

**INF721**

2023/2

**UFV**

# Aprendizado em Redes Neurais Profundas

## A13: Redes Neurais Convolucionais

# Logística

## Avisos

- ▶ Projeto P3: Regularização e Otimização será publicado até sexta-feira!

## Última aula

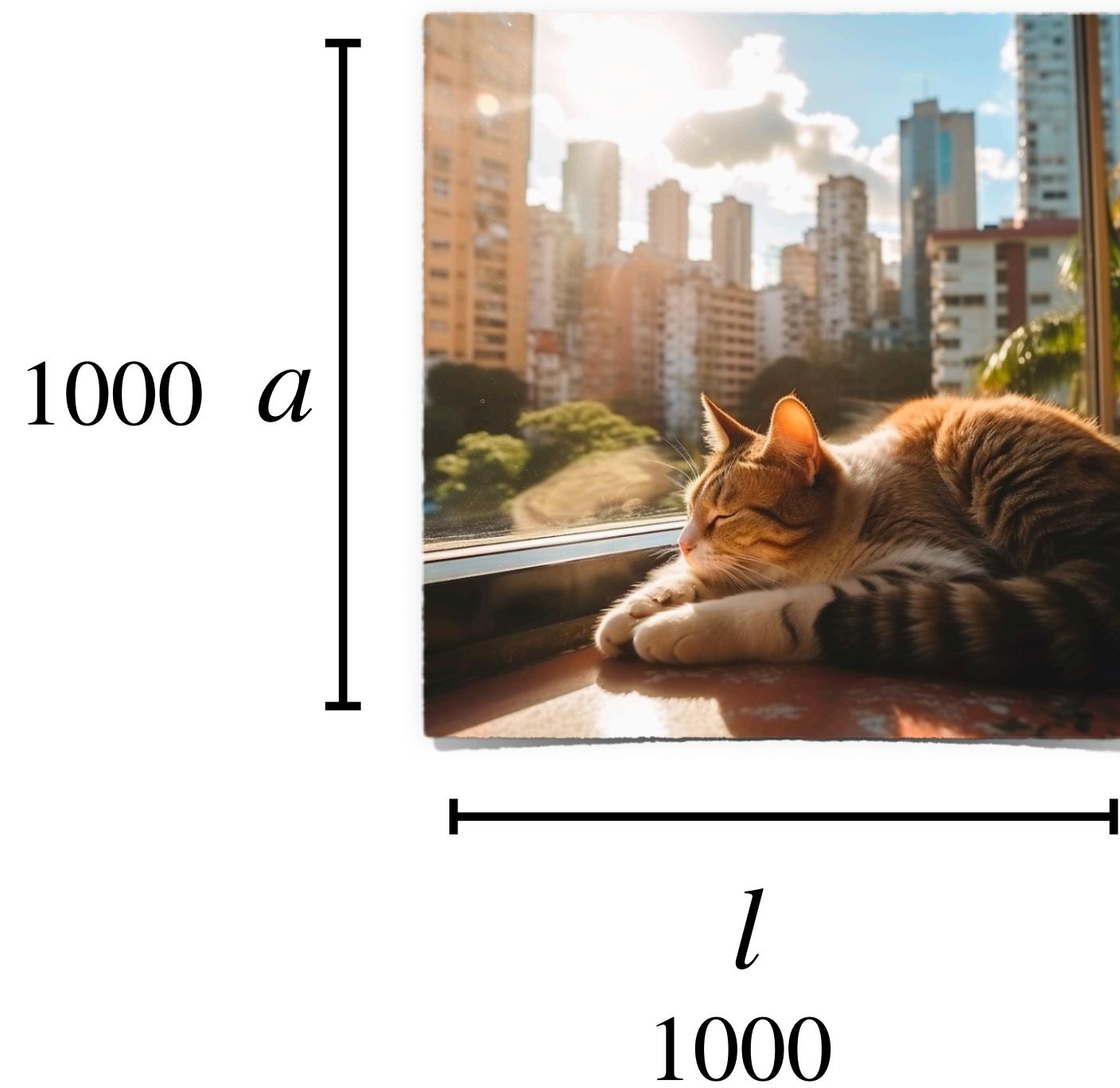
- ▶ MLP em Pytorch

# Plano de Aula

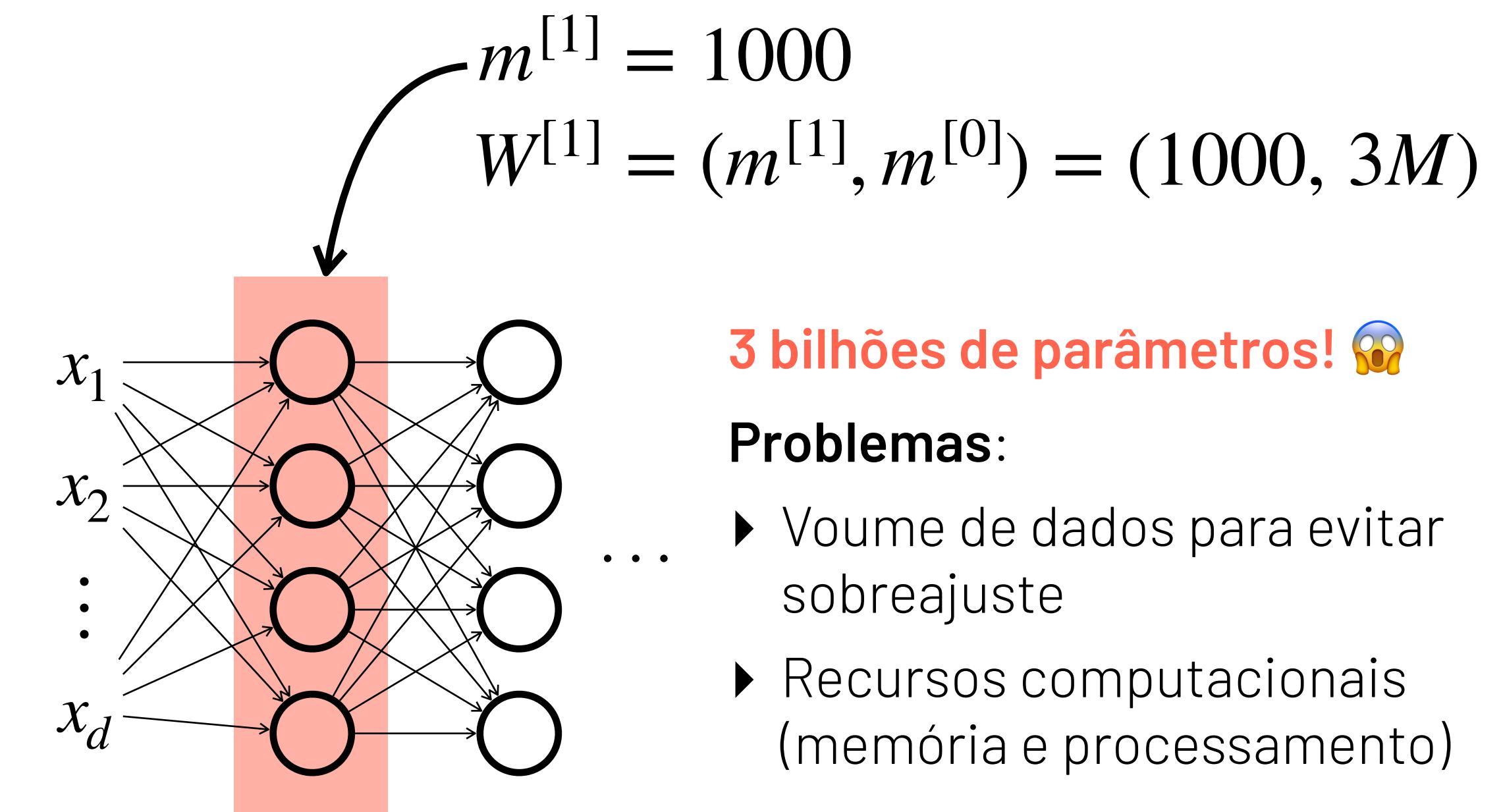
- ▶ Explosão de Parâmetros
- ▶ Filtros
- ▶ Convoluçãoes
  - ▶ Preenchimento (Padding)
  - ▶ Convoluçãoes Passadas (Strided Convolutions)
- ▶ Convoluçãoes em Volumes
- ▶ Camadas de Padding
- ▶ Redes Neurais Convolucionais (CNN)

# Explosão de parâmetros

Para processar imagens com MLPs, temos que transformá-las em vetores de características.



