2-1 NÚMEROS DECIMAIS

O leitor já tem familiaridade com o sistema de numeração decimal porque deve usar números decimais todos os dias. Embora os números decimais sejam comuns, a sua estrutura de pesos não é freqüentemente compreendida. Nesta seção, a estrutura dos números decimais é revisada. Essa revisão lhe ajudará a compreender mais facilmente a estrutura do sistema de numeração binário, o qual é importante no estudo de computadores e eletrônica digital.

Ao final do estudo desta seção você deverá ser capaz de:

- Explicar por que o sistema de numeração decimal é um sistema em que os dígitos apresentam pesos
- Explicar como potências de dez são usadas no sistema decimal
- Determinar o peso de cada dígito em um número decimal.

O sistema de numeração decimal tem dez dígitos.

No sistema de numeração **decimal**, cada um dos dígitos, de 0 a 9, representa uma certa quantidade. Como sabemos, os dez símbolos (**dígitos**) não nos limita a expressar apenas dez quantidades diferentes porque usamos vários dígitos posicionados adequadamente formando um número para indicar a magnitude (módulo) da quantidade. Podemos expressar quantidades até nove antes de usar mais dígitos; se queremos expressar uma quantidade maior que nove, usamos dois ou mais dígitos, sendo que a posição de cada dígito dentro do número nos diz a magnitude que ele representa. Se, por exemplo, queremos expressar a quantidade vinte e três, usamos (pela suas respectivas posições no número) o dígito 2 para representar a quantidade vinte e o dígito 3 para representar a quantidade três, conforme ilustrado a seguir.

O dígito 2 tem peso 10 nessa posição

O dígito 3 tem peso 1 nessa posição

$$\begin{array}{ccc} 2 & & 3 \\ \downarrow & & \downarrow \\ 2 \times 10 & + & 3 \times 1 \\ \downarrow & & \downarrow \\ 20 & + & 3 \\ & \downarrow & \\ & 23 & \end{array}$$

O sistema de numeração decimal tem uma base 10.

A posição de cada dígito em um número decimal indica a magnitude da quantidade representada e pode ser associada a um **peso**. Os pesos para os números inteiros são potências de dez positivas que aumentam da direita para a esquerda, começando com $10^0 = 1$.

$$\ldots\ 10^5\ 10^4\ 10^3\ 10^2\ 10^1\ 10^0$$

Para números fracionários, os pesos são potências de dez negativas que diminuem da esquerda para a direita começando com 10^{-1}.

O valor de um dígito é determinado por sua posição no número.

$$10^2\ 10^1\ 10^0,10^{-1}\ 10^{-2}\ 10^{-3}\ldots$$

vírgula decimal

O valor de um número decimal é a soma dos dígitos após cada um ser multiplicado pelo seu peso, conforme ilustra os Exemplos 2–1 e 2–2.

EXEMPLO 2–1

Expresse o número decimal 47 como uma soma dos valores de cada dígito.

Solução O dígito 4 tem um peso de 10, que é 10^1, conforme indicado pela sua posição. O dígito 7 tem um peso de 1, que é 10^0, conforme indicado pela sua posição.

$$\begin{aligned} 47 &= (4 \times 10^1) + (7 \times 10^0) \\ &= (4 \times 10) + (7 \times 1) = \mathbf{40 + 7} \end{aligned}$$

Problema relacionado* Determine o valor de cada dígito em 939.

* As respostas estão no final do capítulo.

EXEMPLO 2–2

Expresse o número decimal 568,23 como uma soma dos valores de cada dígito.

Solução O dígito 5, na parte inteira do número, tem um peso de 100, que é 10^2, o dígito 6 tem um peso de 10, que é 10^1, o dígito 8 tem um peso de 1, que é 10^0, o dígito fracionário 2 tem um peso de 0,1, que é 10^{-1}, e o dígito fracionário 3 tem um peso de 0,01, que é 10^{-2}.

$$\begin{aligned} 568{,}23 &= (5 \times 10^2) + (6 \times 10^1) + (8 \times 10^0) + (2 \times 10^{-1}) + (3 \times 10^{-2}) \\ &= (5 \times 100) + (6 \times 10) + (8 \times 1) + (2 \times 0{,}1) + (3 \times 0{,}01) \\ &= \mathbf{500} + \mathbf{60} + \mathbf{8} + \mathbf{0{,}2} + \mathbf{0{,}03} \end{aligned}$$

Problema relacionado Determine o valor de cada dígito em 67,924.

TUTORIAL: CALCULADORA

Potência de Dez

Exemplo Determine o valor de 10^3.

			Tela
TI-86	**Passo 1**	2 ^ (10^x)	
	Passo 2	3	10 ^ 30 1000
	Passo 3	ENTER	
TI-36X	**Passo 1**	1 0 y^x	1000
	Passo 2	3 =	

SEÇÃO 2–1 REVISÃO

As respostas estão no final do capítulo.

1. Qual é o peso que o dígito 7 tem em cada um dos seguintes números?
(a) 1370 **(b)** 6725 **(c)** 7051 **(d)** 58,72

2. Expresse cada um dos seguintes números decimais como uma soma dos produtos obtidos pela multiplicação de cada dígito pelo peso apropriado:
(a) 51 **(b)** 137 **(c)** 1492 **(d)** 106,58

2-2 NÚMEROS BINÁRIOS

O sistema de numeração binário é uma outra forma de representar quantidades. Ele é menos complicado que o sistema decimal porque usa apenas dois dígitos. O sistema decimal com os seus dez dígitos é um sistema de base dez; o sistema binário com seus dois dígitos é um sistema de base dois. Os dois dígitos binários (bits) são 1 e 0. A posição de um 1 ou um 0 em um número binário indica o seu peso, ou valor dentro do número, assim como a posição de um dígito decimal determina o valor daquele dígito. Os pesos em um número binário são baseados em potência de dois.

