Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias - P1 (2015)

Prof. Vladislav Kupriyanov - CMCC/UFABC

1. (2,5 pt) Resolve a equação diferencial

$$\frac{dP}{dt} = 2P - P^2, \;\; P(0) = 1.$$

Gabarito: Esta equação é uma equação separável. A solução é

$$P(t) = \frac{2}{1 + e^{-2t}}\,.$$

2. (2,5 pt) Resolve a equação diferencial

$$dy + \big((\tan x)y - \cos^2 x\big)\, dx = 0, \;\; y(0) = -1.$$

Gabarito: Esta equação é uma equação linear com solução

$$y(x) = \cos x \sin x - \cos x\,.$$

3. (2,5 pt) Encontre o valor do parámetro k para que a EDO abaixo seja exata.

$$(6xy^3 + \cos y)dx + (kx^2y^2 - x \sin y)dy = 0.$$

Gabarito: $k = 9$.

4. (2,5 pt) Um tanque contém 100 litros de água nos quais são dissolvidos 10 g de sal. Uma solução salina contendo $0,5$ g de sal por litro é bombeada para dentro do tanque a uma taxa de 6 litros por minuto. A mistura bem misturada é então drenada a uma taxa de 4 litros por minuto. Encontre a quantidade de sal $A(t)$ em gramas em qualquer instante. Quantos gramas de sal haverá no tanque após 50 minutos?

Gabarito: Levando em conta que a taxa instantânea de variação da quantidade do sal no tanque é definida como a diferença entre a taxa de entrada de sal e a taxa de saida de sal do tanque, obtemos a equação

$$\frac{dA}{dt} = 3 - \frac{2A}{t + 50},$$

com a condição inicial $A(0) = 10$. A sua solução é

$$A(t) = t + 50 - \frac{100000}{(t + 50)^2}.$$

A quantidade de sal no tanque após 50 minutos é de 90 g.