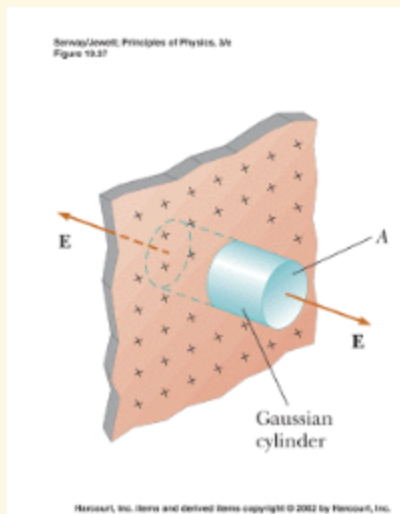


Para a placa de vidro (um bom isolante), também usamos a lei de Gauss. Nesse caso não sabemos o valor do campo no interior do vidro, contudo podemos usar a simetria do problema: o campo na região imediatamente superior a superfície deve ter o mesmo módulo que o campo na região inferior. Como a placa é dita muito grande (infinitamente grande para efeitos práticos) o campo elétrico também deve ser perpendicular a superfície. Usando esses dois fatos na lei de Gauss, podemos concluir que nessa situação o campo terá módulo  $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$  nas duas regiões.



Questão 15

Completo

Não avaliada

🚩 Marcar  
questão

Considere uma casca esférica metálica com raio interno  $r_1$  e raio externo  $r_2$ . A casca é carregada com uma carga  $+Q$ . Se além desta carga tivermos uma carga pontual  $-q$  dentro da casca esférica a uma distância  $d < r_1$  do seu centro, qual será a carga na parede interna da esfera?

Escolha uma:

- ☐ a.  $Q-q$
- ☐ b.  $Q+q$
- ☒ c.  $-Q+q$
- ☐ d.  $-Q-q$

Sua resposta está incorreta.

O campo dentro do metal deve ser zero, portanto na parede interna,  $r_1$ , deve existir uma carga que anule as linhas de campo da carga  $-q$ . Usando a Lei de Gauss e a simetria esférica do problema podemos concluir que a distribuição de cargas será uniforme ao longo de toda a superfície e a carga total deve ser  $+q$ . Como haviam  $+Q$  cargas na casca, ficam na casca externa  $Q - q$ .

A resposta correta é:  $Q-q$ .

Questão 16

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Uma esfera de raio  $2R$  é feita de material não condutor e tem uma densidade volumétrica de carga  $\rho$  (assuma que o material não interfere no campo elétrico e por isso você pode usar  $\epsilon_0$ ). Uma cavidade esférica de raio  $R$  é feita no interior desse objeto (veja figura). Defina o vetor  $\vec{R} = R\hat{j}$  que começa no centro da esfera não

# Exemplos de uso da lei de Gauss

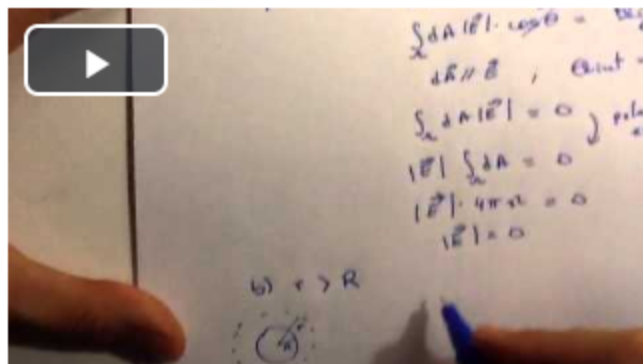
O cálculo de uma integral de superfície pode ser muito complicado, já que precisamos parametrizar a superfície e determinar os vetores normais a ela. Você pode ver os detalhes na página da [Khan Academy](#).

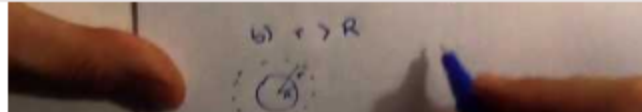
A lei de Gauss só é útil para calcular o campo elétrico quando o problema apresenta uma simetria, o que facilita o cálculo da integral e nos permite (usando nossa intuição física) descobrir o campo elétrico.

Existem algumas simetrias que iremos usar repetidamente. Em seguida estão exemplos tirados da apostila de Física 3 da USP (FCI0335-3).

