Matemática

01. (Fuvest) As propriedades aritméticas e as relativas à noção de ordem desempenham um importante papel no estudo dos números reais. Nesse contexto, qual das afirmações a seguir é correta?

a) Quaisquer que sejam os números reais positivos a e b, é verdadeiro que $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$.

b) Quaisquer que sejam os números reais a e b tais que $a^2 - b^2 = 0$, é verdadeiro que $a = b$.

c) Qualquer que seja o número real a, é verdadeiro que $\sqrt{a^2} = a$.

d) Quaisquer que sejam os números reais a e b não nulos tais que $a < b$, é verdadeiro que $\frac{1}{b} < \frac{1}{a}$.

e) Qualquer que seja o número real a, com $0 < a < 1$, é verdadeiro que $a^2 < \sqrt{a}$.

02. (Fuvest) De 1869 até hoje, ocorreram as seguintes mudanças de moeda no Brasil: (1) em 1942, foi criado o Cruzeiro, cada cruzeiro valendo mil-réis; (2) em 1967, foi criado o Cruzeiro Novo, cada cruzeiro novo valendo mil Cruzeiros; em 1970, o Cruzeiro Novo voltou a se chamar apenas Cruzeiro; (3) em 1986, foi criado o Cruzado, cada Cruzado valendo mil cruzeiros; (4) em 1989, foi criado o Cruzado Novo, cada um valendo mil cruzados; em 1990, o Cruzado Novo passou a se chamar novamente Cruzeiro; (5) em 1993, foi criado o Cruzeiro Real, cada um valendo mil cruzeiros; (6) em 1994, foi criado o Real, cada um valendo 2 750 cruzeiros reais.

Quando morreu, em 1869, Brás Cubas possuía 300 contos. Se esse valor tivesse ficado até hoje em uma conta bancária, sem receber juros e sem pagar taxas, e se, a cada mudança de moeda, o depósito tivesse sido normalmente convertido para a nova moeda, o saldo hipotético dessa conta seria, aproximadamente, de um décimo de:

Dados: um conto equivalia a um milhão de réis; um bilhão é igual a 10^9 e um trilhão é igual a 10^{12}.

a) real.

b) milésimo de real.

c) milionésimo de real.

d) bilionésimo de real.

e) trilionésimo de real.

03. (Fuvest) Use as propriedades do logaritmo para simplificar a expressão: $\log_{2016} 2^{1/2} + \log_{2016} 3^{1/5} + \log_{2016} 7^{1/10}$

$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

$$S = \frac{1}{2 \cdot \log_2 2016} + \frac{1}{5 \cdot \log_3 2016} + \frac{1}{10 \cdot \log_7 2016}$$

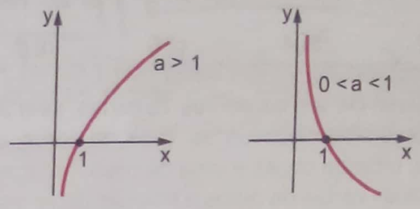
O valor de S é: $\rightarrow \log_{2016} 2^{1/2} \cdot 3^{1/5} \cdot 7^{1/10} =$ $\log_{2016} \sqrt[10]{2016}$

MMC dos índices das raízes

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{5}$ d) $\frac{1}{7}$ e) $\frac{1}{10}$

$\sqrt{2} = \sqrt[10]{2^5}$ $\log_{2016} \sqrt[10]{2^5} \cdot \sqrt[10]{3^2} \cdot \sqrt[10]{7} = \sqrt[10]{7 \cdot 3^2 \cdot 2^5}$

04. (Fuvest) Seja f uma função a valores reais, com domínio $D \subset R$, tal que $f(x) = \log_{10}(\log_{1/3}(x^2 - x + 1))$, para todo $x \in D$.



Gráficos da função logarítmica de base a.

O conjunto que pode ser o domínio D é:

a) $\{x \in R;\ 0 < x < 1\}$

b) $\{x \in R;\ x \leq 0 \text{ ou } x \geq 1\}$

c) $\left\{x \in R;\ \frac{1}{3} < x < 10\right\}$

d) $\left\{x \in R;\ x \leq \frac{1}{3} \text{ ou } x \geq 10\right\}$

e) $\left\{x \in R;\ \frac{1}{9} < x < \frac{10}{3}\right\}$

05. O valor de x que satisfaz à equação $2 \log x + \log b - \log 3 = \log\left(\frac{9b}{x^4}\right)$, onde log representa logaritmo decimal, pertence ao intervalo:

$2\log x + \log b - \log 3 = \log 9b - \log x^4$

a) $\left[0; \frac{1}{2}\right]$ b) $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$ c) [1; 2]

d) [2; 3] e) [3; 4]

06. (Fuvest) Vinte times de futebol disputam a Série A do Campeonato Brasileiro, sendo seis deles paulistas. Cada time joga duas vezes contra cada um dos seus adversários. A porcentagem de jogos nos quais os dois oponentes são paulistas é:

a) menor que 7%.

b) maior que 7%, mas menor que 10%.

c) maior que 10%, mas menor que 13%.

d) maior que 13%, mas menor que 16%.

e) maior que 16%.

