SEÑALES Y SISTEMAS	PRUEBA 2	19/12/2023

INSTRUCCIONES

Para llevar a cabo el examen, genere un documento Word con los resultados. Al principio del documento incluya el siguiente texto, sustituyendo sus datos donde corresponda:

"*Apellidos, Nombre*, DNI *XXX*."

A medida que vaya desarrollando los ejercicios:

- Desarrolle cada ejercicio 'N' en un fichero de comandos `'ApellidoNombre_N.m'` separado; cree para ello una carpeta en el disco duro de su PC (**en el C:\tmp**).
- Vaya contestando en la memoria Word a las cuestiones que se plantean. No es necesario que copie en la memoria el enunciado de la pregunta, simplemente indique el ejercicio y el apartado al que está contestando, por ejemplo: ***Ejercicio1. Apartado a)***

Al finalizar el examen, cuando se le indique,

- cree un único fichero 'ApellidoNombre.zip', incluyendo el documento de memoria y todos los ficheros '.m' generados (si hace uso de alguna función implementada en las prácticas adjúntela también)
- súbalo mediante el sistema de entregas disponible en el Moodle de la asignatura (**ATENCIÓN: el sistema se cerrará a la finalización del examen**).

SÓLO se evaluarán los datos que figuren en la memoria. Los ficheros de comandos enviados sólo se evaluarán en caso de duda, y **sólo aquellos que no arrojen errores** al ejecutarse individualmente (asegúrese de este hecho poniendo `clear all; close all; clc;` al principio de todos los ficheros, para limpiar el espacio de trabajo y las figuras de posibles restos de ejecuciones anteriores).

NORMAS ADICIONALES

- En la realización de los ejercicios utilice comandos de control de flujo de MATLAB (e.g., `for`, `if`, `while`, etc.) sólo si es imprescindible.
- A lo largo de este examen se le solicita plasmar varias gráficas. Cópielas (`Edit` → `Copy Figure`) o sálvelas en formato .png (`File` → `Save As…`) y adjúntelas en la memoria. En cada una de las gráficas adjuntadas, debe(n) constar:
    - La magnitud que representan AMBOS ejes (utilice los comandos **xlabel** y **ylabel**).
    - Valores numéricos en ambos ejes

  Una figura carente de estas referencias no se considerará correcta.
- Preste especial atención a los símbolos $<, \leq, >, \geq$ en la definición de los intervalos de trabajo.
- El cálculo de energías es un modo de comprobar que las señales se han obtenido correctamente. Por lo tanto, es imprescindible consignarla siempre que se le indique. Caso de no hacerlo no se valorará la señal representada.

No apague su equipo sin enviar previamente los ficheros generados y la memoria durante la realización del examen.

Tiempo disponible para la realización del examen: 1 h 50 min

Ejercicio 1 *(4 puntos)*

Apartado I) Auto funciones (2 puntos)

Sea el sistema LTI definido por la siguiente ecuación en diferencias que relaciona la salida $y[n]$ con la entrada $x[n]$ del sistema:

$$y[n] = \frac{1}{3}y[n-2] - \frac{1}{3}y[n-3] + 2\,x[n] - \frac{1}{2}x[n-3]$$

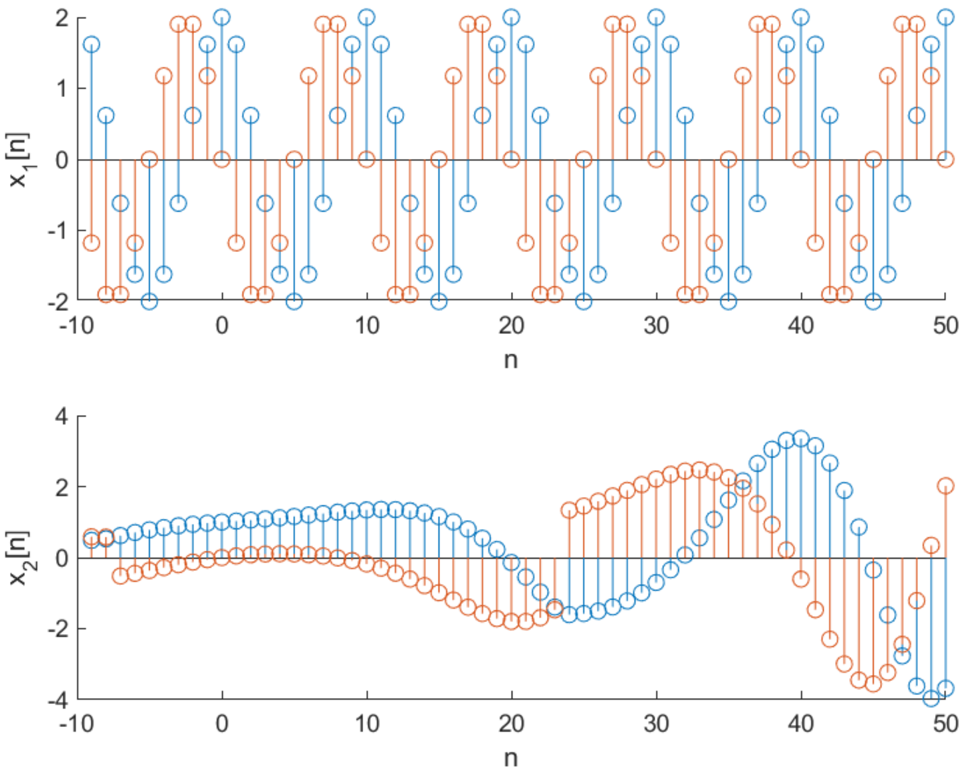
Sean las señales:

$$x_1[n] = \left(2jsen\left(\frac{2\pi}{5}n\right) + 2cos\left(\frac{2\pi}{5}n\right)\right) \times e^{-j\frac{3\pi}{5}n}$$

$$x_2[n] = \left(sen\left(\frac{1}{5}n + \frac{\pi}{2}j\right)\right)^{\frac{n}{30}}$$

