

Fenômenos Mecânicos
Tópico 02: Movimento em Duas Dimensões

1. O vetor posição para um elétron é

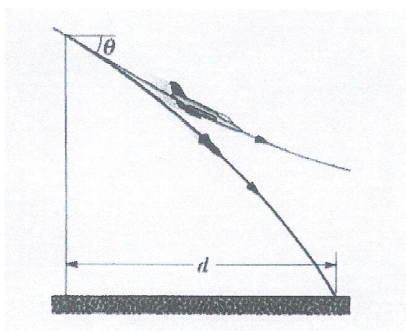
$$\vec{r} = (5, 0 \text{ m})\hat{i} - (3, 0 \text{ m})\hat{j} + (2, 0 \text{ m})\hat{k}$$

- (a) Encontre o módulo de \vec{r} ;
(b) Esboce o vetor em um sistema de coordenadas dextrogiro.

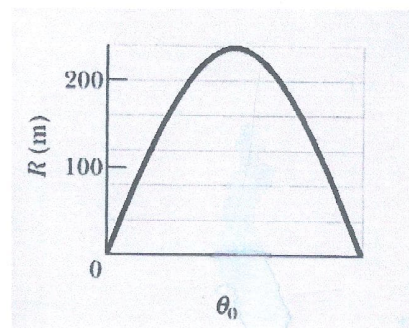
2. Um avião voa 483 km para o leste, de uma cidade A para uma cidade B, em 45,0 min e depois 966 km para o sul, da cidade B para uma cidade C, em 1,5 h. Para a viagem inteira, quais são (a) o módulo e (b) o sentido do deslocamento do avião, (c) o módulo e (d) o sentido da sua velocidade média, e (e) sua velocidade escalar média?

3. Um certo avião tem uma velocidade de 290,0 km/h e está mergulhando em um ângulo $\theta = 30,0^\circ$ abaixo da horizontal quando o piloto libera um míssil despidador (figura abaixo). A distância horizontal entre o ponto de lançamento e o ponto onde a isca bate no solo é $d = 700 \text{ m}$.

- (a) Quanto tempo a isca fica no ar?
(b) de que altura ela foi liberada?



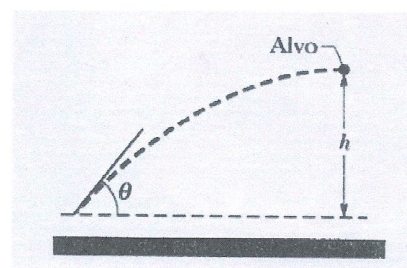
4. Uma bola deve ser atirada a partir do chão com uma certa velocidade. A figura abaixo mostra o alcance R que ela terá *versus* o ângulo de lançamento θ_0 . O valor de θ_0 determina o tempo de percurso. Suponha que $t_{\text{máx}}$ representa o tempo máximo de percurso. Qual é a menor velocidade que a bola terá durante o seu voo se θ_0 for escolhido de modo que o tempo de voo seja $0,500t_{\text{máx}}$?



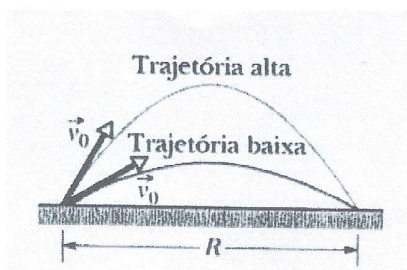
5. Um fanático por aceleração centrípeta desloca-se em movimento circular uniforme com período $T = 2,0 \text{ s}$ e raio $r = 3,00 \text{ m}$. Em t_1 sua aceleração é $\vec{a} = (6,00 \text{ m/s}^2)\hat{i} + (-4,00 \text{ m/s}^2)\hat{j}$. Naquele instante, quais são os valores de (a) $\vec{v} \cdot \vec{a}$ e (b) $\vec{r} \times \vec{a}$?

6. Você deve atirar uma bola com uma velocidade escalar de 12,0 m/s em um alvo que está numa altura $h = 5,00 \text{ m}$ acima do nível do qual você lança a bola (figura abaixo). Você quer que a velocidade da bola seja horizontal no instante em que ela atinge o alvo.