07. (Fuvest) O gamão é um jogo de tabuleiro muito antigo, para dois oponentes, que combina a sorte, em lances de dados, com estratégia, no movimento das peças. Pelas regras adotadas, atualmente, no Brasil, o número total de casas que as peças de um jogador podem avançar, numa dada jogada, é determinado pelo resultado do lançamento de dois dados. Esse número é igual à soma dos valores obtidos nos dois dados, se esses valores forem diferentes entre si; e é igual ao dobro da soma, se os valores obtidos nos dois dados forem iguais. Supondo que os dados não sejam viciados, a probabilidade de um jogador poder fazer suas peças andarem pelo menos oito casas em uma jogada é:

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{5}{12}$ c) $\frac{17}{36}$ d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{19}{36}$

$x = 15 \quad x = 2$

$v^2 + 11v - 60 = 0$

08. (Fuvest) Em um experimento probabilístico, Joana retirará aleatoriamente 2 bolas de uma caixa contendo bolas azuis e bolas vermelhas. Ao montar-se o experimento, colocam-se 6 bolas azuis na caixa. Quantas bolas vermelhas devem ser acrescentadas para que a probabilidade de Joana obter 2 azuis seja $\frac{1}{3}$?

1º azul e 2º azul

$\boxed{P = \frac{\text{favoráveis}}{\text{totais}}}$

a) 2 b) 4 c) 6 d) 8 e) 10

$\frac{1}{3} = \frac{6}{v+6} \cdot \frac{5}{5+v} \rightarrow (v+6)(5+v) = 6 \cdot 5 \cdot 3$

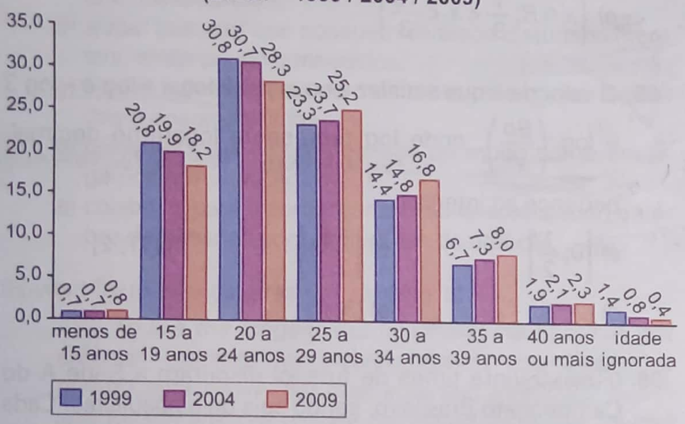
$v^2 + 6v + 5v + 30 = 90$

09. (Fuvest) De um baralho de 28 cartas, sete de cada naipe, Luís recebe cinco cartas: duas de ouros, uma de espadas, uma de copas e uma de paus. Ele mantém consigo as duas cartas de ouros e troca as demais por três cartas escolhidas ao acaso dentre as 23 cartas que tinham ficado no baralho. A probabilidade de, ao final, Luís conseguir cinco cartas de ouros é:

a) $\frac{1}{130}$ b) $\frac{1}{420}$ c) $\frac{10}{1771}$ d) $\frac{25}{7117}$ e) $\frac{52}{8117}$

10. (Fuvest) Examine o gráfico.

Porcentagem de registros de nascimento do ano, por grupos de idades da mãe (Brasil – 1999 / 2004 / 2009)



(Adaptado de IBGE. Diretoria de Pesquisa, Coordenação de População e Indicadores Sociais. *Estatísticas do Registro Civil 1999/2004/2009.*)

Com base nos dados do gráfico, pode-se afirmar corretamente que a idade:

a) mediana das mães das crianças nascidas em 2009 foi maior que 27 anos.
b) mediana das mães das crianças nascidas em 2009 foi menor que 23 anos.
c) mediana das mães das crianças nascidas em 1999 foi maior que 25 anos.
d) média das mães das crianças nascidas em 2004 foi maior que 22 anos.
e) média das mães das crianças nascidas em 1999 foi menor que 21 anos.

