INF623

2024/1

UFV

Inteligência Artificial

A2: Busca no espaço de estados II

Plano de aula

- Algoritmos de busca sem informação
  - Busca em profundidade
    - Iterativa vs. recursiva
  - Busca de custo uniforme
- Função Heurística
- Algoritmos de busca informada
  - Busca guloso pela melhor escolha
  - A*

Algoritmo genérico de busca em árvore

Os algoritmos de busca em árvore seguem a mesma estrutura geral:

```
def busca-arvore(s, g, A, T, C):
 1. fronteira = [s] # Inicializar a fronteira com o estado inicial s
 2. alcancado = {s} # Marcar nó inicial como visitado
 3. custo[s] = 0    # Inicializar custo do estado inicial
 4. while fronteira não estiver vazia:
 5.     n = fronteira.pop() # Escolher um nó da fronteira para expandir
 6.     if n == g:          # Verificar se o nó n escolhido é o estado final g
 7.         return caminho entre s e g
 8.     for filho in T(n, A(n)):                  # Expandir o nó n escolhido usando função de ações A
 9.          custo_filho = custo[n] + C(n, filho) # Calcular custo de chegar até o filho por n
10.          if filho not in alcancado or custo_filho < custo[filho]:
11.              fronteira.append(filho)
12.              alcancado.append(filho)
13.              custo[filho] = custo_filho
```

A principal diferença entre os algoritmos é a **estratégia de expansão** do nó `n`; Usamos diferentes **estruturas de dados** para implementar essas estratégias.

`alcancado` é uma tabela hash (dicionário em python) utilizada para evitar ciclos.

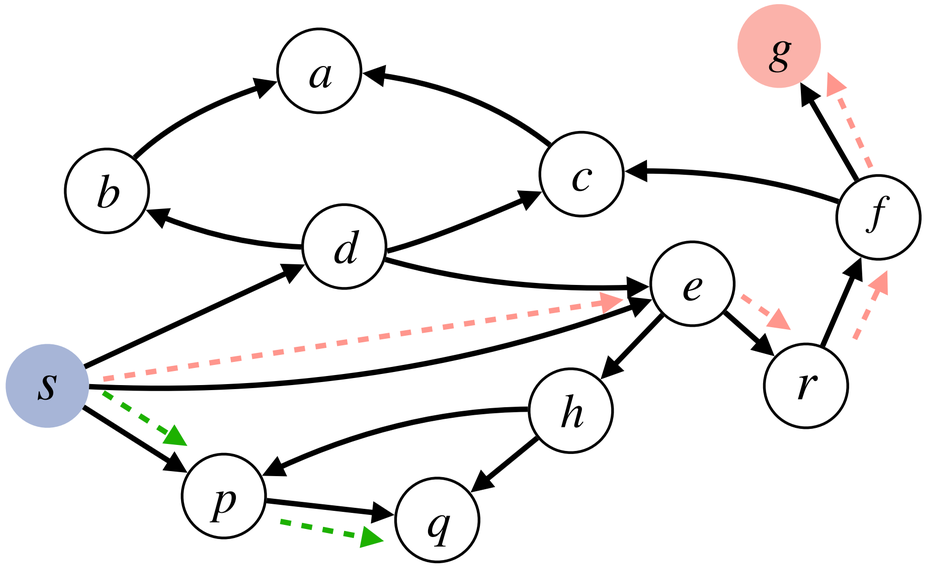
UFV

Busca em profundidade (iterativa)

Fronteira é uma pilha (LIFO)

Expandir o nó mais profundo primeiro

- Nós do primeiro caminho
- Nós do segundo caminho
- Nós do terceiro caminho
- ...



Tempo	Nó	Fronteira (pilha)	Alcançado
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			

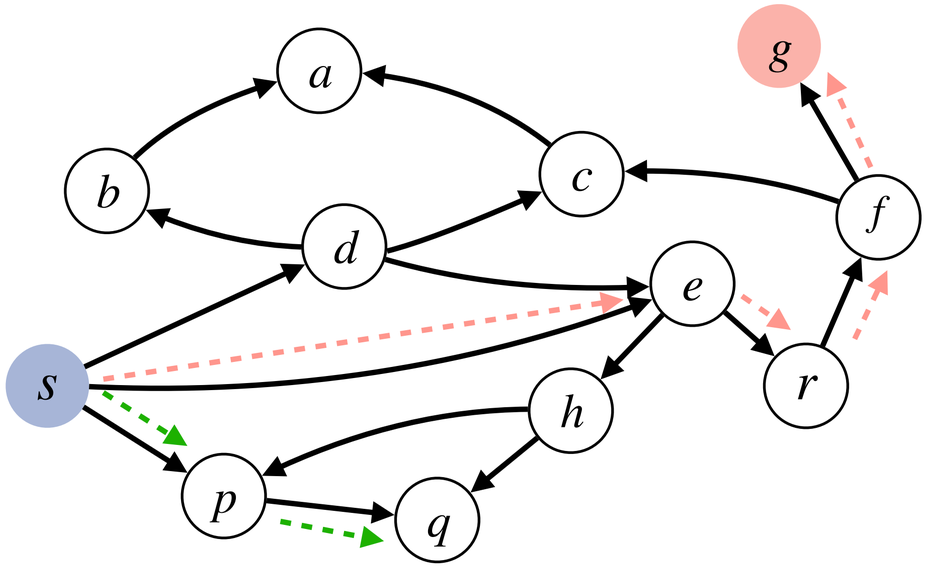
UFV

Busca em profundidade (iterativa)

Fronteira é uma pilha (LIFO)

Expandir o nó mais profundo primeiro

- Nós do primeiro caminho
- Nós do segundo caminho
- Nós do terceiro caminho
- ...



