Universidade Federal do ABC - 2ª Avaliação de Cálculo Numérico

Nome: ____

Utilize 4 casas decimais nos cálculos.

1) A intensidade de uma fonte radioativa é dada pela expressão $y = I_0 e^{-\alpha x}$, onde x é o tempo em dias. Através dos dados abaixo, determine os parâmetros I_0 (intensidade inicial) e α (taxa de decaimento), pelo método dos mínimos quadrados.

x	$0,2$	$0,3$	$0,4$	$0,5$
y	$3,16$	$2,38$	$1,75$	$1,34$

Resposta: $y = 5,64e^{-2,89}x$.

2) O nível de uma represa, durante uma tempestade, foi medido e registrado na tabela abaixo, onde x é o tempo em horas e y é o nível em metros. Calcule o nível da represa para $x = 1,45$ h usando um polinômio interpolador de grau 2 e estime o erro cometido nessa interpolação, sabendo que $y(x) \approx 2,06e^{0,88x}$.

x(h)	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2
y(m)	5	5,43	5,92	6,47	7,08	7,75	8,48	9,27	10,12	11,03	12

Resposta: $P_2(x) = 3x^2 - 2x + 4$; $P_2(1,45) = 7,41$; $|E| \leq 3 \times 10^{-4}$.

3) Seja a integral $\displaystyle\int_0^1 e^{-x^2}\, dx$. Determine o número mínimo de intervalos para que o método $\frac{1}{3}$ Simpson obtenha resultado exato com 4 casas decimais. Calcule a integral com esse número mínimo de intervalos.

Resposta: $n = 9$.

$\displaystyle\int_0^1 e^{-x^2}\, dx \cong (0.1250/3)\,[y_1 + 4y_2 + 2y_3 + 4y_4 + 2y_5 + 4y_6 + 2y_7 + 4y_8 + y_9] =$ $0,7468$.

4) Determine uma aproximação para o PVI abaixo por um método de Runge-Kutta de quarta ordem.

$$y' = -x + y + 2 \quad , \quad y(0) = 2 \quad , \quad x \in [0; 0,3] \quad , \quad h = 0,1.$$

Resposta: $y(0,1) = 2,4155$; $y(0,2) = 2,8642$; $y(0,3) = 3,3496$.

Todas as contas devem ser justificadas ! Todos os teoremas e critérios utilizados devem ser explicados ! Boa Prova !

Universidade Federal do ABC - $2^{\underline{a}}$ Avaliação de Cálculo Numérico

Nome: ____

1) Qual a quantidade mínima de pontos para se calcular $\int_0^1 e^{-x^2}\ dx$ pelo Método do Trapézio com erro inferior à 5×10^{-4} ?

Resposta: $f''(x) = e^{-x^2}(4x^2 - 2)$. Valor máximo $|f''(0)| = 2$ e $n = 20$.

2) Aproxime o valor de $\int_1^2 x^3 \ln(3x)\ dx$ pelo método $\frac{1}{3}$ Simpson utilizando 5 pontos. Estime o erro cometido na aproximação.

Resposta: $\int_1^2 x^3 \ln(3x)\ dx \approx 5,9550$.
$f^{iv}(x) = \frac{6}{x}$. Valor máximo $|f^{iv}(1)| = 6$ e $|E| \leq 0,00013$.

3) Dados os pontos abaixo, calcule o polinômio interpolador $P(x)$. Use esse polinômio para obter uma aproximação de $f(4,5)$ e estime o erro cometido nessa aproximação, sabendo que $f(x) \approx 2,56\ e^{0,75x}$ para $4 \leq x \leq 7$.

x	2	4	5	6	7
f(x)	-10	46	125	254	445

Resposta: $P(x) = 2x^3 - 5x^2 + 2x - 10$; $P(4,5) = 80$.
$f^{iv}(x) \approx 2,56(0,75)^4 e^{0,75x}$. Valor máximo $|f^{iv}(7)| \approx 154,3587$. $|E| \leq 6,0296$.
Essa interpolação não é adequada.