Ao final do estudo desta seção você deverá ser capaz de:

■ Contar em binário ■ Determinar o maior número decimal que pode ser representado por um determinado número de bits ■ Converter um número binário em um número decimal

Contagem em Binário

O sistema de numeração binário faz uso de dois dígitos (bits).

Para aprender a contar no sistema binário, primeiro analise como contamos no sistema decimal. Começamos pelo zero e contamos de forma crescente até nove antes de acabar os dígitos. Então começamos com o dígito de outra posição (à esquerda) e continuamos a contagem de 10 até 99. Neste momento, esgotamos todas as combinações de dois dígitos, sendo necessário um terceiro dígito para contar de 100 a 999.

Uma situação semelhante ocorre quando contamos em binário, exceto que temos apenas dois dígitos, denominados *bits*. Começando a contagem: 0, 1. Nesse momento, usamos os dois dígitos, assim incluímos uma nova posição de dígito e continuamos: 10, 11. Esgotamos todas as combinações de dois dígitos, de forma que é necessário uma terceira posição. Com posições para três dígitos podemos continuar a contagem: 100, 101, 110 e 111. Agora precisamos de uma quarta posição de dígito para continuar, e assim por diante. A Tabela 2–1 mostra uma contagem binária de zero a quinze. Observe o padrão de alternância de 1s e 0s em cada coluna.

O sistema de numeração binário tem base 2.

▶ TABELA 2–1

NÚMERO DECIMAL	NÚMERO BINÁRIO			
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1
4	0	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	0	1	1	1
8	1	0	0	0
9	1	0	0	1
10	1	0	1	0
11	1	0	1	1
12	1	1	0	0
13	1	1	0	1
14	1	1	1	0
15	1	1	1	1

Como vemos na Tabela 2–1, são necessários 4 bits para contar de zero a 15. Em geral, com n bits podemos contar até um número igual a $2^n - 1$.

Maior número decimal = $2^n - 1$

Por exemplo, com cinco bits ($n = 5$) podemos contar de zero a trinta e um.

$2^5 - 1 = 32 - 1 = 31$

Com seis bits ($n = 6$) podemos contar de zero a sessenta e três.

$2^6 - 1 = 64 - 1 = 63$

Uma tabela de potências de dois é dada no Apêndice A.

O valor de um bit é determinado pela sua posição no número.

TUTORIAL: CALCULADORA

Potência de Dois

Exemplo Determine o valor de 2^5.

TI-86 **Passo 1** 2 ^

Passo 2 5 ENTER

2 ^ 5
32

TI-36X **Passo 1** 2 y^x

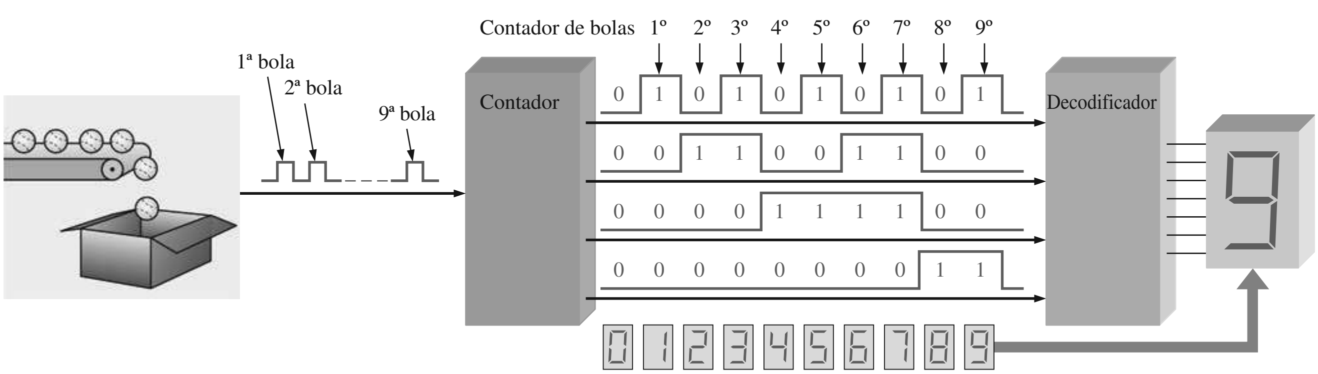
Passo 2 5 =

32

Uma Aplicação

Ao aprender a contar em binário, entenderemos basicamente como os circuitos digitais podem ser usados para contar eventos. Isso pode ser qualquer coisa, desde a contagem de itens em uma linha de montagem até a contagem de operações em um computador. Vamos considerar um exemplo simples da contagem de bola de tênis colocadas em uma caixa a partir de uma correia transportadora. Considere que são colocadas nove bolas em cada caixa.

O contador ilustrado na Figura 2–1 conta os pulsos de um sensor que detecta a passagem de uma bola e gera uma seqüência de níveis lógicos (formas de onda digitais) em cada uma das suas quatro saídas paralelas. Cada conjunto de níveis lógicos representa um número binário de 4 bits (nível ALTO = 1 e nível BAIXO = 0), conforme indicado. À medida que o decodificador recebe essas formas de onda, ele decodifica cada conjunto de quatro bits e converte no número decimal correspondente e mostra num display de 7 segmentos. Quando o contador chega no estado binário 1001, é porque ele contou 9 bolas de tênis, o display mostra o decimal 9 e uma nova caixa é posicionada sob o transportador. Então o contador retorna ao estado zero (0000) e o processo começa novamente. (O número 9 foi usado apenas com o intuito de se ter a simplicidade de um único dígito.)



▲ **FIGURA 2–1**

Ilustração de uma simples aplicação de contagem binária.