Defina las señales en el intervalo $-10 < n \leq 50$.

a) Represéntelas en el intervalo de definición en un gráfico de dos filas, en cada fila la parte real e imaginaria de cada señal superpuestas en dos colores diferentes (0’25 puntos).

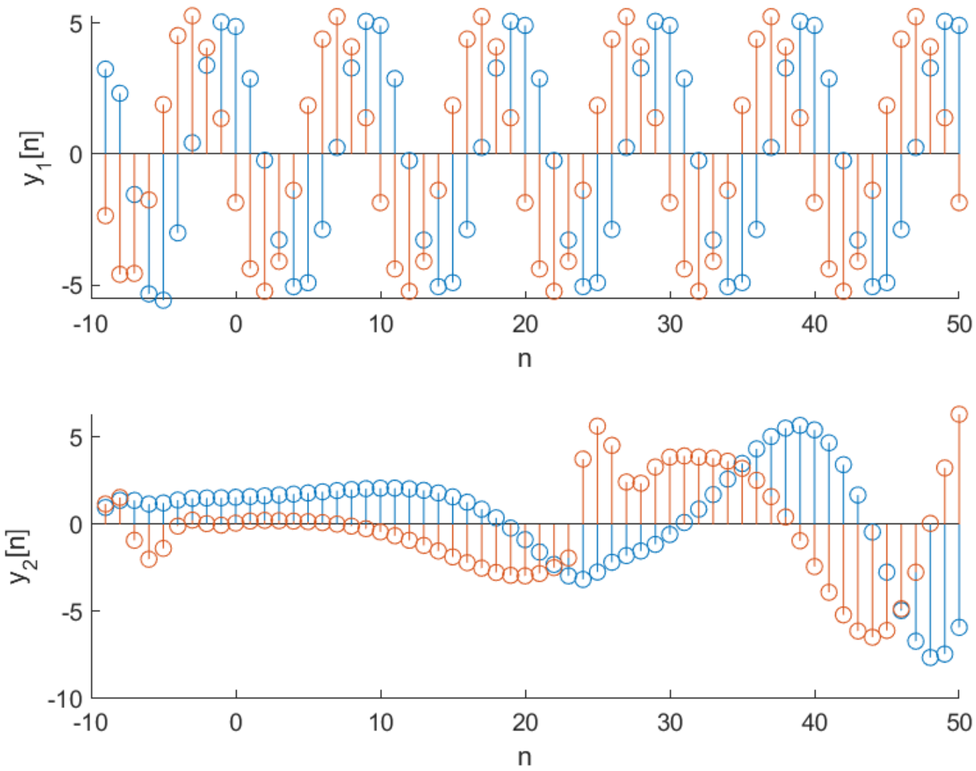


b) Calcule la energía de cada señal en el intervalo de definición (0’25 puntos).

Energía $x_1[n]$	240
Energía $x_2[n]$	312,257427

Obtenga, utilizando la función filter, $y_1[n]$ e $y_2[n]$, i.e., las salidas del sistema definido para ambas funciones de entrada

c) Represente las dos salidas en el intervalo de definición en un gráfico de dos filas, en cada fila la parte real e imaginaria de cada señal superpuestas en dos colores diferentes (0'75 puntos).



d) Calcule la energía de cada salida en el intervalo de definición (0'25 puntos).

Energía $y_1[n]$	1807.957278
Energía $y_2[n]$	1068.818373

e) Determine si las dos señales $x_1[n]$ e $x_2[n]$ son autofunciones del sistema definido y calcule, en caso afirmativo, el autovalor correspondiente (0'5 puntos).

(nota: para calcular el autovalor, salte los primeros valores del resultado hasta la estabilización para eliminar el transitorio, como se vio en clase)

Señal	**¿Es autofunción?**	**Autovalor**
$x_1[n]$	SI	2.713487 -0.598899 j
$x_2[n]$	NO	NO

Apartado II) Desarrollo en serie de Fourier (2 puntos)