4) Determine uma aproximação para o PVI abaixo por um método de Runge-Kutta de segunda ordem.

$$y' = cos(x-1) + sen(y+2) \quad , \quad y(0) = 1 \quad , \quad x \in [0; 0,75] \quad , \quad h = 0,25.$$

x	y	K1	K2
0	1,0000	–	–
0,25	1,1743	0,6814	0,6974
0,50	1,3471	0,6989	0,6911
0,75	1,5083	0,6735	0,6448

Utilize 4 casas decimais.
Os polinômios devem ser apresentados na forma padrão.
Explique suas contas (as primeiras etapas).
Boa Prova !

Universidade Federal do ABC - $2^{\underline{a}}$ Avaliação de Cálculo Numérico

Nome: ____

1) Determine uma aproximação para o PVI abaixo por um método de Runge-Kutta de segunda ordem.

$$y' = x^2 - 3y + 1 \quad , \quad y(1) = 1 \quad , \quad x \in [1; 2] \quad , \quad h = 0,25.$$

x	y	K1	K2
1,00	1,0000	–	–
1,25	0,9102	-1,0000	-0,3594
1,50	0,9659	-0,1680	0,2231
1,75	1,1186	0,3522	0,6107
2,00	1,3423	0,7066	0,8948

2) Aproxime o valor de $\displaystyle\int_0^1 e^x(3x^2 - 2x + 1)\, dx$ pelo método $\dfrac{1}{3}$ Simpson utilizando 5 pontos. Estime o erro cometido na aproximação.

Resposta: $\displaystyle\int_0^1 e^x(3x^2 - 2x + 1)\, dx \approx 1,8747$.
$f^{iv}(x) = e^x(3x^2 + 22x + 29)$. Valor máximo $|f^{iv}(1)| = 146,7872$ e $|E| \leq 0,0032$.

3) Os dados abaixo representam o nível de uma represa (y em metros) em função do tempo (x em horas). Determine o polinômio interpolador desses dados pelo método de Lagrange. Usando o polinômio, determine o momento em que a represa atinge a altura máxima.

x	0	1	2
y	4	7	2

Resposta: $P(x) = -4x^2 + 7x + 4$; atinge o máximo em $x = \frac{7}{8}$h ou 52 min e 30 s.

4) Determine o polinômio interpolador dos dados abaixo pelo método de Newton. Utilizando o polinômio, calcule uma aproximação para $f(1,35)$. Estime o erro cometido na aproximação, sabendo que $f(x) \approx \sqrt{2x+3}$.

x	1	1,2	1,3	1,4
f(x)	2,2300	2,3112	2,3497	2,3868

Resposta: $P(x) = -0,07x^2 + 0,56x + 1,74$; $P(1,35) = 2,3684$
$f'''(x) \approx \frac{3}{(2x+3)^{5/2}}$. Valor máximo $|f'''(1,2)| \approx 0,0443$. $|E| \leq 0,0000027$.

Utilize 4 casas decimais.
Os polinômios devem ser apresentados na forma padrão.
Explique suas contas (as primeiras etapas).
Boa Prova !

Universidade Federal do ABC - $2^{\underline{a}}$ Avaliação de Cálculo Numérico

Nome: ____

Utilize 4 casas decimais em suas contas !

1) Dada a função $f(x) = e^{-x} + \frac{1}{x}$ e os pontos:

x	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5

a) Calcule uma aproximação para f(0,45) utilizando um polinômio interpolador do primeiro e do segundo graus.

Resposta:
$P_1(x) = 3,1703 + (x-0,4)(-5,6380)$ e $P_2(x) = P_1(x) + (x-0,3)(x-0,4)(17)$. $P_1(0,45) = 2,8884$ e $P_2(0,45) = 2,8459$.

b) Estime os erros de truncamento cometidos no item anterior.