$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_d \end{bmatrix}$$



$$d = a \times l \times 3$$

$$d = 1000 \times 1000 \times 3 = 3M$$

3 bilhões de parâmetros! 🤯

**Problemas:**

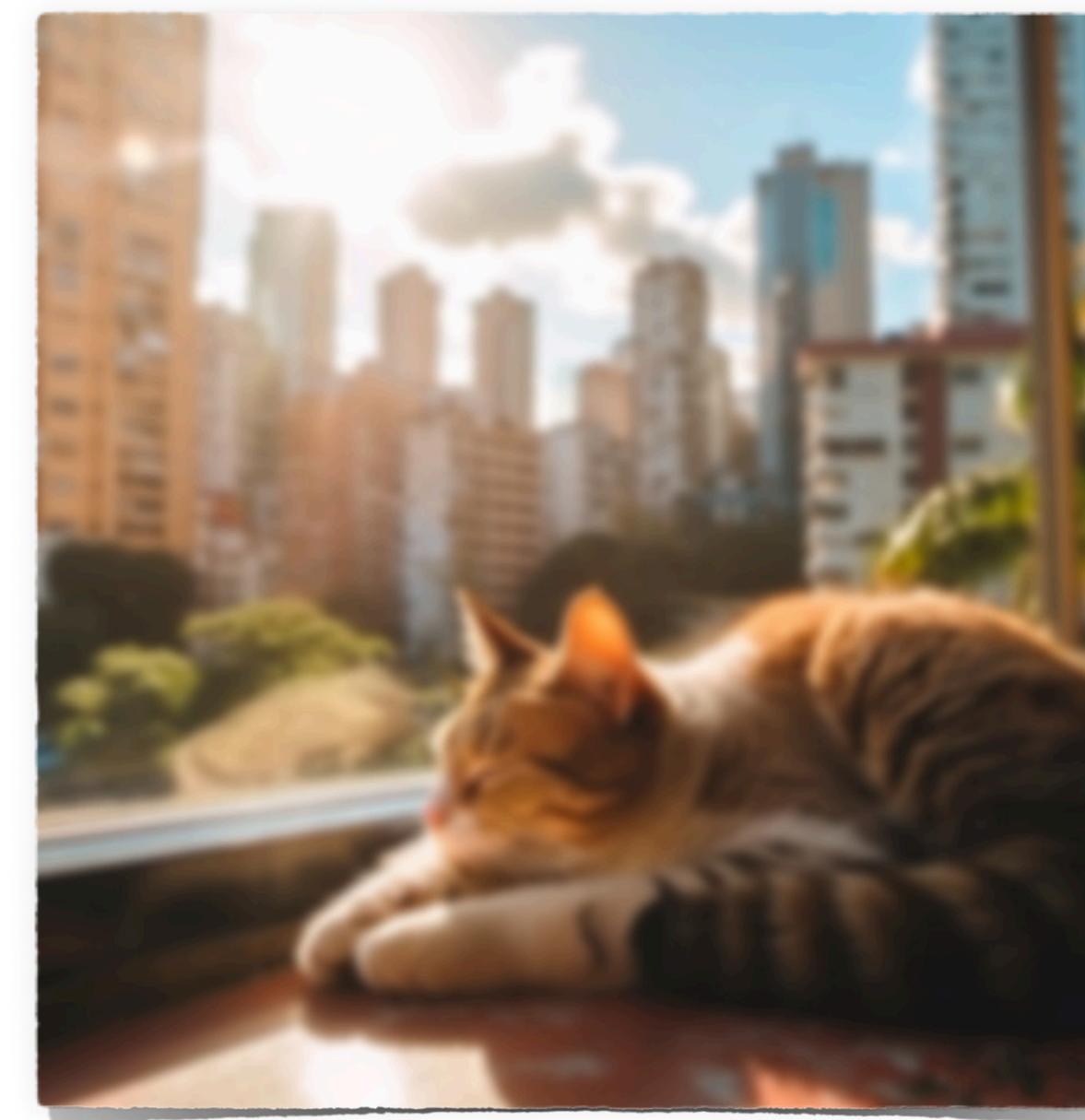
- ▶ Volume de dados para evitar sobreajuste
- ▶ Recursos computacionais (memória e processamento)

# Convoluçãoes

Em processamento de imagens e visão computacional, convoluções são operações para aplicar **filtros** (i.e., transformações) em imagens.



Borrar  
→  
(blur)



# Filtros

Um **filtro** (ou kernel) é uma pequena matriz (geralmente 3x3) de pesos que transforma um **pixel** com a soma ponderada dos pixels de sua vizinhança.

	206	205	247	
	144	161	137	
	192	154	75	

Pixel original (161)  
e sua vizinhança

0,0625	0,125	0,0625
0,125	0,25	0,125
0,0625	0,0125	0,0625

\*

Filtro (blur)

$$= \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 = m_{i,j} * k_{i,j} =$$

$$\begin{aligned} & 206 * 0,0625 + 205 * 0,125 + 247 * 0,0625 + \\ & 144 * 0,125 + 161 * 0,25 + 137 * 0,125 + \\ & 192 * 0,0625 + 154 * 0,125 + 75 * 0,0625 = \\ & 178 \end{aligned}$$

	206	205	247	
	144	178	137	
	192	154	75	

Pixel transformado (178)  
e sua vizinhança

# Convoluçãoes

Uma **convolução** é uma operação entre uma imagem e um filtro que consiste em aplicar um filtro para cada pixel de uma imagem.

206	205	247	245	244
244	161	137	244	254
192	154	75	200	249
90	109	96	143	223
67	69	107	196	236

Imagen Original  
 $(5 \times 5)$

$$* \begin{matrix} 0,0625 & 0,125 & 0,0625 \\ 0,125 & 0,25 & 0,125 \\ 0,0625 & 0,0125 & 0,0625 \end{matrix}$$

Filtro (blur)

$$= \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 = m_{i,j} * k_{i,j} =$$


Imagen Transformada  
 $(3 \times 3)$

# Convoluçãoes

Uma **convolução** é uma operação entre uma imagem e um filtro que consiste em aplicar um filtro para cada pixel de uma imagem.

206	205	247	245	244
244	161	137	244	254
192	154	75	200	249
90	109	96	143	223
67	69	107	196	236

Imagen Original  
 $(5 \times 5)$

$$* \quad \begin{matrix} 0,0625 & 0,125 & 0,0625 \\ 0,125 & 0,25 & 0,125 \\ 0,0625 & 0,0125 & 0,0625 \end{matrix}$$

Filtro (blur)

$$= \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 = m_{i,j} * k_{i,j} =$$

178		

Imagen Transformada  
 $(3 \times 3)$

# Convoluçãoes

Uma **convolução** é uma operação entre uma imagem e um filtro que consiste em aplicar um filtro para cada pixel de uma imagem.

206	205	247	245	244
244	161	137	244	254
192	154	75	200	249
90	109	96	143	223
67	69	107	196	236

Imagen Original  
 $(5 \times 5)$

\*

0,0625	0,125	0,0625
0,125	0,25	0,125
0,0625	0,0125	0,0625

Filtro (blur)

$$= \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 = m_{i,j} * k_{i,j} =$$

178	175	

Imagen Transformada  
 $(3 \times 3)$

# Convoluçãoes

Uma **convolução** é uma operação entre uma imagem e um filtro que consiste em aplicar um filtro para cada pixel de uma imagem.

206	205	247	245	244
244	161	137	244	254
192	154	75	200	249
90	109	96	143	223
67	69	107	196	236

Imagen Original  
(5 × 5)

\*

0,0625	0,125	0,0625
0,125	0,25	0,125
0,0625	0,0125	0,0625

Filtro (blur)

$$= \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 = m_{i,j} * k_{i,j} =$$

178	175	216

Imagen Transformada  
(3 × 3)

# Convoluçãoes

Uma **convolução** é uma operação entre uma imagem e um filtro que consiste em aplicar um filtro para cada pixel de uma imagem.

206	205	247	245	244
244	161	137	244	254
192	154	75	200	249
90	109	96	143	223
67	69	107	196	236

Imagen Original  
(5 × 5)

0,0625	0,125	0,0625
0,125	0,25	0,125
0,0625	0,0125	0,0625

\*

Filtro (blur)

$$= \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 = m_{i,j} * k_{i,j} =$$

178	175	216
141		

Imagen Transformada  
(3 × 3)

# Convoluçãoes

Uma **convolução** é uma operação entre uma imagem e um filtro que consiste em aplicar um filtro para cada pixel de uma imagem.

206	205	247	245	244
244	161	137	244	254
192	154	75	200	249
90	109	96	143	223
67	69	107	196	236

Imagen Original  
 $(5 \times 5)$

\*

0,0625	0,125	0,0625
0,125	0,25	0,125
0,0625	0,0125	0,0625

Filtro (blur)

$$= \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 = m_{i,j} * k_{i,j} =$$

178	175	216
141	133	183
106	117	167

Imagen Transformada  
 $(3 \times 3)$

# Detecção de borda

Filtros podem ser utilizados para detecção de borda em imagens, o que é particularmente importante para extração de características.

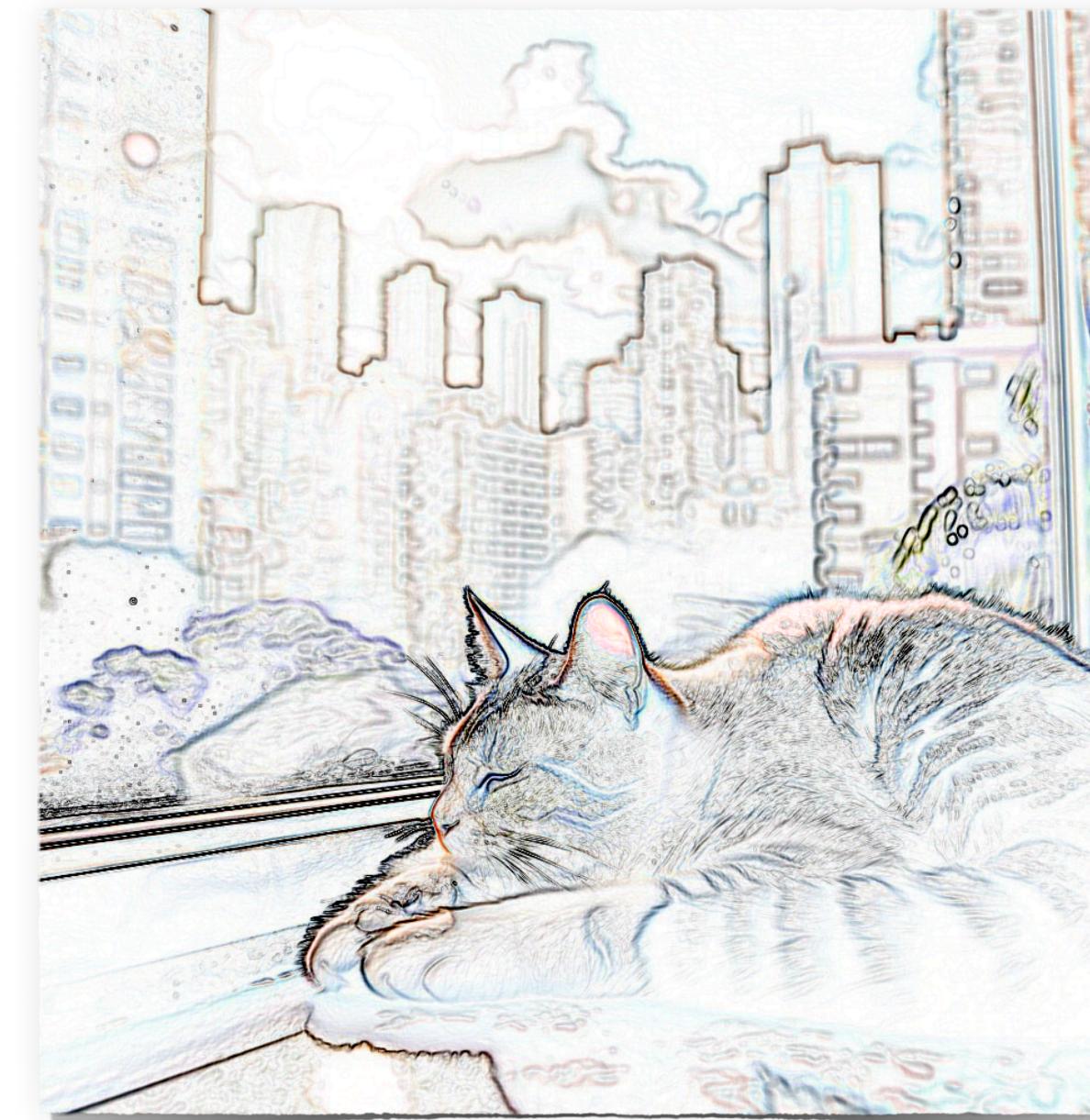


1	0	-1
1	0	-1
1	0	-1

Vertical

1	1	1
0	0	0
-1	-1	-1

Horizontal



# Desenvolvendo Filtros

Diferentes filtros de detecção de borda foram desenvolvidos científicamente pela comunidade de processamento de imagens.

