BCM0504

Natureza da Informação

Sistemas de Numeração

Prof. Alexandre Donizeti Alves

Universidade Federal do ABC

Bacharelado em Ciência e Tecnologia

Bacharelado em Ciências e Humanidades

Terceiro Quadrimestre - 2018

Sistema de Numeração

- Conjunto de símbolos utilizados para representação de quantidades
- Cada sistema de numeração é apenas um método diferente de representar quantidades
- As quantidades em si não mudam, mudam apenas os símbolos usados para representá-las

Sistema de Numeração

- A quantidade de algarismos disponíveis em um dado sistema de numeração é chamada de base
- Representação numérica mais empregada: notação posicional

Notação posicional

- Valor atribuído a um símbolo **dependente** da posição em que ele se encontra no conjunto de símbolos que representa uma quantidade
- O valor total do número é a soma dos valores relativos de cada algarismo

Notação posicional

Sistema de numeração Decimal

735

700 30 5

573

500 70 3

Notação não posicional

- Valor atribuído a um símbolo é **inalterável**, independente da posição em que se encontre no conjunto de símbolos que representam uma quantidade

Notação não posicional

Sistema de Numeração Romano

XXI

10 10 1

XIX

10 1 10

Sistema de Numeração

- Sistema de numeração – código
- Operação básica – contagem
- Grupo com um determinado número de objetos – base (raiz)
- Sistemas de numeração básicos:
  - Decimal (10)
  - Binário (2)
  - Octal (8)
  - Hexadecimal (16)

Sistema de Numeração Decimal

- O sistema de numeração que nós usamos é o **decimal**
  - Chama-se decimal (base 10) porque utiliza 10 símbolos:
    - 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Sistema de Numeração Decimal

- Com estes 10 símbolos somos capazes de construir números tais como 747
  - O número 747 tem uma sequência de 3 símbolos (ou algarismos), dois dos quais repetidos (dois setes)

Sistema de Numeração Decimal

- No entanto, o primeiro 7 tem um valor diferente do segundo 7
- O primeiro vale 700 (7 centenas) mas o segundo só vale 7 (7 unidades)
- $747 = 700 + 40 + 7 = 7*10^2 + 4*10^1 + 7*10^0$

Sistema de Numeração Decimal

- Resumindo, os algarismos têm um valor diferente de acordo com a sua posição
- No sistema decimal, o peso dos algarismos são potências de 10

Exemplos

Sistema	Base	Algarismos
Binário	2	**0,1**
Ternário	3	**0,1,2**
Octal	8	**0,1,2,3,4,5,6,7**
Decimal	10	**0,1,2,3,4,5,6,7,8,9**
Duodecimal	12	**0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B**
Hexadecimal	16	**0,1,2,3,4,5,6,7,8,9, A,B,C,D,E,F**

Exemplos

- Como os números representados em **base 2** são muito **extensos** e, portanto, de **difícil manipulação visual**, costuma-se representar externamente os valores binários em **outras bases** de valor mais elevado (octal ou hexadecimal)
- Isso permite **maior compactação** de algarismos e **melhor visualização** dos valores