11. (Fuvest) Cada uma das cinco listas dadas é a relação de notas obtidas por seis alunos de uma turma em uma certa prova.
Assinale a única lista na qual a média das notas é maior do que a mediana.

a) 5, 5, 7, 8, 9, 10. b) 4, 5, 6, 7, 8, 8.
c) 4, 5, 6, 7, 8, 9. d) 5, 5, 5, 7, 7, 9.
e) 5, 5, 10, 10, 10, 10.

12. Dos 30 candidatos ao preenchimento de 4 vagas em certa empresa, sabe-se que 18 são do sexo masculino, 13 são fumantes e 7 são mulheres que não fumam. De quantos modos podem ser selecionados 2 homens e 2 mulheres entre os não fumantes?

a) 140 b) 945 c) 2 380 d) 3 780 e) 57 120

13. O percentual de gordura corporal é calculado pela porcentagem de gordura que seu corpo tem em relação à sua massa total. Esta inclui os valores de gordura corporal e da chamada massa magra, que são os músculos, órgãos, sangue e outros. O percentual de gordura corporal considerado excelente para homens com idade entre 25 e 36 anos é de 6%. Imagine um homem que tenha 90 kg e esteja dentro das especificações anteriores. Qual deve ser, aproximadamente, a sua nova massa corporal total caso seu percentual de gordura suba para 16%, sabendo que ele adquiriu somente gordura, mantendo seu valor inicial de massa magra?

a) 92,4 kg b) 94,7 kg
c) 99,6 kg d) 100,7 kg
e) 106,6 kg

6% de 90 = gordura inicial

94% de 90 = massa magra

$\frac{84x}{100} = \frac{94 \cdot 90}{100} \quad x = \frac{94 \cdot 90}{84} \cong 100{,}7\text{ kg}$

14. (Fuvest) Quando se divide o Produto Interno Bruto (PIB) de um país pela sua população, obtém-se a renda *per capita* desse país. Suponha que a população de um país cresça à taxa constante de 2% ao ano. Para que sua renda *per capita* dobre em 20 anos, o PIB deve crescer anualmente à taxa constante de, aproximadamente:

Dado: $\sqrt[20]{2} \cong 1{,}035$.

a) 4,2% b) 5,6% c) 6,4% d) 7,5% e) 8,9%

15. (Fuvest) A tabela informa a extensão territorial e a população de cada uma das regiões do Brasil, segundo o IBGE.

Região	Extensão territorial (km^2)	População (habitantes)
Centro-Oeste	1 606 371	14 058 094
Nordeste	1 554 257	53 081 950
Norte	3 853 327	15 864 454
Sudeste	924 511	80 364 410
Sul	576 409	27 386 891

(IBGE. *Sinopse do Censo Demográfico 2010; Brasil em números*, 2011.)

Sabendo que a extensão territorial do Brasil é de, aproximadamente, 8,5 milhões de km^2, é correto afirmar que a:

a) densidade demográfica da região Sudeste é de, aproximadamente, 87 habitantes por km^2.
b) região Norte corresponde a cerca de 30% do território nacional.
c) região Sul é a que tem a maior densidade demográfica.
d) região Centro-Oeste corresponde a cerca de 40% do território nacional.
e) densidade demográfica da região Nordeste é de, aproximadamente, 20 habitantes por km^2.

16. (Fuvest) Na cidade de São Paulo, as tarifas de transporte urbano podem ser pagas usando o Bilhete Único. A tarifa é de R$ 3,00 para uma viagem simples (ônibus ou metrô/trem) e de R$ 4,65 para uma viagem de integração (ônibus e metrô/trem). Um usuário vai recarregar seu Bilhete Único, que está com um saldo de R$ 12,50. O menor valor de recarga para o qual seria possível zerar o saldo do bilhete após algumas utilizações é:

a) R$ 0,85 b) R$ 1,15 c) R$ 1,45
d) R$ 2,50 e) R$ 2,80

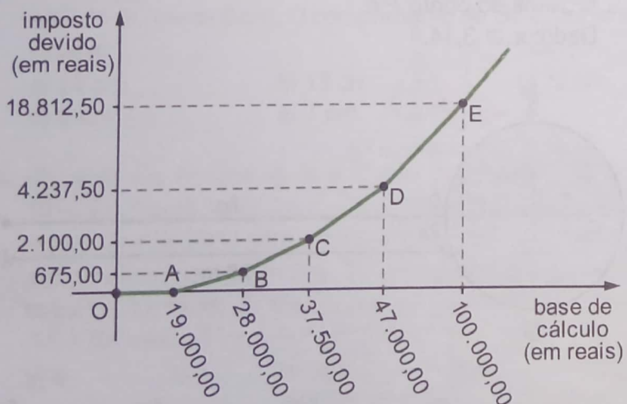
17. (Fuvest) Um veículo viaja entre dois povoados da serra da Mantiqueira, percorrendo a primeira terça parte do trajeto à velocidade média de 60 km/h, a terça parte seguinte a 40 km/h e o restante do percurso a 20 km/h. O valor que melhor aproxima a velocidade média do veículo nessa viagem, em km/h, é:

a) 32,5 b) 35 c) 37,5 d) 40 e) 42,5

18. (Fuvest) Em uma classe com 14 alunos, 8 são mulheres e 6 são homens. A média das notas das mulheres no final do semestre ficou 1 ponto acima da média da classe. A soma das notas dos homens foi metade da soma das notas das mulheres. Então, a média das notas dos homens ficou mais próxima de:

a) 4,3 b) 4,5 c) 4,7 d) 4,9 e) 5,1

19. (Fuvest) O Imposto de Renda devido por uma pessoa física à Receita Federal é função da chamada **base de cálculo**, que se calcula subtraindo o valor das deduções do valor dos rendimentos tributáveis. O gráfico dessa função, representado na figura, é a união dos segmentos de reta $\overline{OA}$, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e da semirreta $\overrightarrow{DE}$. João preparou sua declaração tendo apurado como base de cálculo o valor de R$ 43.800,00. Pouco antes de enviar a declaração, ele encontrou um documento esquecido numa gaveta que comprovava uma renda tributável adicional de R$ 1.000,00. Ao corrigir a declaração, informando essa renda adicional, o valor do imposto devido será acrescido de:



a) R$ 100,00 b) R$ 200,00 c) R$ 225,00
d) R$ 450,00 e) R$ 600,00

20. (Fuvest) Uma dieta de emagrecimento atribui a cada alimento um certo número de pontos, que equivale ao valor calórico do alimento ao ser ingerido. Assim, por exemplo, as combinações a seguir somam, cada uma, 85 pontos:

- 4 colheres de arroz + 2 colheres de azeite + 1 fatia de queijo branco.
- 1 colher de arroz + 1 bife + 2 fatias de queijo branco.
- 4 colheres de arroz + 1 colher de azeite + 2 fatias de queijo branco.
- 4 colheres de arroz + 1 bife.

Dados:

	1 colher de arroz	1 colher de azeite	1 bife
Massa de alimento (g)	20	5	100
% de umidade + macronutriente minoritário + micronutrientes	75	0	60
% de macronutriente majoritário	25	100	40

São macronutrientes as proteínas, os carboidratos e os lipídeos.
Com base nas informações fornecidas, e na composição nutricional dos alimentos, considere as seguintes afirmações:

I. A pontuação de um bife de 100 g é 45.
II. O macronutriente presente em maior quantidade no arroz são os carboidratos.
III. Para uma mesma massa de lipídeo de origem vegetal e de carboidrato, a razão

$$\frac{\text{número de pontos do lipídeo}}{\text{número de pontos do carboidrato}} \text{ é } 1{,}5.$$

É correto o que se afirma em:

a) I, apenas.
b) II, apenas.
c) I e II, apenas.
d) II e III, apenas.
e) I, II e III.

21. (Fuvest) No sistema linear $\begin{cases} ax - y = 1 \\ y + z = 1 \\ x + z = m \end{cases}$, nas variáveis x, y e z, a e m são constantes reais. É correto afirmar:

a) No caso em que $a = 1$, o sistema tem solução se, e somente se, $m = 2$.
b) O sistema tem solução, quaisquer que sejam os valores de a e de m.
c) No caso em que $m = 2$, o sistema tem solução se, e somente se, $a = 1$.
d) O sistema só tem solução se $a = m = 1$.
e) O sistema não tem solução, quaisquer que sejam os valores de a e de m.

