INF623

2024/1

UFV

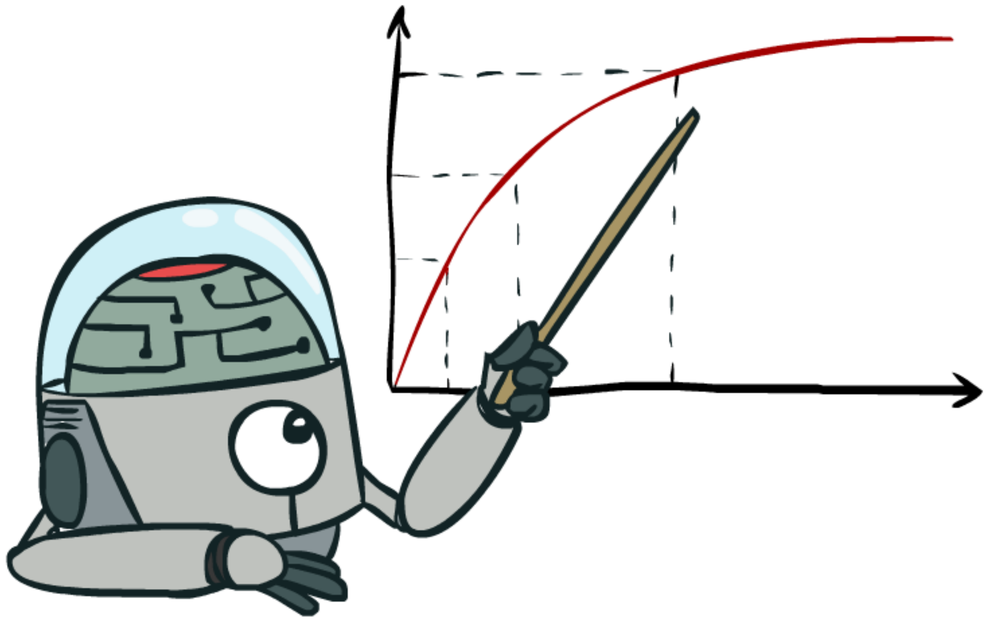
Inteligência Artificial

A2: Busca no espaço de estados I

Plano de aula

- Formalização de problemas de busca no espaço de estados
- Espaço de estados
- Exemplos de problemas
- Árvore de busca
- Algoritmos de busca sem informação
  - Busca em largura
  - Busca em profundidade
    - Iterativa vs. recursiva
  - Busca de custo uniforme

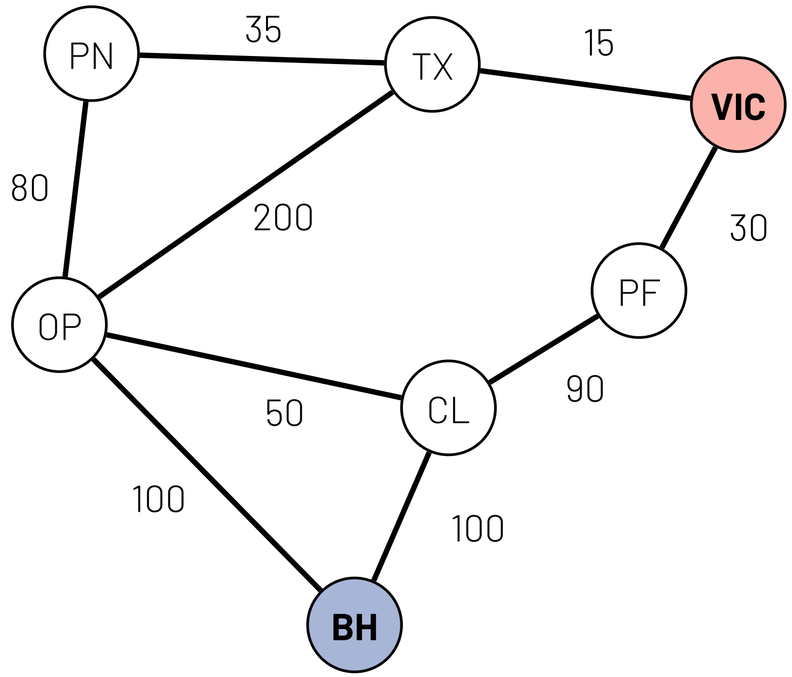
Agentes racionais



Agir de maneira autônoma visando atingir o **melhor resultado** ou, em caso de incerteza, o melhor resultado esperado.

Exemplo 1: caminho mais curto

Considere o mapa abaixo representando cidades de Minas Gerais e as estradas que as conectam. Os números entre cidades representam o custo de viajar entre uma cidade e outra.

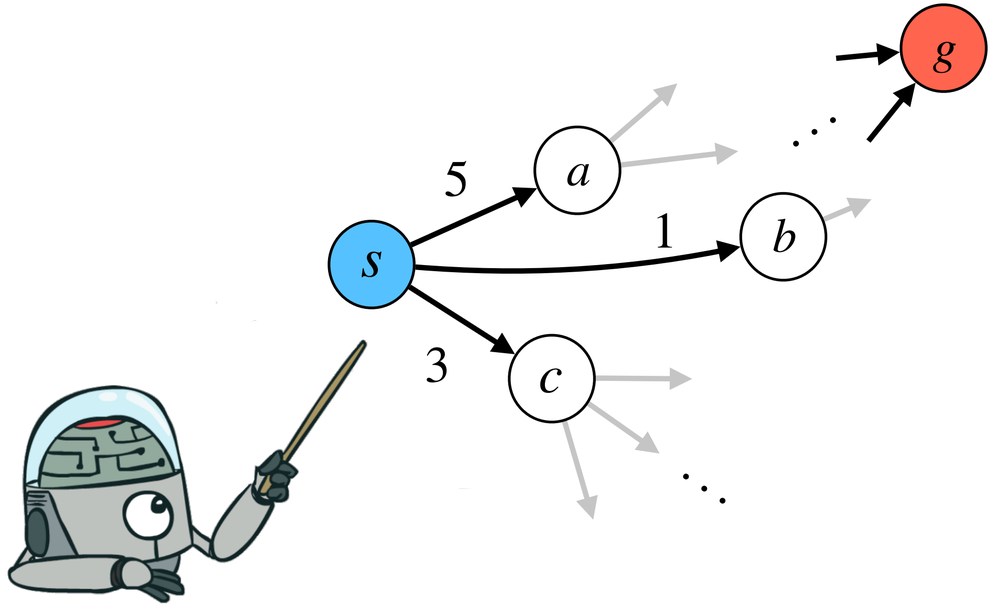


Qual o caminho de menor custo entre **BH** e **Viçosa (VIC)**?

