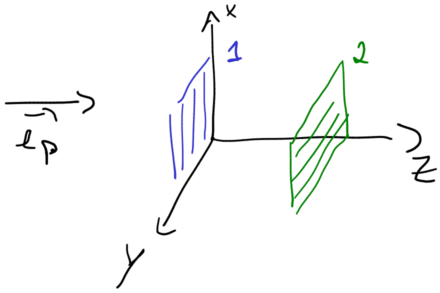
Aula de Dúvidas 3 (19/Fev)

Decomposição espectral (experiência de polarização de fotões)

Caso 1: Dois polarizadores perpendiculares



Estado inicial dos fotões (antes do polarizador 1)

$$\vec{e_p} = \cos\theta \, \vec{e_x} + \operatorname{sen}\theta \, \vec{e_y} \, ,$$

que corresponde à probabilidade de passar o polarizador 1

$$P(\text{passar } 1) = \cos^2\theta$$

Depois de passar pelo polarizador 1, o estado dos fotões (que "conseguiram" passar) será

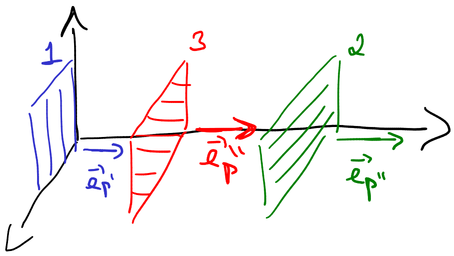
$$\vec{e_p}' = \vec{e_x}$$

Assim, a probabilidade de passar pelo polarizador 2 será

$$P(\text{passar } 2) = ?$$

Como $\vec{e_p}' = \vec{e_x} = 1 . \vec{e_x} + 0 \, \vec{e_y} \Longrightarrow P(\text{passar } 2) = 0.$

Caso 2: Dois polarizadores perpendiculares, 1 e 2, e um terceiro polarizador 3 não perpendicular entre 1 e 2.



Depois de 1 temos estado $\vec{e}_{p'} = \vec{e}_x$ que pode ser escrito na base de auto-estados associados ao polarizador 3, i.e., $\vec{e}_\omega$ e $\vec{e}_{\perp\omega}$,

$$\vec{e}_{p'} = \vec{e}_x = \cos\alpha\, \vec{e}_\omega + \operatorname{sen}\alpha\, \vec{e}_{\perp\omega}$$

A probabilidade de um fotão neste estado passar no polarizador 3 será então

$$P(\text{passa } 3) = \cos^2\alpha$$

Se o fotão passar o polarizador 3, o seu estado imediatamente desse polarizador será

$$\vec{e}_{p''} = \vec{e}_\omega$$

Então, se quisermos expressar este estado $\vec{e}_{p''}$ na base de auto-estados associados ao último polarizador (i.e., $\vec{e}_x$ e $\vec{e}_y$), teremos

$$\vec{e}_{p''} = \cos\alpha\, \vec{e}_x + \operatorname{sen}\alpha\, \vec{e}_y$$

e assim poderemos prever a probabilidade de um fotão neste estado $\vec{e_p}''$ passar pelo polarizador 2,

$$P(\text{passa } 2) = \text{sen}^2\alpha \quad .$$

Caso o fotão passe por este último polarizador o seu estado será então dado por

$$\vec{e_p}''' = \vec{e_y} \quad .$$

<u>Nota</u>: É crucial ter em mente que a medição (i.e. a acção do polarizador no estado do fotão) altera irremediavelmente o estado do fotão. De certa forma, o polarizador "roda" o estado de polarização do fotão.

