

EXEMPLO 2-5 Condução de calor em um cilindro curto

Um pequeno lingote metálico de formato cilíndrico de raio R e altura h é aquecido em um forno até a temperatura de $300\text{ }^{\circ}\text{C}$, retirado e deixado para resfriar em temperatura ambiente $T_{\infty} = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$ por convecção e radiação. Considerando que o lingote é resfriado uniformemente em toda sua superfície externa e a variação da condutividade térmica do material em função da temperatura é desprezível, determine a equação diferencial que descreve a variação de temperatura do lingote durante o processo de resfriamento.

SOLUÇÃO Um pequeno lingote cilíndrico é resfriado em temperatura ambiente. Determinar a equação diferencial para a variação de temperatura.

Análise O lingote mostrado na Fig. 2-24 encontra-se inicialmente a uma temperatura uniforme e resfriado uniformemente a partir das superfícies superior e inferior na direção do eixo z , bem como a partir da superfície lateral na direção radial r . Além disso, a temperatura em qualquer ponto do lingote varia com o tempo durante o resfriamento. Portanto, trata-se de um problema de condução de calor transiente bidimensional, com a temperatura dentro do lingote variando de acordo com a distância radial r , axial z e tempo t , ou seja, $T = T(r, z, t)$.

A condutividade térmica é constante, e não há geração de calor no lingote. Portanto, a equação diferencial que rege a variação de temperatura no lingote é obtida a partir da Eq. 2-43, considerando iguais a zero o termo de geração de calor e as derivadas em função de ϕ . Assim, obtemos

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(kr \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}$$

No caso de condutividade térmica constante, a equação é reduzida a

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$$

que é a equação desejada.

Discussão Observe que as condições iniciais e de contorno não influenciam a equação diferencial.