- Solução 1
  BH, OP, PN, TX, VIC — Custo 100 + 80 + 35 + 15 = 230
- Solução 2
  BH, CL, PF, VIC — Custo 100 + 90 + 30 = 220

Agentes racionais baseados em busca

Para resolver problemas desse tipo, chamados de **problema de busca**, um agente assume que o mundo é representado por **estados** e que objetivo é chegar em um **estado final** g a partir de um **estado inicial** s:



- O agente utiliza **ações** (→) que possuem **custos** associados para modificar o estado corrente
- Uma **solução** é uma sequência de ações (um caminho) que leva o agente de s a g

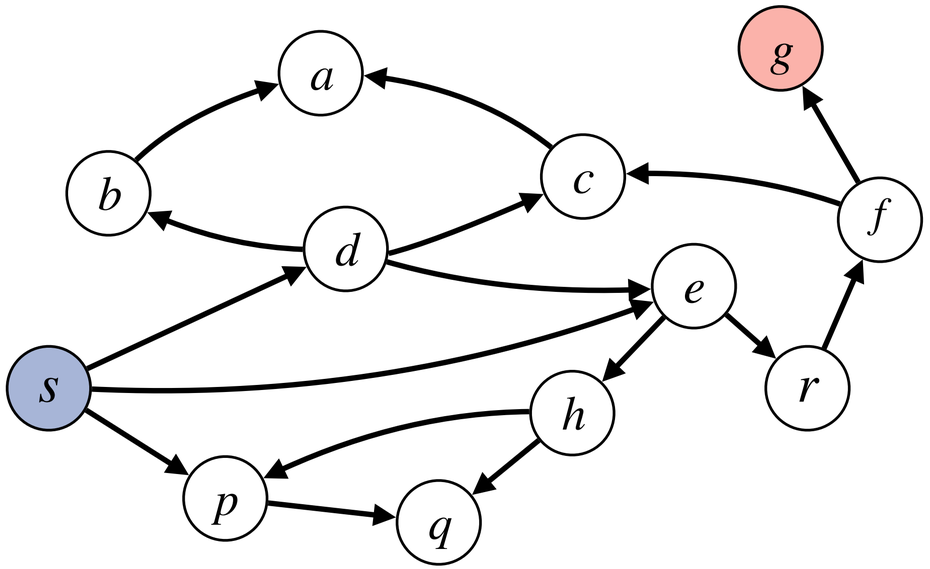
Problemas de busca

Um problema de busca é definido por:

- Conjunto de estados S, chamado de **espaço de estados**
- **Estado inicial** $s \in S$
- **Estado final** $g \in S$
- **Função de ações** $A(s)$ que retorna o conjunto finito de ações possíveis em s
- **Modelo de transição** $T(s, a)$, uma função que retorna um novo estado s' resultado da aplicação da ação a no estado s
- **Função custo de ação** $C(s, a, s')$ que retorna o custo numérico da aplicação da ação a no estado s para alcançar o estado s'

Espaço de estados como um grafo

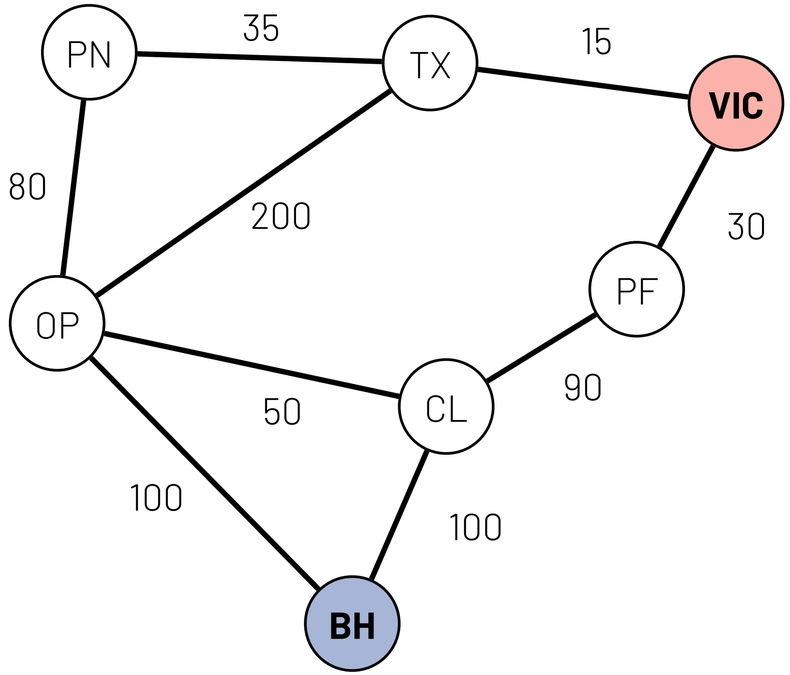
O **espaço de estados** pode ser representado como um grafo, onde os **vértices são os estados** e as **arestas são as ações:**



- O conjunto de vértices é igual ao de estados S
- O conjunto de arestas A contém as ações
- Uma **solução** para um problema de busca é uma sequência de estados (caminho) $s, s_1, s_2, \ldots, g$ tal que $(s_i, s_{i+1}) \in A$, para todo s_i na sequência
- Um **caminho C é ótimo**, também denotado como C^*, se não existe nenhum outro caminho entre s e g com custo menor que C

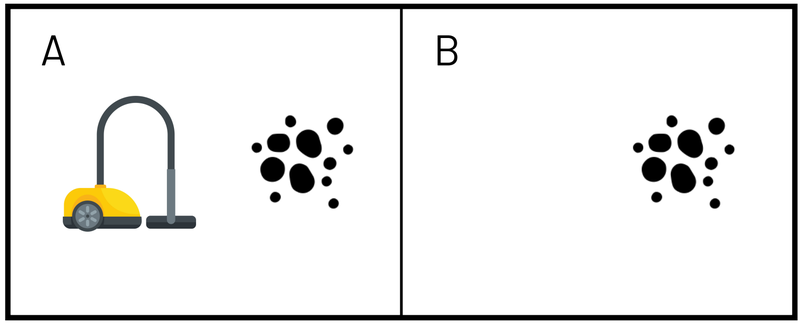
Exemplo 1: caminho mais curto

- **Espaço de estados**: o conjunto de cidades
  {BH, OP, CL, PN, TX, PF, VIC} — 8 estados
- **Estado inicial**: BH
- **Estado final**: Viçosa (VIC)
- **Ações**: viajar para uma cidade adjacente
  Exemplo — A(BH) = {viajar para OP, viajar para CL}
- **Modelo de transição**: se viajar para uma cidade adjacente, o agente passa para o estado que representa essa cidade
  Exemplo — T(BH, viajar para OP) = OP
- **Função custo de ação**: a distância em km de uma cidade a outra
  Exemplo — C(BH, viajar para OP, OP) = 100



