Universidade Federal do ABC

$1^{\underline{a}}$ **Avaliação de Cálculo Numérico**

Nome: ____

1) Represente o número $x_1 = 15,37$ no sistema de ponto flutuante $F(4,3,3,2)$. Que números na base decimal não são representados nesse sistema?

Resposta: $x_1 = 15,37 = (0,331 \times 4^2)_4$. Overflow: $(-\infty\ ,\ -15,75) \cup (15,75\ ,\ \infty)$. Underflow: $(-0,0039\ ,\ 0,0039)$.

2) Seja a função $f(x) = e^{-x} - 3x - 3$. Obtenha 2 funções iterativas do Método Iterativo Linear (MIL). Verifique, usando o critério de convergência, se essas funções irão convergir para a raiz de $f(x)$. Obtenha uma aproximação da raiz pelo MIL com erro relativo inferior à $0,1$.

Resposta: $\psi_1(x) = -ln(3x+3)$ e $\psi_2(x) = \frac{e^{-x}-3}{3}$. Existe uma raiz $\xi \in (-1,0)$. Com $x_0 = -0,5$ e usando $\psi_2(x) = \frac{e^{-x}-3}{3}$, obtemos $\xi \approx x_2 = -0,4770$.

3) Sejam as funções $f_1(x) = e^{2x}$ e $f_2(x) = 1/x$. Determine, pelo método de Newton-Raphson, um ponto de interseção das duas funções com erro relativo inferior à $0,01$.

Resposta: $x_{n+1} = x_n - \dfrac{e^{2x_n} - 1/x_n}{2e^{2x_n} + 1/x_n^2}$. Com $x_0 = 0,5$ obtemos $\xi \approx x_2 = 0,4263$.

4) Resolva o sistema linear abaixo pela decomposição LU.

$$\left\{ \begin{array}{cccl} x & +4y & +z & = 7 \\ 3x & +y & -z & = 3 \\ -5x & +13y & -22z & = 48 \end{array} \right.$$

Resposta: $L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ -5 & -3 & 1 \end{bmatrix}, U = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 0 & -11 & -4 \\ 0 & 0 & -29 \end{bmatrix}$.
Solução: $\{(0\ ;\ 2\ ;\ -1)\}$

5) Resolva novamente o sistema linear do exercício anterior, mas desta vez por um método iterativo, com erro relativo inferior à $0,1$. É necessário permutar linhas ou colunas do sistema para garantir a convergência do método? Justifique.

Resposta: A permutação é necessária. Com duas iterações o método converge para aproximadamente $(x, y, z) = \{(0\ ;\ 2\ ;\ -1)\}$.

Utilize 4 casas decimais. Todas as contas devem ser justificadas !
Boa Prova !

Universidade Federal do ABC

$1^{\underline{a}}$ **Avaliação de Cálculo Numérico**

Nome: ____

1) Represente o número $x_1 = 52,3$ no sistema de ponto flutuante $F(9,4,2,3)$. Que números na base decimal não são representados nesse sistema?

Resposta: $x_1 = 52,63 = (0,57263 \times 9^2)_9$. Overflow: $(-\infty\ ,\ -728,8889) \cup (728,8889\ ,\ \infty)$. Underflow: $(-0,0014\ ,\ 0,0014)$.

2) Seja a função $f(x) = x\ ln(x) - 1$. Obtenha 2 funções iterativas do Método Iterativo Linear (MIL). Verifique, usando o critério de convergência, se essas funções irão convergir para a raiz de $f(x)$. Obtenha uma aproximação da raiz pelo MIL com erro relativo inferior à $0,1$.

Resposta: $\psi_1(x) = 1/ln(x)$ e $\psi_2(x) = e^{1/x}$. Existe uma raiz $\xi \in (1,2)$. Com $x_0 = 1,5$ e usando $\psi_1(x) = 1/ln(x)$, obtemos $\xi \approx x_2 = 1,7809$.

3) Sejam as funções $f_1(x) = e^x - 1$ e $f_2(x) = ln(x^2) + 3$. Determine, pelo método de Newton-Raphson, um ponto de interseção das duas funções com erro relativo inferior à $0,01$.

Resposta: $x_{n+1} = x_n - \dfrac{e^{x_n} - 1 - ln(x_n^2) - 3}{e^{x_n} - 2/x_n}$. Com $x_0 = 1,5$ obtemos $\xi \approx x_2 = 1,5965$.