Exemplos

<table>
<tr><th>base 10</th><th>base 3</th><th>base 2</th><th>base 1 (pauzinhos)</th></tr>
<tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td></td></tr>
<tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>|</td></tr>
<tr><td>2</td><td>2</td><td>10</td><td>| |</td></tr>
<tr><td>3</td><td>10</td><td>11</td><td>| | |</td></tr>
<tr><td>4</td><td>11</td><td>100</td><td>| | | |</td></tr>
<tr><td>5</td><td>12</td><td>101</td><td>| | | | |</td></tr>
<tr><td>6</td><td>20</td><td>110</td><td>| | | | | |</td></tr>
<tr><td>7</td><td>21</td><td>111</td><td>| | | | | | |</td></tr>
<tr><td>8</td><td>22</td><td>1000</td><td>| | | | | | | |</td></tr>
<tr><td>9</td><td>100</td><td>1001</td><td>| | | | | | | | |</td></tr>
<tr><td>10</td><td>101</td><td>1010</td><td>| | | | | | | | | |</td></tr>
<tr><td>11</td><td>102</td><td>1011</td><td>| | | | | | | | | | |</td></tr>
<tr><td>12</td><td>110</td><td>1100</td><td>| | | | | | | | | | | |</td></tr>
<tr><td>13</td><td>111</td><td>1101</td><td>| | | | | | | | | | | | |</td></tr>
<tr><td>14</td><td>112</td><td>1110</td><td>| | | | | | | | | | | | | |</td></tr>
<tr><td>15</td><td>120</td><td>1111</td><td>| | | | | | | | | | | | | | |</td></tr>
<tr><td>16</td><td>121</td><td>10000</td><td>| | | | | | | | | | | | | | | |</td></tr>
<tr><td>17</td><td>122</td><td>10001</td><td>| | | | | | | | | | | | | | | | |</td></tr>
<tr><td>18</td><td>200</td><td>10010</td><td>| | | | | | | | | | | | | | | | | |</td></tr>
<tr><td>19</td><td>201</td><td>10011</td><td>| | | | | | | | | | | | | | | | | | |</td></tr>
<tr><td>20</td><td>202</td><td>10100</td><td>| | | | | | | | | | | | | | | | | | | |</td></tr>
<tr><td>.</td><td>.</td><td>.</td><td>.</td></tr>
<tr><td>.</td><td>.</td><td>.</td><td>.</td></tr>
<tr><td>.</td><td>.</td><td>.</td><td>.</td></tr>
</table>

Conversões

- Para se passar para a **base 2** qualquer número da **base 10**, basta **dividir** o **número na base 10 por 2** e seus quocientes sucessivamente até dar quociente 0
- Os **restos** (na **ordem inversa** de obtenção) formam a representação do número na **base 2**

Conversões

Exemplo:

57 na base 10 escrito na base 2 ficara:

- $57 \div 2 = 28$ e resto 1
- $28 \div 2 = 14$ e resto 0
- $14 \div 2 = 7$ e resto 0
- $7 \div 2 = 3$ e resto 1
- $3 \div 2 = 1$ e resto 1
- $1 \div 2 = 0$ e resto 1

Portanto $\mathbf{(57)_{10}} = \mathbf{(111001)_{2}}$

Conversões

- Para se obter um número na **base 10** a partir de um número na **base 2**, basta **multiplicar** o dígito na sequência do número pela **potência de 2** elevado a ordem do dígito, e **somar todas as parcelas**

Conversões

Exemplo:

$$(\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ )_2 =$$

$$(\ 1\ .\ 2^5 + 1\ .\ 2^4 + 1\ .\ 2^3 + 0\ .\ 2^2 +$$

$$0\ .\ 2^1 + 1\ .\ 2^0)_{10} = (57)_{10}$$

Conversões

- Para se passar da **base 10** para a **base 16**, segue-se o mesmo raciocínio aplicado a base binária

Exemplo:

  - $297 \div 16 = 18$ e resto 9
  - $18 \div 16 = 1$ e resto 2
  - $1 \div 16 = 0$ e resto 1

Portanto, $\mathbf{(297)_{10}} = \mathbf{(129)_{16}}$

Conversões

Exemplo:

$333 \div 16 = 20$ e resto 13

$20 \div 16 = 1$ e resto 4

$1 \div 16 = 0$ e resto 1

Portanto, $\mathbf{(333)_{10}} = \mathbf{(14D)_{16}}$

Conversões

Recuperando os número da **base 16** na **base 10**, temos:

$(129)_{16} = (1.16^2 + 2.16^1 + 9.16^0)_{10} = (297)_{10}$

$(14D)_{16} = (1.16^2 + 4.16^1 + 13.16^0)_{10} = (333)_{10}$

Conversões

- Conversão de números em uma **base b** qualquer para a **base 10**
  - $N_b = a_n.b^n + ... + a_2.b^2 + a_1.b^1 + a_0.b^0$