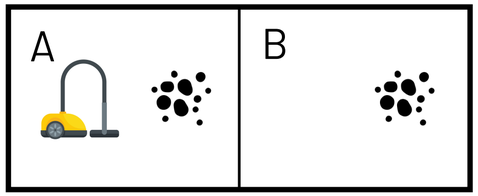
Exemplo 2: mundo do aspirador de pó

- **Espaço de estados**: tupla com a posição do agente e se há ou não poeira em A e B
- **Estado inicial**: qualquer um
- **Estado final**: A e B limpos
- **Ações**: aspirador pode mover para esquerda, direita e aspirar
  A(s) = {ESQUERDA, DIREITA e ASPIRAR}
- **Modelo de transição**: se mover para esquerda em A, o agente permanece onde está, se mover para a direita em A, ele move para B; se aspirar e houver poeira, a poeira desaparece
- **Função custo de ação**: cada ação custa 1

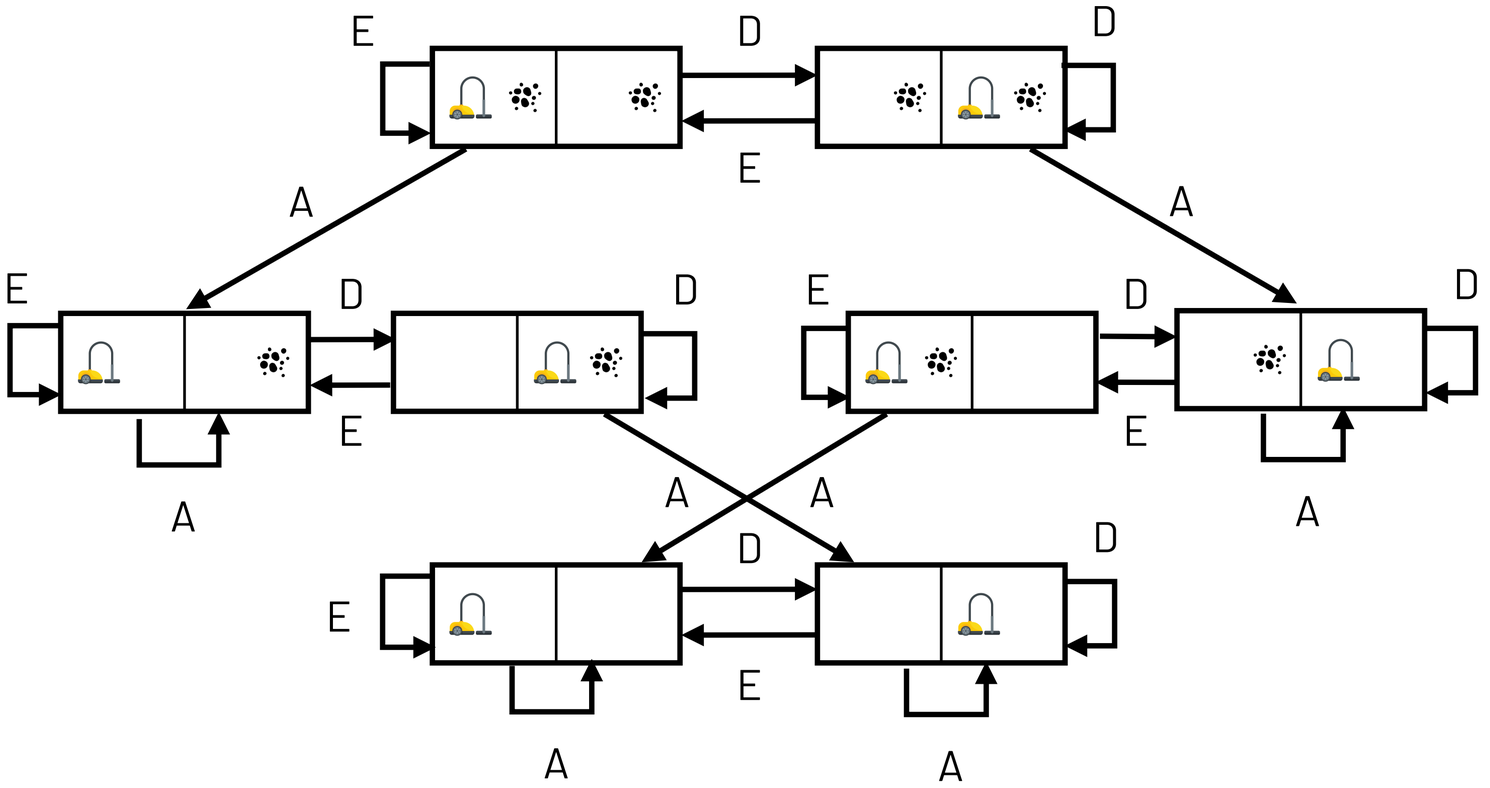


Exercício 1

Quantos estados existem no problema do aspirador? Quantos estados finais existem? Desenhe o grafo do espaço de estados.



R: O agente pode estar em uma das duas posições, e cada posição pode conter poeira ou não, portanto:
$2 \times 2 \times 2 = 8$ estados



Exemplo 3: quebra-cabeça de oito peças

- **Espaço de estados**: todas as configurações possíveis do tabuleiro.
- **Estado inicial**: qualquer um
- **Estado final**: um estado onde os números aparecem em ordem crescente da esquerda para a direita, de cima para baixo
- **Ações**: Quadrado vazio (em branco) move para CIMA, BAIXO, ESQUERDA e DIREITA. Se ele estiver nos cantos, alguns movimentos se tornam inválidos
- **Modelo de transição**: mover o quadrado vazio troca sua posição com um adjacente. Por exemplo, na estado inicial acima, mover o branco para a esquerda, troca o 5 com o vazio
- **Função custo de ação**: cada ação custa 1

7	2	4
5		6
8	3	1

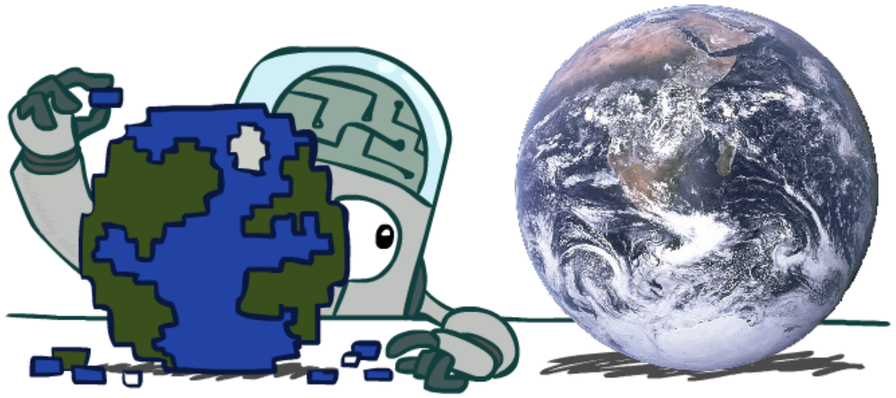
Estado inicial

	1	2
3	4	5
6	7	8

Estado final

Representação de estados

Quando formulamos problemas de busca, **abstraímos os detalhes que não são importantes** para representar os estados, mantendo apenas os detalhes necessários.