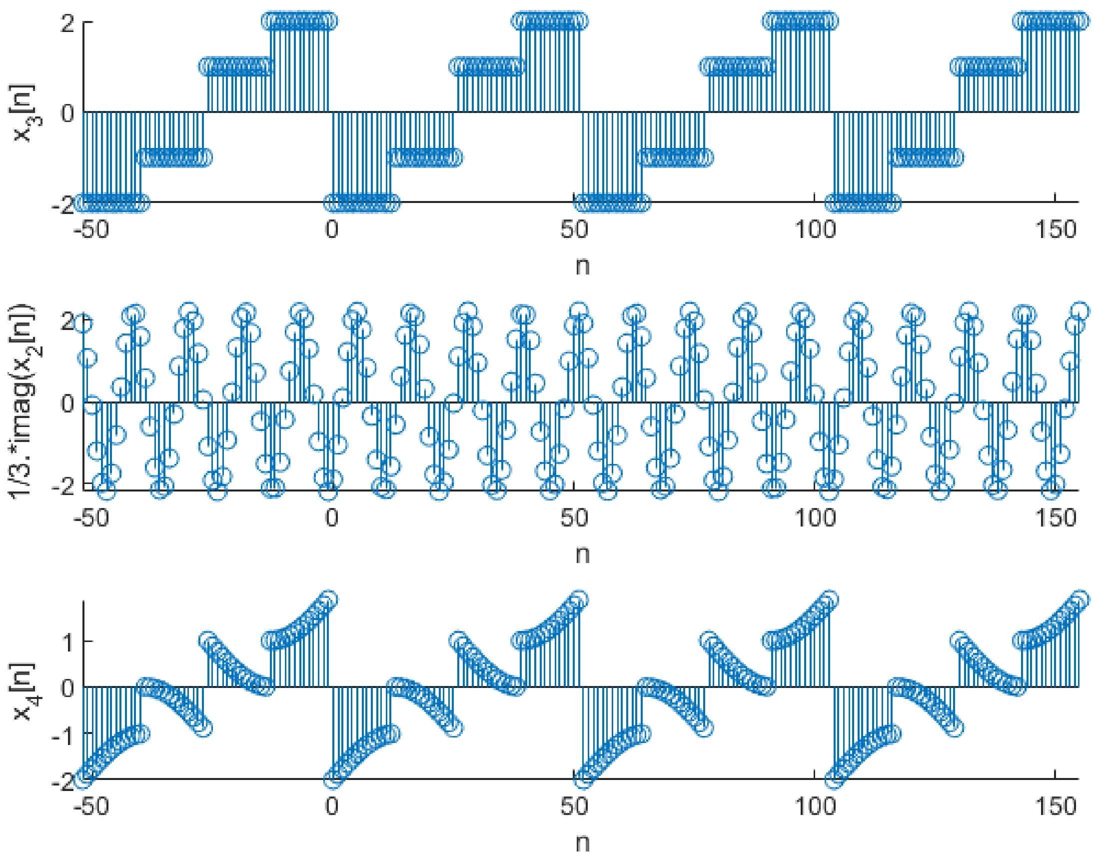
Sea $x_3[n]$ una señal periódica cuyo periodo tiene la siguiente definición:

$$x_3\_periodo[n] = \begin{cases} -2 & 0 \leq n < 13 \\ -1 & 13 \leq n < 26 \\ 1 & 26 \leq n < 39 \\ 2 & 39 \leq n < 52 \end{cases}$$

Y sea $x_4[n] = x_3[n] + sen\left(\frac{\pi}{26} n\right)$

Defina las señales $x_3[n]$ y $x_4[n]$ en el intervalo $-52 \leq n < 156$.

f) Represéntelas en el intervalo de definición en un gráfico de dos filas (0’25 puntos).



g) Calcule la energía de cada señal en el intervalo de definición (0’25 puntos).

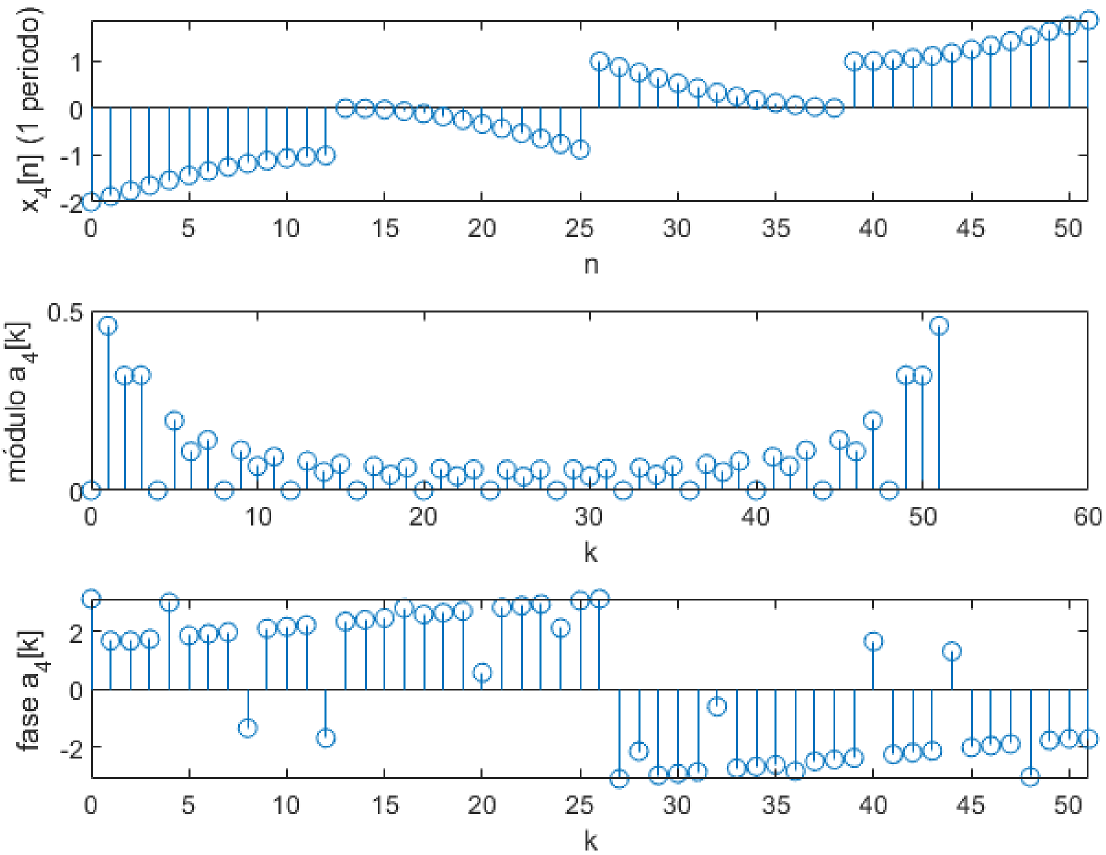
Energía $x_3[n]$	520
Energía $x_4[n]$	227.232702