## Simetria esférica:

Você pode ver a solução do problema de uma esfera metálica com carga  $q$  nesse





Preste bastante atenção nas informações que são escritas e como elas são escritas. É necessário sempre fazer um desenho e indicar as direções e sentidos dos vetores. De maneira resumida temos

### Campo elétrico gerado por uma casca esférica de carga $q$ e raio $R$ .

**Dentro da casca:** Considere-se a superfície  $S_1$  que é uma esfera de raio  $r < R$  e cujo centro coincide com a da esfera.

O fluxo elétrico é  $\Phi = 4\pi r^2 E_i = \frac{q_{env}}{\epsilon_0} = 0$ , portanto

$$E_i = 0$$

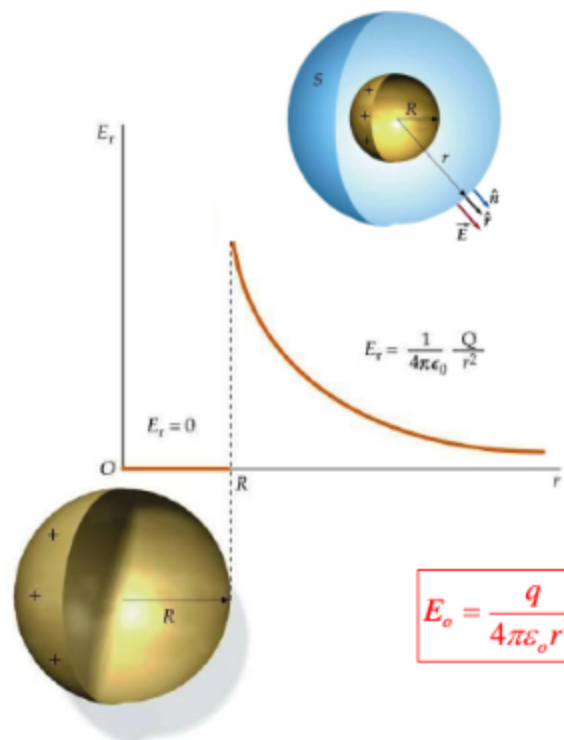
**Fora da casca:** Considere-se a superfície  $S_2$  que é uma esfera de raio  $r > R$  e cujo centro coincide com a da esfera.

O fluxo elétrico é  $\Phi = 4\pi r^2 E_o = \frac{q_{env}}{\epsilon_0} = \frac{q}{\epsilon_0}$ .  
Portanto,

$$E_o = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Uma outra variação seria uma esfera com uma densidade volumétrica de cargas [Erro na fórmula matemática], você pode ver a solução nesse

Um problema mais simples seria se a densidade de cargas fosse constante, [Erro na fórmula matemática].



### Campo elétrico de uma casca esférica de cargas

O campo elétrico dentro de uma esfera oca carregada uniformemente é nulo.

Uma carga de prova colocada dentro da esfera não experimenta nenhuma força elétrica.

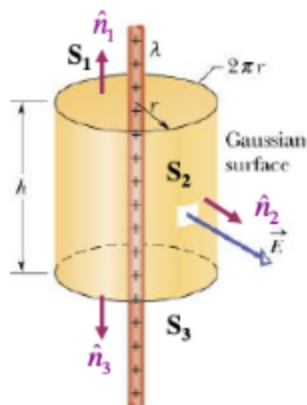
$$E_o = \frac{q}{4\pi\epsilon_o r^2}$$

Tipler & Mosca, Física (LTC, 2009) ©2008 by W.H. Freeman and Company

Simetria cilíndrica

$\vec{E}$  gerado por barra de plástico cilíndrica uniformemente carregada.

A barra está carregada com a densidade linear de

**$\vec{E}$  gerado por barra de plástico cilíndrica uniformemente carregada.**

A barra está carregada com a densidade linear de carga  $\lambda$ . Utiliza-se superfície gaussiana de mesma simetria (campo radial), i.e. cilindro de raio  $r$  e altura  $h$ . Divide-se em três seções  $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_3$  e faz-se a análise  $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3$ .