- (a) Em que ângulo θ acima da horizontal você deve atirar a bola?
(b) Qual é a distância horizontal do ponto de lançamento até o alvo?
(c) Qual é o módulo da velocidade da bola no exato momento em que ela atinge o alvo?



7. Um projétil é disparado com velocidade escalar inicial $v_0 = 30,0 \text{ m/s}$ num terreno plano em um alvo que está no chão, a uma distância $R = 20,0 \text{ m}$, conforme mostrado na figura abaixo. Quais são (a) o menor e (b) o maior ângulo de lançamento que permitirão ao projétil atingir o alvo?

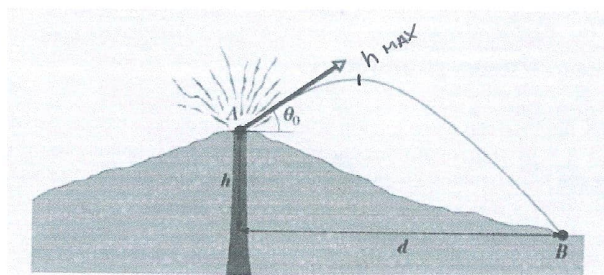


8. Durante erupções vulcânicas, grandes pedaços de rocha podem ser ejetadas para fora do vulcão; estes projéteis são chamados de *bombas vulcânicas*. A figura abaixo mostra a seção transversal do Monte Fuji, no Japão.

- (a) Com que velocidade inicial uma bomba teria que ser ejetada, em um ângulo $\theta_0 = 35^\circ$ em relação à horizontal, a partir da abertura A , de modo a cair na base do vulcão em B , a

uma distância vertical $h = 3,30$ km e a uma distância horizontal $d = 9,40$ km?

- (b) Ignorando os efeitos do ar sobre o movimento da bomba, qual seria o tempo de voo?
- (c) O efeito do ar aumentaria ou diminuiria sua resposta ao item (a)?



Lista de exercícios 2

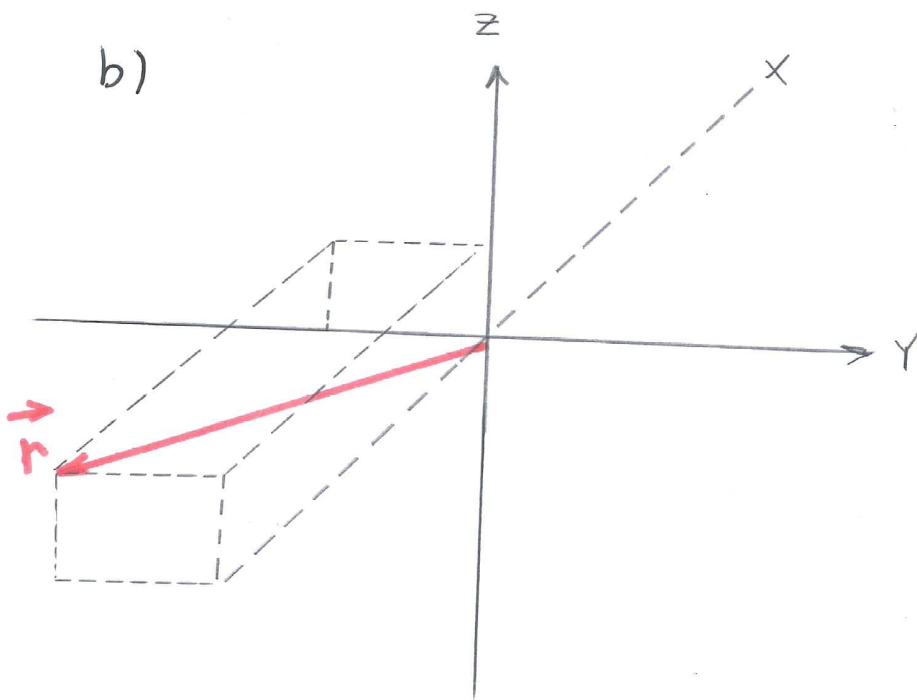
Tópico 2 : Movimento em duas dimensões

1. $\vec{r} = (5,0\text{ m})\hat{i} - (3,0\text{ m})\hat{j} + (2,0\text{ m})\hat{k}$

