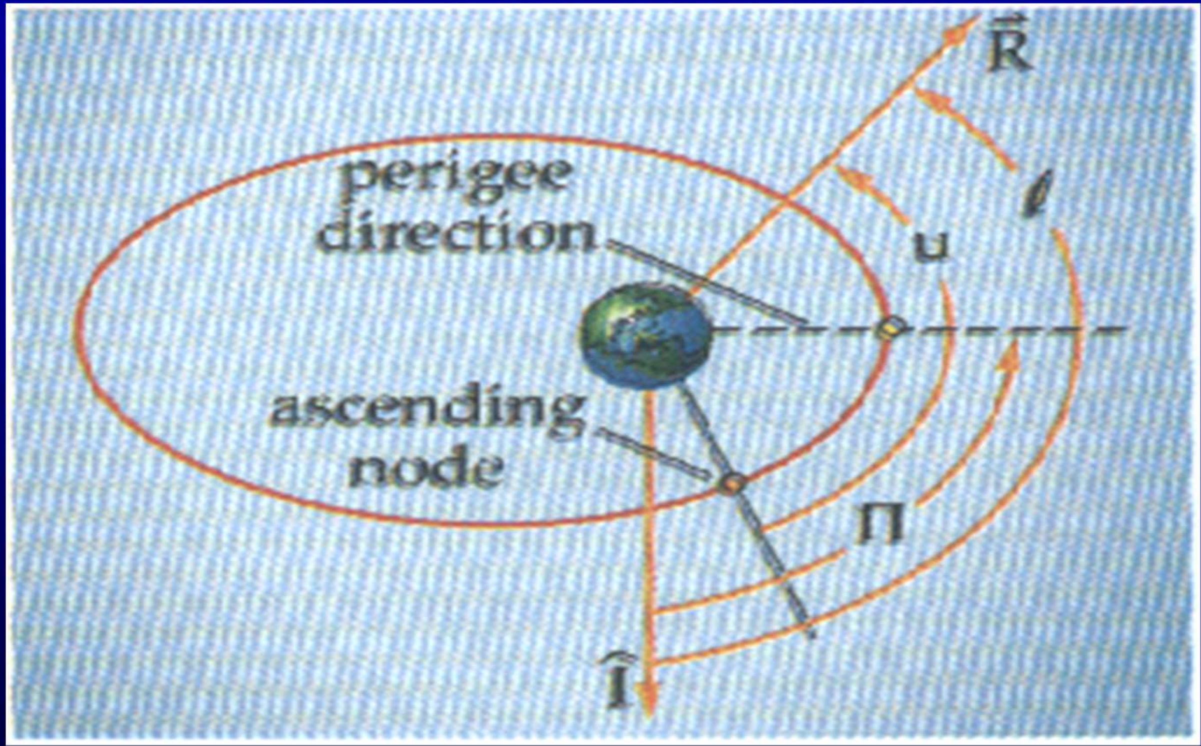
Variando entre 0^0 e 360^0



Órbita Equatorial Circular: **O argumento do perigeu (ω), a ascensão do nodo (Ω) e anomalia verdadeira (θ) são todos indefinidos.**

Assim, DEFINIMOS a LONGITUDE VERDADEIRA, ℓ, ângulo medido desde o eixo principal a posição do veículo espacial na direção do movimento do veículo espacial. Variando entre $0^0 \leq \ell \leq 360^0$





Element	Name	Description	Range of Values	When to Use
u	Argument of latitude	Angle from ascending node to the spacecraft's position	$0° \le u < 360°$	Use when there is no perigee (e = 0)
Π	Longitude of perigee	Angle from the principal direction to perigee	$0° \le \Pi < 360°$	Use when equatorial (i = 0 or 180°) because there is no ascending node
ℓ	True longitude	Angle from the principal direction to the spacecraft's position	$0° \le \ell < 360°$	Use when there is no perigee and ascending node (e = 0 and i = 0 or 180°)

2.- Determinação dos Elementos Orbitais

Dados o VETOR POSIÇÃO E A VELOCIDADE de um veículo espacial, em um tempo particular, podemos determinar os ELEMENTOS ORBITAIS CLÁSSICOS.

Na prática através das estações de rastreio podemos determinar a velocidade e posição. Assim é possível converter os vetores posição e velocidade em ELEMENTOS CLÁSSICOS ORBITAIS

Determinação do semieixo maior (a):

$$\varepsilon = \frac{1}{2}V^2 - \frac{\mu}{R}$$

$$a = -\frac{\mu}{2\varepsilon}$$

Determinação da excentricidade (e):

$$\vec{e} = \frac{1}{\mu}\left[\left(V^2 - \frac{\mu}{R}\right)\vec{R} - \left(\vec{R}\ .\ \vec{V}\right)\vec{V}\right]$$

Vetor excentricidade aponta na

direção do perigeu da órbita.