A Estrutura de Pesos dos Números Binários

O peso ou o valor de um bit aumenta da direita para a esquerda em um número binário.

Um número binário é um número em que os dígitos apresentam pesos. O bit mais à direita é o bit menos significativo (**LSB** – *least significante bit*) em um número inteiro binário e tem um peso de $2^0 = 1$. Os pesos aumentam da direita para a esquerda em potências de dois para cada bit. O bit mais à esquerda é o mais significativo (**MSB** – *most significant bit*); seu peso depende do tamanho do número binário.

Números fracionários também podem ser representados em binário colocando os bits à direita da vírgula binária, assim como os dígitos decimais fracionários são colocados à direita da vírgula decimal. O bit mais à esquerda é o MSB em um número binário fracionário e tem um peso de $2^{-1} = 0{,}5$. Os pesos da parte fracionária diminuem da esquerda para a direita por uma potência negativa de dois para cada bit.

A estrutura de pesos de um número binário é a seguinte:

$$2^{n-1} \ldots 2^3\ 2^2\ 2^1\ 2^0,\ 2^{-1}\ 2^{-2} \ldots 2^{-n}$$

vírgula binária

NOTA: COMPUTAÇÃO

Os computadores usam números binários para selecionar posições memória. Cada posição de memória está associada a um único número denominado *endereço*. Alguns microprocessadores Pentium, por exemplo, têm 32 linhas de endereço, as quais possibilitam selecionar (endereçar) 2^{32} (4.294.967.296) posições únicas de memória.

onde *n* é o número de bits a partir da vírgula binária. Portanto, todos os bits à esquerda da vírgula binária têm pesos que são potências positivas de dois, conforme discutido anteriormente para números inteiros. Todos os bits à direita da vírgula binária têm pesos que são potências negativas de dois, ou pesos fracionários.

As potências de dois e os seus pesos decimais equivalentes para um número inteiro binário de 8 bits e um número fracionário binário de 6 bits são mostradas na Tabela 2–2. Observe que o peso dobra para cada potência de dois positiva e que o peso é reduzido à metade a cada potência de dois negativa. Podemos estender facilmente a tabela dobrando o peso da potência de dois positiva mais significativa e reduzindo pela metade o peso da potência de dois negativa menos significativa, por exemplo, $2^9 = 512$ e $2^{-7} = 0{,}00787125$.

▼ **TABELA 2–1**

Pesos binários

POTÊNCIAS DE DOIS POSITIVAS NÚMEROS INTEIROS									POTÊNCIAS DE DOIS NEGATIVAS NÚMEROS FRACIONÁRIOS					
2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}	2^{-4}	2^{-5}	2^{-6}
256	128	64	32	16	8	4	2	1	1/2	1/4	1/8	1/16	1/32	1/64
									0,5	0,25	0,125	0,0625	0,03125	0,015625

Conversão de Binário para Decimal

A soma dos pesos de todos os 1s de um número binário resulta no valor decimal.

O valor decimal de um número binário pode ser determinado somando-se os pesos de todos os bits que são 1 e descartando todos os pesos dos bits que são 0.

EXEMPLO 2–3

Converta o número binário inteiro 1101101 para decimal.

Solução Determine o peso de cada bit que for 1 e em seguida calcule o somatório desses pesos para obter o número decimal.

$$\text{Peso: } 2^6\ 2^5\ 2^4\ 2^3\ 2^2\ 2^1\ 2^0$$
$$\text{Número binário: } 1\ \ 1\ \ 0\ \ 1\ \ 1\ \ 0\ \ 1$$
$$1101101 = 2^6 + 2^5 + 2^3 + 2^2 + 2^0$$
$$= 64 + 32 + 8 + 4 + 1 = \mathbf{109}$$

Problema relacionado Converta o número binário 10010001 para decimal.

EXEMPLO 2–4

Converta o número binário fracionário 0,1011 para decimal.

Solução Determine o peso de cada bit que vale 1 e então some os pesos para obter o número decimal fracionário.

$$\begin{array}{rl} \text{Peso:} & 2^{-1}\ 2^{-2}\ 2^{-3}\ 2^{-4} \\ \text{Número binário:} & 0,1\ \ 0\ \ 1\ \ 1 \end{array}$$

$$0{,}1011 = 2^{-1} + 2^{-3} + 2^{-4}$$
$$= 0{,}5 + 0{,}125 + 0{,}0625 = \mathbf{0{,}6875}$$

Problema relacionado Converta o número binário 10,111 para decimal.

SEÇÃO 2–2 REVISÃO

1. Qual é o maior número decimal que pode ser representado em binário por 8 bits?
2. Determine o peso do bit 1 no número binário 10000.
3. Converta o número binário 10111101,011 para decimal.

2-3 CONVERSÃO DE DECIMAL PARA BINÁRIO

Na Seção 2–2, aprendemos como converter um número binário para o seu equivalente decimal. Agora vamos estudar duas formas de converter um número decimal em binário.

Ao final do estudo desta seção você deverá ser capaz de:

■ Converter um número decimal para binário usando o método da soma dos pesos ■ Converter um número inteiro decimal para binário usando o método da divisão sucessiva por dois ■ Converter um número fracionário decimal para binário usando o método da multiplicação sucessiva por dois

Método da Soma dos Pesos

Uma forma de determinar o número binário que é equivalente a um dado número decimal é determinar o conjunto dos pesos binários cuja soma é igual ao número decimal. Um jeito fácil de lembrar dos pesos binários é saber que o menor dos pesos é 1, que corresponde a 2^0, e que dobrando esse peso obtemos o próximo peso de maior ordem; assim, uma lista de sete pesos em binário consta os pesos 64, 32, 16, 8, 4, 2, 1 conforme aprendido na seção anterior. O número decimal 9, por exemplo, pode ser expresso como a soma dos pesos binários mostrados a seguir:

Para obter um número binário a partir de um número decimal dado, determine os pesos que somados resultam no número decimal.

$$9 = 8 + 1 \quad \text{ou} \quad 9 = 2^3 + 2^0$$

Colocando 1s nas posições apropriadas, 2^3 e 2^0, e 0s na posições 2^2 e 2^1, determina-se o número binário para o decimal 9.