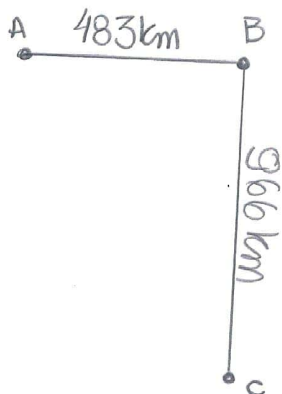
a) $|\vec{r}| = \sqrt{(5\text{ m})^2 + (-3\text{ m})^2 + (2\text{ m})^2}$

$$|\vec{r}| = \sqrt{38\text{ m}}$$

b)



2.



trecho $A \rightarrow B$; 45 min

trecho $B \rightarrow C$; 1,5 h

$$a) |d| = \sqrt{(483)^2 + (966)^2}$$

$$|d| = \sqrt{233289 + 933156}$$

$$|d| = \sqrt{1166445}$$

$$|d| \approx 1080,02 \text{ km}$$

b) Sentido de deslocamento é de $A \rightarrow C$; Sudeste

$$c) \Delta t = \frac{3}{4}h + \frac{3}{2}h$$

$$\Delta t = \frac{9}{4}h$$

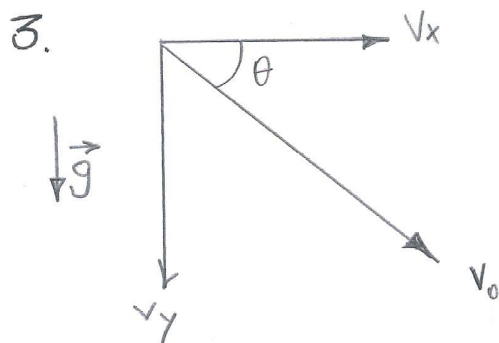
$$|V_m| = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{1080,02}{\frac{9}{4}} \approx 480,009 \text{ km} \cdot h^{-1}$$

d) Sentido de sua velocidade média é de $A \rightarrow C$; Sudeste

$$e) \left. \begin{array}{l} \text{trecho 1: } 483 \text{ km} \\ \text{trecho 2: } 966 \text{ km} \end{array} \right\} \text{total: } 1449 \text{ km}$$

$$\begin{array}{l} \text{tempo} \\ \text{total} \end{array} : \frac{9}{4}h$$

$$V_m = \frac{1449}{\frac{9}{4}} = 644 \text{ km} \cdot h^{-1}$$



Transformando as informações do enunciado para unidades no SI temos:

$$V_0 = 290 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 80,55 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\cos \theta = \frac{V_x}{V_0}$$

$$\sin \theta = \frac{V_y}{V_0}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 80,55 = V_x$$

$$\frac{1}{2} \cdot 80,55 = V_y$$

$$V_x = 69,7508 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$V_y = 40,275 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

a) Desconsiderando forças horizontais, temos:

$$S = S_0 + V_y t$$

$$700 = 69,7508 \cdot t$$

$$\boxed{t \approx 10 \text{ s}}$$

b) $S = S_0 + V_y t + \frac{g t^2}{2}$

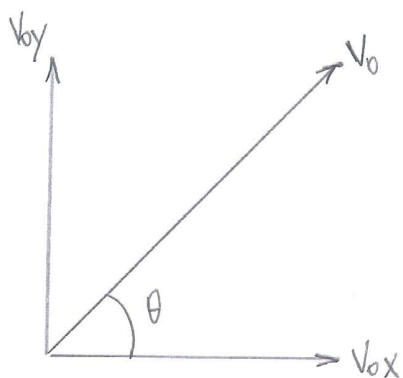
$$H = 40,275(10) + \frac{10(10)^2}{2}$$

$$H = 402,75 + 500$$

$$\boxed{H = 902,75 \text{ m}}$$

4.