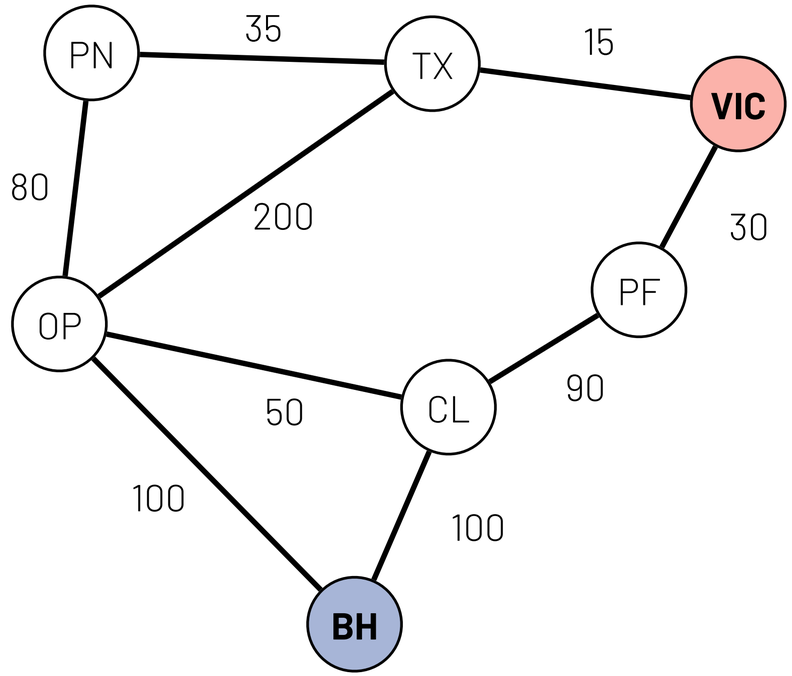
Exemplos:

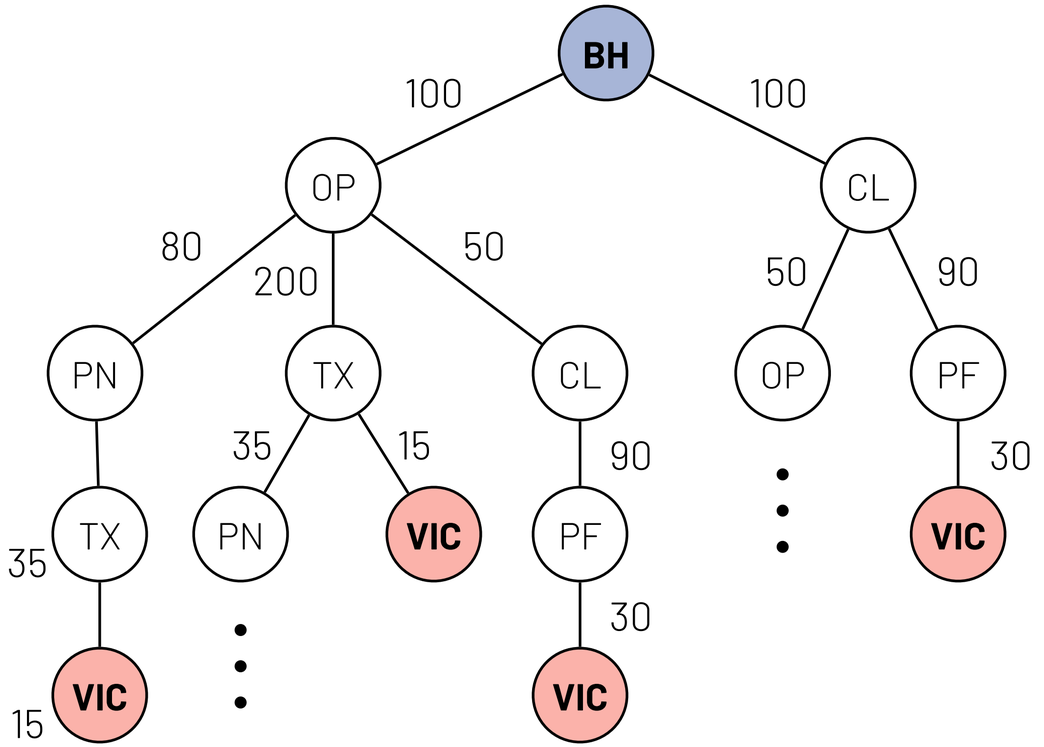
- **Caminho mais curto**: consideramos apenas a distância entre as cidades. Desconsideramos, entre tantas outras coisas, as condições climáticas das estradas.
- **Quebra-cabeças**: consideramos apenas as posições finais das peças, desconsideramos as posições intermediárias de deslizamento.

Árvore de busca

Em IA, os grafos do espaço de estados geralmente não são armazenados em memória, pois, na prática, costumam ser muito grandes.

Ao invés disso, podemos aplicar a função do modelo de transição $T(s, a)$ para gerar uma **árvore de busca**, começando pelo estado inicial.