Algumas vezes é denominado de vetor perigeu.

Determinação da inclinação (i):

$$I = \cos^{-1}\left(\frac{\hat{K}\ .\ \vec{h}}{h}\right)$$

Vetor unitário $\hat{K}$ aponta na direção do pólo norte e o vetor h é o momento angular especifico.

Se hk é a componente do vetor h na direção K.

$$h_k > 0 \Rightarrow 0 < i < 90^o \rightarrow \text{movimento prógrado}$$

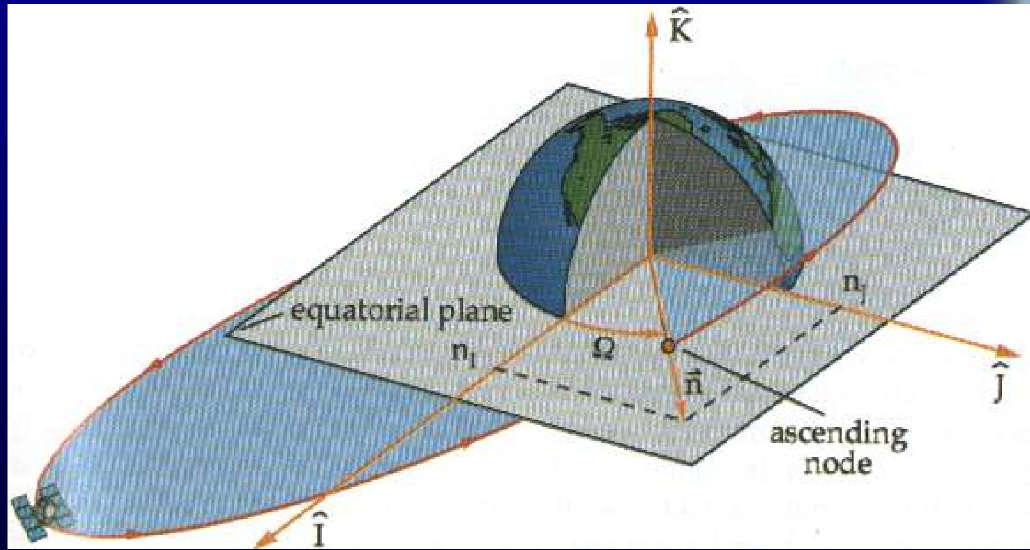
$$h_k < 0 \Rightarrow 90^o < i < 180^o \longrightarrow \text{movimento retrógado}$$

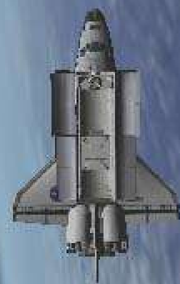
$$h_k = 0 \Rightarrow i = 90^o$$

Determinação da ascensão reta do nodo ascendente (Ω):

$$\vec{n} = \hat{K} \times \vec{h}$$

$$\Omega = \cos^{-1}\left(\frac{\hat{I}.\vec{n}}{n}\right)$$





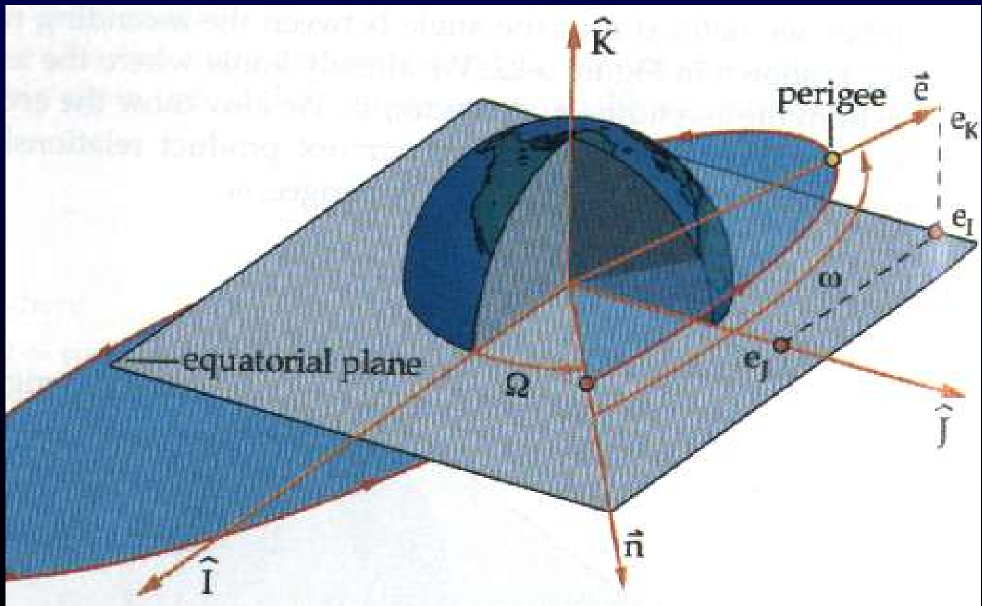
$$\text{Se } n_J \geq 0 \;\; \rightarrow 0^0 \leq \Omega \leq 180^0$$

$$\text{Se } n_J < 0 \;\; \rightarrow 180^0 < \Omega < 360^0$$

Vetor unitário $\hat{I}$ aponta na direção do inercial OX e o vetor n é o vetor nodos ascendente.