2^3	2^2	2^1	2^0	
1	0	0	1	Número binário para o decimal 9

EXEMPLO 2–5

Converta os seguintes números decimais para binário:

(a) 12 **(b)** 25 **(c)** 58 **(d)** 82

Solução

(a) $12 = 8 + 4 = 2^3 + 2^2 \longrightarrow$ **1100**

(b) $25 = 16 + 8 + 1 = 2^4 + 2^3 + 2^0 \longrightarrow$ **11001**

(c) $58 = 32 + 16 + 8 + 2 = 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^1 \longrightarrow$ **111010**

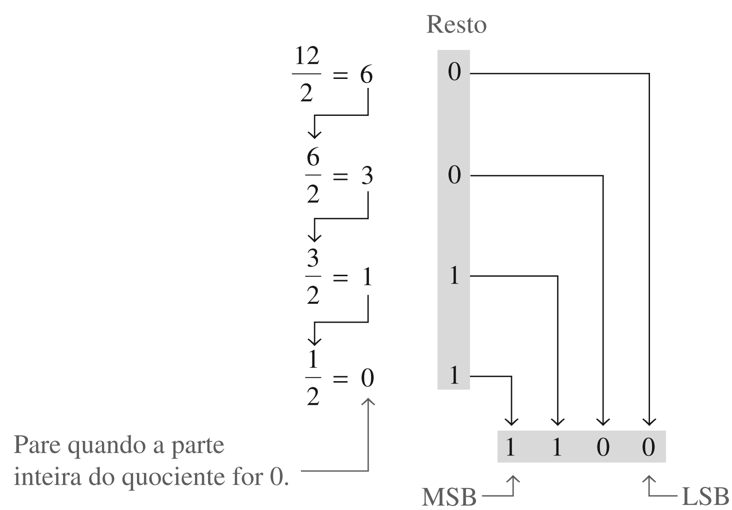
(d) $82 = 64 + 16 + 2 = 2^6 + 2^4 + 2^1 \longrightarrow$ **1010010**

Problema relacionado Converta o número decimal 125 para binário.

Método da Divisão Sucessiva por 2

Para obter o número binário que corresponde a um dado número decimal, divida o número decimal por 2 até que o quociente seja 0. Os restos formam o número binário.

Um método sistemático de conversão de números decimais inteiros para o formato binário é o processo de *divisões sucessivas por 2*. Por exemplo, para converter o número decimal 12 para binário, comece dividindo 12 por 2. Em seguida divida cada quociente resultante por 2 até que a parte inteira do quociente seja 0. Os **restos** gerados em cada divisão formam o número binário. O primeiro resto gerado é o LSB (bit menos significativo) no número binário e o último resto gerado é o MSB (bit mais significativo). Esse procedimento é mostrado nos passos a seguir para converter o número decimal 12 em binário.

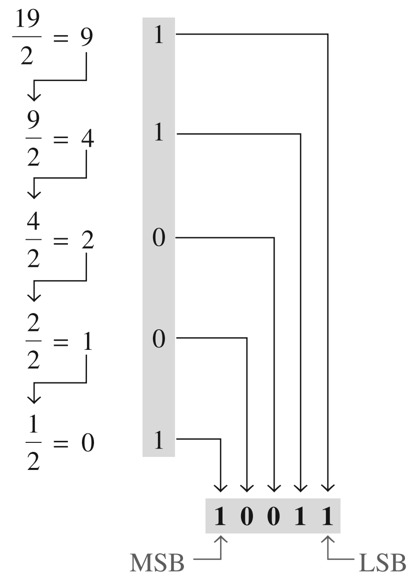


EXEMPLO 2–6

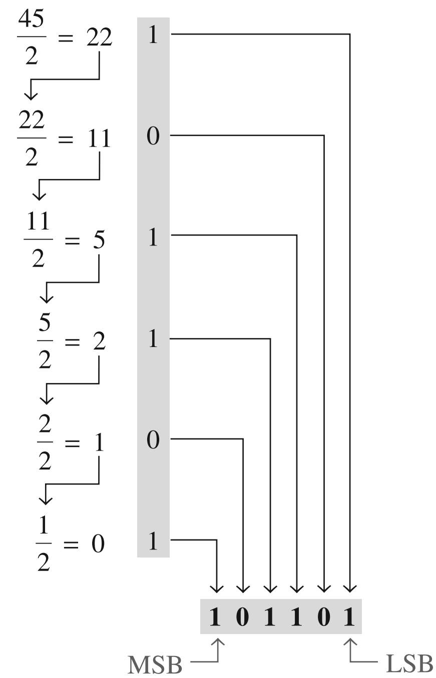
Converta os seguintes números decimais em binário:

(a) 19 **(b)** 45

Solução **(a)**



(b)



Problema relacionado Converta o número decimal 39 em binário.

TUTORIAL: CALCULADORA

Conversão de um número decimal em número binário

Exemplo Converta o decimal 57 em binário.