Observa-se que  $\Phi_1$  e  $\Phi_3$  desaparecem.

$$\Phi = EA \cos 0 = 2\pi r h E; \quad \Phi = \frac{q_{env}}{\epsilon_0} = \frac{\lambda h}{\epsilon_0}$$

$$2\pi r h E = \frac{\lambda h}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

## Plano infinito

 **$\vec{E}$  gerado por um plano fino, infinito não condutor, carregado**

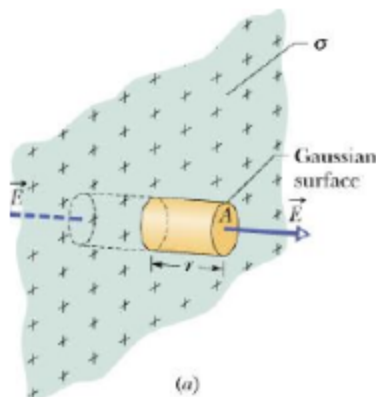
Assume-se carga positiva de densidade superficial  $\sigma$ . Da simetria vê-se que  $\vec{E}$  é constante e perpendicular à superfície, saindo dela. Escolhemos uma superfície

$$2\pi r h E = \frac{\lambda h}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

Plano infinito

$\vec{E}$  gerado por um plano fino, infinito não condutor, carregado



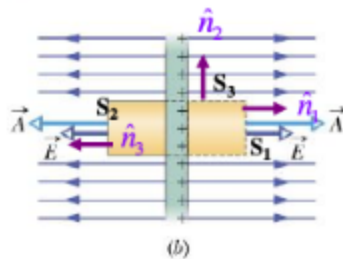
Assume-se carga positiva de densidade superficial  $\sigma$ . Da simetria vê-se que  $\vec{E}$  é constante e perpendicular à superfície, saindo dela. Escolhemos uma superfície gaussiana cilíndrica  $S$  com área  $A$  em ambos os lados. Divide-se a superfície em 3 seções e faz-se a análise anteriormente apresentada:

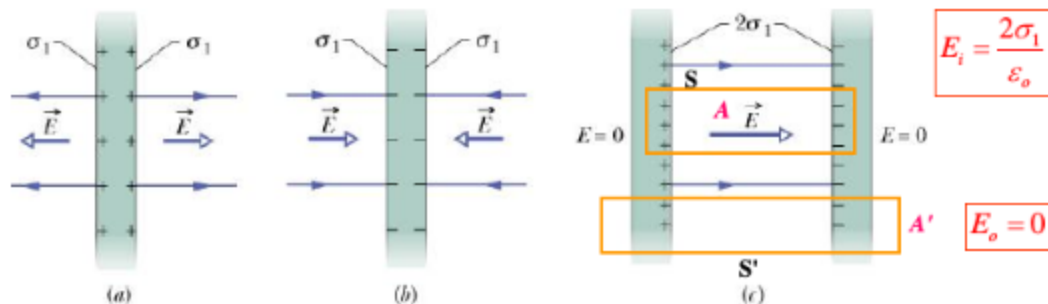
$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3;$$

$$\Phi_1 = \Phi_2 = EA \cos 0 = EA; \quad \Phi_3 = 0$$

$$\Phi = 2EA \quad \Phi = \frac{q_{env}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma A}{\epsilon_0} = 2EA$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$





No caso de dois planos infinitos paralelos carregados com  $\sigma_1$  e  $-\sigma_1$ , tem-se que a distribuição de cargas de um plano inicialmente não influencia no outro mas ao aproximá-los, as cargas de um atraem as do outro. Neste caso, há movimento das cargas para a superfície. Aplicamos a lei de Gauss utilizando uma superfície cilíndrica  $S$  com área  $A$  em ambos os lados. O fluxo líquido entre as placas é dado por:

$$\Phi = E_i A = \frac{q_{env}}{\varepsilon_0} = \frac{2\sigma_1 A}{\varepsilon_0} \rightarrow E_i = \frac{2\sigma_1}{\varepsilon_0}$$

Para encontrar o campo fora da região das placas, aplicamos agora a superfície  $S'$  com área das bases  $A'$ . O fluxo é:

$$\Phi = E_o A = \frac{q_{env}}{\varepsilon_0} = 0$$



A resposta correta é: o campo realiza trabalho sobre a carga..

Questão 4

Completo

Não avaliada

▼ Marcar  
questão

Faça a distinção entre potencial elétrico e energia potencial elétrica.