1	0	-1
1	0	-1
1	0	-1

1	0	-1
2	0	-2
1	0	-1

Sobel

3	0	-3
10	0	-10
3	0	-3

Scharr

# Aprendendo Filtros

Redes Neurais Convolucionais (CNNs) **aprendem filtros** a partir de imagens e uma função de erro por meio do gradiente descendente.



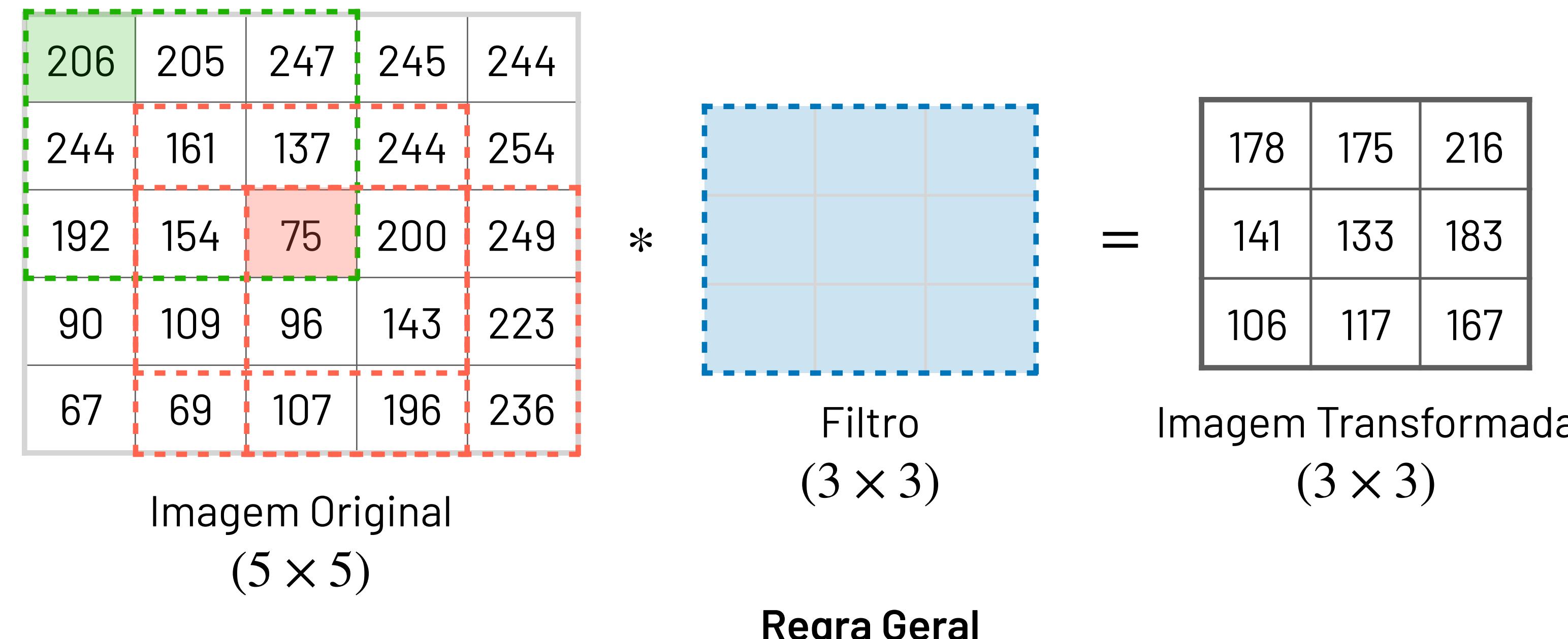
\*

W1	W2	W3
W4	W5	W6
W7	W8	W9

Os pesos da uma CNN são organizados em filtros de convolução

# Convoluçãoes reduzem o tamanho da imagem

- ▶ Aplicações consecutivas de convoluções podem tornar a imagem muito pequena (e.g., 1x1)
- ▶ Pixels dos cantos são menos compartilhados que pixels do meio



**Regra Geral**

$$(n \times n) * (f \times f) = (n - f + 1 \times n - f + 1)$$

# Preenchimento (Padding)

Adicionar uma **borda** com  $p$  pixels na imagem original.

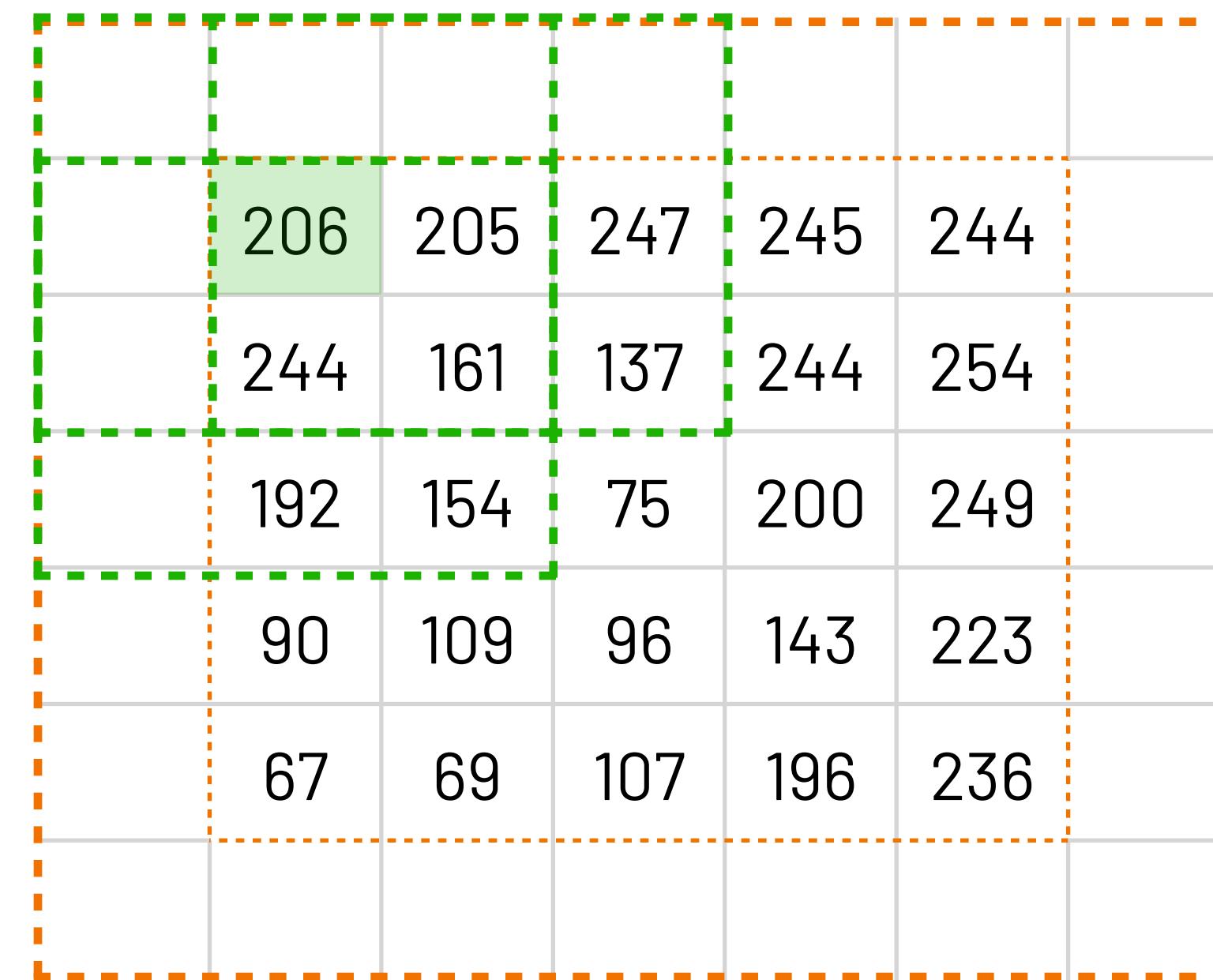
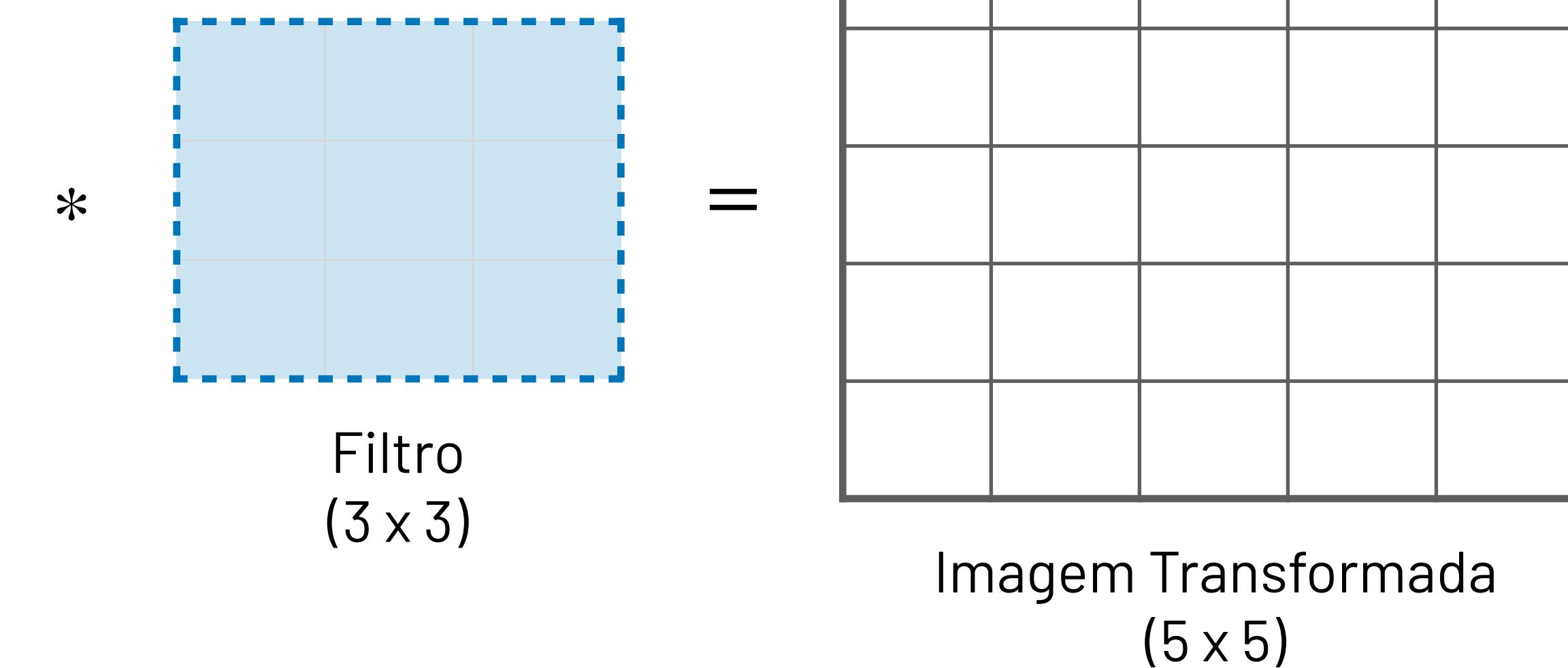