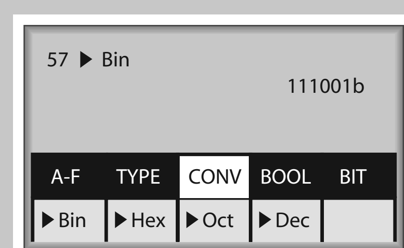
BASE

TI-86 **Passo 1** 2 1 F3

Passo 2 5 7

Passo 3 F1

Passo 4 ENTER



BASE

TI-36X **Passo 1** 3rd EE

Passo 2 5 7

BIN

Passo 3 3rd X

111001

Conversão de Decimal Fracionário em Binário

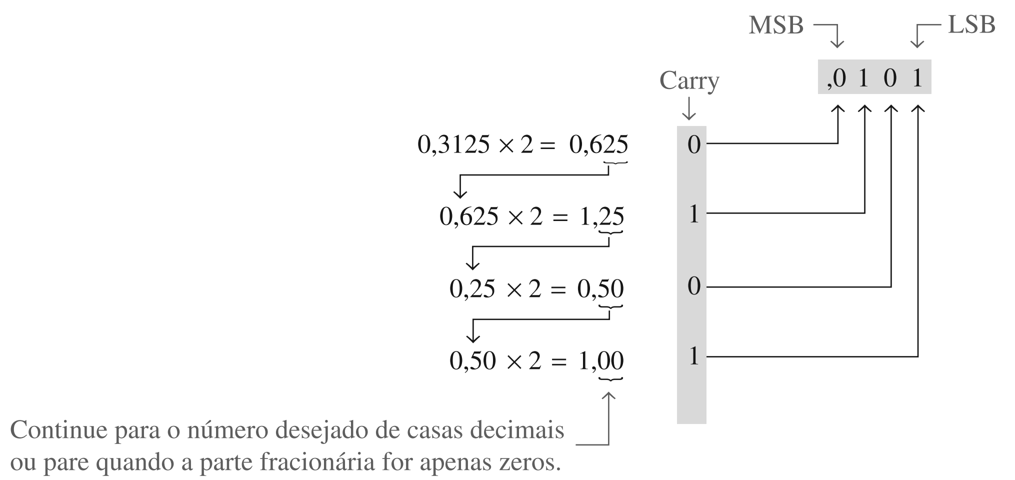
Os Exemplos 2–5 e 2–6 demonstraram conversões de números inteiros. Agora vamos analisar conversões entre números fracionários. Uma forma fácil de lembrar dos pesos da parte fracionária de um número binário é lembrar que o peso do bit mais significativo é 0,5, que equivale a 2^{-1}, e que dividindo qualquer peso por dois obtemos o próximo peso menos significativo; portanto, uma lista de quatro pesos binários fracionários seria 0,5; 0,25; 0,125; 0,0625.

Soma dos Pesos O método da soma dos pesos pode ser aplicado a números decimais fracionários, conforme mostra o exemplo a seguir:

$$0{,}625 = 0{,}5 + 0{,}125 = 2^{-1} + 2^{-3} = 0{,}101$$

Existe um 1 na posição 2^{-1}, um 0 na posição 2^{-2} e um 1 na posição 2^{-3}.

Multiplicações Sucessivas por 2 Como vimos, números decimais inteiros podem ser convertidos para binário por meio de divisões sucessivas por 2. Decimais fracionários podem ser convertidos para binário por meio de multiplicações sucessivas por 2. Por exemplo, para converter o fracionário decimal 0,3125 para binário, comece multiplicando 0,3125 por 2 e então multiplicar por 2 cada parte fracionária resultante do produto até que o produto seja 0 ou até que o número desejado de casas decimais seja alcançado. Os dígitos de carry, ou **carries**, gerados pela multiplicação formam o número binário. O primeiro carry gerado é o MSB e o último é o LSB. Esse procedimento é ilustrado a seguir:



SEÇÃO 2–3 REVISÃO

1. Converta cada número decimal a seguir em binário usando o método da soma dos pesos.
   (a) 23 **(b)** 57 **(c)** 45,5
2. Converta cada número decimal a seguir em binário usando o método das divisões sucessivas por 2 (multiplicações sucessivas por 2 no caso da parte fracionária):
   (a) 14 **(b)** 21 **(c)** 0,375

2-4 ARITMÉTICA BINÁRIA

A aritmética binária é essencial em todos os computadores digitais e em muitos outros tipos de sistemas digitais. Para entender os sistemas digitais, temos que saber os fundamentos das operações de soma, subtração, multiplicação e divisão em binário. Esta seção apresenta uma introdução ao assunto, que será estendido em seções posteriores.

Ao final do estudo desta seção você deverá ser capaz de:

■ Somar números em binário ■ Subtrair números em binário ■ Multiplicar números em binário ■ Dividir números em binário

2-8 NÚMEROS HEXADECIMAIS

O sistema de numeração hexadecimal tem dezesseis caracteres; ele é usado principalmente como uma forma compacta de apresentar ou escrever números binários, e é muito fácil realizar conversões entre binário e hexadecimal. Números binários longos são difíceis de serem lidos e escritos porque é fácil omitir ou trocar um bit. Como os computadores entendem apenas 1s e 0s, é necessário usar esses dígitos quando se programa em "linguagem de máquina". Imagine escrever uma instrução de dezesseis bits para um sistema microprocessado em 1s e 0s. É muito mais eficiente usar hexadecimal ou octal; os números octais são abordados na Seção 2–9. O sistema hexadecimal é bastante usado em aplicações de computador e microprocessador.

Ao final do estudo desta seção você deverá ser capaz de:

■ Fazer uma lista dos caracteres hexadecimais ■ Contar em hexadecimal ■ Converter de binário para hexadecimal ■ Converter de hexadecimal para binário ■ Converter de hexadecimal para decimal ■ Converter de decimal para hexadecimal ■ Somar números hexadecimais ■ Determinar o complemento de 2 de um número hexadecimal ■ Subtrair números hexadecimais

O sistema de numeração **hexadecimal** tem uma base de dezesseis; ou seja, ele é composto de 16 **caracteres numéricos** e alfabéticos. A maioria dos sistemas digitais processa dados binários em grupos que são múltiplos de quatro bits, tornando o número hexadecimal muito conveniente porque cada dígito hexadecimal representa um número binário de 4 bits (conforme vemos na Tabela 2–3).