h) Obtenga el periodo de la señal $x_4[n]$ (0'25 puntos).

Periodo $x_4[n]$	52

Obtenga ahora un vector $x_4\_periodo[n]$ que corresponda a **UN SOLO** período de la señal $x_4[n]$. Utilícelo para calcular a_k, el vector de coeficientes del desarrollo en serie de Fourier de $x_4[n]$.

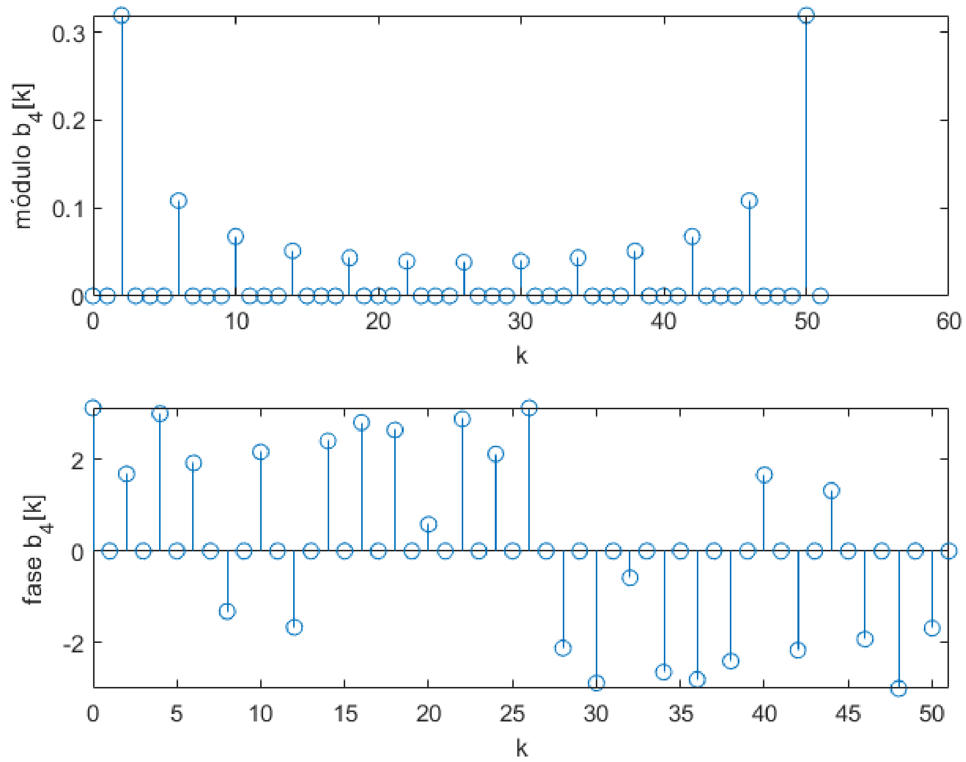
i) Represente los coeficientes a_k, en módulo y fase, en una gráfica con dos filas (0'5 puntos).



A partir de los coeficientes a_k obtenga un nuevo vector de coeficientes b_k de la misma longitud que a_k que incluya:

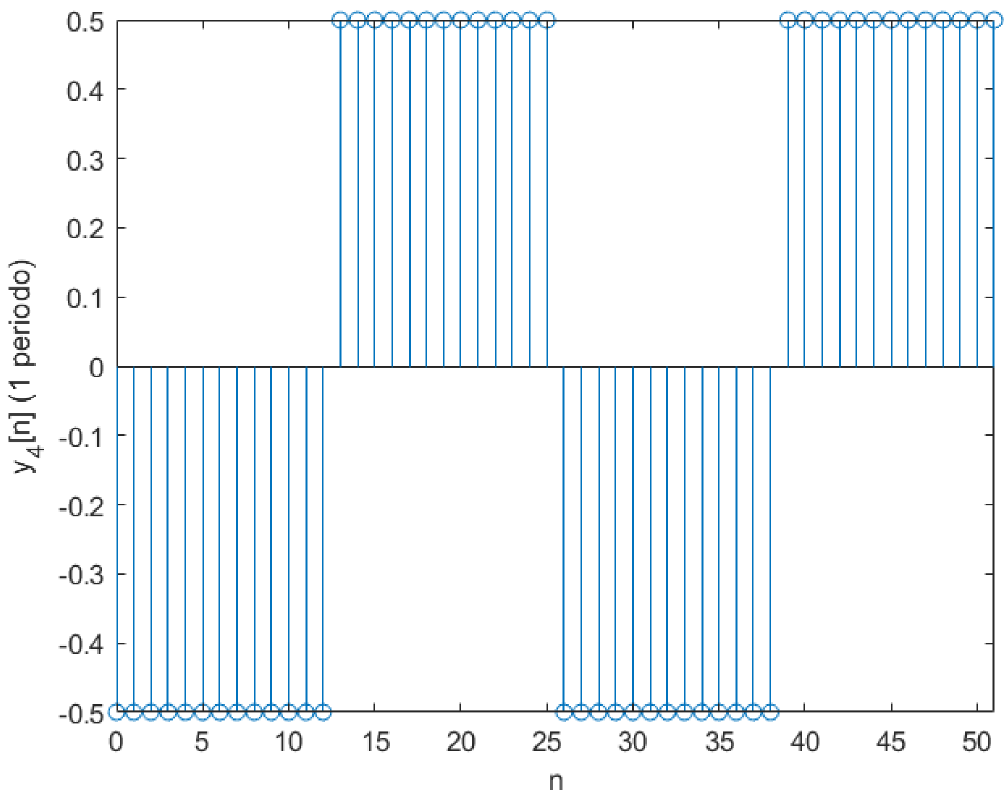
- El valor de a_k para las posiciones impares, i.e., $b_k = a_k,\ k = [0,2,4,\ldots]$.
- Valores a 0 para las posiciones pares, i.e., $b_k = 0,\ k = [1,3,5,\ldots]$.