    $+ a_{-1}.b^{-1} + a_{-2}.b^{-2} + ... + a_{-n}.b^{-n}$

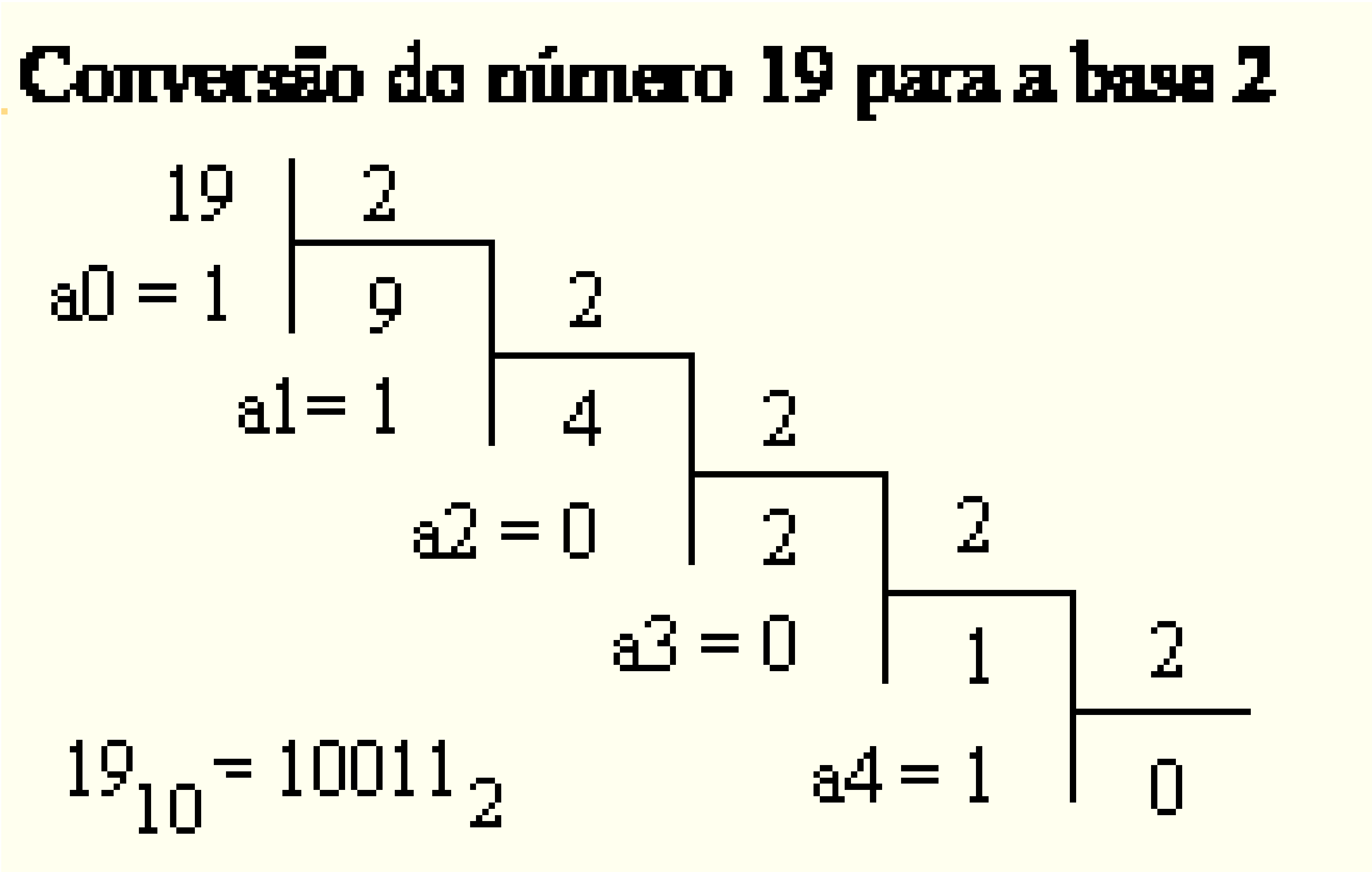
Conversões

- Conversão de números **da base 10** para uma **base b** qualquer
  - **Parte Inteira**:
    - número decimal será dividido sucessivas vezes pela base;