O sistema de numeração hexadecimal consiste em dígitos de 0 a 9 e letras de A a F.

◄ **TABELA 2–3**

DECIMAL	BINÁRIO	HEXADECIMAL
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7
8	1000	8
9	1001	9
10	1010	A
11	1011	B
12	1100	C
13	1101	D
14	1110	E
15	1111	F

O sistema de numeração hexadecimal é constituído de dez dígitos numéricos e seis caracteres alfabéticos. O uso das letras A, B, C, D, E e F para representar números pode inicialmente parecer estranho, mas tenha em mente que qualquer sistema de numeração é apenas um conjunto de símbolos seqüenciais. Se entendermos que quantidades esses símbolos representam, então a forma que os símbolos apresentam é menos importante uma vez que nos acostumamos a usá-los. Usaremos o subscrito 16 para designar números hexadecimais para evitar confusões com os números decimais. Algumas vezes veremos uma letra "h" seguida de um número hexadecimal.

NOTA: COMPUTAÇÃO

Com as memórias dos computadores na faixa de gigabytes (GB), especificar um endereço de memória em binário é bastante incômodo. Por exemplo, precisamos de 32 bits para especificar um endereço numa memória de 4 GB. É muito mais fácil expressar um código de 32 bits usando 8 dígitos hexadecimais.

Contagem em Hexadecimal

Como contar em hexadecimal uma vez atingida a contagem F? Simplesmente inicie uma nova coluna e continue como mostrado a seguir:

> 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 1A, 1B, 1C, 1D, 1E, 1F, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 2A, 2B, 2C, 2D, 2E, 2F, 30, 31...

Com dois dígitos hexadecimais, podemos contar até FF_{16}, que corresponde ao decimal 255. Para contar além desse valor, são necessários três dígitos hexadecimais. Por exemplo, 100_{16} equivale ao decimal 256, 101_{16} equivale ao decimal 257 e assim por diante. O maior número hexadecimal de três dígitos é FFF_{16}, que equivale ao decimal 4095. O maior número hexadecimal de quatro dígitos é $FFFF_{16}$, que equivale ao decimal 65.535.

Conversão de Binário para Hexadecimal

A conversão de um número binário para hexadecimal é um procedimento direto. Simplesmente separe o número binário em grupos de 4 bits começando do bit mais à direita e substituindo cada grupo de 4 bits pelo símbolo hexadecimal equivalente.

EXEMPLO 2–24

Converta os seguintes números binários para hexadecimal:

(a) 1100101001010111 **(b)** 111111000101101001

Solução

(a) $\underbrace{1100}_{\downarrow\,C}\underbrace{1010}_{\downarrow\,A}\underbrace{0101}_{\downarrow\,5}\underbrace{0111}_{\downarrow\,7} = \mathbf{CA57_{16}}$

(b) $\underbrace{0011}_{\downarrow\,3}\underbrace{1111}_{\downarrow\,F}\underbrace{0001}_{\downarrow\,1}\underbrace{0110}_{\downarrow\,6}\underbrace{1001}_{\downarrow\,9} = \mathbf{3F169_{16}}$

Dois zeros têm que ser acrescentados no item (b) para completar com 4 bits o grupo à esquerda.

Problema relacionado Converta o número binário 1001111011110011100 para hexadecimal.

Conversão de Hexadecimal para Binário

Hexadecimal é uma forma conveniente de representar números binários.

Para converter um número de hexadecimal para binário, o processo é inverso, sendo que substituímos cada símbolo hexadecimal pelos quatro bits correspondentes.

EXEMPLO 2–25

Determine os números binários correspondentes aos seguintes números hexadecimais:

(a) $10A4_{16}$ **(b)** $CF8E_{16}$ **(b)** 9742_{16}

Solução

(a) $\underbrace{1}^{1\,\downarrow}\underbrace{0000}^{0\,\downarrow}\underbrace{1010}^{A\,\downarrow}\underbrace{0100}^{4\,\downarrow}$ → **1000010100100**

(b) $\underbrace{1100}^{C\,\downarrow}\underbrace{1111}^{F\,\downarrow}\underbrace{1000}^{8\,\downarrow}\underbrace{1110}^{E\,\downarrow}$ → **1100111110001110**

(c) $\underbrace{1001}^{9\,\downarrow}\underbrace{0111}^{7\,\downarrow}\underbrace{0100}^{4\,\downarrow}\underbrace{0010}^{2\,\downarrow}$ → **1001011101000010**

No item (a), considere o MSB precedido de três zeros, formando assim um grupo de 4 bits.

Problema relacionado Converta o número hexadecimal 6BD3 em binário.

Deve estar claro que é muito mais fácil lidar com um número hexadecimal do que com o equivalente em binário. Como a conversão é muito fácil, o sistema hexadecimal é amplamente usado na representação de números binários em programação, impressão e displays.

A conversão entre hexadecimal e binário é feita de forma direta e fácil.

Conversão de Hexadecimal para Decimal

Uma forma de determinar o equivalente decimal de um número hexadecimal é primeiro converter o número hexadecimal em binário e em seguida converter de binário para decimal.

EXEMPLO 2–26

Converta o seguinte número hexadecimal em decimal:

(a) $1C_{16}$ **(b)** $A85_{16}$

Solução Lembre-se, converta primeiro o número hexadecimal em binário e em seguida converta o número binário para decimal.

(a)

$$\begin{array}{cc} 1 & C \\ \downarrow & \downarrow \\ \overbrace{0001} & \overbrace{1100} \end{array} = 2^4 + 2^3 + 2^2 = 16 + 8 + 4 = \mathbf{28_{10}}$$

(b)

$$\begin{array}{ccc} A & 8 & 5 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \overbrace{1010} & \overbrace{1000} & \overbrace{0101} \end{array} = 2^{11} + 2^9 + 2^7 + 2^2 + 2^0 = 2048 + 512 + 128 + 4 + 1 = \mathbf{2693_{10}}$$

Problema relacionado Converta o número hexadecimal 6BD para decimal.