Resposta:
$|E_1(0,45)| \leq \frac{|(0,45-0,4)(0,45-0,5)||e^{-0,4}+2(0,4)^{-3}|}{2!} = 0,0399$.
$|E_2(0,45)| \leq \frac{|(0,45-0,3)(0,45-0,4)(0,45-0,5)||-e^{-0,3}-6(0,3)^{-4}|}{3!} = 0,0463$.

2) Ajuste os dados abaixo por uma função da família $f(x) = \frac{ax}{3+bx}$. Determine uma aproximação de $f(5)$.

x	-1	1	2	3	4
y	-8,8	-0,829	-0,97	-0,4388	-0,35

Resposta: $\frac{1}{y} = \frac{3}{ax} + \frac{b}{a}$; $g(x) = Ag_1(x) + Bg_2(x)$ onde $g_1(x) = \frac{1}{x}$, $g_2(x) = 1$, $A = 3/a$ e $B = b/a$.

$$\begin{pmatrix} 2,4236 & 1,0833 \\ 1,0833 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3,0821 \\ -7,4868 \end{pmatrix}$$

$A = -0,6670 \Rightarrow a = -4,4978$; $B = -1,3528 \Rightarrow b = 6,0846$; $f(5) \approx -0,6729$.

3) Determine a quantidade mínima de pontos para que a integral $\int_2^3 \sqrt{2x+1}\,dx$, calculada pelos métodos 1/3 e 3/8 Simpson, tenha 4 casa decimais exatas. Depois calcule o valor da integral por esses dois métodos.

Resposta:

1/3 Simpson: $\frac{kh^5}{180}\left|\frac{-15}{[2(2)+1]^{7/2}}\right| < 0,00005$. Logo $k > 1,5627$. Assim, $k = 2$ e $n = 3$.

3/8 Simpson: $\frac{kh^5}{80}\left|\frac{-15}{[2(2)+1]^{7/2}}\right| < 0,00005$. Logo $k > 1,9142$. Assim, $k = 3$ e $n = 4$.

1/3 Simpson: $\displaystyle\int_2^3 \sqrt{2x+1}\,dx \cong \frac{0,5}{3}[2,2361 + 4(2,4495) + 2,6458] = 2,4467.$

3/8 Simpson: $\displaystyle\int_2^3 \sqrt{2x+1}\,dx \cong \frac{3(0,3333)}{8}[2,2361 + 3(2,3805) + 3(2,5166) + 2,6458] =$ $2,4464$

Todas as contas devem ser justificadas !

Boa Prova !

Universidade Federal do ABC - 2ª Avaliação de Cálculo Numérico

Nome: ______________________________

Utilize 4 casas decimais em suas contas !

1) Dada a função $f(x) = x^2 ln(x)$ e os pontos:

x	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5

a) Calcule uma aproximação para f(0,15) utilizando um polinômio interpolador de Lagrange do primeiro e do segundo graus.

Resposta: $L_1(0,15) = -0,0437$ e $L_2(0,15) = -0,0443$.

b) Estime os erros de truncamento cometidos no item anterior.

Resposta: $|E_1(0,15)| \leq \frac{|(0{,}15-0{,}1)(0{,}15-0{,}2)||2ln(0{,}2)+3|}{2!} = 0,00027$ e

$|E_2(0,15)| \leq \frac{|(0{,}15-0{,}1)(0{,}15-0{,}2)(0{,}15-0{,}3)||\frac{2}{0{,}1}|}{3!} = 0,00125$.

2) Dada a função $f(x) = sen(x)$ e os pontos:

x	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5

a) Calcule uma aproximação para f(2,25) utilizando um polinômio interpolador de Newton de grau 3.

Resposta: $N_3(2,25) = 0,8085 + (2,25-2,2)(-0,628) + (2,25-2,2)(2,25-2,3)(-0,37) + (2,25-2,2)(2,25-2,3)(2,25-2,4)(0,1) = 0,7781$.

b) Estime o erro de truncamento cometido no item anterior.