Imagen Original  
(5 x 5)



**Regra Geral**

$$(n \times n) * (f \times f) = (n + 2p - f + 1 \times n + 2p - f + 1)$$

# Preenchimento (Padding)

Para encontrar o valor de  $p$  que mantém o tamanho de uma imagem  $n \times n$  após a convolução com um filtro de tamanho  $f$  (ímpar), basta resolver a seguinte equação:

$$n + 2p - f + 1 = n$$

$$2p - f + 1 = 0$$

$$2p = f - 1$$

$$p = \frac{f - 1}{2}$$

---

# Convoluçãoes Passadas (*Strided Convolutions*)

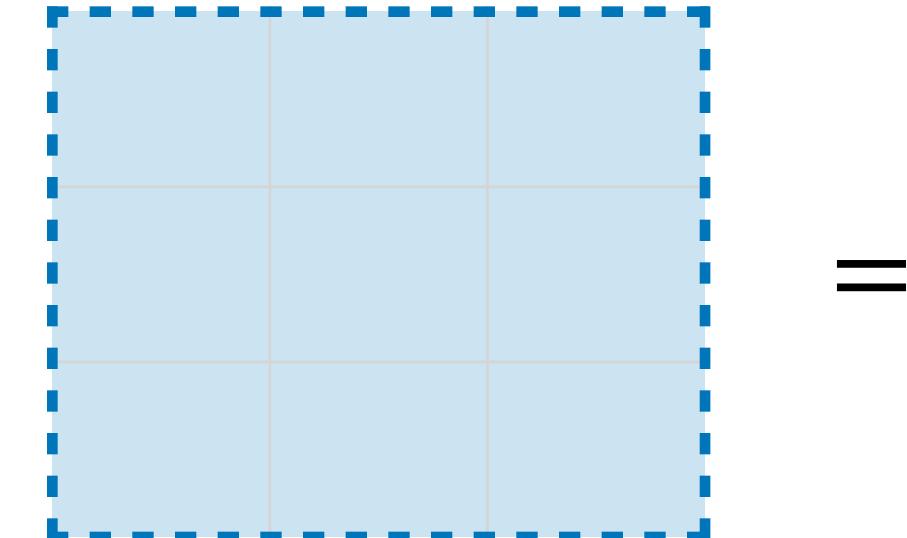
Convoluçãoes podem ser executadas com passos (strides) maiores do que 1.

stride = 2

206	205	247	245	244
244	161	137	244	254
192	154	75	200	249
90	109	96	143	223
67	69	107	196	236

Imagen Original  
 $(5 \times 5)$

\*



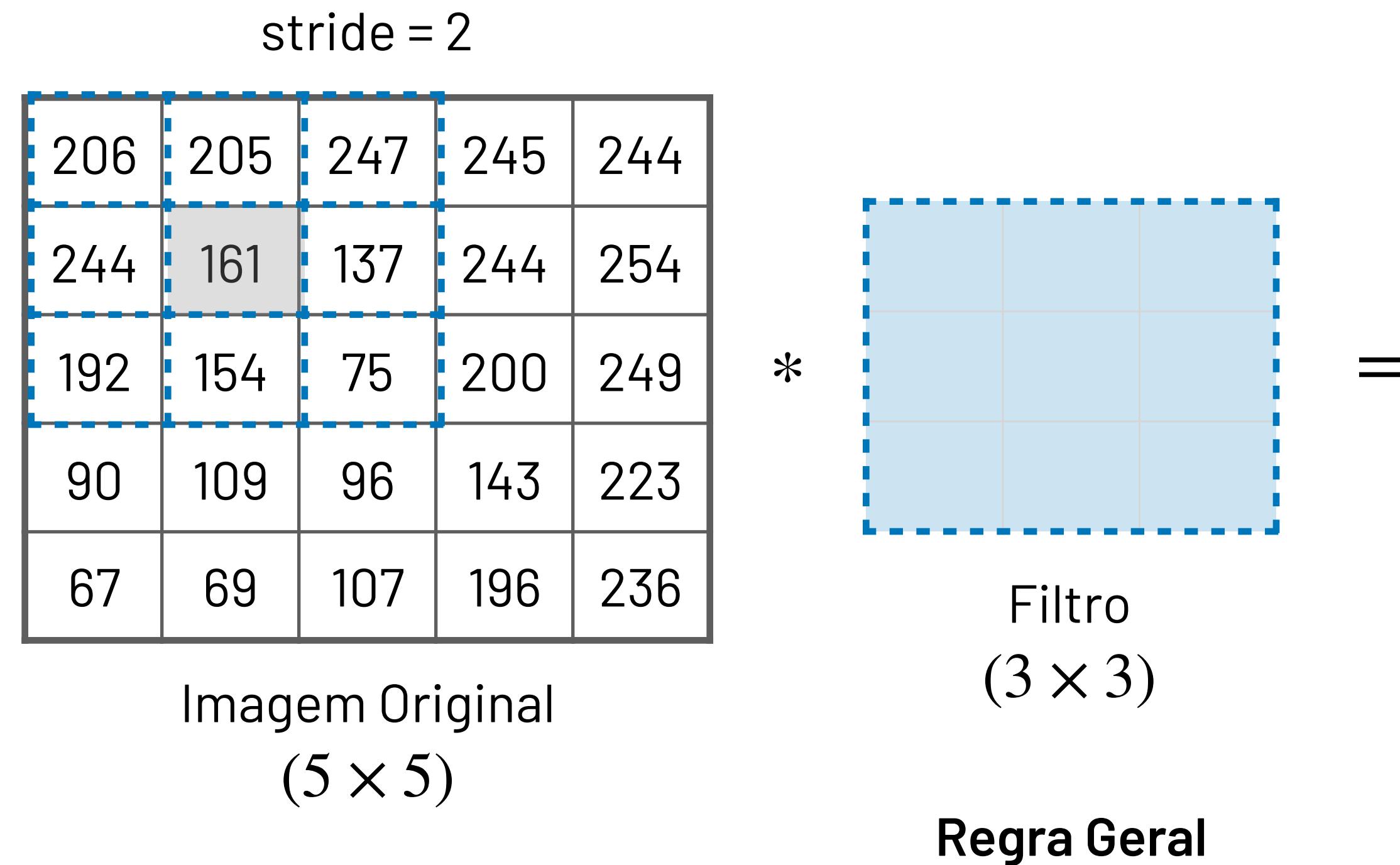
Filtro  
 $(3 \times 3)$

**Regra Geral**

$$(n \times n) * (f \times f) = \left( \frac{n + 2p - f}{s} + 1 \times \frac{n + 2p - f}{s} + 1 \right)$$

