# Fenômenos Eletromagnéticos

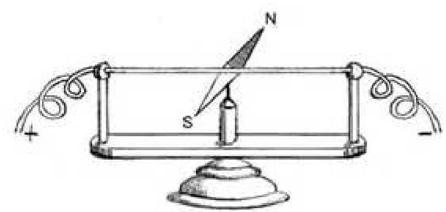
J. Javier S. Acuña

Aula 04: 24 de Julho de 2017

# 1 Magnétismo.

Hans Christian Orsted (1777-1851).Oersted observou que uma corrente elétrica passando por um condutor desviava uma agulha magnética colocada na sua vizinhança, de tal modo que a agulha assumia uma posição diferente ao plano definido pelo fio e pelo centro da agulha.

Figura 23 - Hans Christian Oersted (1777-1851).

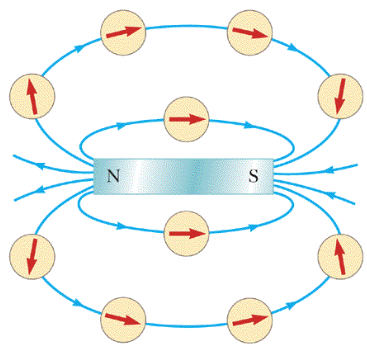


## 1.1 Campo magnético e Força magnética.

- Uma carga eletrica parada gera uma campo $\mathbf{E}$ no espaço, já uma carga elétrica em movimento gera tanto campo elétrico $\mathbf{E}$ como também campo magnético $\mathbf{B}$, por tanto uma carga magnética com velocidade $\mathbf{v}$ interatua com o campo $\mathbf{B}$ do espaço.
- O campo magnético é um campo vetorial e sua unidade no sistema internacional é tesla $(T)$.

$$1T = 1\frac{N\ s}{C\ m}$$

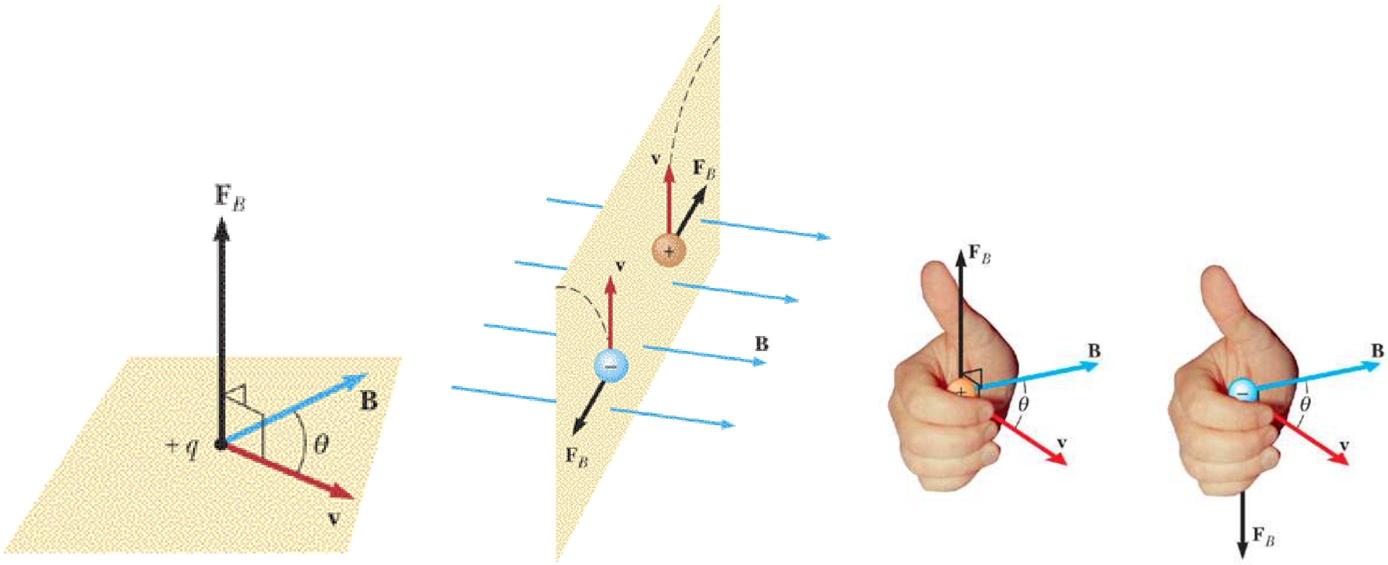
A diferença do caso da eletricidade que temos uma carga pontual, no magnétismo não exite um monopolo magnético. Os dois polos magnéticos sempre aparecem aos pares: Norte e Sul.