Determinação do argumento do perigeu (ω):

$$\omega = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{n}.\vec{e}}{e\ n}\right)$$



$$\text{Se } e_K \geq 0 \ \rightarrow 0^0 \leq \omega \leq 180^0$$

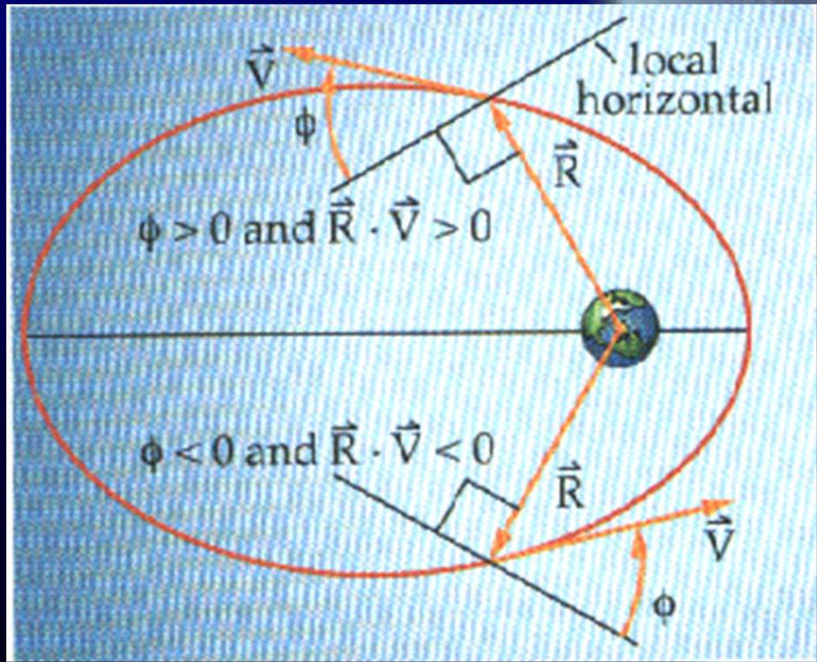
$$\text{Se } e_K < 0 \ \rightarrow 180^0 < \omega < 360^0$$

Determinação da anomalia verdadeira (θ):

$$\nu = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{e}\ .\ \vec{R}}{eR}\right)$$

$$\text{Se } \vec{R}\ .\ \vec{V} \geq 0\ (\phi \geq 0) \rightarrow 0^0 \leq \nu \leq 180^0$$

$$\text{Se } \vec{R}\ .\ \vec{V} < 0\ (\phi < 0) \rightarrow 180^0 < \nu < 360^0$$



ELEMENTOS ALTERNATIVOS

Órbita circular ⟶ Argumento da latitude, u

$$u = cos^{-1}\left[\frac{(\vec{r}.\vec{n})}{rn}\right]$$

Se $r_x > 0 \Longrightarrow 0^o < u < 180^o$

Se $r_x < 0 \Longrightarrow 180^o < u < 360^o$

Órbita equatorial ⟶ Longitude do perigeu, Π

$$\Pi = cos^{-1}\left[\frac{(e_x)}{e}\right]$$

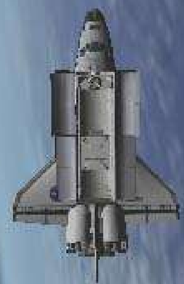
Se $e_y > 0$ $\quad 0^o < \Pi < 180^o$

Se $e_y < 0$ $\quad 180^o < \Pi < 360^o$

ELEMENTOS ALTERNATIVOS

Órbita circular e equatorial $\longrightarrow$ Longitude verdadeira, l

$$\boxed{l = cos^{-1}\left[\frac{(r_x)}{r}\right]} \quad \left.\begin{array}{ll} \text{Se } r_y > 0 & 0^o < l < 180^o \\ \text{Se } r_y < 0 & 180^o < l < 360^o \end{array}\right\}$$



OBSERVÇÃO: Estes condicionais foram obtidos considerando movimentos diretos (inclinação menor que 90°). Para movimento retrógado os condicionais são todos invertidos.