Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias

Prova 1 -
$$04/03/2011$$
 - Turma A

1. (2,5ptos) Resolva o problema de valor inicial dado abaixo.

$$\left(x + e^{\frac{x}{y}}\right)dx + e^{\frac{x}{y}}\left(1 - \frac{x}{y}\right)dy = 0,$$

com a condição inicial y(0) = 2.

2. (2,5ptos) Resolva a equação diferencial abaixo.

$$y' = \frac{4}{x}y + x\sqrt{y} \,.$$

3. (2,5ptos) Encontre as trajetórias ortogonais à família de curvas

$$xy = a$$
,

onde a é um parâmetro. Faça um gráfico com alguns exemplos representativos das duas famílias de curvas, mostrando que as curvas se cruzam formando ângulos retos.

4. (2,5ptos) Se $y_1(x)$ e $y_2(x)$ são soluções da equação diferencial homogênea

$$a_2(x)y'' + a_1(x)y' + a_0(x)y = 0,$$

mostre que a combinação linear $y = c_1y_1 + c_2y_2$ também é solução. Justifique todas as suas afirmações.