Resposta: $|E(2,25)| \leq \frac{|(2{,}25-2{,}2)(2{,}25-2{,}3)(2{,}25-2{,}4)(2{,}25-2{,}5)||sen(2{,}1)|}{4!} = 0,00000202 = 3\times 10^{-6}$.

3) Determine a quantidade mínima de pontos para que a integral $\int_0^1 ln(3x+2)\, dx$, calculada pelo método 1/3 Simpson, tenha 4 casa decimais exatas. Depois calcule o valor da integral usando essa quantidade de pontos.

Resposta: $\frac{kh^5}{180}\left|\frac{-486}{[3(0)+2]^4}\right| < 0,00005$. Logo $k > 7,62$. Assim, $k = 8$ e $n = 9$.

$\int_0^1 ln(3x+2)\, dx \cong \frac{0,125}{3}[0,6931+4(0,8650)+2(1,0116)+4(1,1394)+2(1,3545)+2(1,4469)+4(1,5315)+1,6094 = 1,2203$.

4) Determine a quantidade mínima de pontos para que a integral $\displaystyle\int_3^4 \frac{1}{2x-1}\,dx$, calculada pelo método 3/8 Simpson, tenha 4 casa decimais exatas. Depois calcule o valor da integral usando essa quantidade de pontos.

Resposta: $\frac{kh^5}{80}\left|\frac{384}{[2(3)-1]^5}\right| < 0,00005$. Logo $k > 2,35$. Assim, $k = 3$ e $n = 4$.

$$\int_3^4 \frac{1}{2x-1}\,dx \cong \frac{3(0,3333)}{8}[0,2 + 3(0,1767) + 3(0,1582) + 0,1429] = 0,1684.$$

Todas as contas devem ser justificadas !
Boa Prova !

Universidade Federal do ABC - Prof. André Fonseca
$2^{\underline{a}}$ Avaliação de Cálculo Numérico

Nome: ____

Utilize 4 casas decimais em suas contas

1) O Sr. K. P. Lear (1609, Way of Astronomy) teve a idéia de que a Terra se move ao redor do sol em órbita elítica, com o sol em um dos focos. Depois de muitas observações e cálculos, ele obteve a tabela a seguir, onde r é a distância da Terra ao sol ($10^8\times$ km) e x é o ângulo entre a linha Terra-sol e o eixo principal da elipse (em radianos).

x	0	$\pi/4$	$\pi/2$	$3\pi/4$	π
r	1,47	1,48	1,50	1,51	1,52

O Sr. Lear sabe que uma elipse pode ser escrita pela fórmula:

$$r = \frac{a}{1 + bcos(x)}.$$

Com os valores da tabela ele pode agora estimar os parâmetros a e b através do MMQ. Ajude o Sr. Lear a obter os parâmetros e determine a distância da Terra ao sol quando o ângulo entre a linha Terra-sol e o eixo principal da elipse for 200 graus.

$\frac{1}{r} = \frac{1+bcos(x)}{a} = \frac{1}{a} + \frac{b}{a}cos(x) = A + Bcos(x)$.

	A	B	
x	$g_1(x) = 1$	$g_2(x) = cos(x)$	$1/r$
0	1	1	0,6803
0,7854	1	0,7071	0,6757
1,5708	1	0	0,6667
2,3562	1	-0,7071	0,6623
3,1416	1	-1	0,6579
	5	0	3,3428
	0	3	0,0319

$A = 0,6686 \Rightarrow a = 1/A = 1,4957$; $B = 0,0106 \Rightarrow b = B \times a = 0,0159$.

$r = \frac{1,4957}{1+0,0159cos(x)}$ e $r\left(\frac{10\pi}{9}\right) = 1,5184$.