j) Represente los coeficientes b_k, en módulo y fase, en una gráfica con dos filas (0'25 puntos).



Calcule la señal $y_4[n]$ cuyo desarrollo en serie de Fourier está dado por los coeficientes b_k.

k) Represente dos periodos de la señal $y_4[n]$ (0'5 puntos).



l) Calcule la energía de dos periodos de $y_4[n]$ (0'25 puntos).

Energía $y_4[n]$	13

Ejercicio 2 *(3 puntos)*

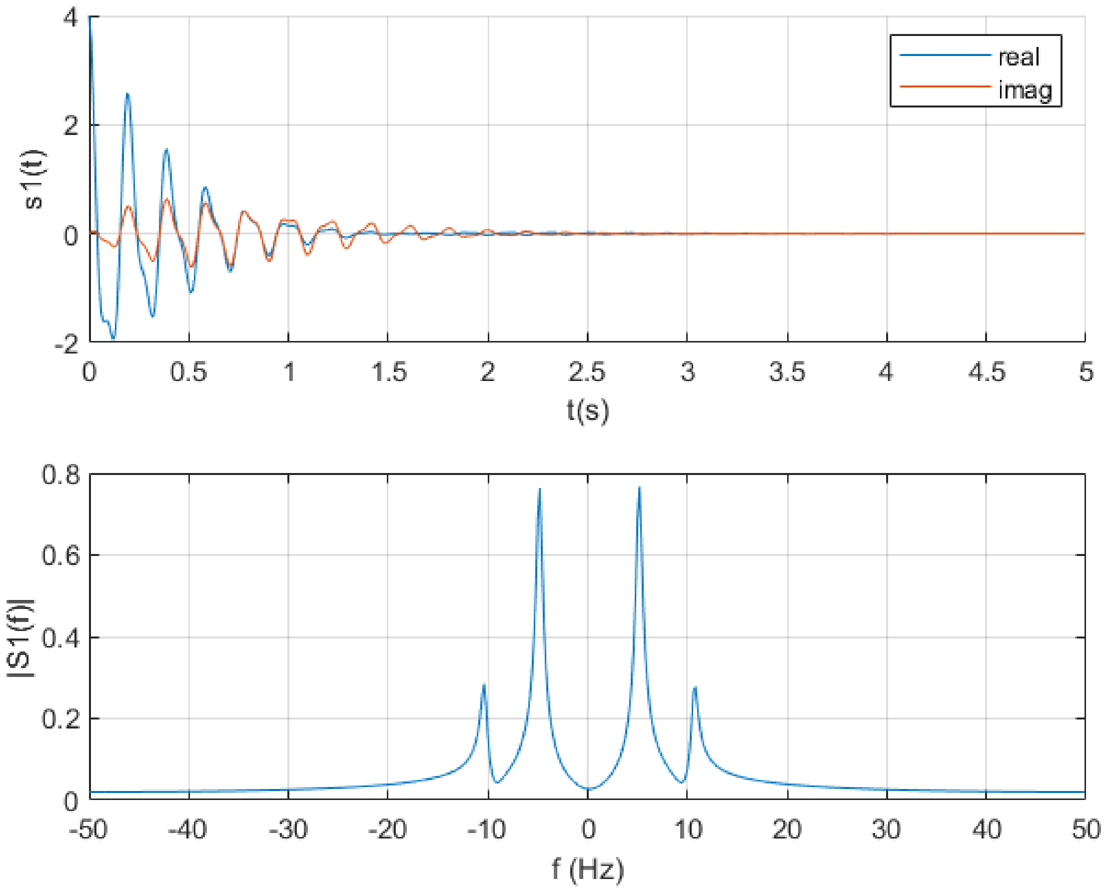
Sea la siguiente señal continua:

$$s_1(t) = e^{(-2+j)t} \cdot \left(sen\left(21\pi t + \frac{\pi}{2}\right) + 3 \cdot cos(10\pi t)\right)$$

definida en el intervalo $0 \leq t < T$, donde T=5s y con un paso entre muestras de $\Delta t = 0.01$s.