4) Resolva o sistema linear abaixo pela decomposição LU.

$$\begin{cases} x & +5y & +2z & = -2 \\ 4x & +2y & -z & = 1 \\ -3x & +2y & -7z & = -12 \end{cases}$$

Resposta: $L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ -3 & -17/18 & 1 \end{bmatrix}, U = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 0 & -18 & -9 \\ 0 & 0 & -19/2 \end{bmatrix}$.

Solução: $\{(1\ ;\ -1\ ;\ 1)\}$

5) Resolva novamente o sistema linear do exercício anterior, mas desta vez por um método iterativo, com erro relativo inferior à $0,1$. É necessário permutar linhas ou colunas do sistema para garantir a convergência do método? Justifique.

Resposta: A permutação é necessária. Com duas iterações o método converge para aproximadamente $(x, y, z) = \{(1\ ;\ -1\ ;\ 1)\}$.

Utilize 4 casas decimais. Todas as contas devem ser justificadas !

Boa Prova !

Universidade Federal do ABC

$1^{\underline{a}}$ **Avaliação de Cálculo Numérico**

Nome: ____

1) Represente o número $x_1 = 23,54$ no sistema de ponto flutuante $F(6,4,2,2)$. Que números na base decimal não são representados nesse sistema?

Resposta: $x_1 = 23,54 = (0,3532 \times 6^2)_6$. Overflow: $(-\infty\ ,\ -35,9722) \cup (35,9722\ ,\ \infty)$. Underflow: $(-0,0046\ ,\ 0,0046)$.

2) Seja a função $f(x) = x\ e^{-x} - 1$. Obtenha 2 funções iterativas do Método Iterativo Linear (MIL). Verifique, usando o critério de convergência, se essas funções irão convergir para a raiz de $f(x)$. Obtenha uma aproximação da raiz positiva pelo MIL com erro relativo inferior à $0,1$.

Resposta: A função não possui raiz. Nesse caso, as duas funções do MIL, $\psi_1(x) = e^x$ e $\psi_2(x) = ln(x)$, não irão convergir.

3) Sejam as funções $f_1(x) = -x$ e $f_2(x) = e^{-x^2}$. Determine, pelo método de Newton-Raphson, um ponto de interseção das duas funções com erro relativo inferior à $0,01$.

Resposta: $x_{n+1} = x_n - \dfrac{e^{-x_n^2} + x_n}{-2x_n e^{-x_n^2} + 1}$. Com $x_0 = -0,5$ obtemos $\xi \approx x_2 = -0,6529$.

4) Resolva o sistema linear abaixo pela decomposição LU.

$$\begin{cases} 2x & +4y & -z & = 0 \\ 5x & +2y & -2z & = -7 \\ -x & +2y & -4z & = -5 \end{cases}$$

Resposta: $L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2,5 & 1 & 0 \\ -0,5 & -0,5 & 1 \end{bmatrix}, U = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & -8 & 0,5 \\ 0 & 0 & -4,25 \end{bmatrix}.$

Solução: $\{(-1\ ;\ 1\ ;\ 2)\}$

5) Resolva novamente o sistema linear do exercício anterior, mas desta vez por um método iterativo, com erro relativo inferior à $0,1$. É necessário permutar linhas ou colunas do sistema para garantir a convergência do método? Justifique.

Resposta: A permutação é necessária. Com duas iterações o método converge para aproximadamente $(x, y, z) = \{(-1\ ;\ 1\ ;\ 2)\}$.

Utilize 4 casas decimais. Todas as contas devem ser justificadas !

Boa Prova !

Universidade Federal do ABC

$1^{\underline{a}}$ **Avaliação de Cálculo Numérico**

Nome: ____

1) Represente o número $x_1 = (3,23)_5$ no sistema de ponto flutuante $F(2,5,4,4)$. Que números na base decimal não são representados nesse sistema?

Resposta: $x_1 = (3,23)_5 = 3,52 = (0,11100 \times 2^2)_2$. Overflow: $(-\infty\ ,\ -15,5) \cup (15,5\ ,\ \infty)$. Underflow: $(-0,03125\ ,\ 0,03125)$.

2) Seja a função $f(x) = e^x - 4x^2$. Obtenha 2 funções iterativas do Método Iterativo Linear (MIL). Verifique, usando o critério de convergência, se essas funções irão convergir para alguma raiz de $f(x)$. Obtenha uma aproximação da raiz positiva pelo MIL com erro relativo inferior à $0,1$.

Resposta: $\psi_1(x) = \sqrt{e^x/4}$ e $\psi_2(x) = ln(4x^2)$. Existem duas raízes positivas, $\xi_1 \in (0,1)$ e $\xi_2 \in (4,5)$. Com $x_0 = 0,5$ e usando $\psi_1(x) = \sqrt{e^x/4}$, obtemos $\xi_1 \approx x_2 = 0,6893$. Com $x_0 = 4,5$ e $\psi_2(x) = ln(4x^2)$, obtemos $\xi_2 \approx x_2 = 4,3253$.