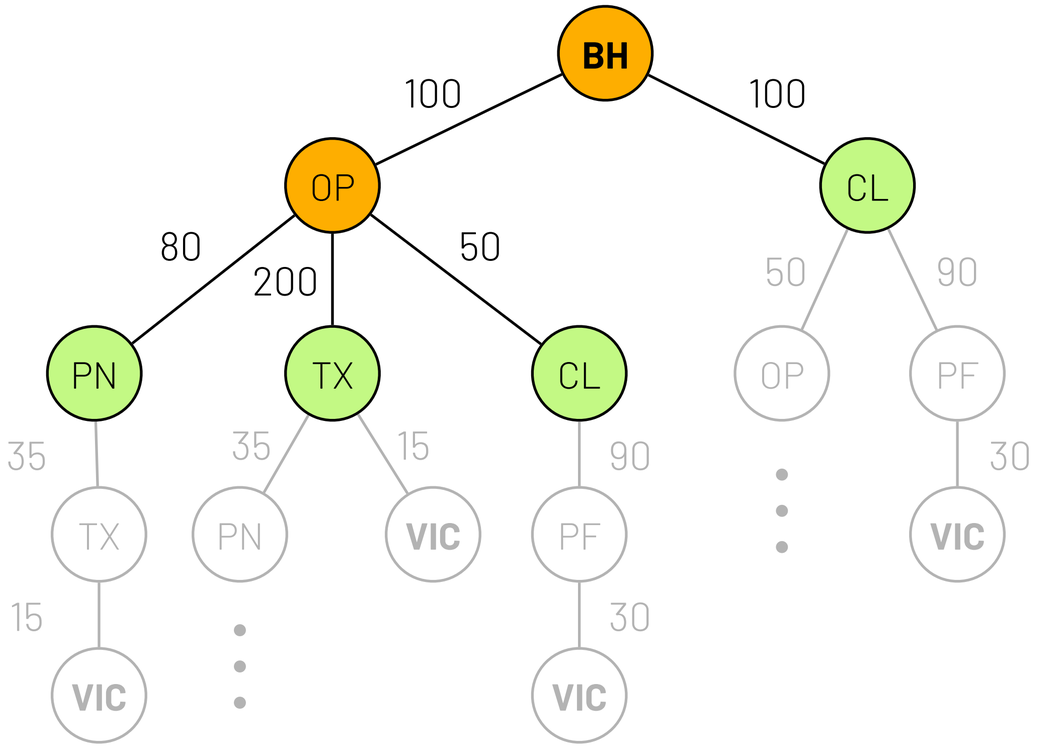


*Dizemos que os grafos representados por um estado inicial e uma função sucessora são **implícitos**.*

Árvore de busca

Definições:

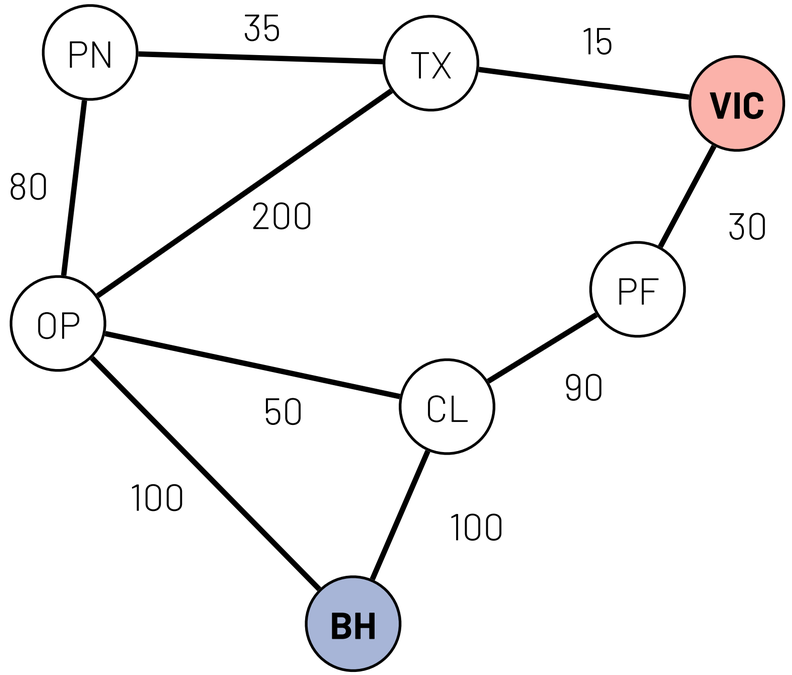
- O estado inicial é a **raiz** da árvore;
- Um nó é **expandido** quando um algoritmo considera as ações para aquele estado s chamando a função $A(s)$;
- Um nó é **gerado** quando seu pai é expandido;
- O conjunto de caminhos produzidos até o momento é chamado de **fronteira**;
- Um **ciclo** ocorre quando um nó aparece múltiplas vezes em um mesmo caminho
  (e.g., BH, OP, TX, PN, OP, TX, VIC)

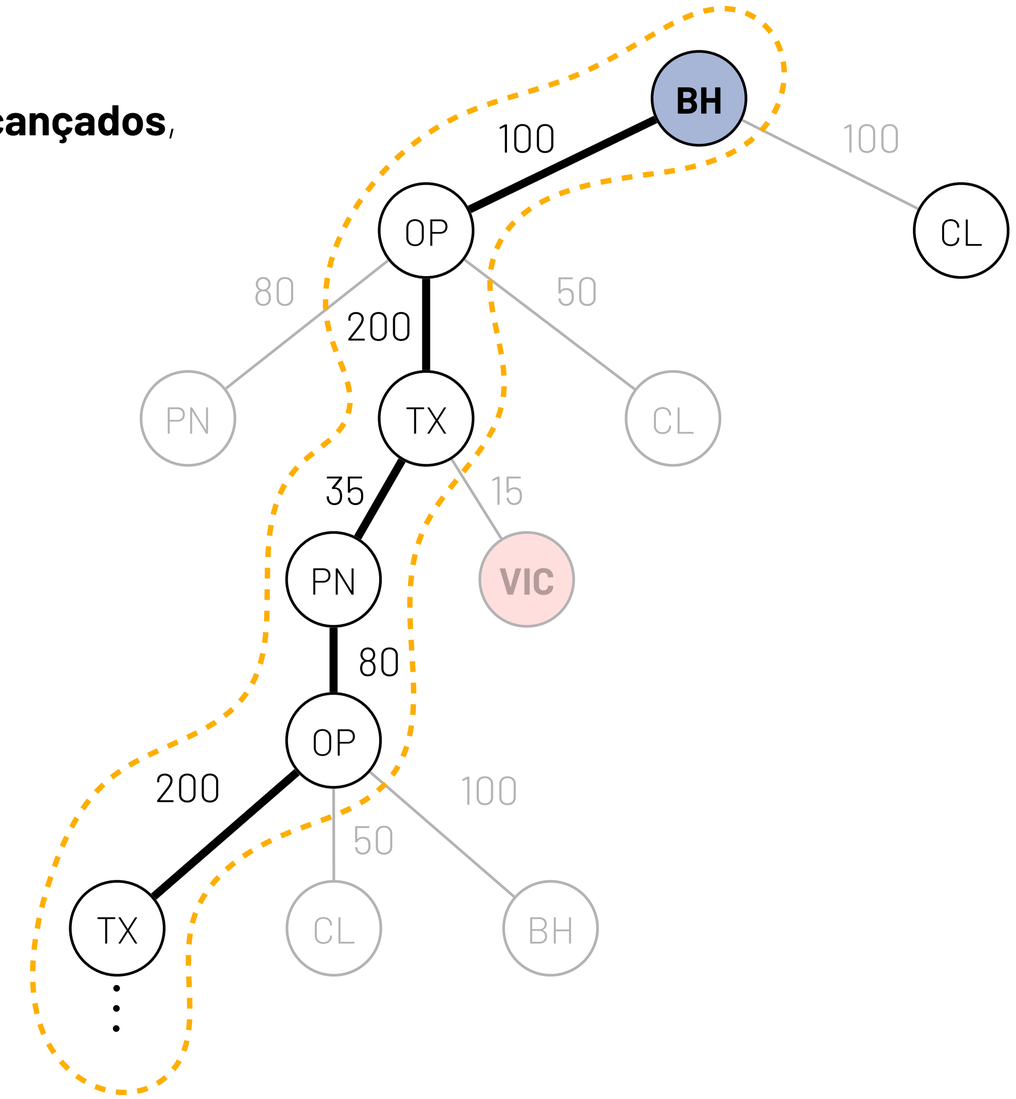


Ciclos e caminhos redundantes

Ciclos são caminhos redundantes geram **árvores de busca infinitas**:

- Podemos evitar ciclos durante a busca com uma tabela de nós **alcançados**, expandindo apenas aqueles que:
  - Ainda não foram visitados ou;
  - Estão sendo visitados por um caminho melhor.





Algoritmos de busca (que estudaremos)

- **Busca sem informação**

  Não possuem informação sobre a distância entre um determinado estado e e o estado final g

  - Busca em largura (Breath-first search - BFS) — assume que ações todas tem o mesmo custo
  - Busca em profundidade (Depth-first search- DFS) — assume que ações todas tem o mesmo custo
  - Busca de custo uniforme (Algoritmo de Dijkstra) — assume ações com custo diferentes
- **Busca informada**

  Possuem informação sobre a distância entre um determinado nó e o estado final

  - Busca gulosa de melhor escolha
  - Algoritmo A*

Propriedades dos algoritmos de busca

- Complexidade de tempo

  Quanto tempo demora para o algoritmo retornar uma solução?

- Complexidade de espaço

  Qual a quantidade de memória necessária para realizar a busca?

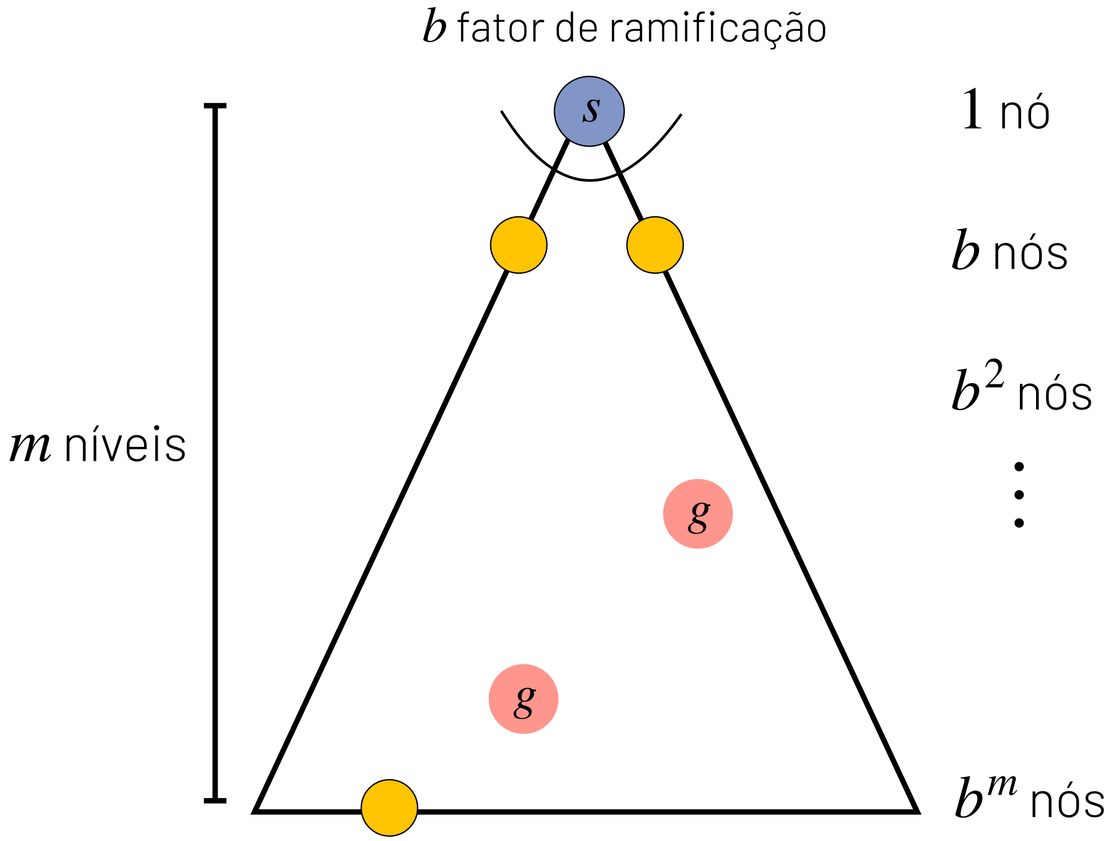
- Completo

  Se existe uma solução, o algoritmo irá encontrá-la;

- Ótimo

  Se existe uma solução, o algoritmo retorna uma solução ótima;

Em IA, como o grafo é **implícito**, a complexidade é medida em função do fator de ramificação b e da profundidade máxima m da árvore de busca.



Algoritmo genérico de busca em árvore

Os algoritmos de busca em árvore seguem a mesma estrutura geral:

```
def busca-arvore(s, g, A, T, C):
 1. fronteira = [s] # Inicializar a fronteira com o estado inicial s
 2. alcancado = {s} # Marcar nó inicial como visitado
 3. custo[s] = 0    # Inicializar custo do estado inicial
 4. while fronteira não estiver vazia:
 5.     n = fronteira.pop() # Escolher um nó da fronteira para expandir
 6.     if n == g:          # Verificar se o nó n escolhido é o estado final g
 7.         return caminho entre s e g
 8.     for filho in T(n, A(n)):                  # Expandir o nó n escolhido usando função de ações A
 9.          custo_filho = custo[n] + C(n, filho) # Calcular custo de chegar até o filho por n
10.          if filho not in alcancado or custo_filho < custo[filho]:
11.              fronteira.append(filho)
12.              alcancado.append(filho)
13.              custo[filho] = custo_filho
```

A principal diferença entre os algoritmos é a **estratégia de expansão** do nó `n`; Usamos diferentes **estruturas de dados** para implementar essas estratégias.

`alcancado` é uma tabela hash (dicionário em python) utilizada para evitar ciclos.