Tempo	Nó	Fronteira (pilha)	Alcançado
1	s	[d, e, ~~p~~]	{s, d, e, p}
2	p	[d, e, ~~q~~]	{s, d, e, p, q}
3	q	[d, ~~e~~]	{s, d, e, p, q}
4	e	[d, h, ~~r~~]	{s, d, e, p, q, h, r}
5	r	[d, h, ~~f~~]	{s, d, e, p, q, h, r, f}
6	f	[d, h, ~~g~~]	{s, d, e, p, q, h, r, f}
7	g	[d, h]	{s, d, e, p, q, h, r, f}
8			
9			
10			
11			
12			

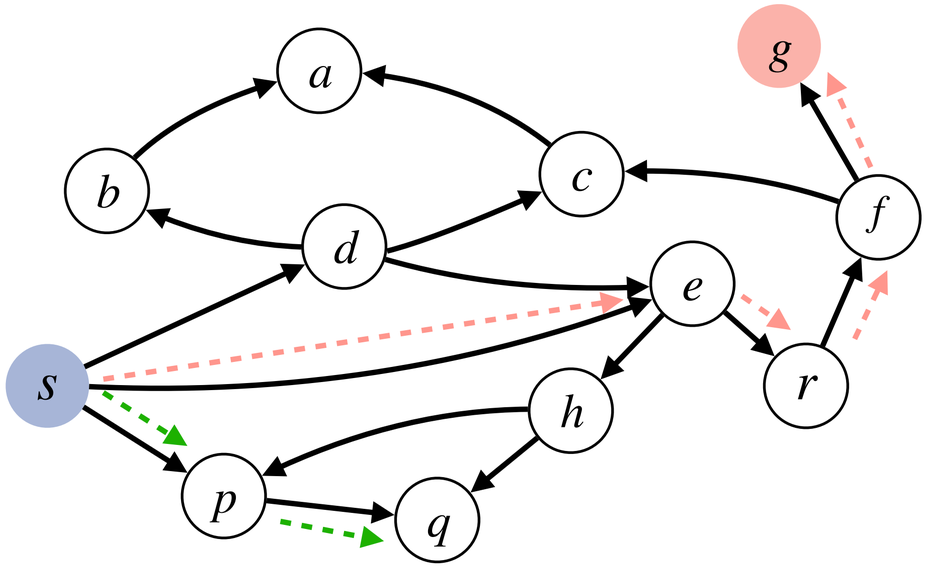
UFV

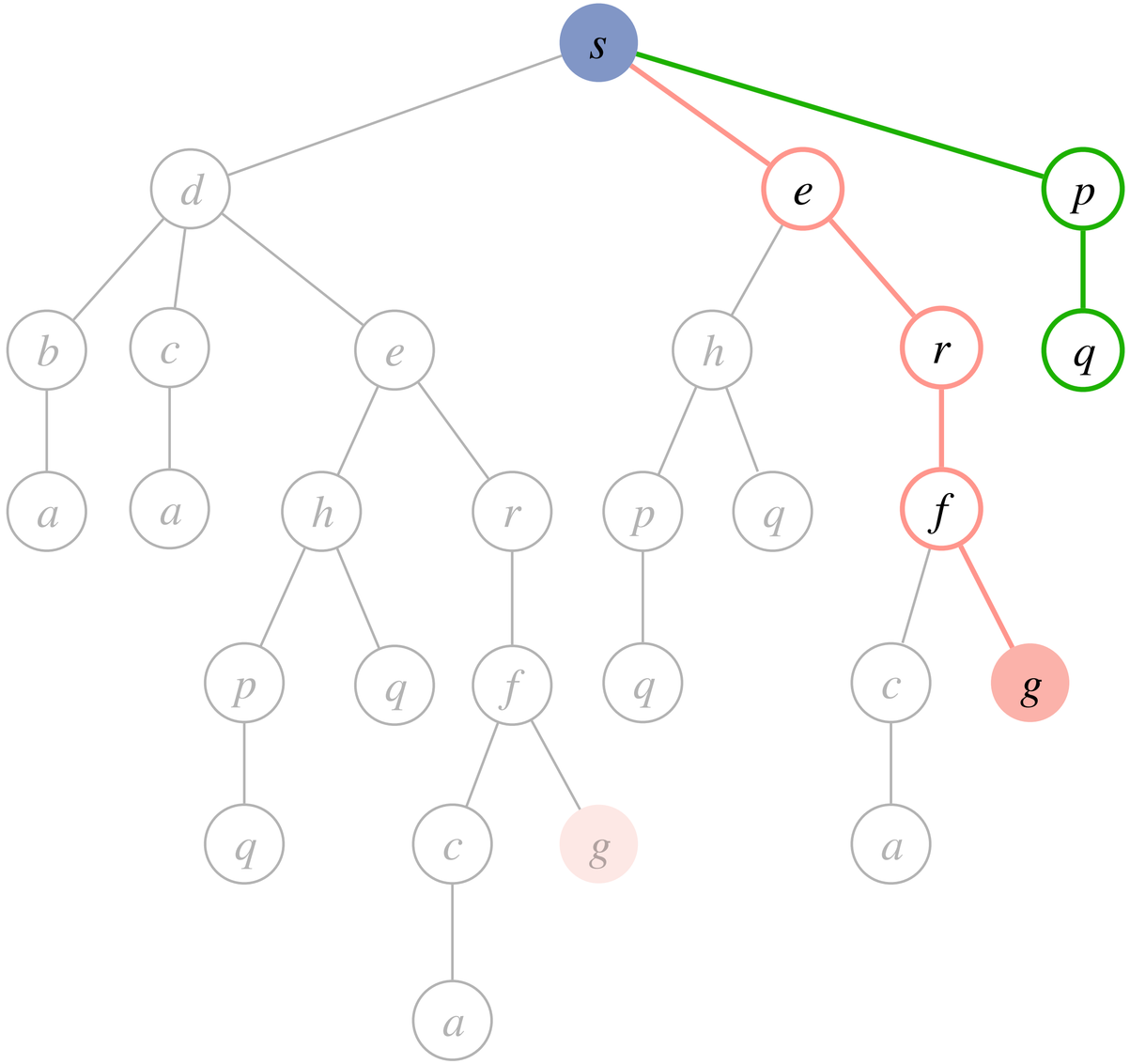
Busca em profundidade (iterativa)

Fronteira é uma pilha (LIFO)

Expandir o nó mais profundo primeiro

- Nós do primeiro caminho
- Nós do segundo caminho
- Nós do terceiro caminho
- ...