3) Sejam as funções $f_1(x) = -x$ e $f_2(x) = ln(x^2 + x)$. Determine, pelo método de Newton-Raphson, um ponto de interseção das duas funções com erro relativo inferior à $0,01$.

Resposta: $x_{n+1} = x_n - \dfrac{ln(x_n^2 + x_n) + x_n}{\frac{2x_n+1}{x_n^2+x_n} + 1}$. Com $x_0 = 0,5$ obtemos $\xi \approx x_2 = 0,4441$.

4) Resolva o sistema linear abaixo pela decomposição LU.

$$\left\{ \begin{array}{llll} 3x & +5y & -z & = 12 \\ -2x & +2y & -6z & = 4 \\ 3x & +y & -z & = 6 \end{array} \right.$$

Resposta: $L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2/3 & 1 & 0 \\ 1 & -3/4 & 1 \end{bmatrix}, U = \begin{bmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 0 & 16/3 & -20/3 \\ 0 & 0 & -5 \end{bmatrix}$.
Solução: $\{(1,3\ ;\ 1,5\ ;\ -0,6)\}$

5) Resolva novamente o sistema linear do exercício anterior, mas desta vez por um método iterativo, com erro relativo inferior à $0,1$. É necessário permutar linhas ou colunas do sistema para garantir a convergência do método? Justifique.

Resposta: A permutação é necessária. Com duas iterações o método converge para aproximadamente $(x, y, z) = \{(1,3\ ;\ 1,5\ ;\ -0,6)\}$.

Utilize 4 casas decimais. Todas as contas devem ser justificadas !
Boa Prova !

Universidade Federal do ABC

$1^{\underline{a}}$ **Avaliação de Cálculo Numérico**

Nome: ____

1) Represente o número $x_1 = (2,11)_4$ no sistema de ponto flutuante $F(3,6,3,3)$. Que números na base decimal não são representados nesse sistema?

Resposta: $x_1 = (2,11)_4 = 2,3125 = (0,202210 \times 3)_3$. Overflow: $(-\infty\ ,\ -26,9630) \cup (26,9630\ ,\ \infty)$. Underflow: $(-0,01235\ ,\ 0,01235)$.

2) Seja a função $f(x) = ln(x) + x^2 - 3$. Obtenha 2 funções iterativas do Método Iterativo Linear (MIL). Verifique, usando o critério de convergência, se essas funções irão convergir para a raiz de $f(x)$. Obtenha uma aproximação da raiz positiva pelo MIL com erro relativo inferior à $0,1$.

Resposta: $\psi_1(x) = e^{-x^2+3}$ e $\psi_2(x) = \sqrt{-ln(x)+3}$. Existe uma raiz positiva, $\xi \in (1,2)$. Com $x_0 = 1,5$ e usando $\psi_2(x) = \sqrt{-ln(x)+3}$, obtemos $\xi \approx x_2 = 1,5885$.

3) Sejam as funções $f_1(x) = cos(x/2)$ e $f_2(x) = ln(3x)$. Determine, pelo método de Newton-Raphson, um ponto de interseção das duas funções com erro relativo inferior à $0,01$.

Resposta: $x_{n+1} = x_n - \dfrac{cos(x_n/2) - ln(3x_n)}{-0,5sen(x_n/2) - 1/x_n}$. Com $x_0 = 0,5$ obtemos $\xi \approx x_2 = 0,8320$.

4) Resolva o sistema linear abaixo pela decomposição LU.

$$\begin{cases} 2x & +4y & -z & = 5 \\ -3x & +y & -5z & = -7 \\ 5x & +y & -3z & = 3 \end{cases}$$

Resposta: $L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1,5 & 1 & 0 \\ 2,5 & -1,2857 & 1 \end{bmatrix}, U = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 7 & -6,5 \\ 0 & 0 & -8,8571 \end{bmatrix}$.
Solução: $\{(1\ ;\ 1\ ;\ 1)\}$

5) Resolva novamente o sistema linear do exercício anterior, mas desta vez por um método iterativo, com erro relativo inferior à $0,1$. É necessário permutar linhas ou colunas do sistema para garantir a convergência do método? Justifique.

Resposta: A permutação é necessária. Com duas iterações o método converge para aproximadamente $(x, y, z) = \{(1\ ;\ 1\ ;\ 1)\}$.

Utilize 4 casas decimais. Todas as contas devem ser justificadas !
Boa Prova !