

Lista 4

Geometria Analítica

Posições relativas, Interseções, Ângulos, Distancias

I. Verifique se as retas r e s são concorrentes e, so forem, obtenha o ponto de interseção.

$$\begin{aligned} \mathbf{a: } r : \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -3y + z = 1 \end{cases} & \quad s : \begin{cases} x = -1 + 4\lambda \\ y = -1 + 2\lambda \\ z = -2 + 6\lambda \end{cases} \\ \mathbf{b: } r : \frac{x-2}{3} = \frac{y+2}{4} = z & \quad s : \frac{x}{4} = \frac{y}{2} = \frac{z-3}{2} \end{aligned}$$

II. Obtenha a interseção da reta r com o plano π .

$$\mathbf{a: } r : X = (-1, -1, 0) + \lambda(1, -1, 0)$$

$$\pi : 2x + 2y + z + 1 = 0$$

$$\mathbf{b: } \begin{cases} x = 2\lambda \\ y = \lambda \\ z = 1 - 3\lambda \end{cases} \quad \pi : \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = -3 + \mu \\ z = 1 + \lambda + \mu \end{cases}$$

III. Obtenha uma equação vetorial da interseção dos planos π_1 e π_2 , se esta não for vazia

$$\mathbf{a: } \pi_1 : X = (1, 0, 0) + \lambda(0, 1, 1) + \mu(1, 2, 1)$$

$$\pi_2 : X = (0, 0, 0) + \lambda(0, 3, 0) + \mu(-2, -1, -1)$$

$$\mathbf{b: } \pi_1 : X = (1, 0, 0) + \lambda(-1, 1, 0) + \mu(1, 0, 1)$$

$$\pi_2 : 3x - 4y + 2z = 4$$

IV. Determine o ponto P na reta $r : X = (0, 2, 0) + \lambda(0, 1, 0)$ e o ponto Q na reta $s : X = (1, 2, 0) + \lambda(0, 0, 1)$, tais que a reta PQ forme ângulos de $\pi/4$ com r e de $\pi/3$ com s .

V. Obtenha um vetor diretor da reta que é paralela ao plano $\pi_1 : x + y + z = 0$ e forma ângulo de $\pi/4$ com o plano $\pi_2 : x - y = 0$.

VI. Seja $ABCD$ é tetraedro com vértices $A = (1, 2, -1)$, $B = (1, -1, -2)$, $C = (-1, 1, -3)$, $D = (1, 0, 2)$.

a: Determine ângulos entre arestas 1) AD e BC , 2) AD e AB .

b: Determine ângulos entre 1) aresta AD e face ABC , 2) aresta AD e face DBC

c: Determine ângulos entre faces 1) DAB e ABC , 2) DAC e DAB

VII. Obtenha os pontos da reta r que equidistam das retas s e t :

$$r : x = y = z$$

$$s : X = (1, 0, 0) + \lambda(1, 1, 0)$$

$$t : X = (0, 0, 1) + \lambda(1, 0, -1)$$

VIII. Obtenha os pontos da reta $r : x = 2 - y = y + z$ que distam $\sqrt{6}$ do plano $\pi : x - 2t - z = 1$.

IX. Calcule a distância entre as retas r e s : $r : \frac{1-x}{2} = 2y = z$, $s : X = (0, 0, 2) + \lambda(-2, \frac{1}{2}, 1)$.

X. Obtenha uma equação vetorial da reta que contém $A = (0, 0, 3)$, está contida em $\pi : x + z = 3$ e dista 3 de Oy .

XI. Dados os planos $\pi_1 : x + y + z - 1 = 0$, $\pi_2 : 3x + y - z = 0$ e $\pi_3 : x + y + z = 0$, seja π o plano que contém $\pi_1 \cap \pi_2$ e é perpendicular a π_3 . Calcule a distância de π a $r : X = (1, 2, 3) + \lambda(1, 1, 1)$.

XII. Calcule a distância entre os planos $\pi_1 : x + y + z = 5/2$ e $X = (2, 0, 0) + \lambda(-1, 0, 1) + \mu(-1, 1, 0)$.