# Convoluçãoes Passadas (*Strided Convolutions*)

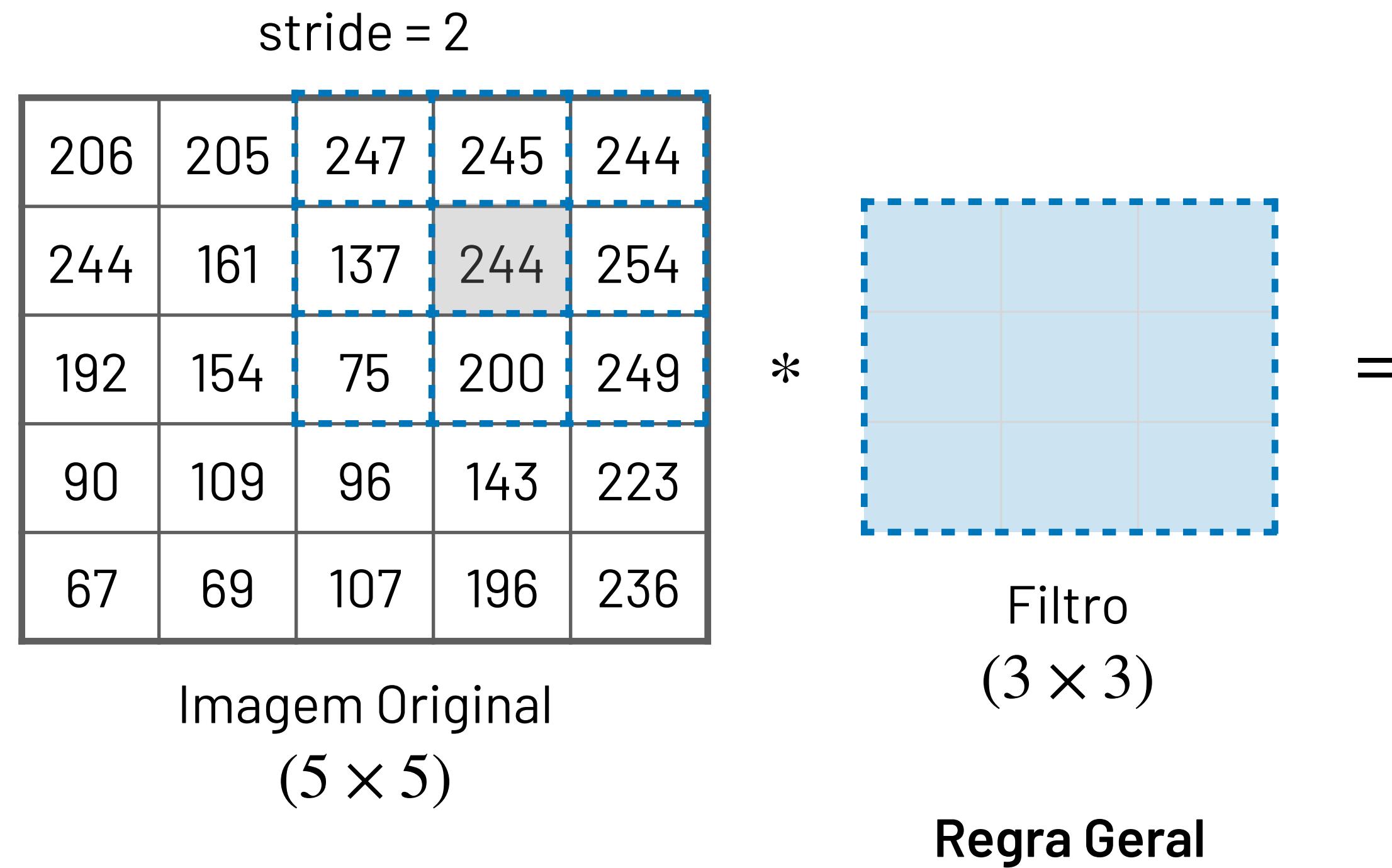
Convoluçãoes podem ser executadas com passos (strides) maiores do que 1.



$$(n \times n) * (f \times f) = \left( \frac{n + 2p - f}{s} + 1 \right) \times \left( \frac{n + 2p - f}{s} + 1 \right)$$

# Convoluçãoes Passadas (*Strided Convolutions*)

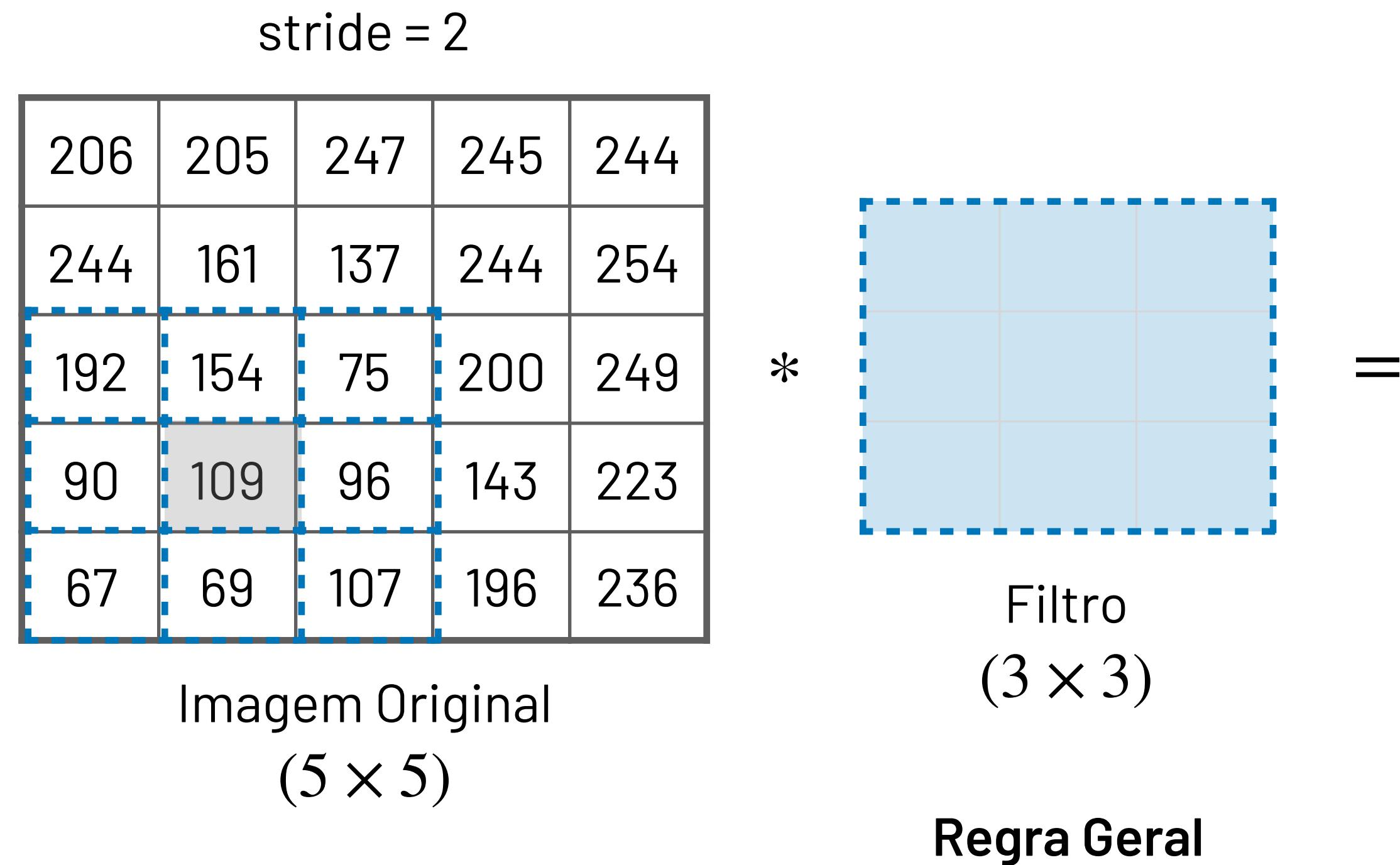
Convoluçãoes podem ser executadas com passos (strides) maiores do que 1.



$$(n \times n) * (f \times f) = \left( \frac{n + 2p - f}{s} + 1 \times \frac{n + 2p - f}{s} + 1 \right)$$

# Convoluçãoes Passadas (*Strided Convolutions*)

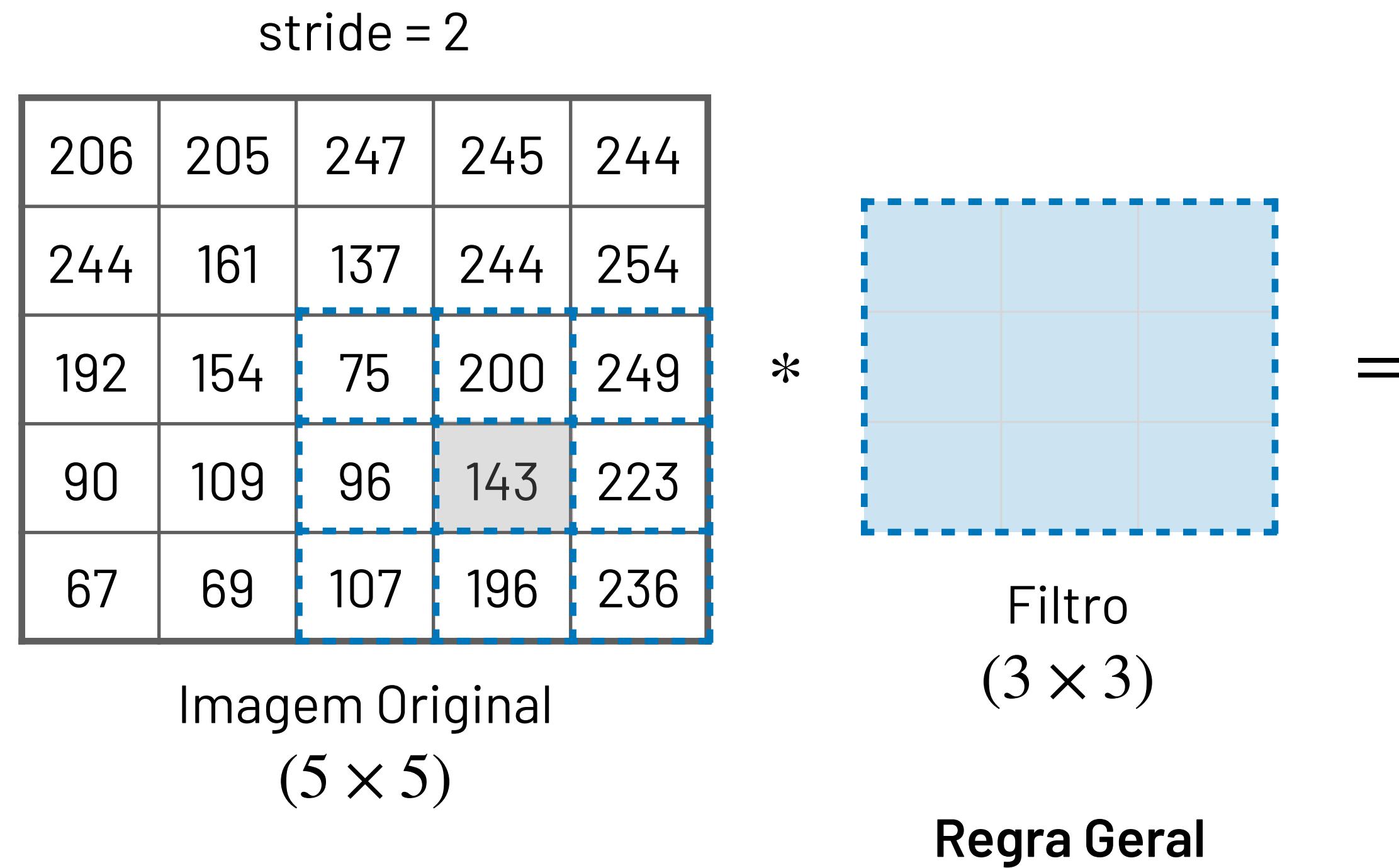
Convoluçãoes podem ser executadas com passos (strides) maiores do que 1.