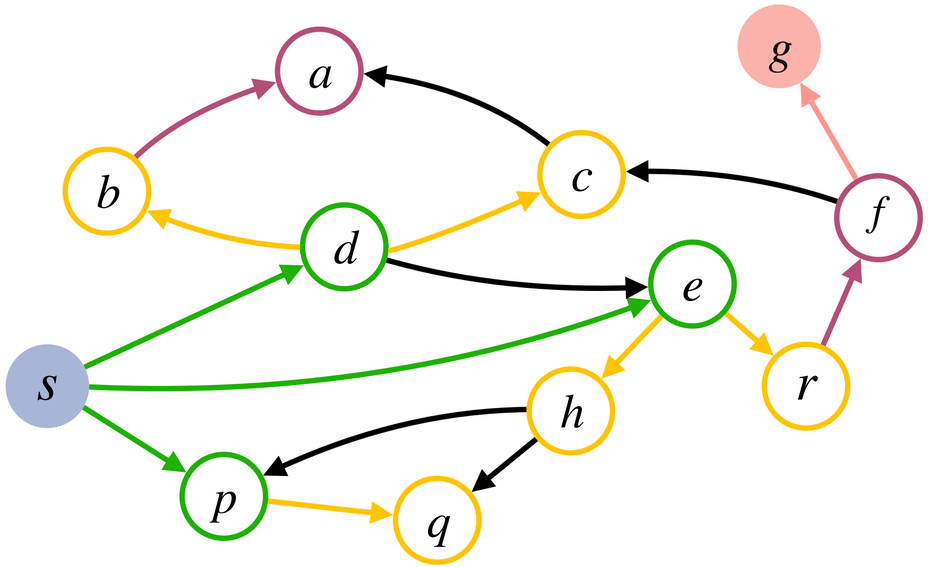
UFV

Busca em largura

Fronteira é uma fila (FIFO)

Expandir o nó mais raso primeiro

- Nós a uma aresta de distância (d, e, p)
- Nós a duas arestas de distância (b, c, h, r, q)
- Nós a três arestas de distância (a, f)
- ...



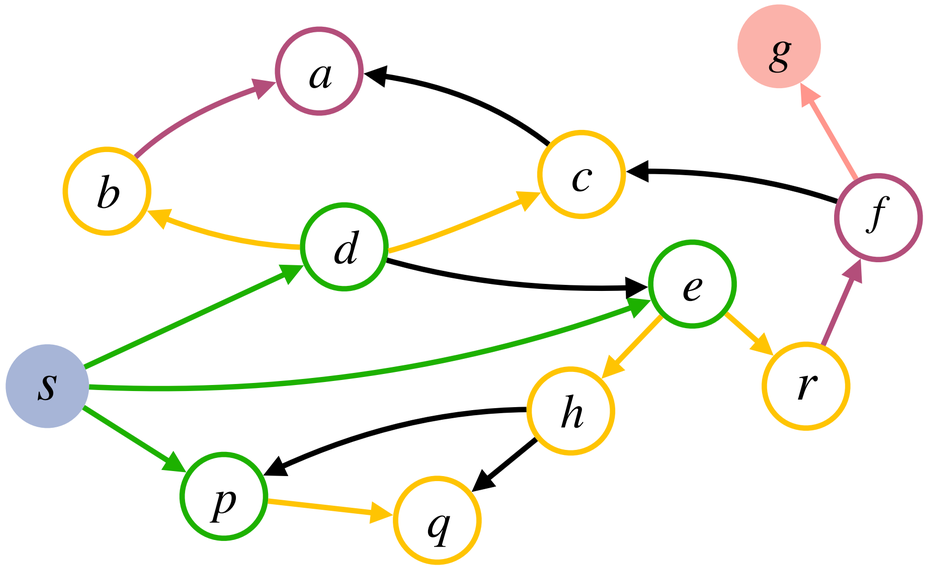
Tempo	Nó	Fronteira (fila)	Alcançado
1	s	[~~d~~, e, p]	{s, d, e, p}
2	d	[e, p, b, c]	{d, e, p, b, c}
3	e	[~~p~~, b, c, h, r]	{d, e, p, b, c, h, r}
4	p	[~~b~~, c, h, r, q]	{d, e, p, b, c, h, r, q}
5	b	[~~c~~, h, r, q, a]	{d, e, p, b, c, h, r, q, a}
6	c	[~~h~~, r, q, a]	{d, e, p, b, c, h, r, q, a}
7	h	[~~r~~, q, a]	{d, e, p, b, c, h, r, q, a}
8	r	[~~q~~, a, f]	{d, e, p, b, c, h, r, q, a}
9	q	[~~a~~, f]	{d, e, p, b, c, h, r, q, a}
10	a	[~~f~~, g]	{d, e, p, b, c, h, r, q, a}
11	f	[~~g~~]	{d, e, p, b, c, h, r, q, a}
12	g	[ ]	{d, e, p, b, c, h, r, q, a}