Apartado 2a) *(1.5 puntos)*

Calcule la transformada de Fourier $S_1(jw)$ de $s_1(t)$. Represente en dos gráficas: a) $s_1(t)$ (en caso de ser una señal compleja, represente su parte real e imaginaria superpuestas con dos colores diferentes, e identifíquelas con una leyenda apropiada), y b) el módulo de su transformada en función de la **frecuencia**, $S_1(f)$.



Calcule la energía de la señal $s_1(t)$ en este intervalo.

Energía de $s_1(t)$ en el intervalo $0 \leq t < T$	1.34638

Calcule la **pulsación** a la cual se produce el máximo de $|S_1(jw)|$

Pulsación a la cual se produce el máximo de $|S_1(jw)|$	32.673 (5.200 Hz)

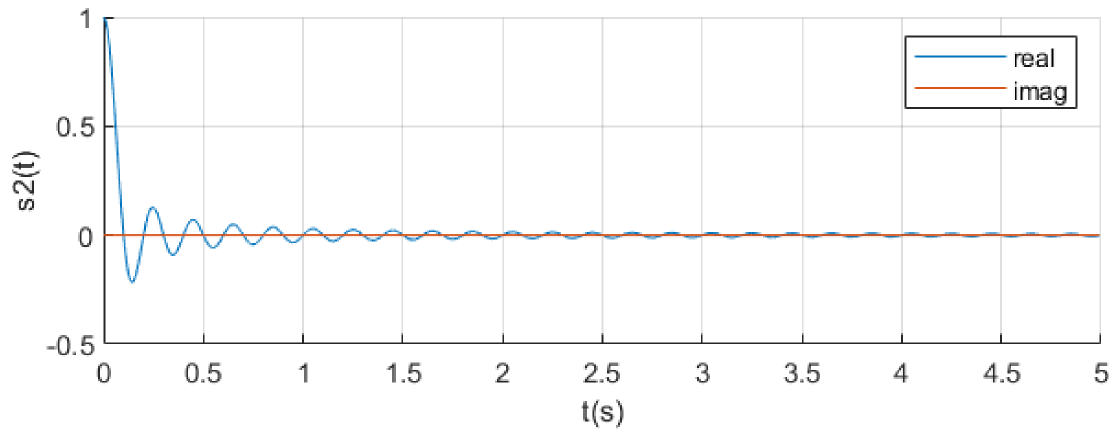
Apartado 2b) *(0.75 puntos)*

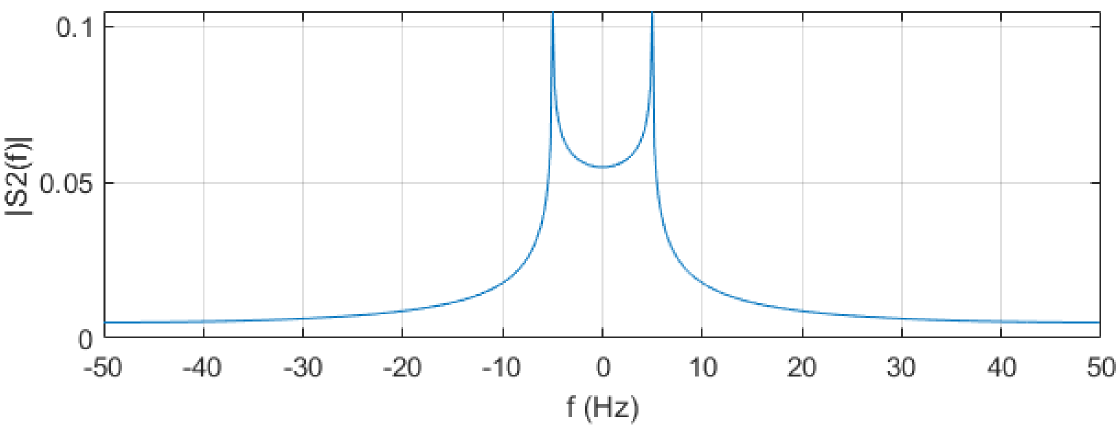
Sea ahora la siguiente señal continua:

$$s_2(t) = sinc(10t) \quad [1]$$

definida en el intervalo $0 \leq t < T$, donde T=5s y con un paso entre muestras de $\Delta t = 0.01$s.

Calcule la transformada de Fourier $S_2(jw)$ de $s_2(t)$. Represente en dos gráficas: a) $s_2(t)$ (en caso de ser una señal compleja, represente su parte real e imaginaria superpuestas con dos colores diferentes, e identifíquelas con una leyenda apropiada), y b) el módulo de su transformada en función de la **frecuencia**, $S_2(f)$.





Calcule la energía de la señal $s_2(t)$ en este intervalo.