22. Considere o polinômio $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, onde seus coeficientes a, b, c e d são números reais não nulos. Caso $b = d = 1$, temos o polinômio $p(x)$ divisível por $x - 1$ e ainda, ao dividirmos $p(x)$ por $x - c$, obteremos resto igual a 1. Nestas condições, o valor de $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$ é:

a) 0 b) 8 c) 10 d) 12 e) 18

$p(1) = 0$
é raiz → utilizar Briot-Ruffini

$p(x) = (x - c)Q(x) + 1$
$p(x) = (x - 1)q(x)$

$a^2 + c^2 + 2 = ?$

23. Sendo $n \in N^*$, ao calcular a soma dos n primeiros termos da sequência $\left(\frac{1-n}{n}; \frac{2-n}{n}; \frac{3-n}{n}; \ldots\right)$ obtemos o valor:

a) $\frac{n^2}{2}$ b) $\frac{n-2}{2}$ c) $\frac{1+n}{n}$

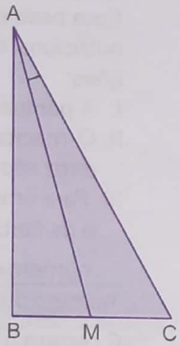
d) $\frac{n^2+1}{n}$ e) $\frac{1-n}{2}$

24. (Fuvest) O triângulo AOB é isósceles, com $OA = OB$, e $ABCD$ é um quadrado. Sendo θ a medida do ângulo $A\hat{O}B$, pode-se garantir que a área do quadrado é maior do que a área do triângulo se:

Dados: tg $14^o \cong 0{,}2493$, tg $15^o \cong 0{,}2679$, tg $20^o \cong 0{,}3640$, tg $28^o \cong 0{,}5317$.

a) $14^o < \theta < 28^o$
b) $15^o < \theta < 60^o$
c) $20^o < \theta < 90^o$
d) $28^o < \theta < 120^o$
e) $30^o < \theta < 150^o$

25. (Fuvest) No triângulo retângulo ABC, ilustrado na figura, a hipotenusa $\overline{AC}$ mede 12 cm e o cateto $\overline{BC}$ mede 6 cm. Se M é o ponto médio de $\overline{BC}$, então a tangente do ângulo $\widehat{MAC}$ é igual a:



a) $\frac{\sqrt{2}}{7}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{7}$ c) $\frac{2}{7}$

d) $\frac{2\sqrt{2}}{7}$ e) $\frac{2\sqrt{3}}{7}$

26. (Fuvest) Sabe-se que existem números reais A e x_0, sendo $A > 0$, tais que

$$\text{sen } x + 2 \cos x = A \cos(x - x_0)$$

para todo x real. O valor de A é igual a:

a) $\sqrt{2}$ b) $\sqrt{3}$ c) $\sqrt{5}$ d) $2\sqrt{2}$ e) $2\sqrt{3}$

27. (Fuvest) Sejam α e β números reais com $\frac{-\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ e $0 < \beta < \pi$. Se o sistema de equações, dado em notação matricial,

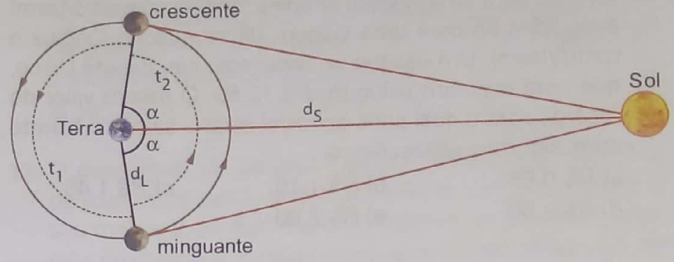
$$\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{tg}\alpha \\ \cos\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2\sqrt{3} \end{bmatrix},$$

for satisfeito, então $\alpha + \beta$ é igual a:

a) $-\frac{\pi}{3}$ b) $-\frac{\pi}{6}$ c) 0 d) $\frac{\pi}{6}$ e) $\frac{\pi}{3}$

28. (Fuvest) Quando a Lua está em quarto crescente ou quarto minguante, o triângulo formado pela Terra, pelo Sol e pela Lua é retângulo, com a Lua no vértice do ângulo reto. O astrônomo grego Aristarco, do século III a.C., usou este fato para obter um valor aproximado da razão entre as distâncias da Terra à Lua, d_L, e da Terra ao Sol, d_S.

Representação simplificada com Terra e Sol fixos



É possível estimar a medida do ângulo α, relativo ao vértice da Terra, nessas duas fases, a partir da observação de que o tempo t_1, decorrido de uma lua quarto crescente a uma lua quarto minguante, é um pouco maior do que o tempo t_2, decorrido de uma lua quarto minguante a uma lua quarto crescente. Supondo que a Lua descreva em torno da Terra um movimento circular uniforme, tomando $t_1 = 14{,}9$ dias e $t_2 = 14{,}8$ dias, conclui-se que a razão $\frac{d_L}{d_S}$ seria aproximadamente dada por:

a) cos $77{,}7^o$ b) cos $80{,}7^o$
c) cos $83{,}7^o$ d) cos $86{,}7^o$
e) cos $89{,}7^o$