UFV

Implementação iterativa da busca em profundidade

```
def BFS(s, g, A, T, C):
 1. pilha = [s]
 2. alcancado = {s}
 3. custo[s] = 0
 4. while pilha não estiver vazia:
 5.     n = pilha.pop()          # Escolher o último nó da fila para expandir
 6.     if n == g:               # Verificar se o nó n escolhido é o estado final g
 7.         return caminho entre s e g
 8.     for filho in T(n, A(n)):   # Expandir o nó n escolhido usando função de ações A
 9.         custo_filho = custo[n] + C(n, filho) # Calcular custo de chegar até o filho por n
 10.        if filho not in alcancado or custo_filho < custo[filho]:
 11.            pilha.append(filho)
 12.            alcancado.append(filho)
 13.            custo[filho] = custo_filho
```

Na DFS, a **fronteira** é uma **pilha (LIFO)**

Na DFS, também não é necessário manter os custos

UFV

Implementação recursiva da busca em profundidade

```
def DFS_util(n, g, A, T, alcancado):
    1. if n == g:
    2.     return caminho entre s e g
    3. for filho in T(n, A(n)):
    4.     if filho not in alcancado:
    5.         alcancado.append(n)
    6.         DFS_util(filho, g, A, T, alcancado)
```

Na implementação recursiva, a fronteira é a pilha de chamadas recursivas das função DFS_util

```
def DFS(s, g, A, T):
    1. alcancado = {s}
    2. DSF_util(s, g, A, T, alcancado)
```

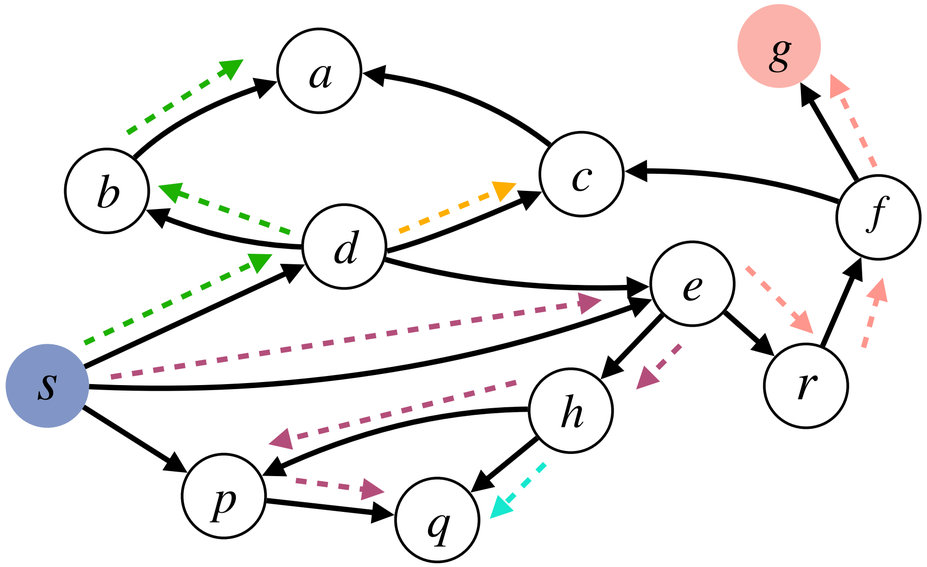
Para espaços de busca muito grandes com estrutura de árvore finita, é comum implementar a DFS sem detecção de ciclos para otimização de memória!

Busca em profundidade (recursiva)

Fronteira é a pilha da recursão

Expandir o nó mais profundo primeiro

- Nós do primeiro caminho
- Nós do segundo caminho
- Nós do terceiro caminho
- ...



Tempo	Nó	Alcançado
1	s[ ]	{s}
2	d[s]	{s, d}
3	b[d]	{s, d, b}
4	a[b]	{s, d, b, a}
5	c[d]	{s, d, b, a, c}
6	e[d]	{s, d, b, a, c, e}
7	h[e]	{s, d, b, a, c, e, h}
8	p[h]	{s, d, b, a, c, e, h, p}
9	q[h]	{s, d, b, a, c, e, h, p, q}
10	r[e]	{s, d, b, a, c, e, h, p, q, r}
11	f[r]	
12	g[f]	