---

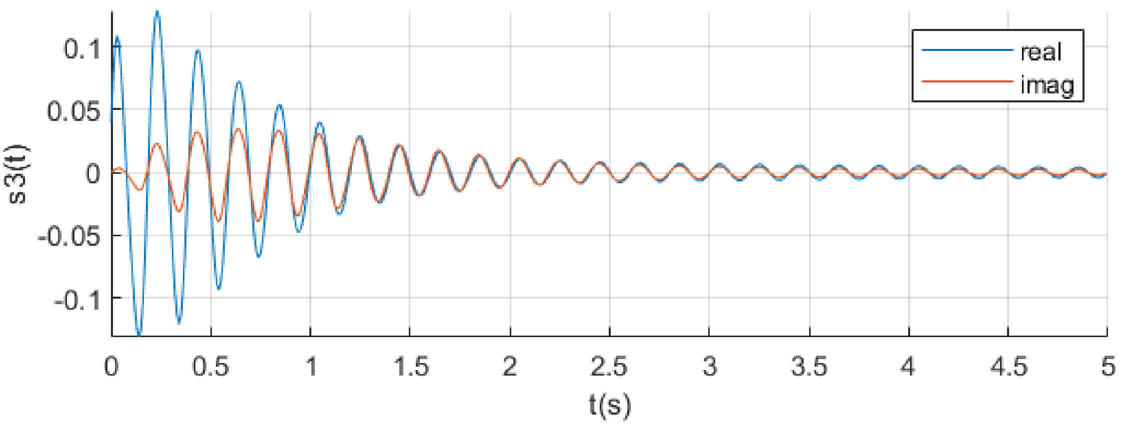
[1] Aunque no es exactamente la definición que hemos visto en clase, puede definirla en Matlab con la función sinc.

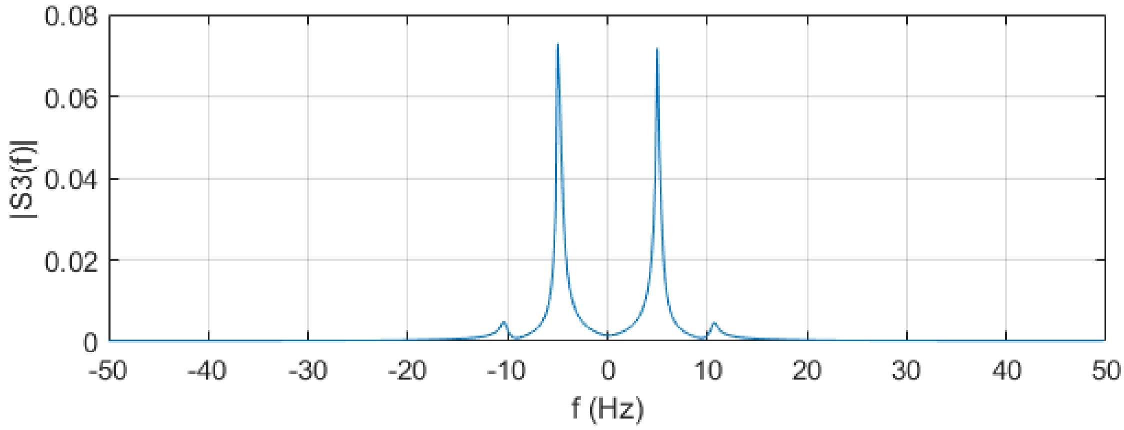
Energía de $s_2(t)$ en el intervalo $0 \leq t < T$	0.05490

Apartado 2c) *(0.75 puntos)*

Obtenga ahora $s_3(t) = s_1(t) * s_2(t)$ multiplicando $S_1(jw)$ y $S_2(jw)$ y calculando la transformada inversa de la señal resultante.

Represente en dos gráficas: a) $s_3(t)$ (en caso de ser una señal compleja, represente su parte real e imaginaria superpuestas con dos colores diferentes, e identifíquelas con una leyenda apropiada), y b) el módulo de su transformada en función de la **frecuencia**, $S_3(f)$.





Calcule la energía de la señal $s_3(t)$ en este intervalo.

Energía de $s_3(t)$ en el intervalo $0 \leq t < T$	0.00573

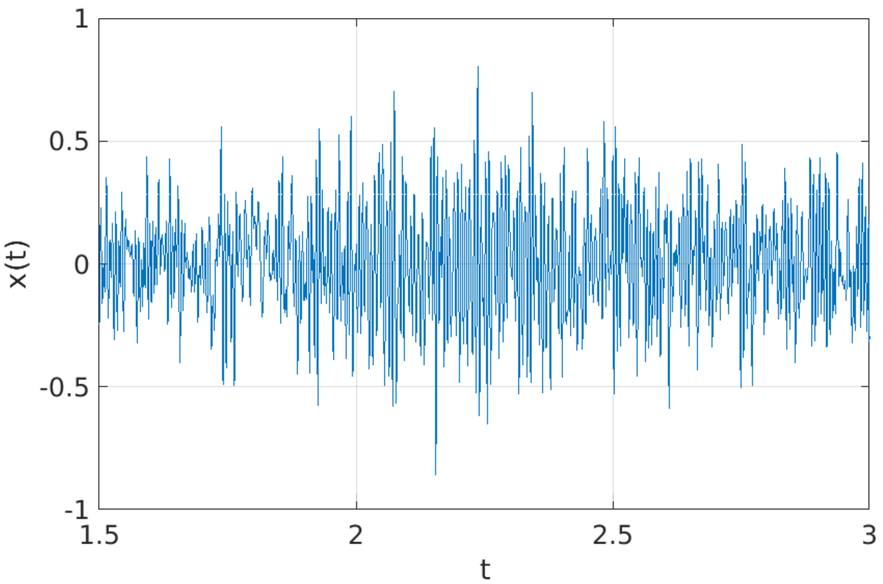
Ejercicio 3 *(3 puntos)*

De la sección de Moodle correspondiente al enunciado de este examen descargue el fichero **`ejercicio3_2023.wav`** y cárguelo en Matlab tal y como hizo en las sesiones de prácticas, obteniendo la señal que contiene *x(t)* y su frecuencia de muestreo f_s

Asuma, al igual que se hizo en las prácticas, que el vector `x` obtenido de ese fichero es una discretización de la señal *x(t)* a la frecuencia de muestreo f_s

Apartado 3a) *(1 punto)*

Represente en una gráfica **sólo** el intervalo de tiempo [1.5s, 3s] de la señal *x(t)*, y calcule la energía de *x(t)* en ese mismo intervalo.