Conversões

- o resto de cada divisão ocupará sucessivamente as posições de ordem 0, 1, 2 e assim por diante até que o resto da última divisão (que resulta em quociente zero) ocupe a posição de mais alta ordem

Exemplo


Conversão do número 19 para a base 2
19
2
a0 = 1
9
2
a1= 1
4
2
a2 = 0
2
2
a3 = 0
1
2
a4 = 1
0
$19_{10} = 10011_2$

Conversões

- Conversão de números da **base 10** para uma **base b** qualquer
  - **Parte Fracionária:** se o número for fracionário, a conversão se fará em duas etapas distintas: primeiro a parte inteira e depois a parte fracionária

Conversões

- O algoritmo para a parte fracionária consiste de uma série de multiplicações sucessivas do número fracionário a ser convertido pela base;

Conversões

- a parte inteira do resultado da primeira multiplicação será o valor da primeira casa fracionária e a parte fracionária será de novo multiplicada pela base; e assim por diante, até o resultado dar zero ou até encontrarmos o número de casas decimais desejado

Exemplo

- Conversão de números da **base 10** para uma **base b** qualquer

Conversão do número decimal 15,65 para a base 2, usando 5 e 10 dígitos fracionários

Dividendo	Divisor	Quociente	Resto
15	2	7	a0 = 1
7	2	3	a1 = 1
3	2	1	a2 = 1
1	2	0	a3 = 1

Parte Inteira:

$15_{10} = 1111_2$

Parte Fracionária:

Com 5 dígitos:	Ampliando para 10 dígitos:
0,65 x 2 = 1,3	0,8 x 2 = 1,6
0,3 x 2 = 0,6	0,6 x 2 = 1,2
0,6 x 2 = 1,2	0,2 x 2 = 0,4
0,2 x 2 = 0,4	0,4 x 2 = 0,8
0,4 x 2 = 0,8	0,8 x 2 = 1,6

Com 5 dígitos fracionários:
0,65 = 0,10100

Com 10 dígitos fracionários:
0,65 = 0,1010011001

$15{,}65_{10} = 1111{,}10100_2$ (com 5 dígitos)

$15{,}65_{10} = 1111{,}1010011001_2$ (com 10 dígitos)

Exemplos

- Converter as seguintes representações para a base 10
  - $4F5_{16}$
  - 3485_9
  - $1001{,}01_2$

Respostas

- **$4F5_{16}$ = 1269_{10}**
  - $4.16^2 + 15.16^1 + 5.16^0$
  - $1024 + 240 + 5 = \mathbf{1269_{10}}$
- **3485_9 = 2588_{10}**
  - $3.9^3 + 4.9^2 + 8.9^1 + 5.9^0$
  - $2187 + 324 + 72 + 5 = \mathbf{2588_{10}}$
- **$1001{,}01_2$ = $9{,}25_{10}$**
  - $1.2^3 + 0.2^2 + 0.2^1 + 1.2^0 + 0.2^{-1} + 1.2^{-2}$
  - $8 + 0 + 0 + 1 + 0 + 0{,}25 = \mathbf{9{,}25_{10}}$

Conversões

- Para converter números de uma **base b** para uma outra **base b'** quaisquer, o processo prático utilizado é converter da **base b** dada para a **base 10** e depois da **base 10** para a **base b'** pedida

Exercício 01

Converta os seguintes números em **hexadecimal**, para **binário** e **decimal**:

A4

34

FF

67

234

Exercício 02

Converta os seguintes números de **binário** para **decimal**:

10101101

10011010

1100010100000111

11111111

Exercício 03

Converta os seguintes números de **decimal** para **binário**:

251

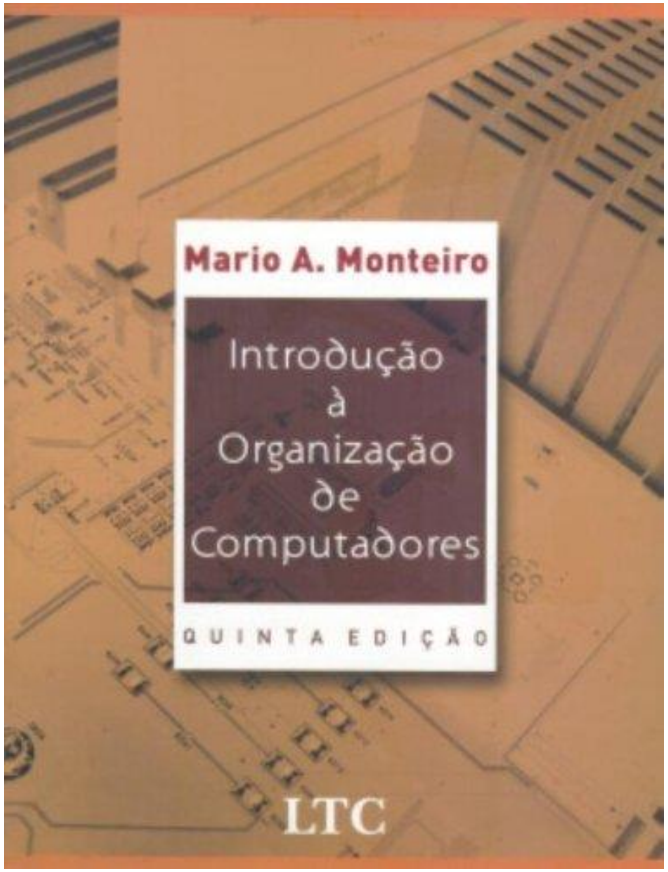
1020

765

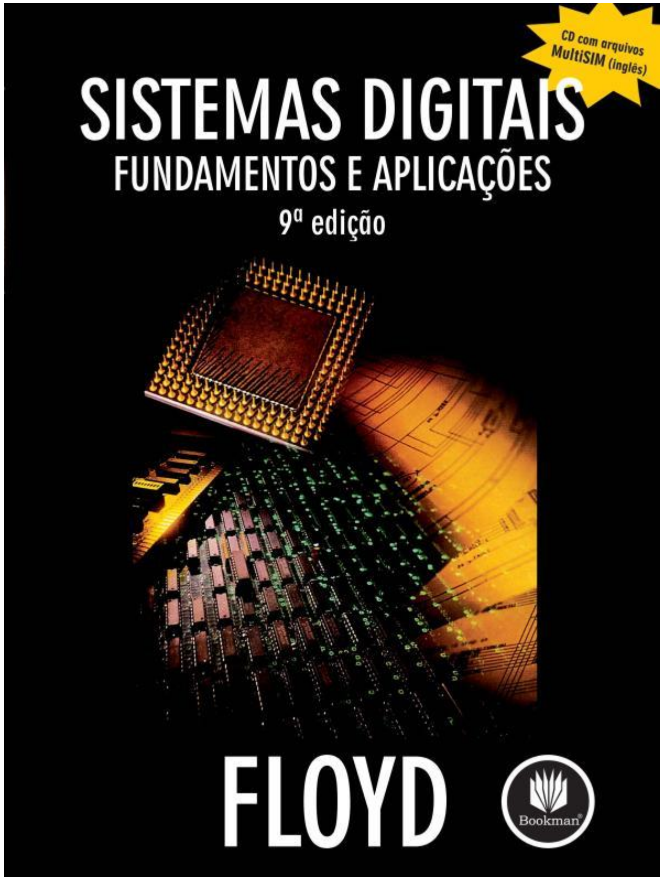
87

154

Bibliografia



Capítulo 3



Capítulo 2