O potencial elétrico é uma propriedade do espaço em que há um campo elétrico. Sabemos que uma carga pontual cria um campo elétrico e que o potencial elétrico depende da carga que cria esse campo e da posição relativa à carga elétrica. Enquanto que a energia potencial elétrica é definida como a capacidade de um campo elétrico em realizar trabalho sob uma carga de prova.

Quando um objeto "B" com elétrica está imerso no campo elétrico gerado por outra carga no corpo "A" (ou cargas), o sistema tem energia potencial elétrica. A variação de energia pode ser medida pela observação de quanto trabalho o campo realiza sobre o corpo B quando este é movido de um local de referência. Para evitarmos falar de ação a distância, nos sempre imaginamos que a carga "A" gera um campo elétrico em todo o espaço. Esse campo elétrico pode ser entendido a partir de um potencial elétrico. O potencial elétrico age sobre "B" e define a energia potencial do sistema "A-B".

Questão 5

Correto

Atingiu 1,00 de  
1,00

▼ Marcar

A energia potencial de um par de cargas que se atraem é

Escolha uma:

☐ A. positiva.

funciona?

É possível blindar um circuito elétrico ou laboratório contra campos elétricos a partir do momento que revestirmos o equipamento ou local com material metálico, pois de acordo com as leis da eletrostática, o campo elétrico no interior de um condutor é nulo.

Usando uma caixa condutora. Qualquer campo elétrico externo irá fazer com que as cargas na superfície da caixa se re-organizem para cancelar qualquer campo elétrico no seu interior. Esse efeito é chamado de "Gaiola de Faraday".

Veja o vídeo de um carro sendo atingido por um raio:



Questão 14

Completo

Não avaliada

Marcar  
questão

Dois corpos carregados com a mesma carga  $Q$  podem ter uma diferença de potencial elétrico entre eles? Explique.

Como os dois corpos possuem a mesma carga  $Q$ , desse modo se forem separados por uma distância  $R$ , eles possuem o mesmo potencial elétrico o que se traduz em uma diferença de potencial nula.

Sim, podem ter uma diferença de potencial. Um exemplo pode ser útil para entender a situação:

Imagine duas esferas metálicas de raios  $r_1$  e  $r_2$  que estão muito afastadas. Se arbitramos que o potencial elétrico é zero no infinito (uma convenção muito comum), ao carregarmos cada uma das esferas com a carga  $Q$  trazendo cargas do infinito teremos que o potencial elétrico de cada uma será  $V_1 = \frac{kQ}{r_1}$  e  $V_2 = \frac{kQ}{r_2}$  (lembre que iremos trazer as cargas apenas até a superfície de cada esfera, já que elas são metálicas, por isso os potenciais são diferentes). Se conectarmos um fio nas superfícies das duas esferas haverá corrente elétrica passando pelo fio, já que existe uma diferença de potencial elétrico se  $r_1 \neq r_2$ . Tente descobrir qual seria a carga elétrica em cada esfera depois que o equilíbrio eletrostático se estabelecer.



Aplicando a definição de potencial elétrico temos que  $V_b - V_a = -Ed$

Em relação a energia cinética no ponto B, temos:

Considerando que temos em ação durante o percurso d somente uma força elétrica, temos pelo Princípio Fundamental da Dinâmica que:  $Eq = ma$ , sendo q - carga do próton e m - massa do próton

Disso tiramos que  $v^2 = 2a\Delta S \rightarrow v^2 = 2Eqd/m$

Portanto temos que a energia cinética  $K = mv^2/2 \rightarrow K = Eqd$

Usando que

$$\Delta V = - \int_0^d dx |\vec{E}| = - |\vec{E}| d$$

onde usamos que o campo elétrico aponta na mesma direção e é paralelo ao o vetor  $d\vec{x}$ .

A variação de energia cinética é igual a menos a variação da energia potencial (para lembrar disto use que a energia total no ponto A deve ser igual a energia total no ponto B),