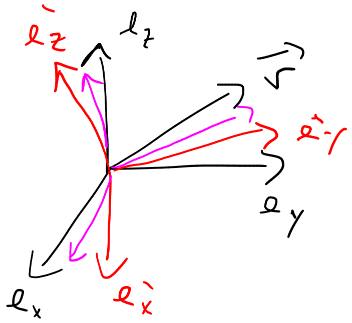
<u>Nota</u>: Qual a probabilidade total de um fotão passar por todos os polarizadores no caso 1 e no caso 2?

$$P_1(\text{passar todos}) = 0$$

$$P_2(\text{passar todos}) = \cos^2\theta \, . \, \cos^2\alpha \, . \, \text{sen}^2\alpha \underset{\substack{\text{em geral} \\ (\text{se } \alpha \neq \theta + \frac{\pi}{2})}}{\neq} 0 .$$

<u>Nota</u>: Podemos escolher qualquer base para expressar os nossos estados. É análogo

a mudar os eixos cartesianos na forma de exprimir um vector $\vec{r}$



$$\vec{r} = x\,\vec{e_x} + y\,\vec{e_y} + z\,\vec{e_z}$$
$$= x'\,\vec{e_x'} + y'\,\vec{e_y'} + z'\,\vec{e_z'}$$

$$(\theta, \phi) \quad \theta \in [0,\pi]$$
$$\phi \in [0, 2\pi]$$

Devemos, em MQ, escolher a base mais apropriada (mais natural) para a medição que queremos fazer.

— // —

Folha 2:

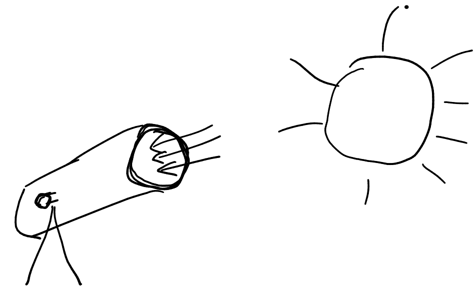
① (a)

Dimensões de $p(\nu)$.

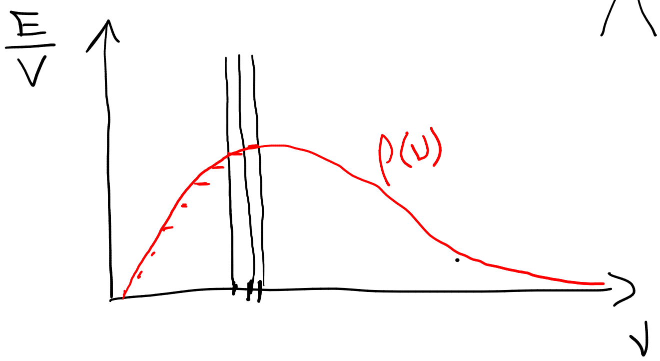
Nota: Exemplo das dimensões energia cinética clássica

$$E_c = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow [E_c] = [m].[v^2] = [m].[v]^2$$
$$= M.\left(\frac{L}{T}\right)^2 = ML^2.T^{-2}$$

$$[\rho] = \frac{\text{Energia}}{\text{Volume} \times \text{Frequência}}$$



$$= \frac{E}{T}$$



$$\frac{E}{V} = \mathcal{E} \Rightarrow d\mathcal{E} = \rho(\nu).d\nu$$

$$\Longleftrightarrow \rho(\nu) = \frac{d\mathcal{E}}{d\nu} \Rightarrow [\rho(\nu)] = \frac{[\mathcal{E}]}{[\nu]}$$

Exemplo: Análise dimensional de uma eq. de Schrödinger errada

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t}\psi = -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2}\psi$$

$= m$

Dimensões: $E.T \quad T^{-1}$

$$\left[i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}\right] = \overset{=}{[\hbar]} . \overset{=}{\left[\frac{\partial}{\partial t}\right]} . \overset{=1}{[\psi]} = E.T.T^{-1} = E = M\frac{L^2}{T^2}$$

$$\left[-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2}\psi\right] = \overset{(E.T)^2}{[\hbar]^2} . \overset{= 1/L^2}{\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right]} \overset{=1}{[\psi]} = E^2 . \frac{T^2}{L^2}$$

$$= \left(M\frac{L^2}{T^2}\right)^2 . \frac{T^2}{L^2} = M^2 \frac{L^2}{T^2}$$