2) Utilizando os dados da tabela abaixo, considerando $f(x) = (2x+1)e^x$, obtenha uma aproximação de $f(0,25)$ através da interpolação por um polinômio do terceiro grau. Qual o erro cometido nessa aproximação ?

x	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
e^x	1	1,1052	1,2214	1,3499	1,4918	1,6487

x	$f(x) = (2x+1)e^x$	$\Delta^1 f(x)$	$\Delta^2 f(x)$	$\Delta^3 f(x)$
0,2	1,71			
0,3	2,1598	4,4981		
0,4	2,6853	5,2551	3,7850	
0,5	3,2974	6,1216	4,3324	1,8246

$f(x) \cong P_3(x) = 1,71 + (x-0,2)(4,4981) + (x-0,2)(x-0,3)(3,7850) + (x-0,2)(x-0,3)(x-0,4)(1,8246)$.

$f(0,25) \cong P_3(0,25) = 1,9261$.

$|E(x)| \leq \left|\frac{(x-0,2)(x-0,3)(x-0,4)(x-0,5}{4!}\right| \times max\left|f^{iv}(x)\right|$; $x \in [0,2 \; ; \; 0,5]$.

$f^{iv}(x) = (2x+9)e^x$; $max\left|f^{iv}(x)\right| = f^{iv}(0,5) = 16,4872$.

$|E(0,25)| \leq 0,000064 < 0,00007$.

3) Seja a integral $\displaystyle\int_0^1 e^{-x^2}\, dx$. Determine o número mínimo de intervalos para que o método $\frac{1}{3}$ Simpson obtenha resultado exato com 4 casas decimais. Calcule a integral com esse número mínimo de intervalos.

$|E_{1/3S}| \leq \frac{kh^5}{180} max|f^{iv}(x)|$; $x \in [0,1]$.

$f^{iv}(x) = e^{-x^2}(16x^4 - 48x^2 + 12)$; $max|f^{iv}(x)| = f^{iv}(0) = 12$.

$\frac{k\left(\frac{b-a}{k}\right)^5}{180} \times 12 < 0,00005 \Rightarrow k^4 > 1333,3333 \Rightarrow k > 6,0428 \Rightarrow k = 8$.

$h = \frac{b-a}{k} = \frac{1}{8} = 0,1250$.

x	0	0,1250	0,2500	0,3750	0,5000	0,6250	0,7500	0,8750	1,0000
y	1,0000	0,9845	0,9394	0,8688	0,7788	0,6766	0,5698	0,4650	0,3679

$$\int_0^1 e^{-x^2}\, dx \cong (0.1250/3)\,[y_1 + 4y_2 + 2y_3 + 4y_4 + 2y_5 + 4y_6 + 2y_7 + 4y_8 + y_9] = 0,7468.$$

Todas as contas devem ser justificadas !
Todos os teoremas e critérios utilizados devem ser explicados !
Boa Prova !

Universidade Federal do ABC - 2ª Avaliação de Cálculo Numérico

Nome: ____

Utilize 4 casas decimais nos cálculos.

1) A intensidade de uma fonte radioativa é dada pela expressão $y = I_0 e^{-\alpha x}$, onde x é o tempo em dias. Através dos dados abaixo, determine os parâmetros I_0 (intensidade inicial) e α (taxa de decaimento), pelo método dos mínimos quadrados.

x	$0,2$	$0,3$	$0,4$	$0,5$
y	$3,16$	$2,38$	$1,75$	$1,34$

Resposta: $y = 5,64e^{-2,89}x$.

2) O nível de uma represa, durante uma tempestade, foi medido e registrado na tabela abaixo, onde x é o tempo em horas e y é o nível em metros. Calcule o nível da represa para $x = 1,45$ h usando um polinômio interpolador de grau 2 e estime o erro cometido nessa interpolação, sabendo que $y(x) \approx 2,06e^{0,88x}$.

x(h)	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2
y(m)	5	5,43	5,92	6,47	7,08	7,75	8,48	9,27	10,12	11,03	12

Resposta: $P_2(x) = 3x^2 - 2x + 4$; $P_2(1,45) = 7,41$; $|E| \leq 3 \times 10^{-4}$.