$$(n \times n) * (f \times f) = \left( \frac{n + 2p - f}{s} + 1 \times \frac{n + 2p - f}{s} + 1 \right)$$

# Convoluçãoes Passadas (*Strided Convolutions*)

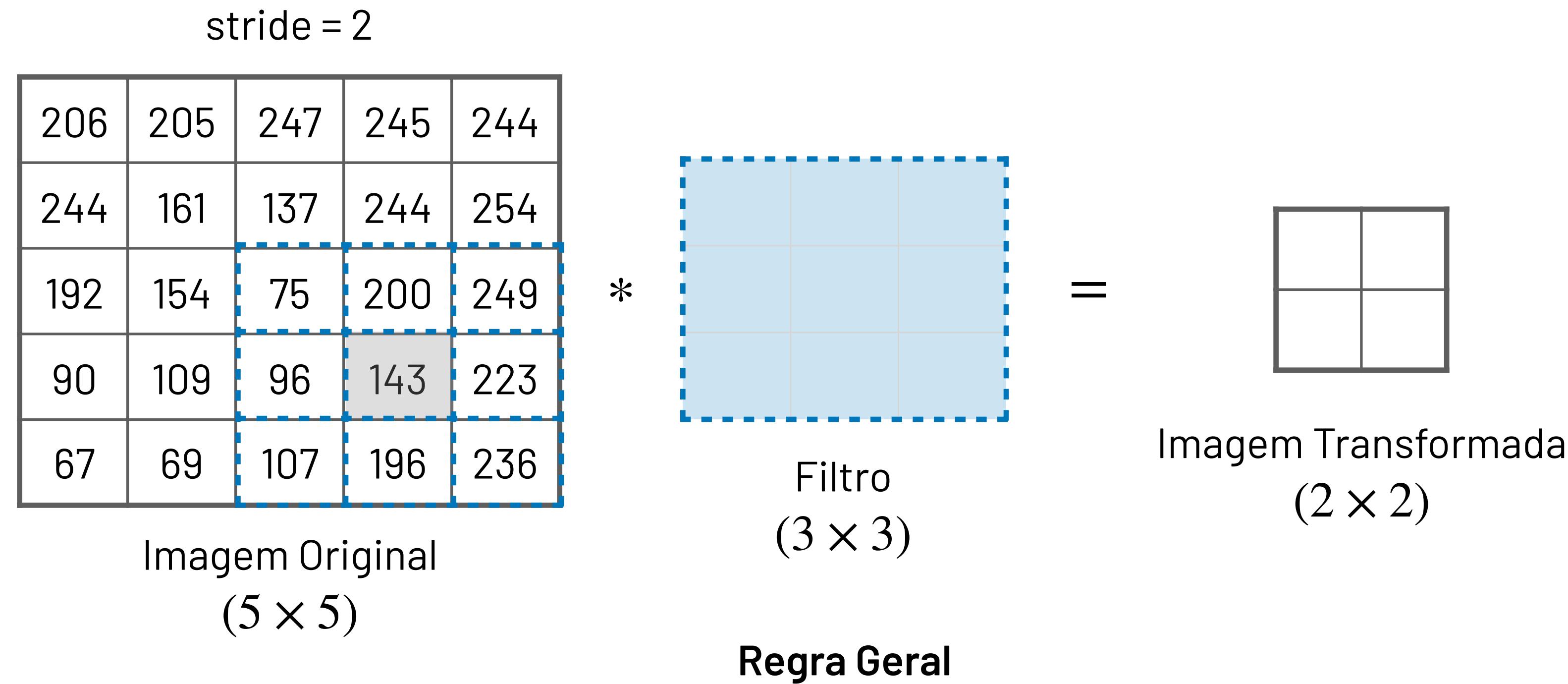
Convoluçãoes podem ser executadas com passos (strides) maiores do que 1.



$$(n \times n) * (f \times f) = \left( \frac{n + 2p - f}{s} + 1 \right) \times \left( \frac{n + 2p - f}{s} + 1 \right)$$

# Convoluçãoes Passadas (*Strided Convolutions*)

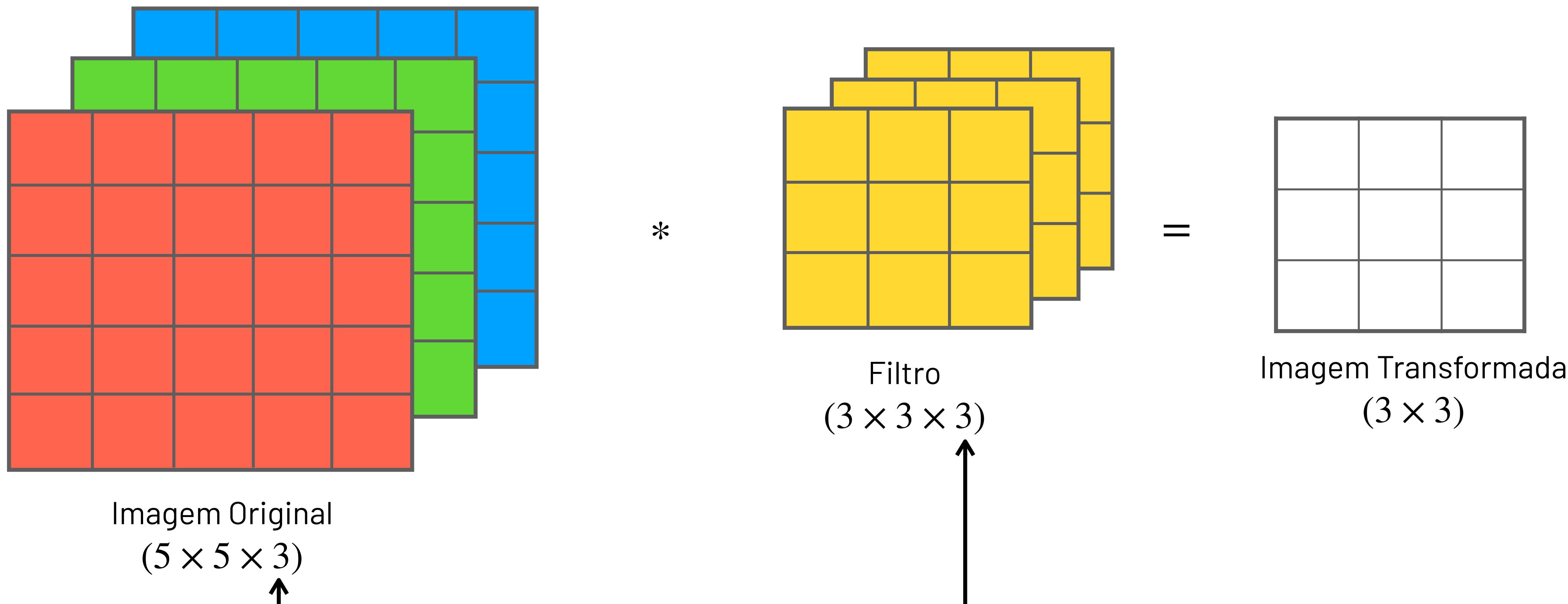
Convoluçãoes podem ser executadas com passos (strides) maiores do que 1.



$$(n \times n) * (f \times f) = \left( \frac{n + 2p - f}{s} + 1 \right) \times \left( \frac{n + 2p - f}{s} + 1 \right)$$

# Convoluçãoes em Volumes

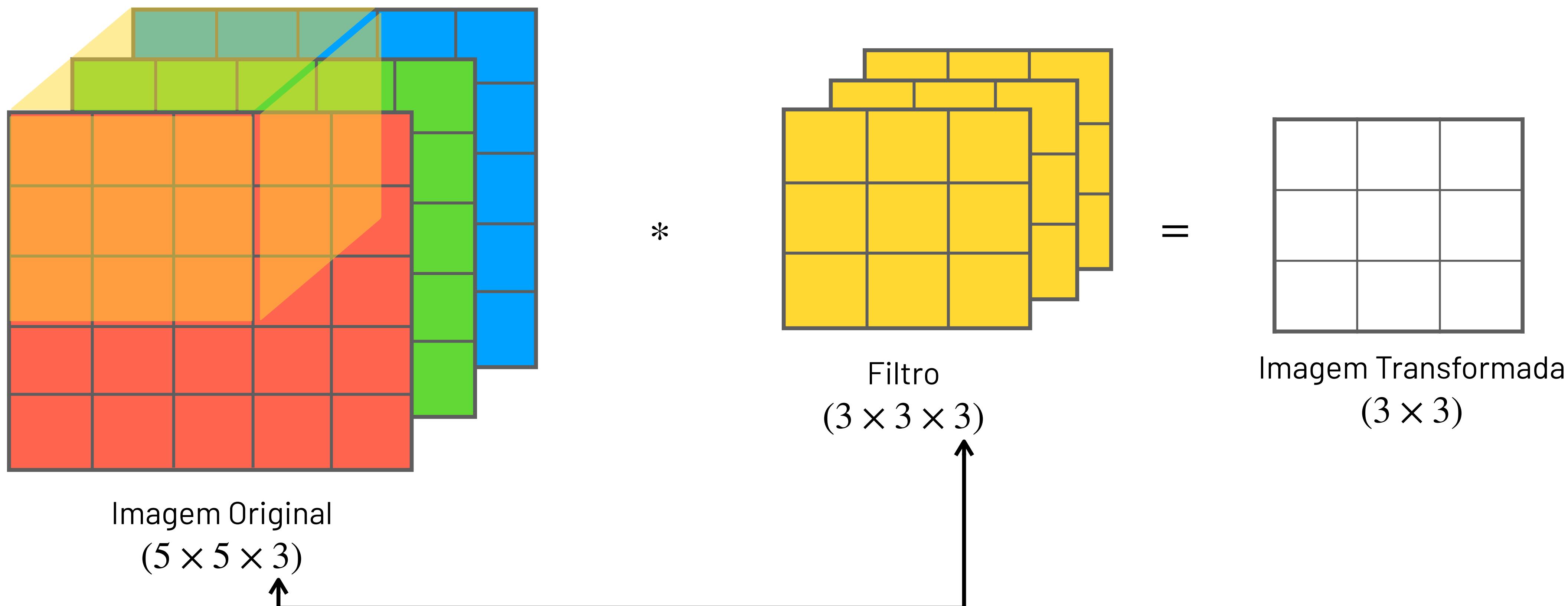
Convoluçãoes em imagens coloridas (R,G,B) necessitam filtros com 3 canais



O número de canais deve ser o mesmo na imagem e no filtro!