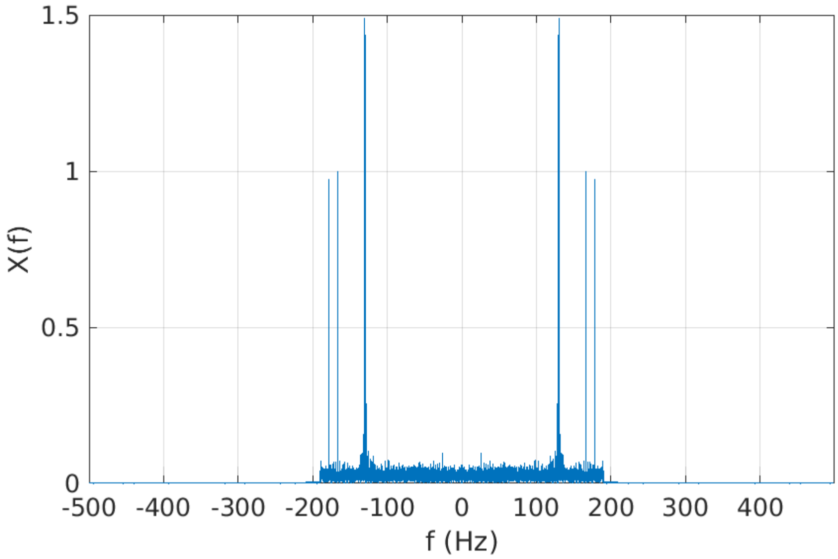
Energía de x(t) **en el intervalo [1.5, 3] segundos**

0,093

Apartado 3b) *(1 punto)*

Utilizando **toda** la señal, no sólo el intervalo del apartado anterior, calcule ahora $X(jw)$, la transformada de Fourier de *x(t)* y represente en una gráfica su módulo $|X(jw)|$, usando un eje de frecuencias (Hz).

Calcule f_{MAX} , la frecuencia en Hz donde se encuentra el valor máximo de dicho módulo $|X(jw)|$



Pulsación del máximo (Hz)

130,3

Observación: la transformada de Fourier está representada entre 0 y 500 Hz. El espectro de la señal vtiene dos componentes de frecuencia destacadas: uno en 130,3 Hz (el mayor), con una zona de armónicos alrededor, y uno doble alrededor de 172 Hz. Además hay ruido paso bajo hasta 190 Hz aproximadamente (ese ruido es el que domina la expresión temporal de la señal, ocultando las componentes frecuenciales)

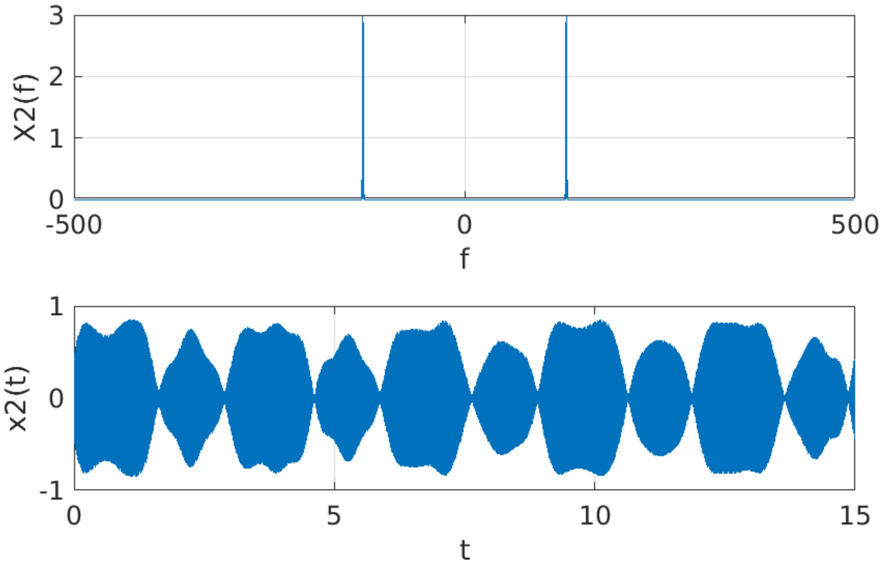
Apartado 3c) *(1 punto)*

Cree en frecuencia un filtro paso banda de ganancia 1 cuyas frecuencias de corte están 2 Hz a cada lado del máximo calculado en el apartado anterior.

Filtre en el dominio de la frecuencia la señal $x(t)$ con ese filtro, y calcule la transformada inversa del resultado para obtener la señal filtrada $x_2(t)$.

Represente

- $x_2(t)$ en todo su intervalo
- el módulo de su transformada de Fourier $|X_2(j\omega)|$, en un eje de frecuencias.



Observación: al ser de banda bastante estrecha, el filtro paso banda conserva esencialmente solo la componente de señal alrededor 130,3 Hz [que contiene dentro de ella también la modulación de una señal de frecuencia mucho más baja, del orden de 0,3 Hz, como se ve en $x_2(t)$], más algo de ruido residual.