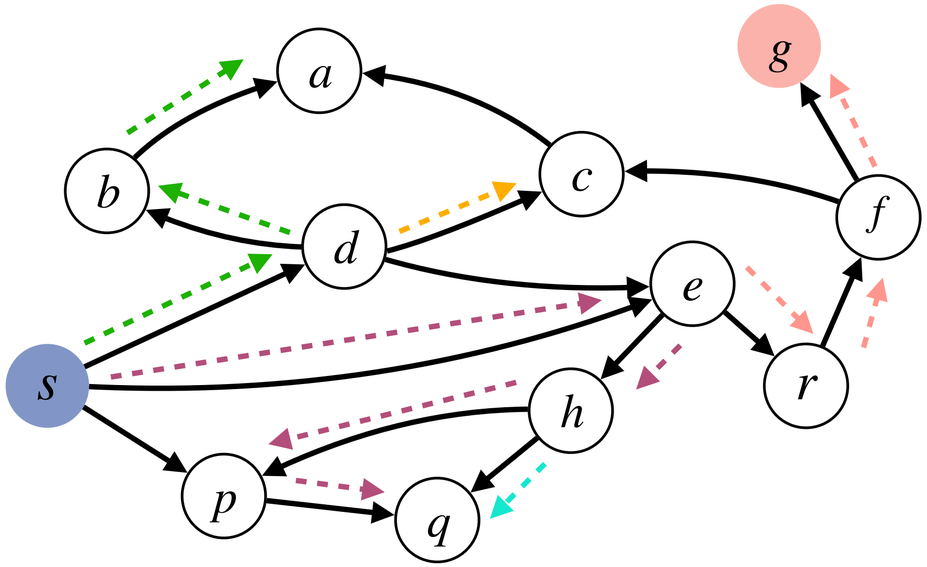
UFV

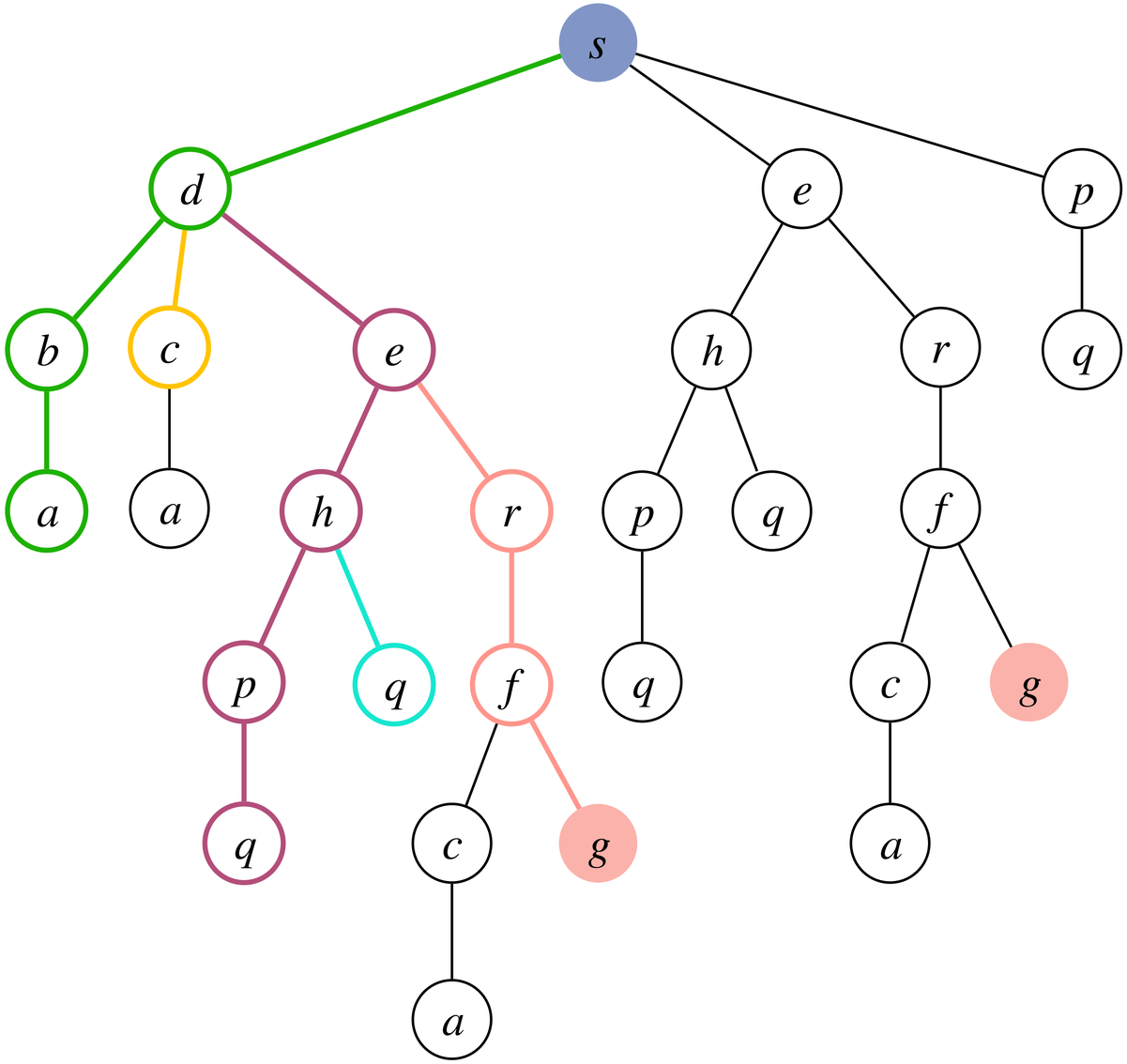
Busca em profundidade (recursiva)

Fronteira é a pilha da recursão

Expandir o nó mais profundo primeiro

- Nós do primeiro caminho
- Nós do segundo caminho
- Nós do terceiro caminho
- ...





Propriedade da busca em profundidade

- Complexidade de tempo

  No pior caso, terá que processar a árvore toda. Seja m a profundidade total (finita) da árvore, a complexidade de tempo é $O(b^m)$

- Complexidade de espaço

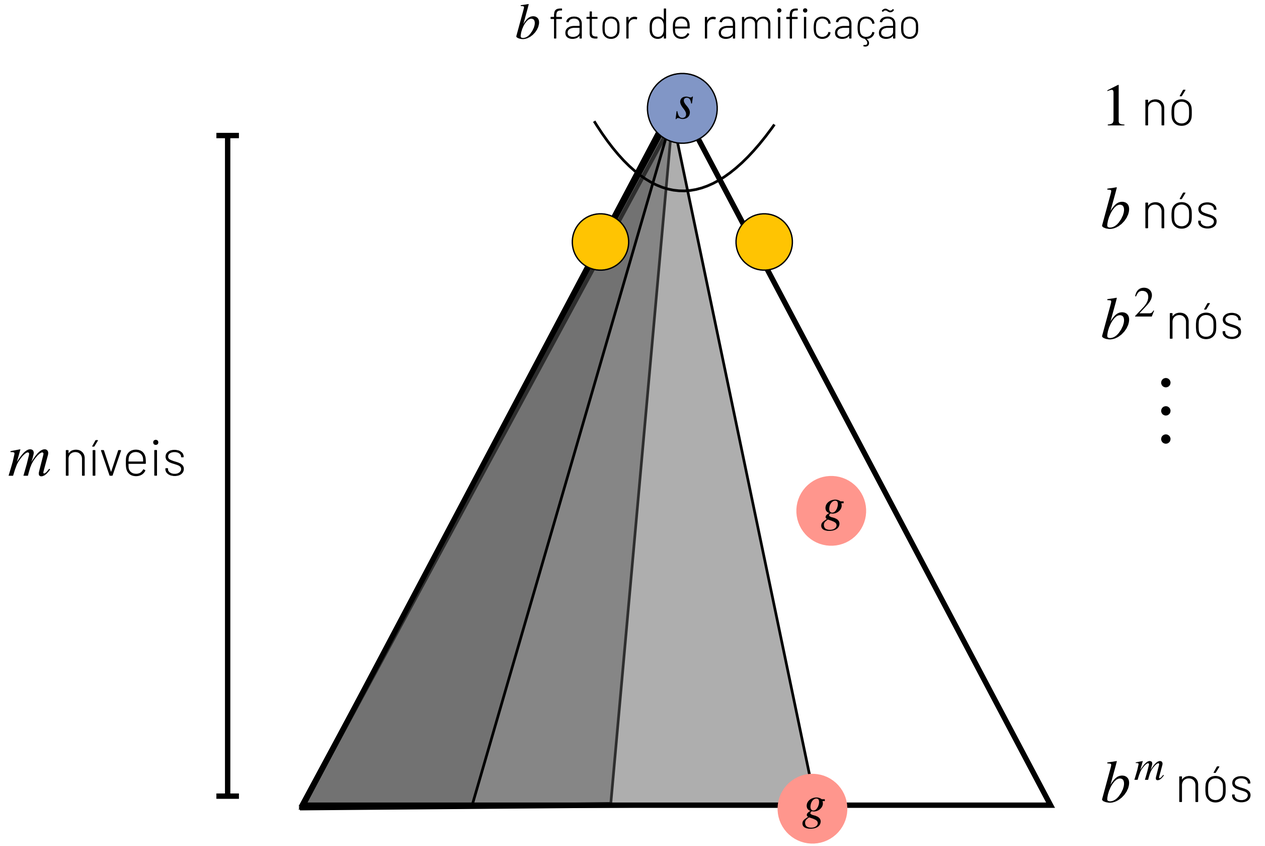
  Armazena os irmãos de cada nó no caminho até a raiz, portanto complexidade de espaço é $O(bm)$

- Completo

  Apenas se a árvore de busca for finita (ou usando verificação de ciclos).