- A *força magnética* atua sobre cargas elétricas em movimento. Experimentalmente se sabe que ela é proporcional à carga elétrica, à intensidade do campo magnético e à componente da velocidade perpendicular ao campo. A resultante é perpendicular à velocidade a ao campo magnético.

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B} = |q|\, vB \sin\theta \tag{1}$$

onde $\theta$ é o ângulo entre $\mathbf{v}$ e $\mathbf{B}$, como mostra a figura.



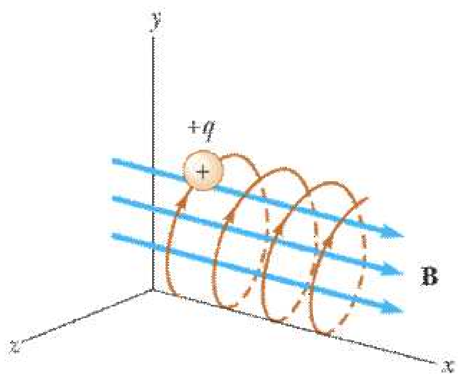

- Força elétrica é sempre paralela ou antiparalela à direção do campo elétrico quanto a força magnética é perpendicular ao campo magnético.
- Força elétrica age sobre uma partícula carregada independentemente da velocidade da partícula quanto a força magnética age sobre uma partícula carregada somente quando a partícula está em movimento
- Força elétrica realiza trabalho para deslocar uma partícula carregada quanto a força magnética associada a um campo magnético permanente não realiza trabalho quando uma partícula carregada é deslocada.
- Uma carga elétrica em movimento gera tanto campo elétrico $\mathbf{E}$ como também campo magnético $\mathbf{B}$, a força que uma partícula carregada com velocidade $v$, sente devido à estes dois campos chama-se *força de Lorentz*.

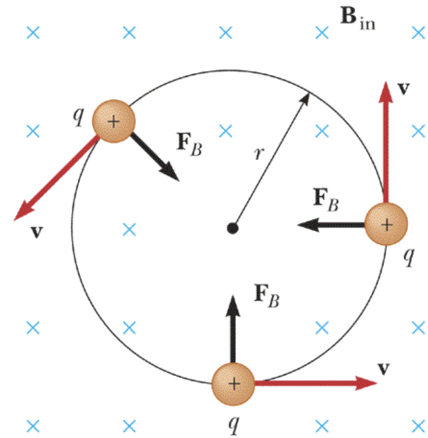
$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_E + \mathbf{F}_B = q\mathbf{E} + q\left(\mathbf{v} \times \mathbf{B}\right)$$

ou bem

$$\mathbf{F} = q\left(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}\right) \tag{2}$$

- Vejamos o caso de um movimento circular uniforme de uma partícula carregada em um campo magnético.