$$\Delta K = -\Delta U = -q\Delta V = q |\vec{E}| d.$$

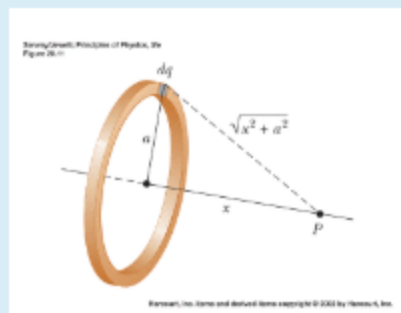
Questão 17

Completo

Não avaliada

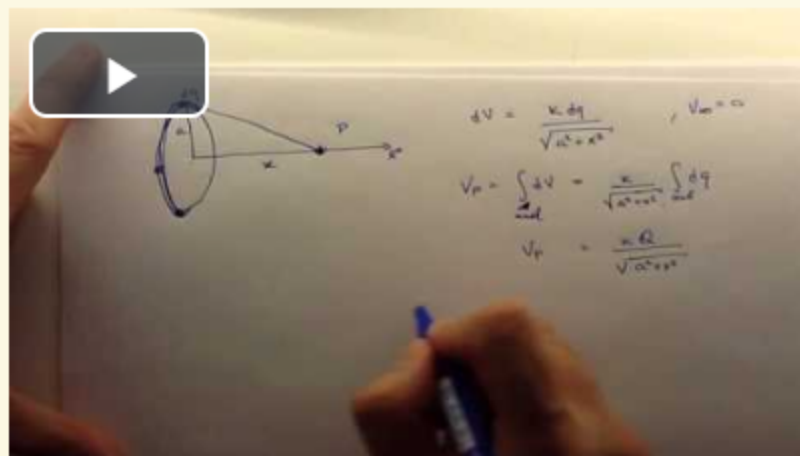
Marcar  
questão

Qual o potencial elétrico no ponto P se o anel da figura está uniformemente carregado?



Visto que  $dV(P) = K dq / (x^2 + a^2)^{1/2}$  então temos que  $V(P) = q/4\pi\epsilon_0 (x^2 + a^2)^{1/2}$

Veja a solução nesse



Sua resposta está incorreta.

O mais simples é a solução usando a lei de Gauss para um fio infinito e depois aplicar a definição de diferença de potencial elétrico. Fazendo dessa forma o problema é muito simples e rápido.

Porém, para exercitarmos um pouco o curso de FUV, podemos também fazer o problema usando  $\ell$  finito. Se assumirmos que o potencial é zero no infinito, então:

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx'}{(x'^2 + y^2)^{1/2}}$$

Fazendo a integral temos

$$\begin{aligned} V &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\ell/2}^{\ell/2} \frac{dx'}{\sqrt{x'^2 + y^2}} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \left[ x' + \sqrt{x'^2 + y^2} \right] \Bigg|_{-\ell/2}^{\ell/2} \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \left[ \frac{(\ell/2) + \sqrt{(\ell/2)^2 + y^2}}{-(\ell/2) + \sqrt{(\ell/2)^2 + y^2}} \right] \end{aligned}$$

Esse é o potencial no ponto  $P$ . Se substituirmos nessa expressão  $y$  por  $r_1$  encontramos o potencial imediatamente acima da superfície do cilindro. Se subtrairmos as duas respostas e usarmos as propriedades do logaritmo,  $\ln(a) - \ln(b) = \ln(a/b)$ , encontramos a resposta. Basta agora tomar  $\ell \rightarrow \infty$  para acharmos a expressão da resposta (coloque  $\ell$  em evidência e aproxime  $\sqrt{1 + \delta^2} \approx 1 + \frac{1}{2}\delta^2$  para  $\delta \ll 1$ ).

A resposta correta é:  $\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln(y/r_1)$

Questão 19

Incorreto

Atingiu 0,00 de 1,00

🚩 Marcar questão

Sempre podemos definir um potencial elétrico para um campo elétrico? Em outras palavras: a equação

$$\vec{E}(\vec{r}) = - \left( \frac{\partial V(\vec{r})}{\partial x}, \frac{\partial V(\vec{r})}{\partial y}, \frac{\partial V(\vec{r})}{\partial z} \right) \text{ é sempre verdade?}$$

Escolha uma opção:

- ☒ Verdadeiro ✖
- ☐ Falso

Essa equação só é verdade no caso da eletrostática (em que cargas não estão se movimentando). Existem várias maneiras para se entender isso. A mais direta é usando o **teorema de Schwarz** de cálculo.