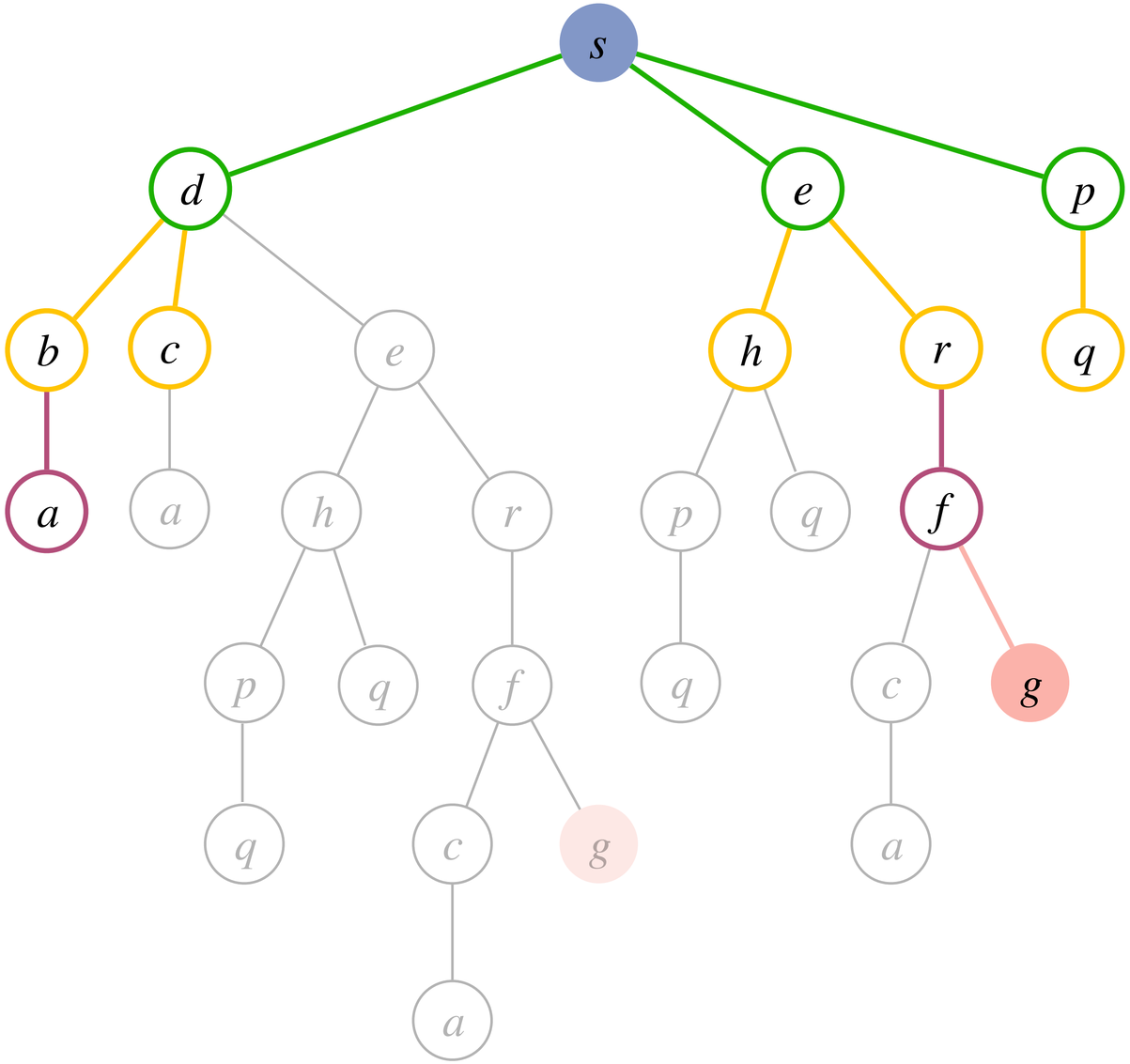
Busca em largura

Fronteira é uma fila (FIFO)

Expandir o nó mais raso primeiro

- Nós a uma aresta de distância (d, e, p)
- Nós a duas arestas de distância (b, c, h, r, q)
- Nós a três arestas de distância (a, f)
- ...





Implementação da busca em largura

```
def BFS(s, g, A, T, C):
 1. fila = [s]
 2. alcancado = {s}
 3. custo[s] = 0
 4. while fila não estiver vazia:
 5.     n = fila.pop(0)          # Escolher o primeiro nó da fila para expandir
 6.     if n == g:               # Verificar se o nó n escolhido é o estado final g
 7.         return caminho entre s e g
 8.     for filho in T(n, A(n)):   # Expandir o nó n escolhido usando função de ações A
 9.         custo_filho = custo[n] + C(n, filho) # Calcular custo de chegar até o filho por n
 10.        if filho not in alcancado or custo_filho < custo[filho]:
 11.            fila.append(filho)
 12.            alcancado.append(filho)
 13.            custo[filho] = custo_filho
```

Na BFS, a **fronteira** é uma **fila (FIFO)**

Na BFS, não é necessário manter os custos

UFV

Propriedade da Busca em Largura

- Complexidade de tempo

  Explora todos os nós acima da solução mais rasa — seja d a profundidade da solução mais rasa, a complexidade de tempo é $O(b^d)$

- Complexidade de espaço

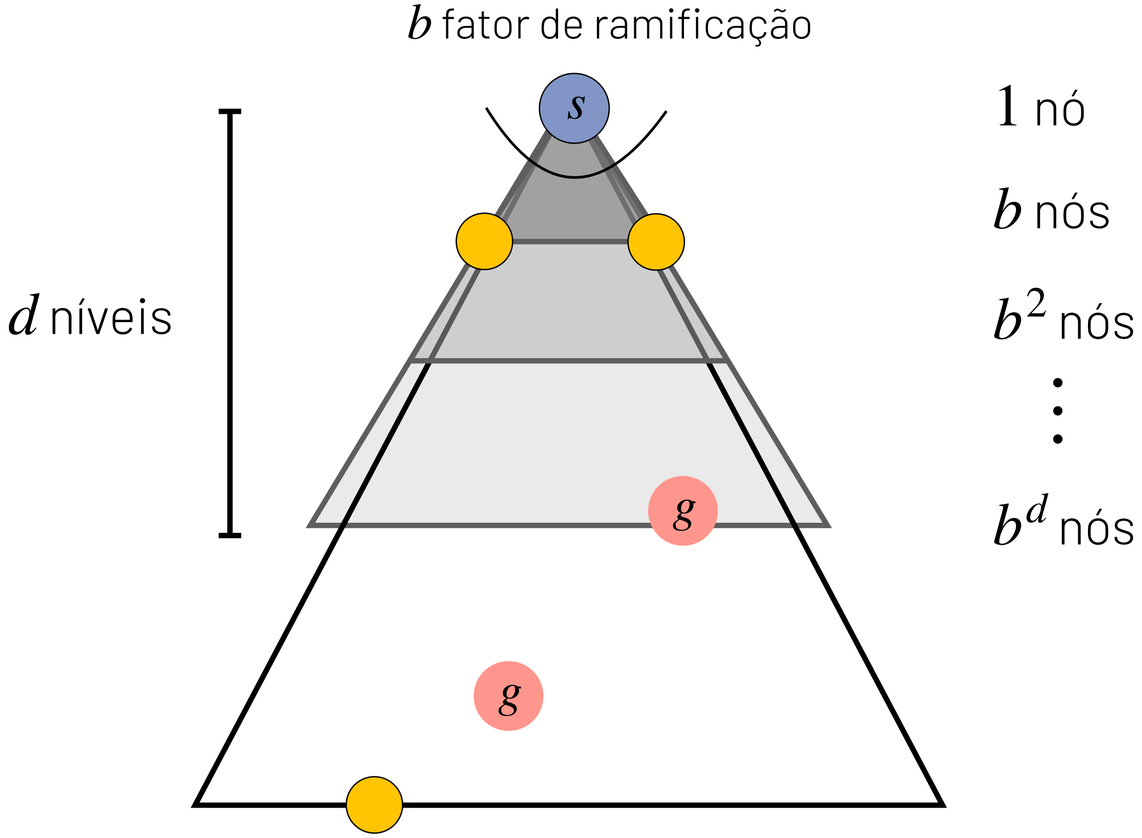
  Armazena todos os nós até o nível d antes da solução g, portanto complexidade de espaço é $O(b^d)$

- Completo

  Sim. Se existe uma solução, então d é finito e a BFS vai encontrá-la

- Ótimo

  Sim, mas apenas se os custos forem uniformes (iguais a 1)



Próxima aula

A3: Busca no espaço de estados II

Algoritmos de busca em profundidade, busca de custo uniforme, função heurísticas estratégias informadas: busca gulosa de melhor escolha e A*