A velocidade da partícula será perpendicular ao campo magnético e a força na direção radial para dentro da órbita (força centripeta). Como $\theta = 0$, resulta

$$F_B = |q|\, vB \sin\theta = |q|\, vB$$

com $\sum F = ma = mv^2/r$,

$$|q|\, vB = \frac{mv^2}{r}$$

$$r = \frac{mv}{|q|\, B} \tag{3}$$

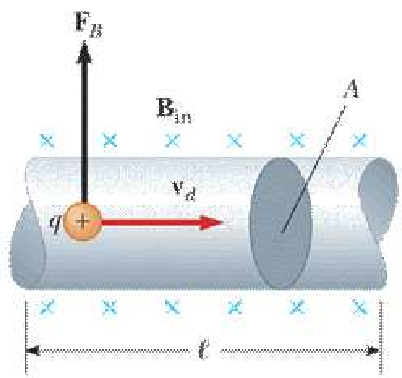
Seguindo, a frequencia angular da partícula será

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m} \tag{4}$$

e o período de movimento

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB} \tag{5}$$

- Agora o caso da força magnética sobre um condutor com corrente. A corrente elétrica e gerada por cargas em movimento, por tanto o fio condutor se vê perturbado pela presencia do campo $B$.




- Se $N$ é o número de cargas de um dado segmento do condutor, temos $\mathbf{F} = N\mathbf{F}_B$, a contribuição de todas as cargas à força magnética total. Se $n$ é o numero de cargas por unidade de volume, $A$ a área tranversal do condutor, e $l$ o comprimento do segmento

$$N = nAl$$

por tanto

$$\mathbf{F} = nAl\ \mathbf{F}_B$$

assim como $\mathbf{F}_B = q\,(\mathbf{v}\times\mathbf{B})$, resulta

$$\mathbf{F} = nAl\ \mathbf{F}_B = nAl\ q\,(\mathbf{v}\times\mathbf{B})$$

mas $I = nqvA$ é a corrente elétrica do condutor, sendo $\mathbf{I}$ o vetor na direção do deslocamento das cargas com comprimento $I$. Por tanto

$$\mathbf{F} = nAl\ q\,(\mathbf{v}\times\mathbf{B}) = nqvA\,(\mathbf{l}\times\mathbf{B})$$

ou

$$\mathbf{F} = I\,(\mathbf{l}\times\mathbf{B}) \tag{6}$$

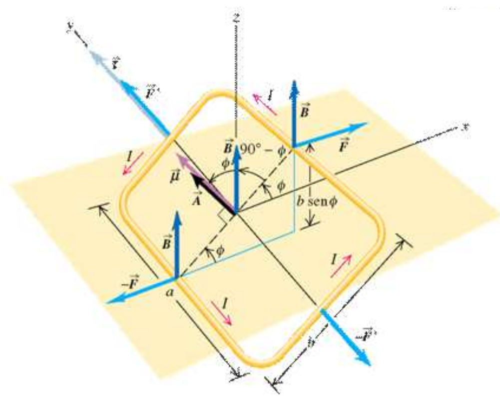
Analisando um infinitéssimo de segmento

$$d\mathbf{F} = I\,(d\mathbf{l}\times\mathbf{B}) \tag{7}$$

ou somando todos os infinitéssimos entre $a$ e $b$.

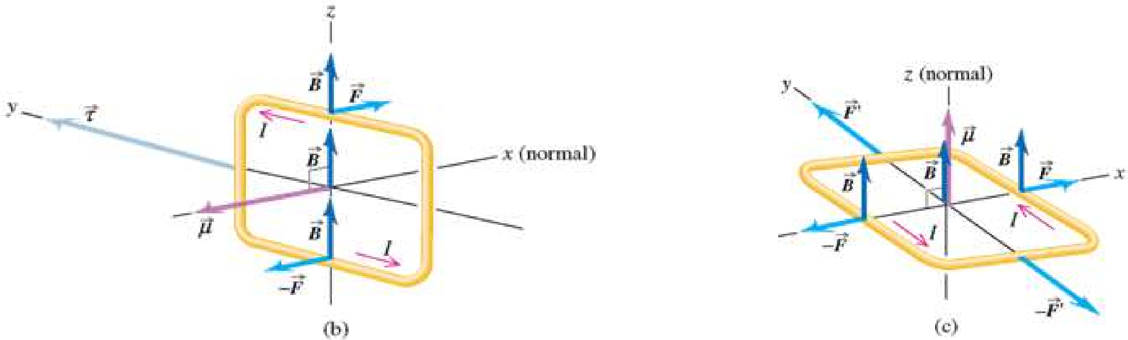
$$\mathbf{F} = I\int_a^b d\mathbf{l}\times\mathbf{B} \tag{8}$$