Decompondo as velocidades horizontais e verticais temos:



$$V_{0x} = V_0 \cdot \cos \theta$$

$$V_{0y} = V_0 \cdot \sin \theta$$

O tempo da subida do projétil é dado por:

$$V_y = V_{0y} - g \cdot t$$

$$V_y = 0, t = t_s$$

t_s : tempo de subida

V_y : Velocidade no ponto máximo

$$0 = V_0 \cdot \sin \theta - g \cdot t_s$$

$$g \cdot t_s = V_0 \cdot \sin \theta$$

$$t_s = \frac{V_0 \cdot \sin \theta}{g}$$

O tempo de trajetória é dado por:

$$t_s = t_d \quad t_d: \text{tempo de descida}$$

$$2t_s = t_t \quad t_t: \text{tempo de trajetória} = t_{\text{MAX}}$$

$$t_t = 2 \cdot \frac{V_0 \cdot \sin \theta}{g}$$

Em 0,500 t_t temos que $\sin \theta = \frac{1}{2}$; $\arcsin\left(\frac{1}{2}\right) = 30^\circ$

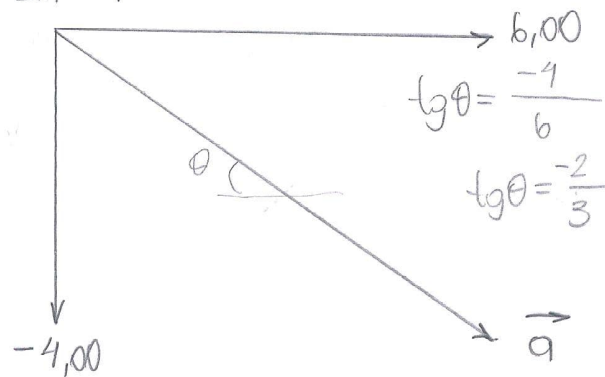
Sabemos que o alcance máximo é quando $\theta = 45^\circ$, então analisando o gráfico temos que $\Delta x = 240 \text{ m}$

Como em $\theta_0 = 30$ o tempo será a metade, a distância horizontal l_{dem} , então:

$$120 = \frac{|\vec{V}_0|^2 \cdot \sin(2\theta)}{g}$$

$$\boxed{|\vec{V}_0| = 42,55 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

5. Em t_1



$$|\vec{a}| = \frac{v^2}{r}$$

$$T = 2,0 \text{ s}$$

$$r = 3,00 \text{ m}$$

movimento circular Uniforme

a) MCU, $\vec{V} = \text{cte}$

$$\vec{V} = \frac{2\pi R}{\Delta t} ; R = 3,00 \text{ m}$$

$$; \pi = 3,14$$

$$\vec{V} = \frac{2(3,14)(3,00)}{(2,0)} ; \Delta t = 2,0 \text{ s}$$

$$\vec{V} = 9,4 \text{ m s}^{-1}$$

$$\vec{V} \cdot \vec{a} = |\vec{V}| \cdot |\vec{a}| \cdot \cos \theta$$

$$\vec{V} \cdot \vec{a} = 9,4 \cdot 7,21 \cdot 0$$

$$\vec{V} \cdot \vec{a} = 0$$

$$\cos 90^\circ = 0$$

b) $\vec{r} \times \vec{a} = |\vec{r}| \cdot |\vec{a}| \cdot \sin \theta$

$$\vec{r} \times \vec{a} = 3,00 \cdot 7,21 \cdot 0$$

$$\vec{r} \times \vec{a} = 0$$

$$\sin 180^\circ = 0$$

b.