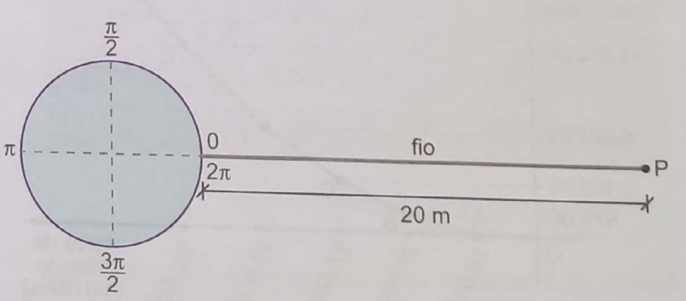
29. (Fuvest) Um caminhão sobe uma ladeira com inclinação de 15^o. A diferença entre a altura final e a altura inicial de um ponto determinado do caminhão, depois de percorridos 100 m da ladeira, será de, aproximadamente:

Dados: $\sqrt{3} \cong 1{,}73$; $\text{sen}^2\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{1-\cos\theta}{2}$.

a) 7 m b) 26 m c) 40 m d) 52 m e) 67 m

30. Em um carretel com um metro de raio, deve-se enrolar um fio no sentido anti-horário, de espessura desprezível, de comprimento 20 metros. Sabendo-se que o carretel encontra-se inicialmente na posição descrita a seguir e que nele foi esboçado um ciclo trigonométrico, após o fio ser totalmente enrolado no carretel, a posição mais próxima do ponto P é:

Dado: $\pi \cong 3{,}14$.



a) 0 b) $\frac{\pi}{3}$ c) $\frac{2\pi}{3}$ d) $\frac{4\pi}{3}$ e) $\frac{5\pi}{3}$

31. (Fuvest) A equação $x^2 + 2x + y^2 + my = n$, em que m e n são constantes, representa uma circunferência no plano cartesiano. Sabe-se que a reta $y = -x + 1$ contém o centro da circunferência e a intersecta no ponto $(-3, 4)$. Os valores de m e n são, respectivamente:

a) –4 e 3. b) 4 e 5. c) –4 e 2. d) –2 e 4. e) 2 e 3.

32. (Fuvest) No plano cartesiano, um círculo de centro $P = (a, b)$ tangencia as retas de equações $y = x$ e $x = 0$. Se P pertence à parábola de equação $y = x^2$ e $a > 0$, a ordenada b do ponto P é igual a:

a) $2 + 2\sqrt{2}$ b) $3 + 2\sqrt{2}$ c) $4 + 2\sqrt{2}$
d) $5 + 2\sqrt{2}$ e) $6 + 2\sqrt{2}$

33. (Fuvest) São dados, no plano cartesiano, o ponto P de coordenadas (3, 6) e a circunferência C de equação $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 1$. Uma reta t passa por P e é tangente a C em um ponto Q. Então a distância de P a Q é:

a) $\sqrt{15}$ b) $\sqrt{17}$ c) $\sqrt{18}$ d) $\sqrt{19}$ e) $\sqrt{20}$

34. A área da região delimitada por $\begin{cases} x^2 + (y-1)^2 \le 1 \\ y \ge x + 2 \end{cases}$ é:

a) $\frac{\pi}{4} - 1$ b) $\pi - \frac{1}{4}$ c) $\frac{\pi - 1}{2}$
d) $\frac{\pi - 2}{4}$ e) $\pi - \frac{1}{2}$

35. Seja $f: R \to R$ uma função quadrática com raízes simétricas tal que $f(5) = 7$. O valor de $f(4\sqrt{2}) + f(3\sqrt{2})$ é:

a) $7\sqrt{2}$ b) $25\sqrt{2}$ c) $\sqrt{2}$ d) 14 e) 7

36. Seja $f(x)$ uma função do 1º grau, decrescente, tal que $(f(x + 1))^2 = 4x^2 + 12x + 9$, para todo x real. Nessas condições, o valor de $f(1)$ é:

a) –4 b) –3 c) 1 d) 3 e) 4

37. (Fuvest) Sobre a equação $(x + 3)2^{x^2 - 9}\log|x^2 + x - 1| = 0$, é correto afirmar que:

a) ela não possui raízes reais.
b) sua única raiz real é –3.
c) duas de suas raízes reais são 3 e –3.
d) suas únicas raízes reais são –3, 0 e 1.
e) ela possui cinco raízes reais distintas.