- Ótimo

  Não, ele a solução mais à esquerda (recursivo) ou à direita (iterativo), independente de custo



Exercício 1: Quando utilizar busca em profundidade?

Se a DFS não é ótima e completa apenas em árvores finitas, porque utilizar esse algoritmo?

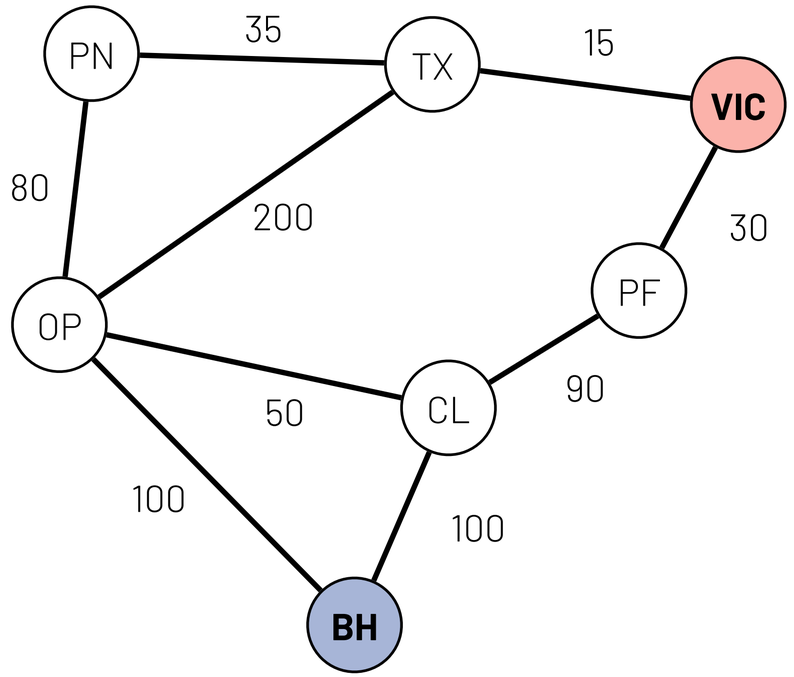
R: Quando o grafo do problema de busca é estruturalmente uma árvore finita, a busca em profundidade é uma excelente solução pois utiliza consideravelmente menos memória que a busca em largura. Exemplos em IA:

- *Satisfação de restrição*
- *Satisfatibilidade proposicional*
- *Programação lógica*

Busca de custo uniforme (Algoritmo de Dijkstra)

Fronteira é uma fila de prioridade

Expandir o nó n com caminho de menor custo $g(n)$



Tempo	Nó	Fronteira (heap)	Alcançado
1	BH(0)	~~OP(100)~~, CL(100)	OP(100), CL(100)
2	OP(100)	~~CL(100),~~ PN(180), TX(300)	OP(100), CL(100), PN(180), TX(300)
3	CL(100)	~~PN(180)~~, TX(300), PF(190)	OP(100), CL(100), PN(180), TX(300), PF(190)
4	PN(180),	TX(300), ~~PF(190)~~, TX(215)	OP(100), CL(100), PN(180), TX(215), PF(190)
5	PF(190)	TX(300), ~~TX(215)~~, VIC(220)	OP(100), CL(100), PN(180), TX(215), PF(190), VIC(220)
6	TX(215)	TX(300), ~~VIC(220)~~	OP(100), CL(100), PN(180), TX(215), PF(190), VIC(220)
7	VIC(220)	TX(300)	OP(100), CL(100), PN(180), TX(215), PF(190), VIC(220)

Propriedade da busca de custo uniforme

- Complexidade de tempo

  Explora todos os nós com custo menor que o da melhor solução C^*. Se as ações custam no mínimo ϵ, então complexidade de tempo $O(b^{C^*/\epsilon})$

- Complexidade de espaço

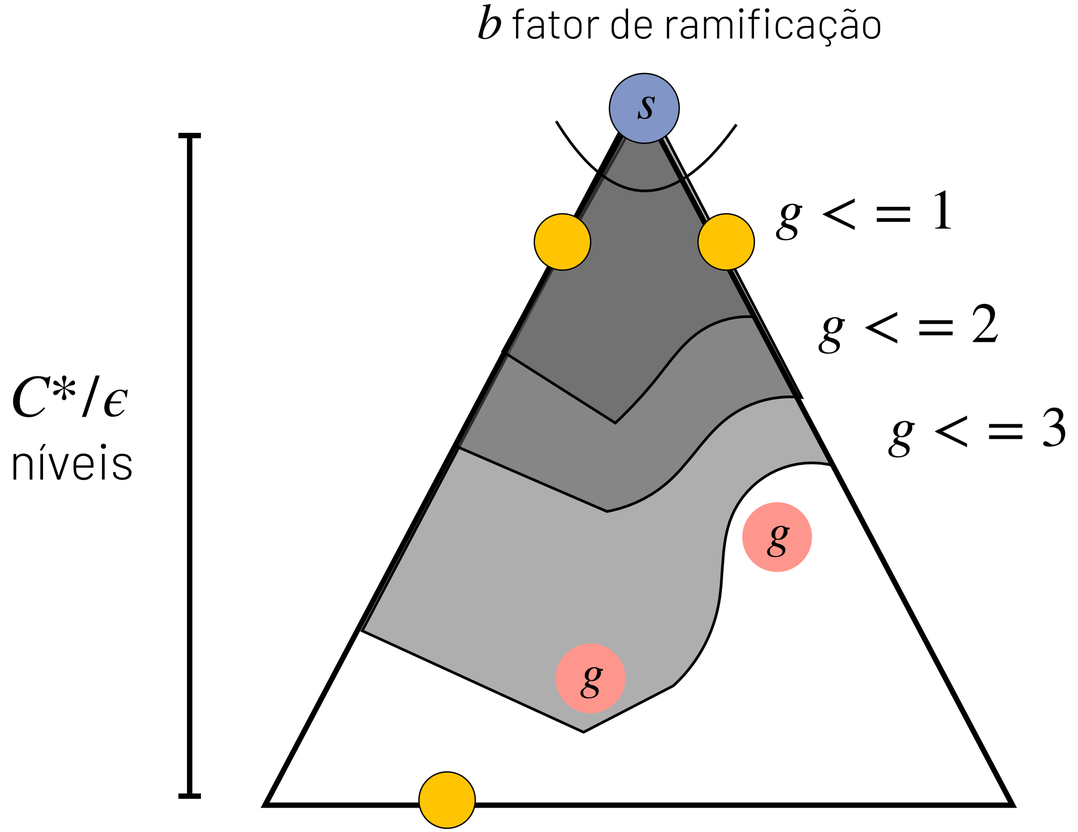
  Armazena aproximadamente todos os nós dos C^*/ϵ níveis até a solução ótima C^*, portanto complexidade de espaço também é $O(b^{C^*/\epsilon})$

- Completo

  Assumindo que C^* é finito e $\epsilon > 0$, sim!