# Convoluçãoes em Volumes

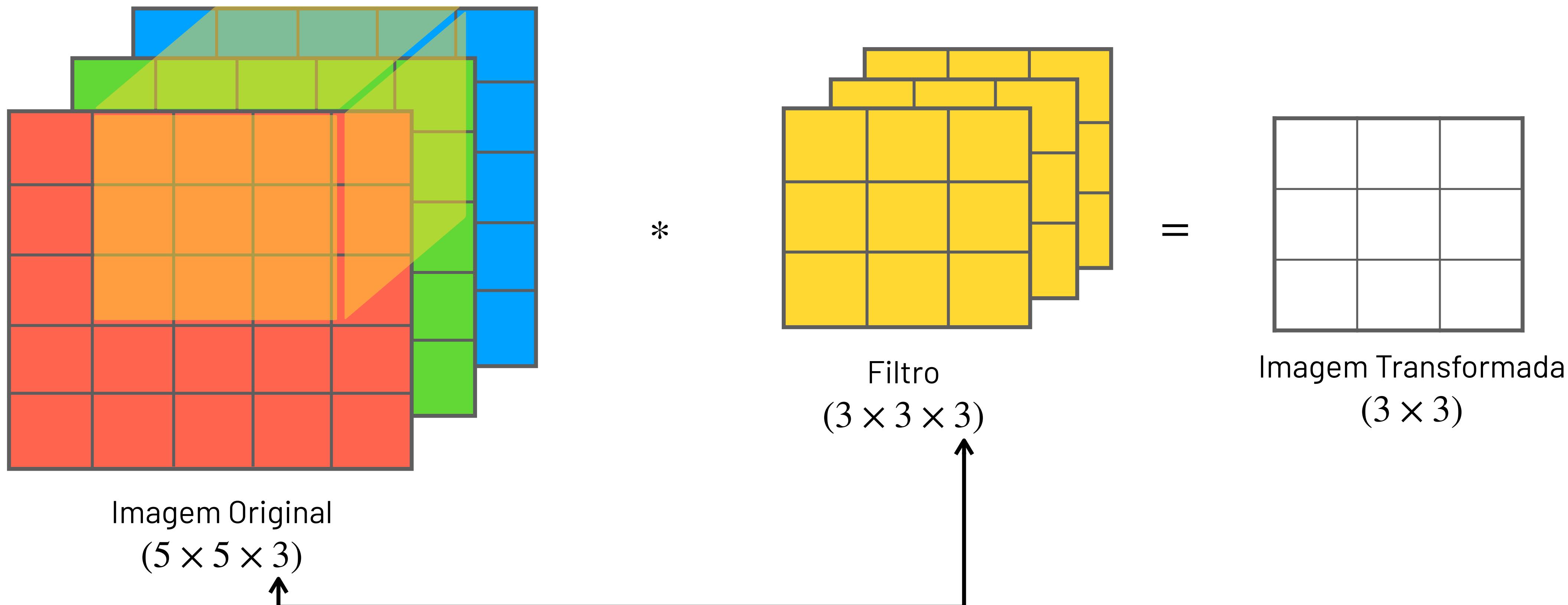
Convoluçãoes em imagens coloridas (R,G,B) necessitam filtros com 3 canais



O número de canais deve ser o mesmo na imagem e no filtro!