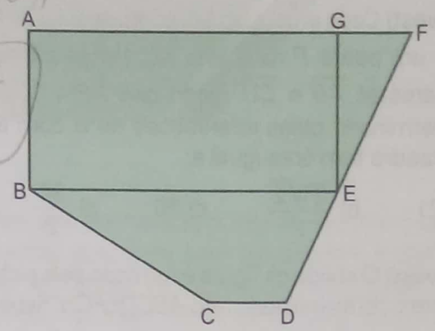
38. (Fuvest) Uma circunferência de raio 3 cm está inscrita no triângulo isósceles ABC, no qual $AB = AC$. A altura relativa ao lado $\overline{BC}$ mede 8 cm. O comprimento de $\overline{BC}$ é, portanto, igual a:

a) 24 cm b) 13 cm c) 12 cm
d) 9 cm e) 7 cm

39. (Fuvest) Os pontos A, B e C são colineares, $AB = 5$, $BC = 2$ e B está entre A e C. Os pontos C e D pertencem a uma circunferência com centro em A. Traça-se uma reta r perpendicular ao segmento $\overline{BD}$ passando pelo seu ponto médio. Chama-se de P a interseção de r com $\overline{AD}$. Então, $AP + BP$ vale:

a) 4 b) 5 c) 6 d) 7 e) 8

40. (Fuvest) O mapa de uma região utiliza a escala de 1 : 200 000. A porção desse mapa, contendo uma Área de Preservação Permanente (APP), está representada na figura, na qual $\overline{AF}$ e $\overline{DF}$ são segmentos de reta, o ponto G está no segmento $\overline{AF}$, o ponto E está no segmento $\overline{DF}$, $ABEG$ é um retângulo e $BCDE$ é um trapézio. Se $AF = 15$, $AG = 12$, $AB = 6$, $CD = 3$ e $DF = 5\sqrt{5}$ indicam valores em centímetros no mapa real, então a área da APP é:



Observação: figura ilustrativa, sem escala.

a) 100 km^2 b) 108 km^2 c) 210 km^2
d) 240 km^2 e) 444 km^2

41. (Fuvest) No quadrilátero plano $ABCD$, os ângulos $A\hat{B}C$ e $A\hat{D}C$ são retos, $AB = AD = 1$, $BC = CD = 2$ e $\overline{BD}$ é uma diagonal. O cosseno do ângulo $B\hat{C}D$ vale:

a) $\frac{\sqrt{3}}{5}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{3}{5}$
d) $\frac{2\sqrt{3}}{5}$ e) $\frac{4}{5}$

42. (Fuvest) Diz-se que dois pontos da superfície terrestre são antípodas quando o segmento de reta que os une passa pelo centro da Terra.

Podem ser encontradas, em sites da internet, representações, como a reproduzida anteriormente, em que as áreas escuras identificam os pontos da superfície terrestre que ficam, assim como os seus antípodas, sobre terra firme. Por exemplo, os pontos antípodas de parte do sul da América do Sul estão no leste da Ásia.
Se um ponto tem latitude x graus norte e longitude y graus leste, então seu antípoda tem latitude e longitude, respectivamente:

a) x graus sul e y graus oeste.
b) x graus sul e $(180 - y)$ graus oeste.
c) $(90 - x)$ graus sul e y graus oeste.
d) $(90 - x)$ graus sul e $(180 - y)$ graus oeste.
e) $(90 - x)$ graus sul e $(90 - y)$ graus oeste.

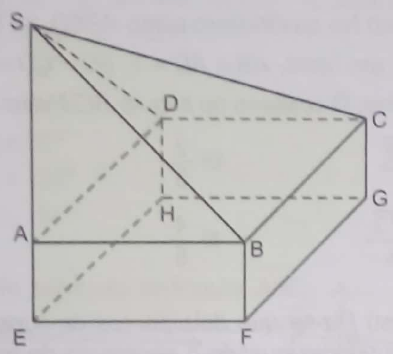
43. (Fuvest) Os vértices de um tetraedro regular são também vértices de um cubo de aresta 2. A área de uma face desse tetraedro é:

a) $2\sqrt{3}$ b) 4 c) $3\sqrt{2}$ d) $3\sqrt{3}$ e) 6

44. (Fuvest) Cada aresta do tetraedro regular $ABCD$ mede 10. Por um ponto P na aresta $\overline{AC}$, passa o plano α paralelo às arestas $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$. Dado que $AP = 3$, o quadrilátero determinado pelas interseções de α com as arestas do tetraedro tem área igual a:

a) 21 b) $\frac{21\sqrt{2}}{2}$ c) 30 d) $\frac{30}{2}$ e) $\frac{30\sqrt{3}}{2}$