- Ótimo

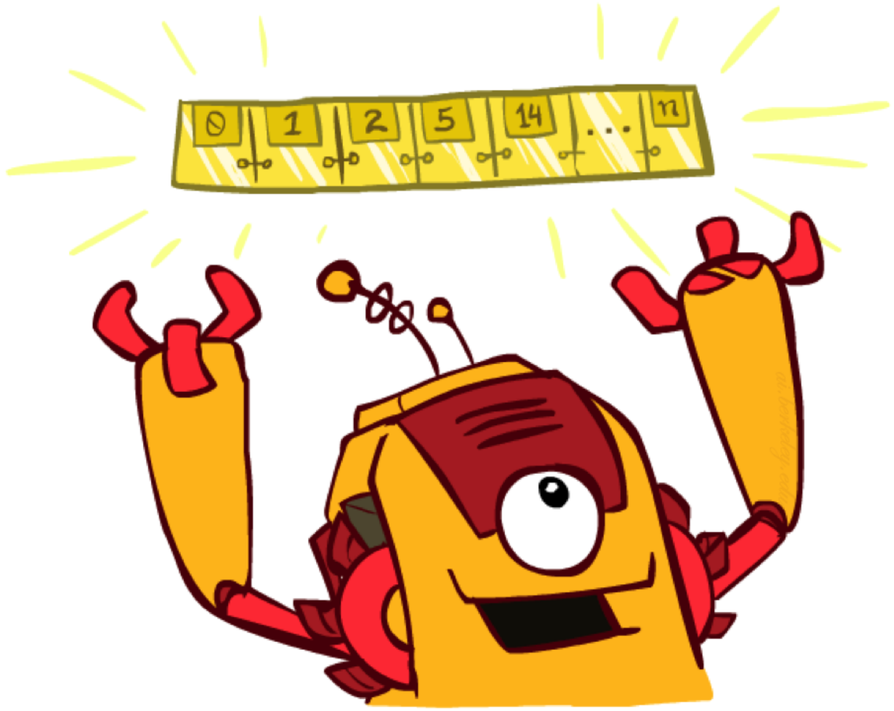
  Sim! Referência para a prova em anexo.



Estruturas de dados de busca

Todos os algoritmos de busca são os mesmos. O que muda são as estratégias de fronteira.

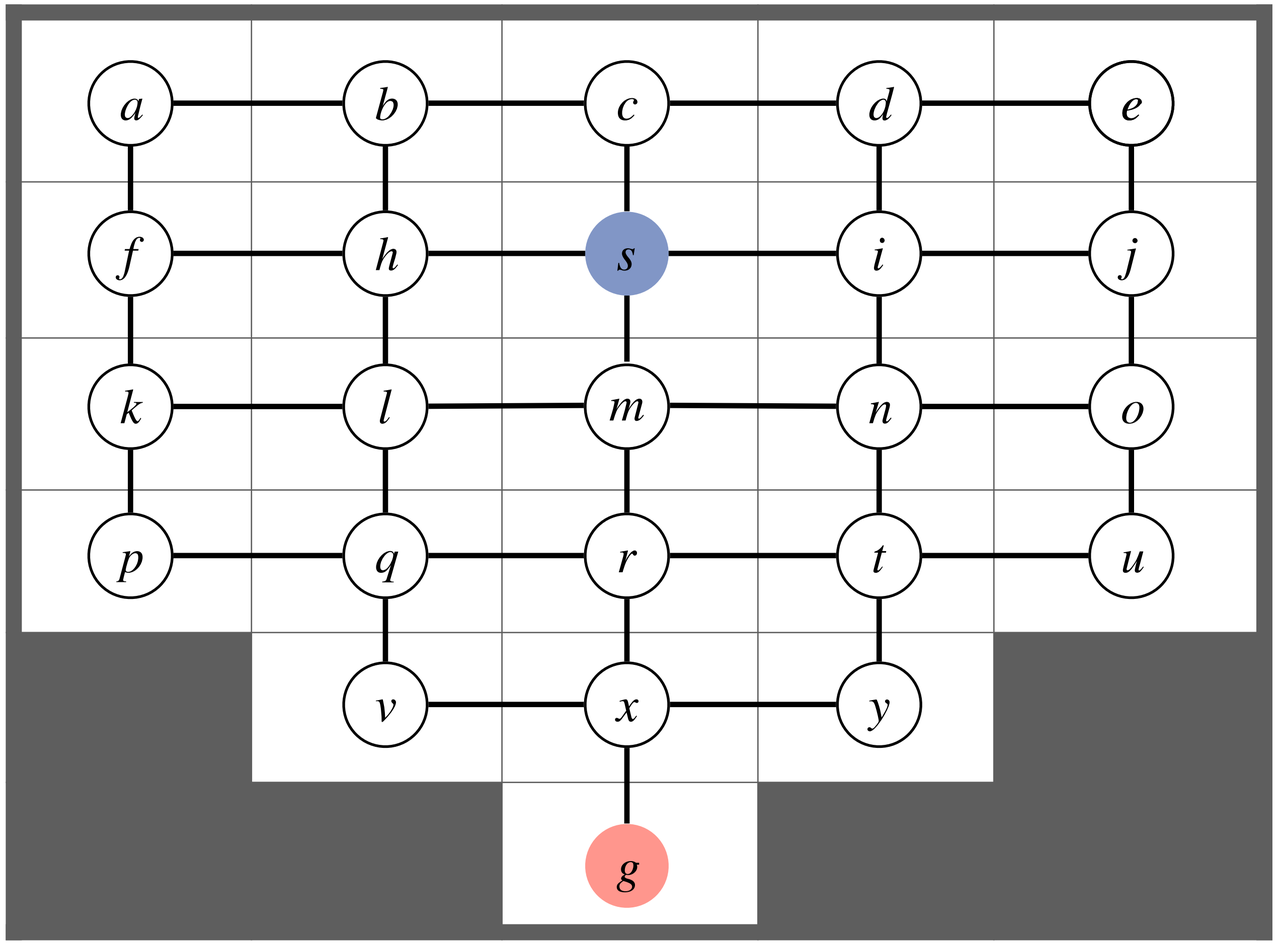
- Conceitualmente, todas as fronteiras são filas de prioridade
- Na prática, na BFS e DFS podemos evitar o custo $log(n)$ da fila de prioridades utilizando uma fila e uma pilha, respectivamente
- É possível implementar todas os algoritmos em uma única função, passando o objeto da fronteira como parâmetro



