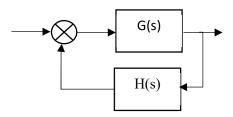
LABORATÓRIO DE CONTROLE DE SISTEMAS DINÂMICOS MÉTODO DO LUGAR DAS RAÍZES — Prof. Thabatta M. A. de Araújo

Pergunta: Como podemos influenciar o comportamento de um sistema, de modo a alterar sua resposta em termos de amplitude, oscilação, velocidade de resposta e erro da resposta em regime permanente em relação à entrada (set point)?

Podemos alterar através da variação de um ganho K, ou pela inserção de polos e zeros na função de transferência.

O método do lugar das raízes consiste na análise do sistema baseada na localização dos polos de um sistema em malha fechada, em função da variação de um parâmetro K. Sendo assim é possível observar a movimentação dos polos em malha fechada à medida que um parâmetro K varia.

Seja Y(s) a saída e X(s) a entrada do diagrama em malha fechada:



Considere a função de transferência em malha fechada como

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{G(s)}{1 \pm G(s)H(s)}$$

Para encontrar os polos em malha fechada, através da equação característica

$$1 \pm G(s)H(s) = 0$$

Se houver um ganho K, podemos reescrever a **equação característica** como:

$$1 \pm G(s)H(s) = 1 + k \frac{(s+z_1)(s+z_2)(s+z_3)\dots(s+z_n)}{(s+p_1)(s+p_2)(s+p_3)\dots(s+p_m)} = 0$$

O termo G(s)H(s) é um número complexo, que possui ângulo e modulo (relembremos das teorias de Fourier, haja vista que qualquer sinal pode ser descrito como uma soma ponderada de senoides, é daí que surge essa correlação com a representação complexa).

Então para esse método LGR existem condições a serem satisfeitas, sendo:

- 1. Condição de ângulo: $\angle G(s)H(s) = \pm 180^{\circ} (2 * k + 1) (k = 0, 1, 2, ...)$
- 2. Condição de modulo: |G(s)H(s)| = 1

Os ângulos de qualquer ponto s em relação aos polos e zeros de G(s)H(s) devem ser medidos no sentido anti-horário.

O lugar das raízes (LGR) é um gráfico que fornece as raízes em malha fechada no plano s em função da variação de K ($0 < K < \infty$).

Para traçar o gráfico é necessário seguir os passos:

- Passo 1: localizar os polos e zeros de G(s)H(s) no plano s
- Passo 2: determinar a localização do lugar das raízes no eixo real

LABORATÓRIO DE CONTROLE DE SISTEMAS DINÂMICOS MÉTODO DO LUGAR DAS RAÍZES – Prof. Thabatta M. A. de Araújo

- Passo 3: determinar as assíntotas do lugar das raízes
- Passo 4: calcular os pontos de chegada (break-in) e de partida (breakaway) no eixo real
- Passo 5: determinar o ângulo de partida de um polo complexo ou ângulo de chegada em um zero complexo de malha aberta
- Passo 6: determinar os pontos onde o lugar das raízes cruza o eixo imaginário
- Passo 7: determinar o lugar das raízes na vizinhança global em torno da origem
- Passo 8: identificar os polos de malha fechada desejados e os valores do ganho K associados

Conclusões:

- A adição de polos na função de transferência em malha aberta desloca o LGR para a direita: MENOS ESTÁVEL
- 2. A adição de zeros na função de transferência em malha aberta desloca o LGR para a esquerda: MAIS ESTÁVEL, MAS CUIDADO COM O ZERO no ponto 0.
 - a. Resposta transitória MAIS RÁPIDA
 - b. Ação antecipatória

ATIVIDADE DE LABORATÓRIO POSTAGEM NO SIGAA

Considere:

$$G(s) = \frac{100.(s+2)}{(s+1).(s+10)}$$

$$H(s) = 1$$

- 1. Escreva a equação característica.
- 2. Plote o LGR, o Bode e a saída y(t) usando o diagrama de blocos (XCOS do scilab)
- Acrescente um polo na origem na função de transferência em malha aberta e plote o LGR, o Bode e a saída y(t) usando o diagrama de blocos (XCOS do scilab). Comente as diferenças percebidas com o acréscimo do polo.
- 4. Acrescente um zero na origem na função de transferência em malha aberta e plote o LGR, o Bode e a saída y(t) usando o diagrama de blocos (XCOS do scilab). Comente as diferenças percebidas com o acréscimo do zero.