Decompondo as velocidades horizontais e verticais temos

$$V_{0x} = V_0 \cos \theta$$

$$V_{0y} = V_0 \sin \theta$$

A altura máxima do projétil é dada por

$$(V_y)^2 = (V_{0y})^2 - 2g \cdot \Delta y$$

na altura máxima, $V_y = 0$

$$0^2 = (V_0 \sin \theta)^2 - 2g \cdot \Delta y$$

$$\Delta y \cdot 2g = V_0^2 \cdot \sin^2 \theta$$

$$\Delta y = \frac{V_0^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

a)

$$V_0 = 12,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\Delta y = 5,00 \text{ m}$$

$$5,00 = \frac{144,0 \cdot \sin^2 \theta}{2g}$$

$$10,00 g = 144,0 \sin^2 \theta$$

$$\frac{10,00 g}{144,0} = \sin^2 \theta$$

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{10,00 g}}{12,0}$$

$$\sin \theta = \frac{10,00}{12,0}$$

$$\arcsin\left(\frac{5}{6}\right) = 56,44^\circ$$

Considerando $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

b) O Alcance horizontal é dado por

$$\Delta x = v_{0x} \cdot t_{\text{total}}$$

O tempo total é deduzido no exercício 4

$$t_{\text{total}} = \frac{2 \cdot v_0 \cdot \sin \theta}{g}$$

$$\Delta x = v_0 \cos \theta \cdot \left(\frac{2 \cdot v_0 \sin \theta}{g} \right)$$

$$\Delta x = \frac{v_0^2 2 \sin \theta \cos \theta}{g}$$

$$2 \sin \theta \cos \theta = \sin(2\theta)$$

$$\Delta x = \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g}$$

$$\theta = 56,44 ; 2\theta = 112,88$$

$$\Delta x = \frac{144,0 \cdot \sin(112,88)}{10}$$

$$g = 10 \text{ m.s}^{-2}$$

$$\Delta x = 13,26 \text{ m}$$

$$c) V_0 = 12,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\theta = 56,44^\circ$$

$$V_{0x} = V_0 \cdot \cos \theta$$

$$V_{0x} = 12,0 \cdot \cos(56,44)$$

$$V_{0x} = 6,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$f. \Delta x = 20,0 \text{ m}$$

$$V_0 = 30,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\Delta x = \frac{V_0^2 \sin(2\theta)}{g}$$

$$g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$a) 20,0 \cdot 10 = 900,0 \cdot \sin(2\theta)$$

$$\frac{200,0}{900,0} = \sin(2\theta)$$

$$\sin(\overbrace{2\theta}^{\alpha}) = \frac{2}{9}$$

$$\arcsin\left(\frac{2}{9}\right) = 12,83^\circ$$

$$\alpha = 12,83$$

$$2\theta_1 = \alpha$$

$$\theta_1 = 6,415^\circ ;$$

$$\theta_2 = 90 - 6,415^\circ$$

$$\theta_2 = 83,585^\circ$$

8. a)

Na horizontal temos

$$\Delta x = V_{0x} \cdot t$$

$$\Delta x = V_0 \cos \theta \cdot t$$

$$V_0 = \frac{\Delta x}{\cos 35^\circ t} \quad (\text{I})$$

na horizontal temos

$$S = S_0 + V_{0y} t - \frac{g t^2}{2}$$

$$0 = 3300 + V_0 \sin 35^\circ t - \frac{g t^2}{2} \quad (\text{II})$$

Substituindo I em II temos:

$$0 = 3300 + \frac{\Delta x \sin 35^\circ t}{\cos 35^\circ t} - \frac{g t^2}{2}$$

$$\frac{g t^2}{2} = 3300 + \frac{\Delta x \sin 35^\circ}{\cos 35^\circ}$$

$$g t^2 = 6600 + 18.800 \cdot \frac{\sin 35^\circ}{\cos 35^\circ} \approx 0,700$$

$$t^2 = \frac{19763,901}{9,8}$$

$$t = \sqrt{2016,724}$$

$$t = 44,90 \quad \text{tempo de voo}$$

Substituindo em (I)

$$V_0 = \frac{\Delta x}{\cos 35^\circ t} \approx 255,57 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b) $t = 44,9 \text{ s}$

c) Aumentaria, pois com efeitos resistivos sobre o projétil faria o mesmo perder energia cinética e consequentemente velocidade.