Problema da busca de custo uniforme

Considere a busca de custo uniforme no seguinte problema de busca de caminho mais curto em um grid (todos as ações tem custo 1):

O algoritmo busca igualmente em todas as direções.

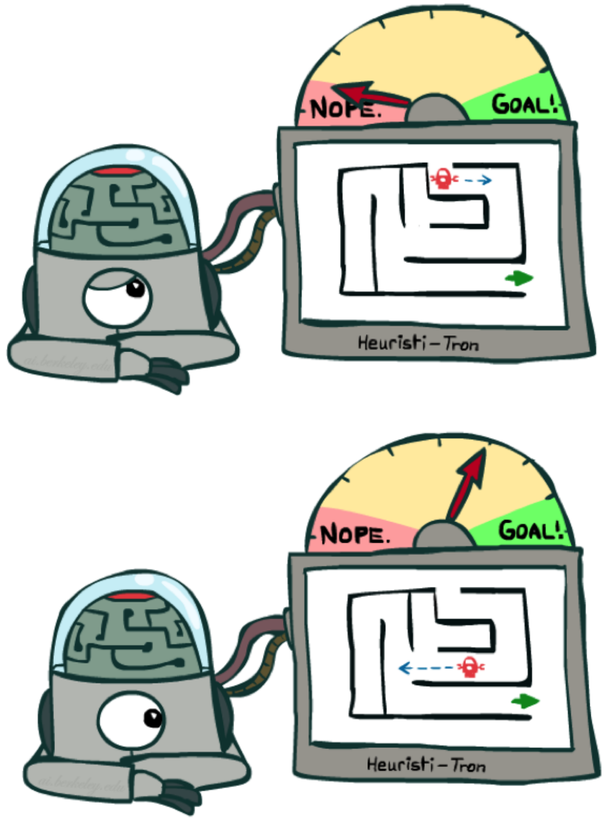


Como evitar expandir estados claramente não promissores?

Função Heurística

Uma **função heurística** $h(n) : S \rightarrow \mathbb{R}^+$ recebe como entrada um estado n e retorna uma estimativa da distância entre n e g.

- São definidas de maneira particular para cada problema de busca
- Por exemplo, para o problema de caminho mais curto:
  - **Distância Manhattan:** $h(n) = |x_n - x_g| + |y_n - y_g|$
  - **Distância Euclidiana:** $h(n) = \sqrt{(x_n - x_g)^2 + (y_n - y_g)^2}$



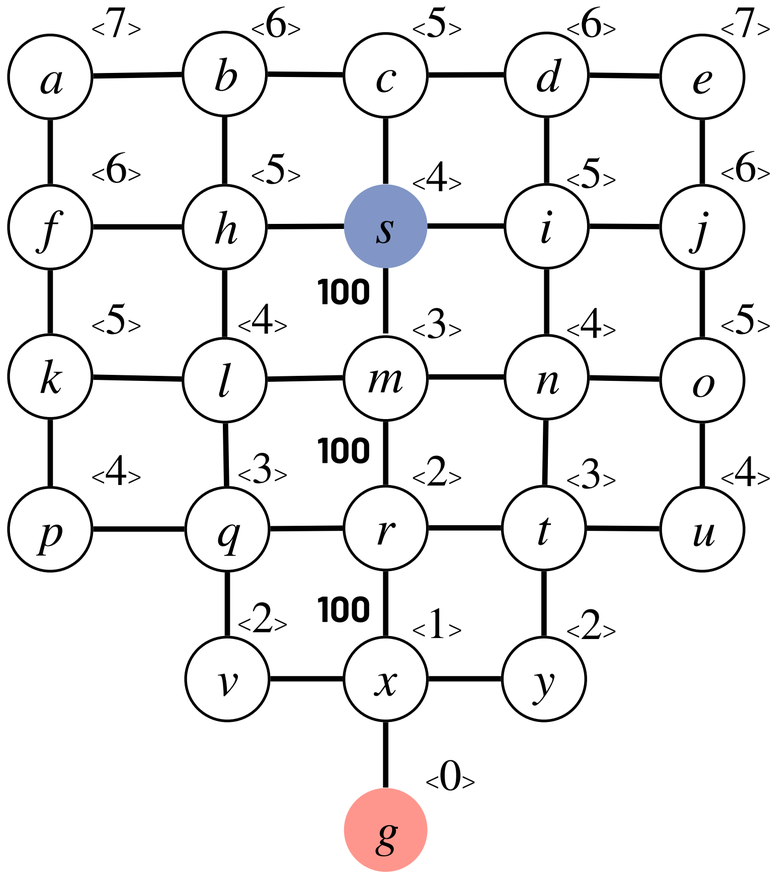
Algoritmo de busca gulosa pela melhor escolha

Fronteira é uma fila de prioridade

Expandir o nó n que *parece estar* mais próximo do estado final — aquele com menor $h(n)$

Exercício: Você consegue imaginar um problema onde esse algoritmo não seria ótimo?