- Outro caso recorrente é da força sobre uma espira de corrente em um campo magnético uniforme. Observemos as direções e ângulos do caso na figura seguinte

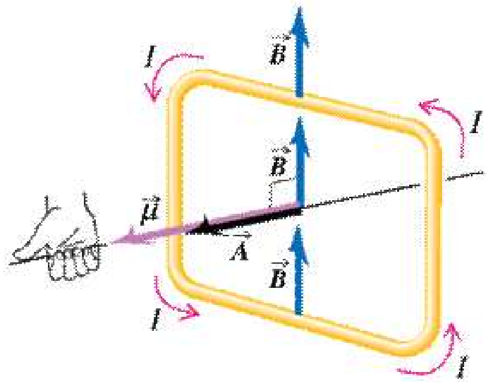


(a)

- A força $F$ sobre o lado direito da espira, de comprimento $a$, é
$$F = IaB$$
sendo o lado esquerdo o oposto $-F$. Os lados de comprimento $b$ formam um ângulo de $90^o - \phi$. Assim
$$F' = IbB\sin(90^o - \phi) = IbB\cos\phi$$
e tem sentidos opostos dependendo da direção da corrente, assim a força resultante sobre uma espira de corrente em um campo mangético uniforme é igual a zero, ver figura.




- Analisando o caso do torque da espira, temos
$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} \qquad \Rightarrow \qquad \tau = rF\sin\theta$$
De $\mathbf{F} = I\int_a^b d\mathbf{l} \times \mathbf{B}$ temos que
$$\mathbf{F}' = -\mathbf{F}' = 0 \qquad \text{e} \qquad \mathbf{F} = -\mathbf{F} = \frac{bF}{2}\sin\phi$$




- por tanto

$$\tau = 2\frac{bF}{2}\sin\phi = (IBa)(b\sin\phi)$$

e desde que $ab = A$, a área da espira

$$\tau = IAB\sin\phi$$

Geralizando está equação para qualquer ângulo, resulta

$$\boldsymbol{\tau} = I\mathbf{A} \times \mathbf{B}$$

onde definindo o *momento de dipolo magnético da espira* como

$$\boldsymbol{\mu} = I\mathbf{A} \tag{9}$$

temos

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B} \tag{10}$$

## 1.2 A lei de Biot-Savart.

- O campo magnético é proporcional à corrente $I$ (como função do elemento $ds$) e perpendicular à corrente que passa por um condutor e inversamente proporcional ao quadrado da distância ao condutor.

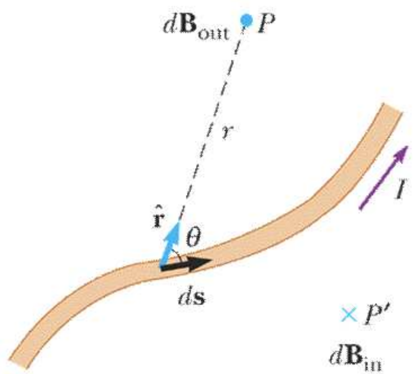
$$d\mathbf{B} = k_m \frac{I d\mathbf{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