3) Seja a integral $\displaystyle\int_0^1 e^{-x^2}\, dx$. Determine o número mínimo de intervalos para que o método $\frac{1}{3}$ Simpson obtenha resultado exato com 4 casas decimais. Calcule a integral com esse número mínimo de intervalos.

Resposta: $n = 9$.

$\displaystyle\int_0^1 e^{-x^2}\, dx \cong (0.1250/3)\left[y_1 + 4y_2 + 2y_3 + 4y_4 + 2y_5 + 4y_6 + 2y_7 + 4y_8 + y_9\right] =$ $0,7468$.

4) Determine uma aproximação para o PVI abaixo por um método de Runge-Kutta de quarta ordem.

$$y' = -x + y + 2 \quad , \quad y(0) = 2 \quad , \quad x \in [0; 0,3] \quad , \quad h = 0,1.$$

Resposta: $y(0,1) = 2,4155$; $y(0,2) = 2,8642$; $y(0,3) = 3,3496$.

Todas as contas devem ser justificadas ! Todos os teoremas e critérios utilizados devem ser explicados ! Boa Prova !

Universidade Federal do ABC - $2^{\underline{a}}$ Avaliação de Cálculo Numérico

Nome: ____

1) Ajuste os dados abaixo, referentes ao consumo de gás natural de uma residência durante um ano, por uma função da família $f(x) = ax^2 + b\frac{1}{x}$. Estime o consumo médio nos 12 meses desse ano.

mês	1	3	4	6	9	12
consumo (m^3)	20	7,5	6,5	7	10	15

Resposta: $\begin{pmatrix} 28931 & 35 \\ 35 & 1,2207 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3413,5 \\ 27,6528 \end{pmatrix}$; $f(x) = 0,0938x^2 + 19,9627\frac{1}{x}$. Consumo médio: $10,9562\ m^3$.

2) A tabela abaixo apresenta a velocidade de queda de um paraquedista em função do tempo. Aproxime o valor da velocidade no instante $t = 10$ s, utilizando um polinômio interpolador de Newton de grau 3.

tempo(s)	1	3	5	7	20
velocidade (cm/s)	800	2310	3090	3940	8000

Resposta: $p_3(x) = 2310 + (x-3)390 + (x-3)(x-5)8,75 + (x-3)(x-5)(x-7)(-0.9566) \Rightarrow p_3(10) = 5245.8032$.

3) Seja a função $f(x) = \sqrt{x}$. Determine uma aproximação de $f(1,12)$ através do polinômo interpolador de Lagrange nos pontos $x_1 = 1,10$ e $x_2 = 1,15$. Determine um limitante superior para o erro cometido nessa aproximação.

Resposta: $P_1(x) = \frac{(x-1,15)}{(1,10-1,15)}1,0488 + \frac{(x-1,10)}{(1,15-1,10)}1,0724 \Rightarrow P_1(1,12) = 1,0583$. $|E(1,12)| \leq \left|\frac{(1,12-1,10)(1,12-1,15)}{2} \times \frac{(1,10)^{-3/2}}{4}\right| = 0,00006$.

4) Determine a quantidade mínima de pontos para se calcular $\displaystyle\int_1^2 \frac{e^x}{x}dx$ pela regra do Trapézio de tal forma que o erro cometido seja inferior à $0,05$. Nessas condições, calcule a integral dada.

Resposta: Obtemos $k > 2,128490$. Podemos considerar $k = 3$ e $n = 4$ mas, nesse caso, $h = 1/3$ que não tem representação exata em 4 casas. Assim, assumimos $n = 5$ e $h = 0,25$. Com esses valores para n e h, $\displaystyle\int_1^2 \frac{e^x}{x}dx \cong 3,0687$.

Todas as contas devem ser justificadas !
Utilize 4 casa decimais de precisão !
Boa Prova !