Outra forma de converter um número hexadecimal no seu equivalente decimal é multiplicar o valor decimal de cada dígito hexadecimal pelo seu peso e então realizar a soma desses produtos. Os pesos de um número hexadecimal são potências de 16 crescentes (da direita para a esquerda). Para um número hexadecimal de 4 dígitos, os pesos são:

16^3	16^2	16^1	16^0
4096	256	16	1

EXEMPLO 2–27

Converta os seguintes números hexadecimais em números decimais:

(a) $E5_{16}$ **(b)** $B2F8_{16}$

Solução Consultando a Tabela 2–3, vemos que as letras de A a F representam os números decimais de 10 a 15, respectivamente.

(a) $E5_{16} = (E \times 16) + (5 \times 1) = (14 \times 16) + (5 \times 1) = 224 + 5 = \mathbf{229_{10}}$

(b)

$$\begin{aligned} B2F8_{16} &= (B \times 4096) + (2 \times 256) + (F \times 16) + (8 \times 1) \\ &= (11 \times 4096) + (2 \times 256) + (15 \times 16) + (8 \times 1) \\ &= 45.056 + 512 + 240 + 8 = \mathbf{45.816_{10}} \end{aligned}$$

Problema relacionado Converta $60A_{16}$ em decimal.

TUTORIAL: CALCULADORA

Potências de 16

Exemplo Determine o valor de 16^4.

TI-86	**Passo 1**	1 6 ^	16 ^ 4 65536
	Passo 2	4 ENTER	
TI-36X	**Passo 1**	1 6 y^x	65536
	Passo 2	4 =	

Conversão de Decimal para Hexadecimal

Divisões sucessivas de um número decimal por 16 produzem o número hexadecimal equivalente, formado pelos restos das divisões. O primeiro resto produzido é o digito menos significativo (LSD – *least significant digit*). Cada divisão sucessiva por 16 resulta num resto que se torna num dígito no número hexadecimal equivalente. Esse procedimento é similar à divisão sucessiva por 2 usada na conversão de decimal para binário que foi abordada na Seção 2–3. O Exemplo 2–28 ilustra esse procedimento. Observe que quando o quociente tem uma parte fracionária, essa parte é multiplicada pelo divisor para se obter o resto.

EXEMPLO 2–28

Converta o número decimal 650 em hexadecimal por meio de divisões sucessivas por 16.

Solução

Resto hexadecimal

$$\frac{650}{16} = 40{,}625 \rightarrow 0{,}625 \times 16 = 10 = \text{A}$$

$$\frac{40}{16} = 2{,}5 \longrightarrow 0{,}5 \times 16 = 8 = 8$$

$$\frac{2}{16} = 0{,}125 \longrightarrow 0{,}125 \times 16 = 2 = 2$$

Pare quando a parte inteira do quociente for zero

2 8 A Número hexadecimal

MSD LSD

Problema relacionado Converta o decimal 2591 em hexadecimal.

Adição Hexadecimal

A adição pode ser feita diretamente com números hexadecimais lembrando que os dígitos hexadecimais de 0 a 9 são equivalentes aos dígitos decimais de 0 a 9 e que os dígitos hexadecimais de A a F são equivalentes aos números decimais de 10 a 15. Quando somar dois números hexadecimais, use as regras a seguir. (Os números decimais são indicados pelo subscrito 10).

2-9 NÚMEROS OCTAIS

Assim como o sistema de numeração hexadecimal, o sistema de numeração octal proporciona uma forma conveniente de expressar números binários e códigos. Entretanto, ele é usado menos freqüentemente que o sistema hexadecimal em conjunção com computadores e microprocessadores para expressar quantidades binárias para fins de entrada e saída.

Ao final do estudo desta seção você deverá ser capaz de:

■ Escrever os dígitos do sistema de numeração octal ■ Converter de octal para decimal ■ Converter de decimal para octal ■ Converter de octal para binário ■ Converter de binário para octal

O sistema de numeração octal tem uma base 8.

O sistema de numeração **octal** é composto de oito dígitos, os quais são:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

Para contar acima de 7, inicie uma nova coluna e continue:

10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 20, 21,...

A contagem em octal é similar à contagem em decimal, exceto que os dígitos 8 e 9 não são usados. A fim de distinguir os números octais dos números decimais ou hexadecimais, usamos o subscrito 8 para indicar que o número em questão é octal. Por exemplo, 15_8 em octal é equivalente a 13_{10} em decimal e D em hexadecimal. Algumas vezes podemos encontrar as letras "o" ou "Q" após o número, indicando que ele é octal.

Conversão de Octal para Decimal

Como o sistema de numeração octal tem uma base de oito, cada posição sucessiva de um dígito é uma potência crescente de oito, começando pela coluna mais à direita com 8^0. O cálculo de um número octal em termos do seu equivalente decimal é realizado multiplicando-se cada dígito pelo seu peso e somando os produtos, conforme ilustrado a seguir para o número 2374_8.

Peso: $8^3\ 8^2\ 8^1\ 8^0$

Número octal: 2 3 7 4

$$\begin{aligned} 2374_8 &= (2 \times 8^3) + (3 \times 8^2) + (7 \times 8^1) + (4 \times 8^0) \\ &= (2 \times 512) + (3 \times 64) + (7 \times 8) + (4 \times 1) \\ &= 1024 + 192 + 56 + 4 = 1276_{10} \end{aligned}$$

Conversão de Decimal para Octal

Um método de conversão de um número decimal para octal é o da divisão sucessiva por 8, similar ao método usado na conversão de números decimais para binário ou para hexadecimal. Para mostrar como se faz, vamos converter o número decimal 359 para octal. Cada divisão sucessiva por 8 resulta num resto que se torna um dígito do número octal equivalente. O primeiro resto gerado é o dígito menos significativo (LSD).