Suponha que seja verdade que

$$\vec{E}(\vec{r}) = - \left( \frac{\partial V(\vec{r})}{\partial x}, \frac{\partial V(\vec{r})}{\partial y}, \frac{\partial V(\vec{r})}{\partial z} \right)$$

Se por exemplo pegarmos  $E_x(\vec{r})$  e tomarmos sua derivada com relação a  $y$  e pegarmos  $E_y(\vec{r})$  e tomarmos sua derivada com relação a  $x$  encontramos que:

$$\frac{\partial E_x(\vec{r})}{\partial y} = - \frac{\partial^2 V(\vec{r})}{\partial y \partial x}$$

$$\frac{\partial E_y(\vec{r})}{\partial x} = - \frac{\partial^2 V(\vec{r})}{\partial x \partial y}$$

Suponha que seja verdade que

$$\vec{E}(\vec{r}) = - \left( \frac{\partial V(\vec{r})}{\partial x}, \frac{\partial V(\vec{r})}{\partial y}, \frac{\partial V(\vec{r})}{\partial z} \right)$$

Se por exemplo pegarmos  $E_x(\vec{r})$  e tomarmos sua derivada com relação a  $y$  e pegarmos  $E_y(\vec{r})$  e tomarmos sua derivada com relação a  $x$  encontramos que:

$$\frac{\partial E_x(\vec{r})}{\partial y} = - \frac{\partial^2 V(\vec{r})}{\partial y \partial x}$$

$$\frac{\partial E_y(\vec{r})}{\partial x} = - \frac{\partial^2 V(\vec{r})}{\partial x \partial y}$$

O que pelo teorema de Schwarz implicaria que

$$\frac{\partial E_x(\vec{r})}{\partial y} = \frac{\partial E_y(\vec{r})}{\partial x}$$

Considere o seguinte exemplo:

$$\vec{E} = \left( -\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}, \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}, 0 \right)$$

Quando calculamos as derivadas cruzadas, obtemos que:

$$\frac{\partial E_x(\vec{r})}{\partial y} = \frac{xy}{(x^2+y^2)^{3/2}}$$



O que pelo teorema de Schwarz implicaria que

$$\frac{\partial E_x(\vec{r})}{\partial y} = \frac{\partial E_y(\vec{r})}{\partial x}$$

Considere o seguinte exemplo:

$$\vec{E} = \left( -\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}, \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}, 0 \right)$$

Quando calculamos as derivadas cruzadas, obtemos que:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_x(\vec{r})}{\partial y} &= \frac{xy}{(x^2+y^2)^{3/2}} \\ \frac{\partial E_y(\vec{r})}{\partial x} &= -\frac{xy}{(x^2+y^2)^{3/2}} \end{aligned}$$

Que são obviamente diferentes. Existem dois casos limites de campos que são muito úteis:

1) campo com "divergente não nulo":

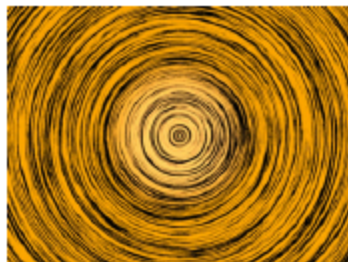
Quando existem pontos no campo onde as linhas de campo se iniciam ou acabam, nos dizemos que esse campo tem um divergente não nulo. Divergente é um objeto matemático que entra na forma diferencial da lei de Gauss. Você pode ver sua definição [aqui](#). Você pode ver o filme do MIT dá uma representação de um campo com divergente não nulo





2) campo com "rotacional não nulo":

Quando um campo vetorial tem uma circulação não nula ele não pode ser escrito como o gradiente (derivada) de um campo escalar. Um exemplo visual de um campo com circulação não nula é esse filme do MIT.

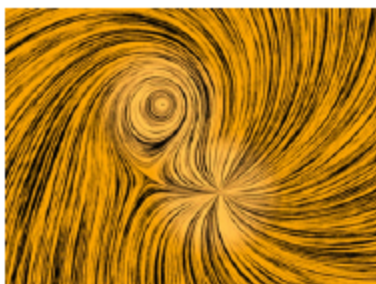


Os campos na eletrostática são do tipo (1), e na segunda parte do curso veremos que os campos na magnetostática são do tipo (2). A realidade é mais complicada e em geral temos as duas situações simultaneamente. Esse é o caso do vídeo do MIT e da figura:





Os campos na eletrostática são do tipo (1), e na segunda parte do curso veremos que os campos na magnetostática são do tipo (2). A realidade é mais complicada e em geral temos as duas situações simultaneamente. Esse é o caso do vídeo do MIT e da figura:



A resposta correta é 'Falso'.