45. (Fuvest) O sólido da figura é formado pela pirâmide $SABCD$ sobre o paralelepípedo reto $ABCDEFGH$. Sabe-se que S pertence à reta determinada por A e E e que $AE = 2$ cm, $AD = 4$ cm e $AB = 5$ cm. A medida do segmento $\overline{SA}$ que faz com que o volume do sólido seja igual a $\frac{4}{3}$ do volume da pirâmide $SEFGH$ é:



a) 2 cm b) 4 cm c) 6 cm d) 8 cm e) 10 cm

46. (Fuvest) A grafite de um lápis tem quinze centímetros de comprimento e dois milímetros de espessura. Dentre os valores a seguir, o que mais se aproxima do número de átomos presentes nessa grafite é:

Dados: assuma que a grafite é um cilindro circular reto, feito de grafita pura. A espessura da grafite é o diâmetro da base do cilindro; adote os valores aproximados de:

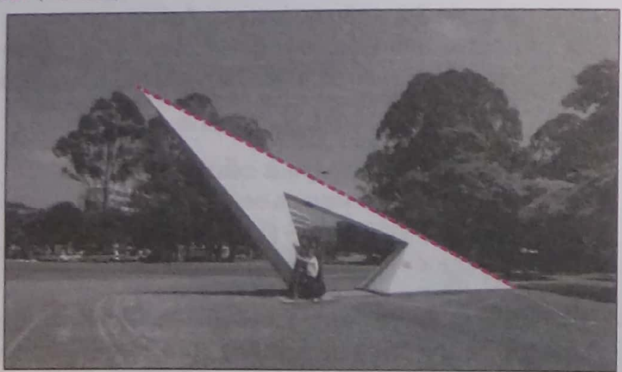
- 2,2 g/cm^3 para a densidade da grafita;
- 12 g/mol para a massa molar do carbono;
- $6{,}0 \cdot 10^{23}$ mol^{-1} para a constante de Avogadro.

a) $5 \cdot 10^{23}$ b) $1 \cdot 10^{23}$ c) $5 \cdot 10^{22}$
d) $1 \cdot 10^{22}$ e) $5 \cdot 10^{21}$

47. (Fuvest) Três das arestas de um cubo, com um vértice em comum, são também arestas de um tetraedro. A razão entre o volume do tetraedro e o volume do cubo é:

a) $\frac{1}{8}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{2}{9}$ d) $\frac{1}{4}$ e) $\frac{1}{3}$

48. (Fuvest)



Relógio solar é um projeto de Caetano Fraccaroli, executado por Vera Pallamin.

Esta foto é do relógio solar localizado no *campus* do Butantã, da USP. A linha inclinada (tracejada na foto), cuja projeção ao chão pelos raios solares indica a hora, é paralela ao eixo de rotação da Terra. Sendo μ e ρ, respectivamente, a latitude e a longitude do local, medidas em graus, pode-se afirmar, corretamente, que a medida em graus do ângulo que essa linha faz com o plano horizontal é igual a:

Dado: entende-se por "plano horizontal", em um ponto da superfície terrestre, o plano perpendicular à reta que passa por esse ponto e pelo centro da Terra.

a) ρ b) μ c) $90 - \rho$ d) $90 - \mu$ e) $180 - \rho$

49. Sejam r e s duas retas que se interceptam segundo um ângulo de $60°$. Seja C_1 uma circunferência de 3 cm de raio, cujo centro O se situa em s, a 5 cm de r. A medida do raio da menor circunferência tangente à C_1 e à reta r, cujo centro também se situa na reta s, vale:

a) $\sqrt{17} - 4$ b) $29 - 16\sqrt{3}$ c) $5\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$
d) $\sqrt{2}$ e) $11 - 4\sqrt{3}$

50. Um plano intercepta as arestas de um triedro com vértice O nos pontos A, B e C de modo que $\angle AOB = \angle COB = 60°$ e $\angle AOC = \angle ABC = 90°$. Se $OA + OC = 10$, OB é igual a:

a) 5 b) 6 c) 7 d) 8 e) 9

→ bissecção de arcos

$\sin\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$

$\cos\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$

$\operatorname{tg}\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}$

Respostas

01. e	02. d	03. e	04. a	05. c	06. b	
07. c	08. b	09. c	10. d	11. d	12. b	13. d
14. b	15. a	16. b	17. a	18. c	19. c	
20. e	21. a	22. c	23. e	24. e	25. b	26. c
27. b	28. e	29. b	30. b	31. a	32. b	
33. d	34. d	35. d	36. b	37. e	38. c	39. d
40. e	41. c	42. b	43. a	44. a	45. e	
46. c	47. b	48. b	49. b	50. a		