Resto

$$\frac{359}{8} = 44{,}875 \longrightarrow 0{,}875 \times 8 = 7$$

$$\frac{44}{8} = 5{,}5 \longrightarrow 0{,}5 \times 8 = 4$$

$$\frac{5}{8} = 0{,}625 \longrightarrow 0{,}625 \times 8 = 5$$

Pare quando a parte inteira do quociente for zero

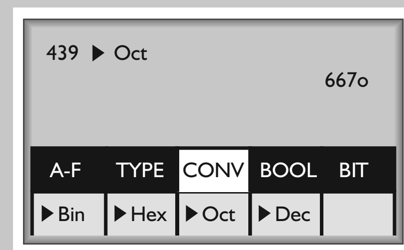
5 4 7 Número octal

MSD LSD

TUTORIAL: CALCULADORA

Conversão de um Número Decimal para Octal

Exemplo Converta o decimal 439 para octal.



TI-86

		BASE
Passo 1	2 1 F3	
Passo 2	4 3 9	
Passo 3	F3	
Passo 4	ENTER	

TI-36X

		DEC
Passo 1	3rd EE	
Passo 2	4 3 9	
		OCT
Passo 3	3rd)	

667

Conversão de Octal para Binário

Como o dígito octal pode ser representado por 3 bits, é muito fácil converter de octal para binário. Cada dígito octal é representado por três bits, conforme mostra a Tabela 2–4.

O sistema octal é uma forma conveniente de representar números binários, mas não é tão usado como o hexadecimal.

▼ **TABELA 2–4**

Conversão de octal para binário

DÍGITO OCTAL	0	1	2	3	4	5	6	7
BINÁRIO	000	001	010	011	100	101	110	111

Para converter um número octal para binário, simplesmente substitua cada dígito octal pelos três bits apropriados.

EXEMPLO 2–31

Converta cada um dos seguintes números octais para binário:

(a) 13_8 **(b)** 25_8 **(c)** 140_8 **(d)** 7526_8

Solução

(a) 1 3 → **001011**

(b) 2 5 → **010101**

(c) 1 4 0 → **001100000**

(d) 7 5 2 6 → **111101010110**

Problema relacionado Converta cada um dos números binários obtidos neste exemplo para decimal e verifique que cada valor está de acordo com o valor decimal correspondente ao número octal.

Conversão de Binário para Octal

A conversão de binário para octal é a operação inversa da conversão de octal para binário. O procedimento é o seguinte: comece pelo grupo de três bits mais à direita e, percorrendo os grupos de bits da direita para a esquerda, converta cada grupo no seu dígito octal correspondente. Caso o grupo mais à esquerda não tiver três bits, acrescente um ou dois zeros para completar o grupo. Esses zeros à esquerda não afetam o valor do número binário.

EXEMPLO 2–32

Converta cada número binário a seguir no seu equivalente em octal:

(a) 110101 **(b)** 101111001 **(c)** 100110011010 **(d)** 11010000100

Solução

(a) $\underbrace{110}_{6}\underbrace{101}_{5} = \mathbf{65_8}$

(b) $\underbrace{101}_{5}\underbrace{111}_{7}\underbrace{001}_{1} = \mathbf{571_8}$

(c) $\underbrace{100}_{4}\underbrace{110}_{6}\underbrace{011}_{3}\underbrace{010}_{2} = \mathbf{4632_8}$

(d) $\underbrace{011}_{3}\underbrace{010}_{2}\underbrace{000}_{0}\underbrace{100}_{4} = \mathbf{3204_8}$

Problema relacionado Converta o número binário 1010101000111110010 para octal.

SEÇÃO 2–9 REVISÃO

1. Converta os seguintes números octais em decimais:
(a) 73_8 **(b)** 125_8

2. Converta os seguintes números decimais em octais:
(a) 98_{10} **(b)** 163_{10}

3. Converta os seguintes números octais em binários:
(a) 46_8 **(b)** 723_8 **(c)** 5624_8

4. Converta os seguintes números binários em octais:
(a) 110101111 **(b)** 1001100010 **(c)** 10111111001

2-10 DECIMAL CODIFICADO EM BINÁRIO (BCD)

Decimal codificado em binário (BCD – *binary coded decimal*) é uma forma de expressar cada dígito decimal com um código binário. Existem apenas dez grupos de códigos no sistema BCD, de forma que é muito fácil converter decimal em BCD. Como preferimos ler e escrever em decimal, o código BCD provê uma excelente interface com o sistema binário. Exemplos de tais interfaces são as entradas do teclado e leituras digitais.

Ao final do estudo desta seção você deverá ser capaz de:

■ Converter cada dígito decimal em BCD ■ Expressar números decimais em BCD ■ Converter de BCD para decimal ■ Somar números em BCD

O Código 8421

Em BCD, 4 bits representa cada dígito decimal.

O código 8421 é um tipo de código **BCD** (decimal codificado em binário). Decimal codificado em binário significa que cada dígito decimal, de 0 a 9, é representado por um código binário de quatro bits. A designação 8421 indica os pesos binários dos quatro bits (2^3, 2^2, 2^1, 2^0). A facilidade de conversão entre números em código 8421 e números decimais é a principal vantagem desse código. Tudo o que precisamos fazer é lembrar as dez combinações binárias que representam os dez dígitos conforme mostra a Tabela 2–5. O código 8421 é o código BCD predominante, e quando nos referirmos a BCD, queremos dizer que o código é o 8421, a menos que seja relatado o contrário.