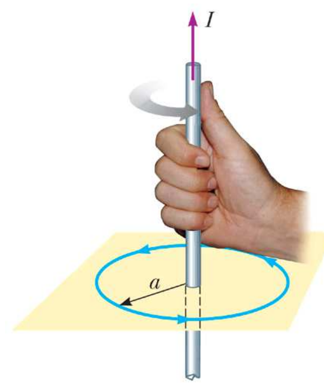
com

$$k_m = \frac{\mu_0}{4\pi}$$

onde $\mu_0$ é a permeabilidade do vácuo, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ [Tm/A]$, $k_m$ a constante magnética ($k_m = 10^{-7}\ [Tm/A]$). Podemos escrever assim a *lei de Biot-Savart* como

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\mathbf{s} \times \hat{r}}{r^2} \tag{11}$$

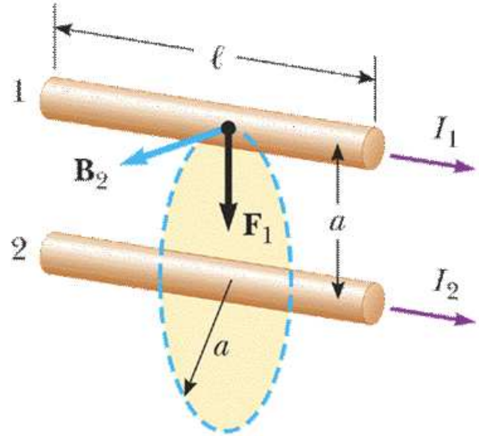



Integrando para um fio de comprimento infinito

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \tag{12}$$

- Vejamos o caso da força magnética entre dois condutores paralelos como na figura




- Seja $F_1$ a força que age sobre o condutor da corrente $I_1$, e $B_2$ o campo gerado pelo condutor da corrente $I_2$.

$$\mathbf{F} = I\,(\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \qquad \Rightarrow \qquad F_1 = I_1 l B_2$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \qquad \Rightarrow \qquad F_1 = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi a}$$

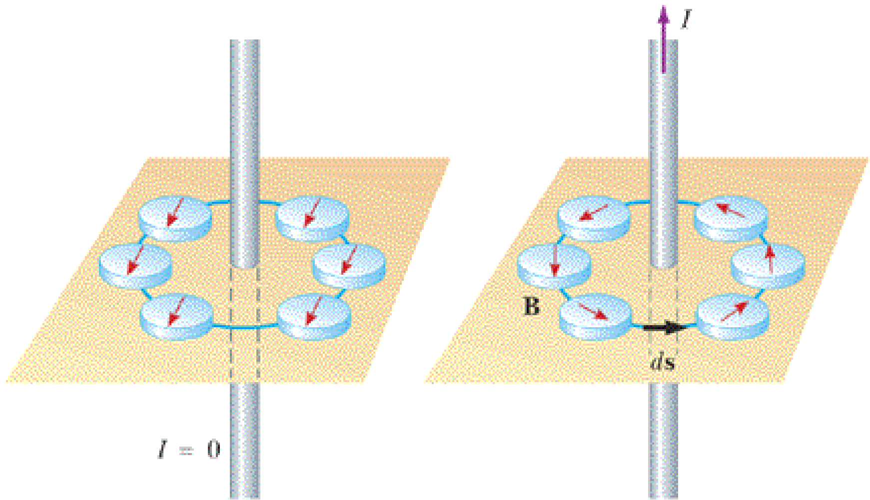
logo a força por unidade de comprimento resulta

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{a}$$

Assim, os condutores paralelos com corrente na mesma direção se atraem, quanto de direções opostas se repelem.

## 1.3 A lei de Ampère.

- Esta lei é equivalente da lei de Gauss só que para o caso do magnetismo ao redor de um condutor




Pensemos num condutor que passa uma corrente $I$ e que gera um campo $B$ em um circulo de raio $r$, como na figura. Se o campo é constante ao longo do circulo esse sai da integral de fluxo

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B \oint ds = B 2\pi r$$

como $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$, resulta

$$B \oint ds = B 2\pi r = \mu_0 I$$

por tanto podemos geralizar ao que conhecemos como a *lei de Ampère*.