R: O algoritmo de busca gulosa pela melhor escolha não considera o custo $g(n)$ *dos nós!*



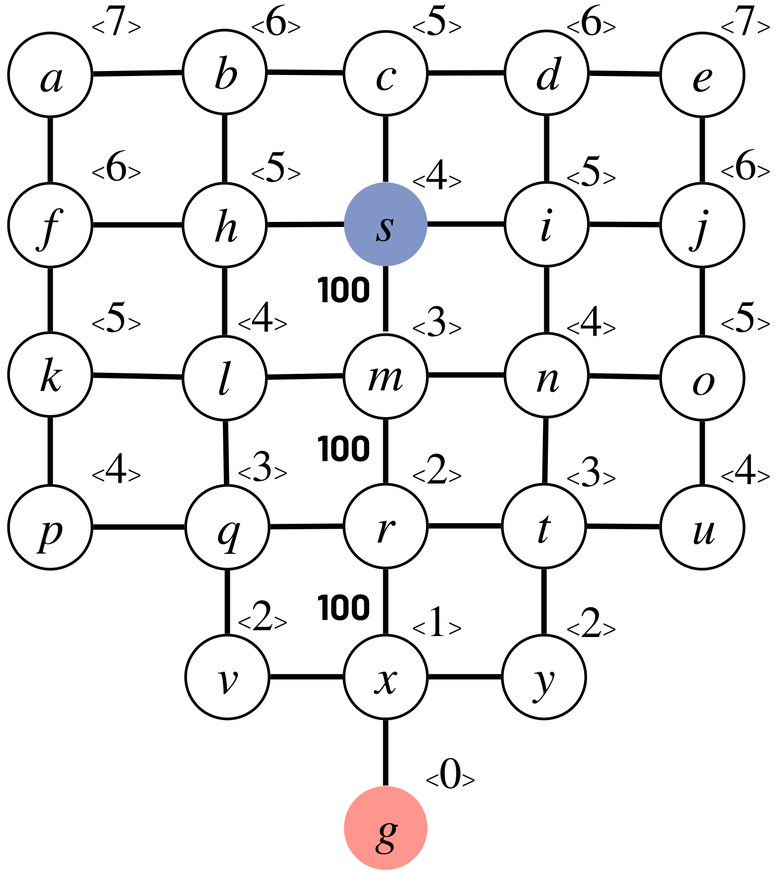
Algoritmo A*

Fronteira é uma fila de prioridade

Expandir o nó n que parece mais próximo com caminho de menor custo — aquele com menor $f(n) = g(n) + h(n)$

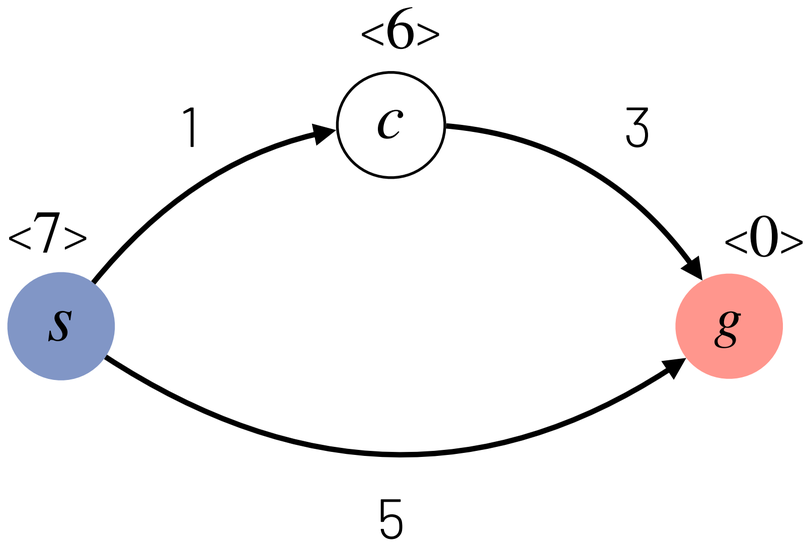
A* pode ser visto como a combinação da **busca de custo uniforme** com a **busca gulosa por melhor escolha**:

- **Custo uniforme**: ordena por custo do caminho $g(n)$
- **Melhor escolha**: ordena pela função heurística $h(n)$



Exercício: o algoritmo A* é ótimo?

A solução encontrada pelo A* no grafo abaixo é ótima? Execute o algoritmo e mostre a árvore de nós expandidos.



Qual o problema com essa função heurística?

$h(n) > h^*(n)$, onde $h^*(n)$ é o custo ótimo entre n e g

Função heurística admissível

Uma função heurística h é **admissível** se:

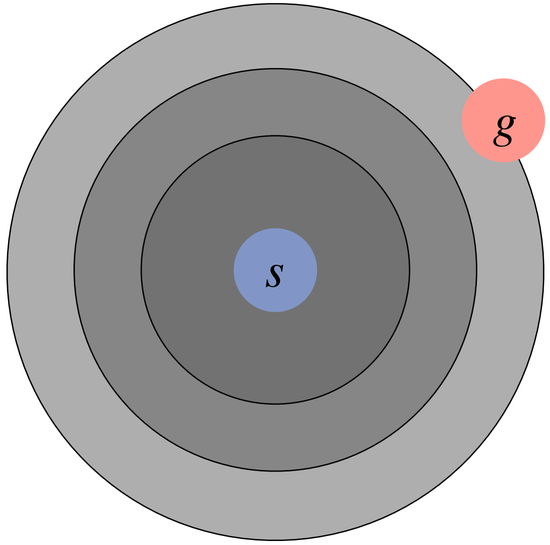
$$0 \leq h(n) \leq h^*(n), \text{ onde } h^*(n) \text{ é o custo ótimo entre } n \text{ e } g$$

O algoritmo A* é ótimo apenas se h for admissível!

A maior parte do trabalho na resolução de problemas difíceis de busca consiste em encontrar heurísticas admissíveis.

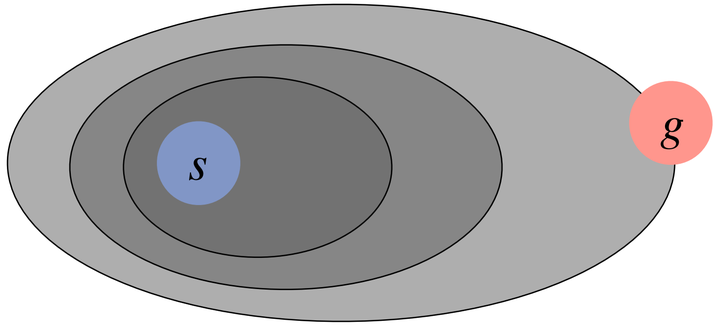
Contornos de busca

Busca de custo uniforme



Expande igualmente em todas as direções.

Algoritmo A*



Expande principalmente em direção ao estado final, mas protege suas apostas para garantir a otimização

Próxima aula

A4: Busca local e otimização I

Formalização e exemplos de problemas de busca local. Algoritmos subida de encosta, têmpera simulada e busca em feixe.