Universidade Federal do ABC - Prof. André Fonseca
$2^{\underline{a}}$ Avaliação de Cálculo Numérico

Nome: ____

Utilize 4 casas decimais em suas contas

1) Dada a função $y = f(x)$, conhecida pelos pontos da tabela abaixo, obter aproximações para $f(0,15)$, empregando a interpolação de Newton para um polinômio do primeiro grau e do segundo grau. Determine estimativas dos erros das aproximações.

x	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50
y	0,1250	0,0640	0,0270	0,0080	0,0010

2) Seja y o número de bactérias por unidade de volume existente em uma cultura após x horas e sejam os dados da tabela abaixo:

x	0	1	2	3	4	5	6
y	32	47	65	92	132	190	275

Ajuste estes dados por uma função da família $y = ae^{bx}$ e obtenha uma aproximação para o momento em que a cultura atinge 70 unidades de volume.

3) Seja a integral $\displaystyle\int_0^2 e^{-x}\, dx$. Determine o número mínimo de intervalos para que o método $\frac{1}{3}$ Simpson tenha erro inferior à 3×10^{-4}. Calcule a integral com esse número mínimo de intervalos.

Todas as contas devem ser justificadas !
Todos os teoremas e critérios utilizados devem ser explicados !
Boa Prova !

Universidade Federal do ABC - 2ª Avaliação de Cálculo Numérico

Nome: ______________________________

1) Ajuste os dados abaixo, referentes ao consumo de gás natural de uma residência durante um ano, por uma função da família $f(x) = ax^2 + b\frac{1}{x}$. Estime o consumo médio nos 12 meses desse ano.

mês	1	3	4	6	9	12
consumo (m^3)	20	7,5	6,5	7	10	15

Resposta: $\begin{pmatrix} 28931 & 35 \\ 35 & 1,2207 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3413,5 \\ 27,6528 \end{pmatrix}$; $f(x) = 0,0938x^2 + 19,9627\frac{1}{x}$. Consumo médio: $10,9562\ m^3$.

2) A tabela abaixo apresenta a velocidade de queda de um paraquedista em função do tempo. Aproxime o valor da velocidade no instante $t = 10$ s, utilizando um polinômio interpolador de Newton de grau 3.

tempo(s)	1	3	5	7	20
velocidade (cm/s)	800	2310	3090	3940	8000

Resposta: $p_3(x) = 2310 + (x-3)390 + (x-3)(x-5)8,75 + (x-3)(x-5)(x-7)(-0.9566) \Rightarrow p_3(10) = 5245.8032$.

3) Seja a função $f(x) = \sqrt{x}$. Determine uma aproximação de $f(1,12)$ através do polinômo interpolador de Lagrange nos pontos $x_1 = 1,10$ e $x_2 = 1,15$. Determine um limitante superior para o erro cometido nessa aproximação.

Resposta: $P_1(x) = \frac{(x-1,15)}{(1,10-1,15)}1,0488 + \frac{(x-1,10)}{(1,15-1,10)}1,0724 \Rightarrow P_1(1,12) = 1,0583$. $|E(1,12)| \leq \left|\frac{(1,12-1,10)(1,12-1,15)}{2} \times \frac{(1,10)^{-3/2}}{4}\right| = 0,00006$.

4) Determine a quantidade mínima de pontos para se calcular $\displaystyle\int_1^2 \frac{e^x}{x}dx$ pela regra do Trapézio de tal forma que o erro cometido seja inferior à $0,05$. Nessas condições, calcule a integral dada.

Resposta: Obtemos $k > 2,128490$. Podemos considerar $k = 3$ e $n = 4$ mas, nesse caso, $h = 1/3$ que não tem representação exata em 4 casas. Assim, assumimos $n = 5$ e $h = 0,25$. Com esses valores para n e h, $\displaystyle\int_1^2 \frac{e^x}{x}dx \cong 3,0687$.

Todas as contas devem ser justificadas !
Utilize 4 casa decimais de precisão !
Boa Prova !