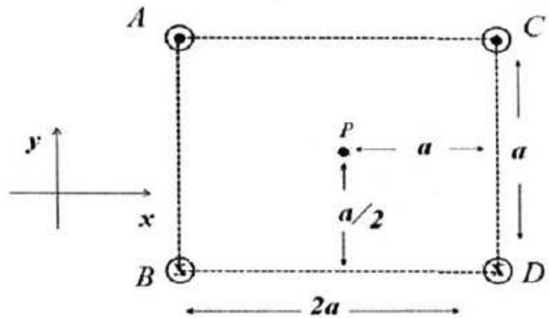
$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I$$

- Esta equação é válida em qualquer caso em que a corrente seja constante, onde a integral do campo magnético em uma trajetória fechada é proporcional à corrente elétrica que passa pela área delimitada por esse circuito fechado.

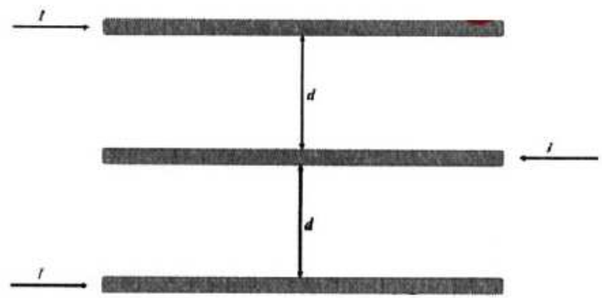
Library of Congress

a) (5 pontos) Derive o campo magnético devido a um fio infinito usando a lei de Àmpere.

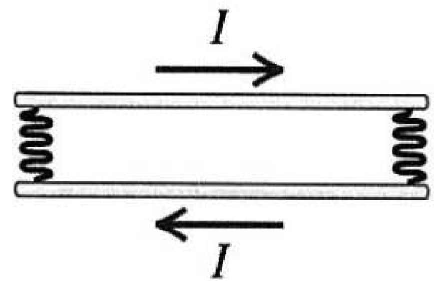
b) (5 pontos) Quatro condutores longos e paralelos são percorridos por correntes iguais $i$ nos sentidos indicados na figura ao lado. Calcule a magnitude, direção e sentido do campo magnético no ponto P da figura.




(10 pontos) Três fios paralelos conduzem correntes de módulo igual a I, como os sentidos indicados na figura. A distância entre os dois fios adjacentes é igual a d. Sabendo que a expressão para a força magnética sobre um fio reto é $\vec{F} = I\vec{\ell} \times \vec{B}$, calcule o módulo, a direção e o sentido da força magnética resultante por unidade de comprimento $(\vec{F}/L)$ sobre cada fio. Justifique suas respostas.



Duas hastes metálicas de comprimento $L$ estão dispostas em repouso e paralelamente em uma mesa lisa. Suas extremidades são conectadas por duas molas condutoras muito leves e com constante de mola $k$, como mostrado na Figura. A disposição inicial do conjunto é tal que as molas estão relaxadas e considere o comprimento relaxado das molas desprezível. Se uma corrente $I$ atravessa o circuito, as hastes irão se repelir e, assim, as molas irão se alongar.




(a) (5 pontos) Calcule o campo magnético (módulo, direção e sentido) que uma das hastes produz ao longo da outra haste em função de uma distância $d$ entre as hastes. Considere os fios como sendo muito longos e despreze efeitos de borda.

(b) (5 pontos) Qual é o valor da separação entre as hastes quando elas entram em equilíbrio e permanecem estáticas? Assuma que $k$ é grande o suficiente para que a separação entre as hastes seja muito menor do que $L$ e desconsidere o campo gravitacional.

☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9 ☐10