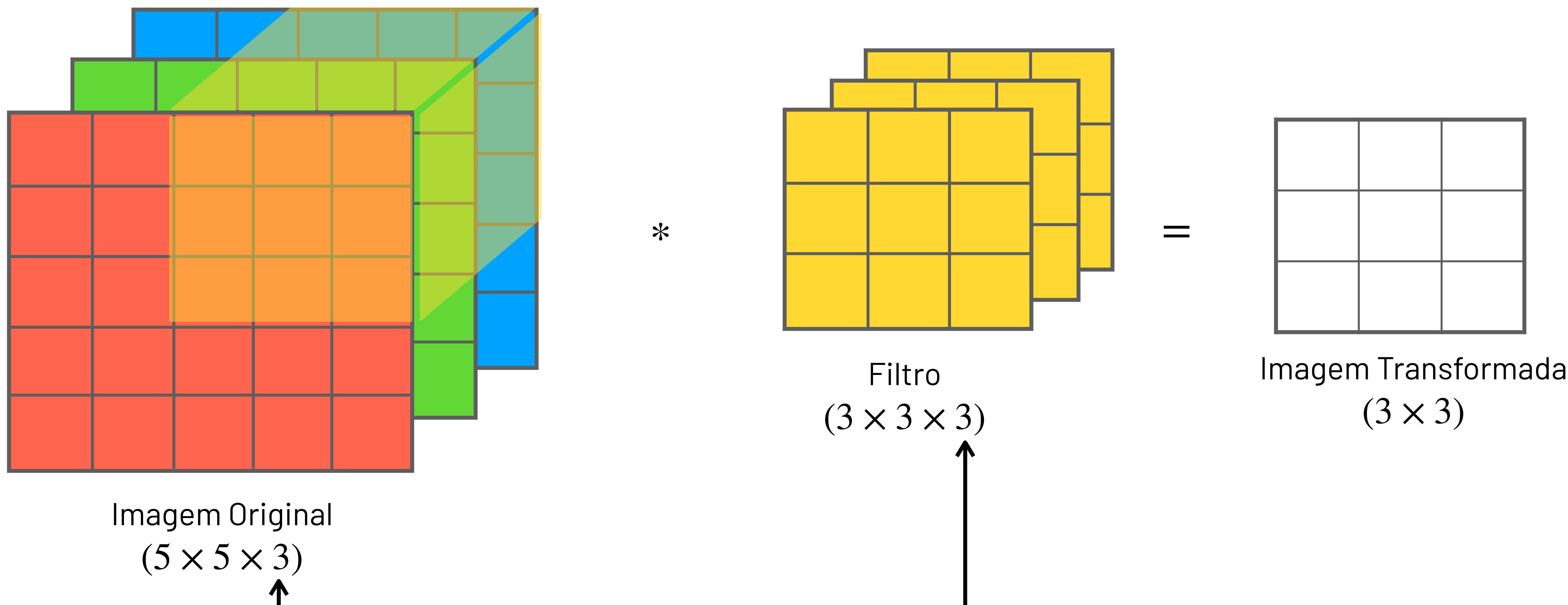
# Convoluçãoes em Volumes

Convoluçãoes em imagens coloridas (R,G,B) necessitam filtros com 3 canais



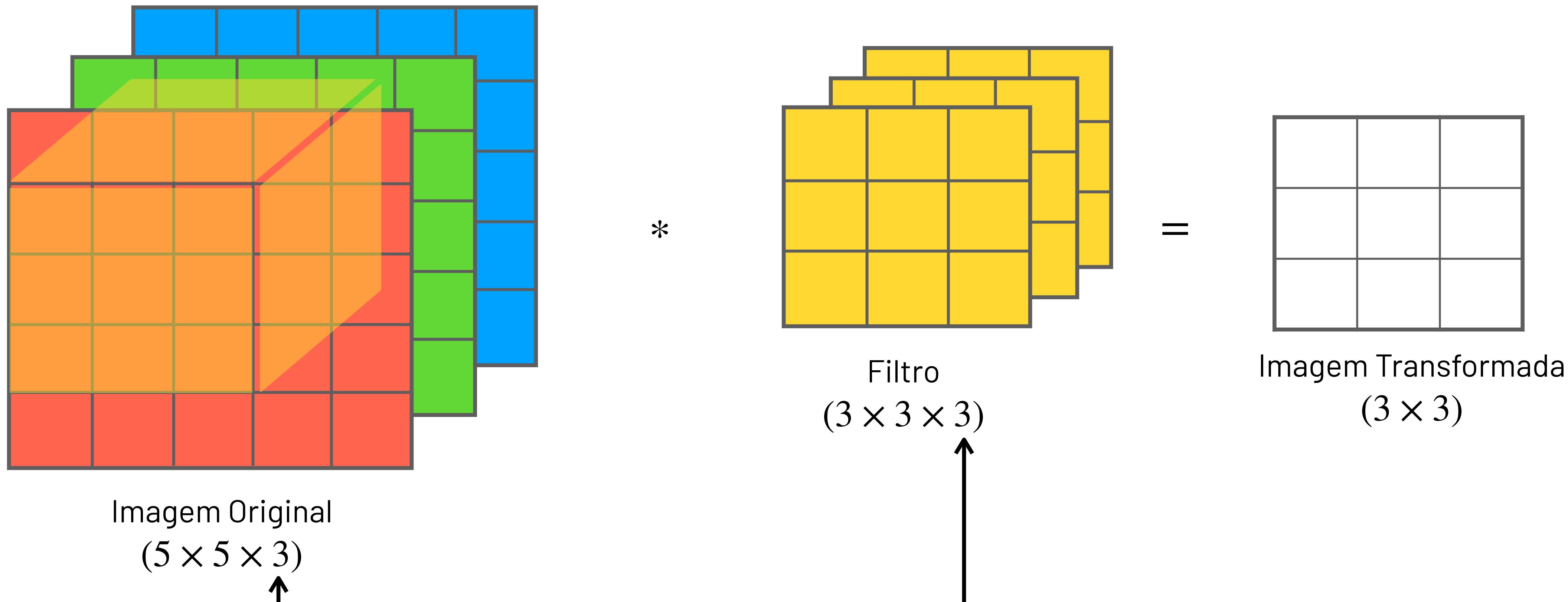
# Convoluçãoes em Volumes

Convoluçãoes em imagens coloridas (R,G,B) necessitam filtros com 3 canais



# Convoluçãoes em Volumes

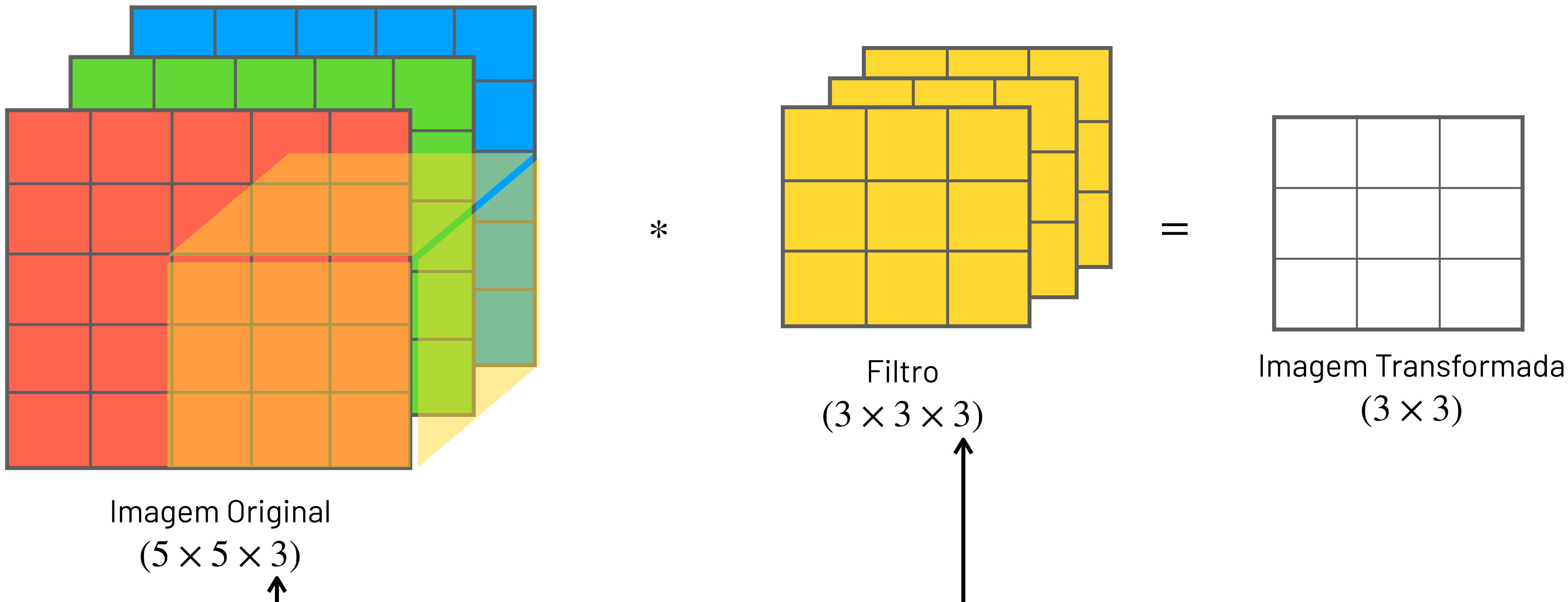
Convoluçãoes em imagens coloridas (R,G,B) necessitam filtros com 3 canais



O número de canais deve ser o mesmo na imagem e no filtro!

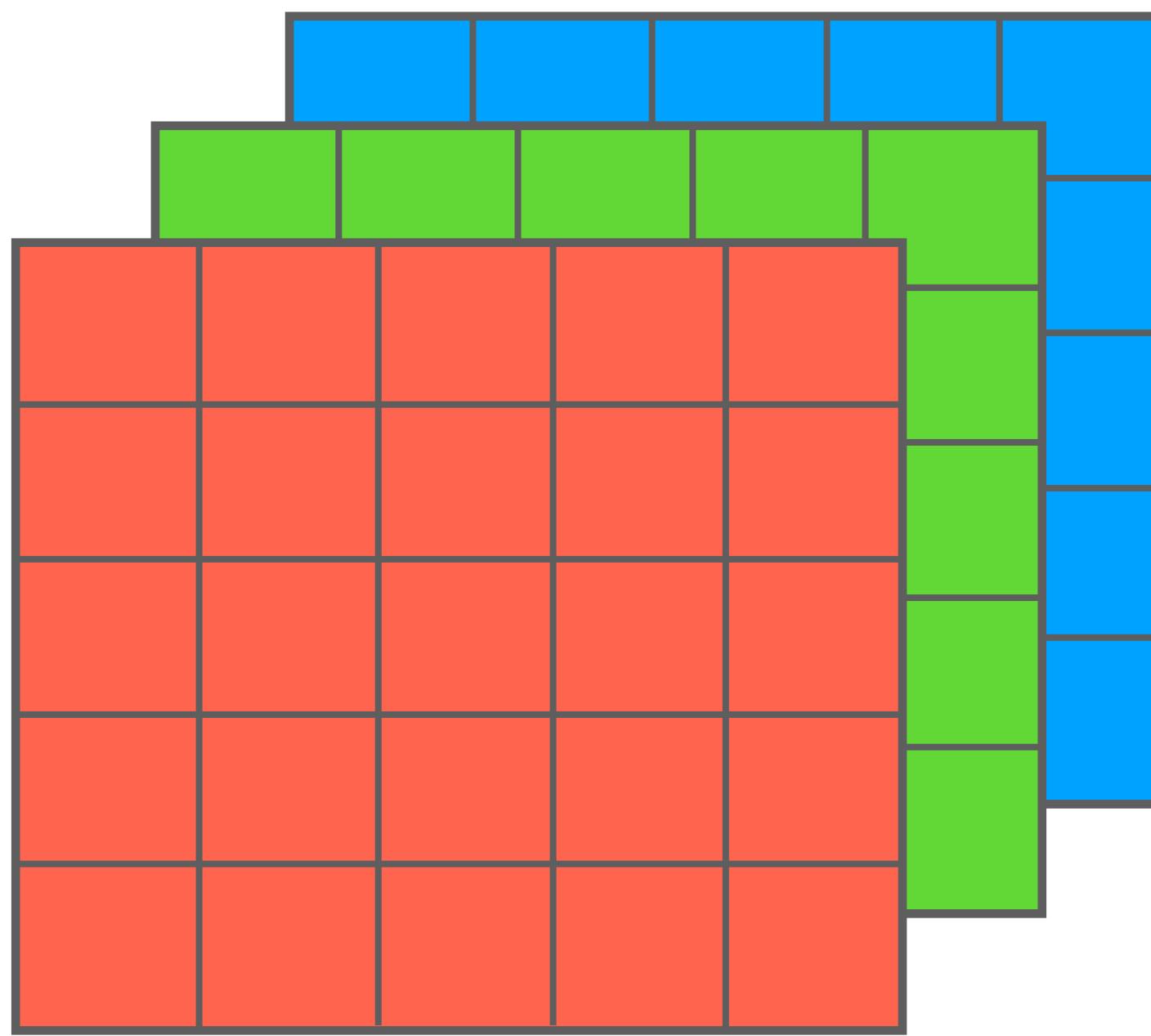
# Convoluçãoes em Volumes

Convoluçãoes em imagens coloridas (R,G,B) necessitam filtros com 3 canais

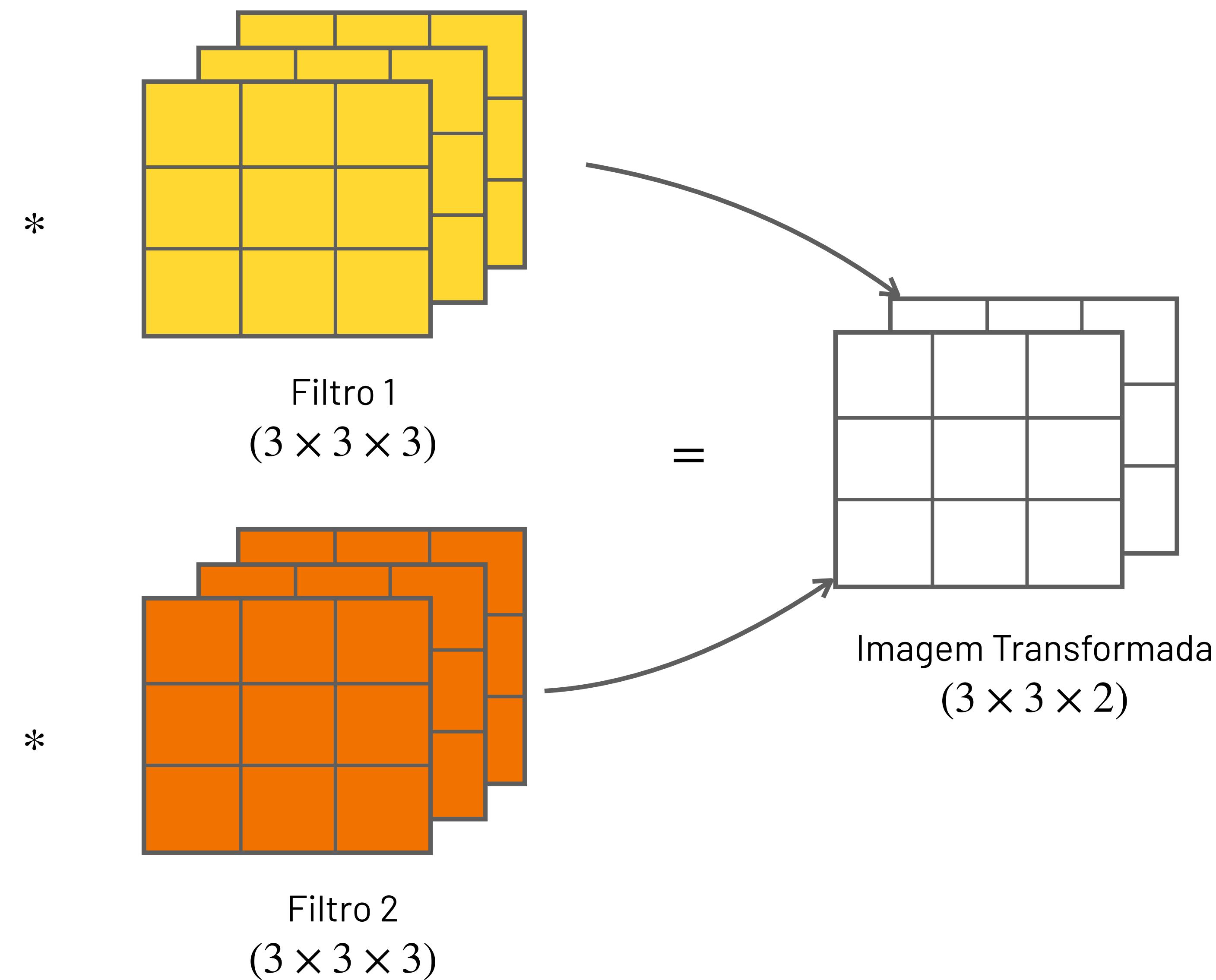


O número de canais deve ser o mesmo na imagem e no filtro!

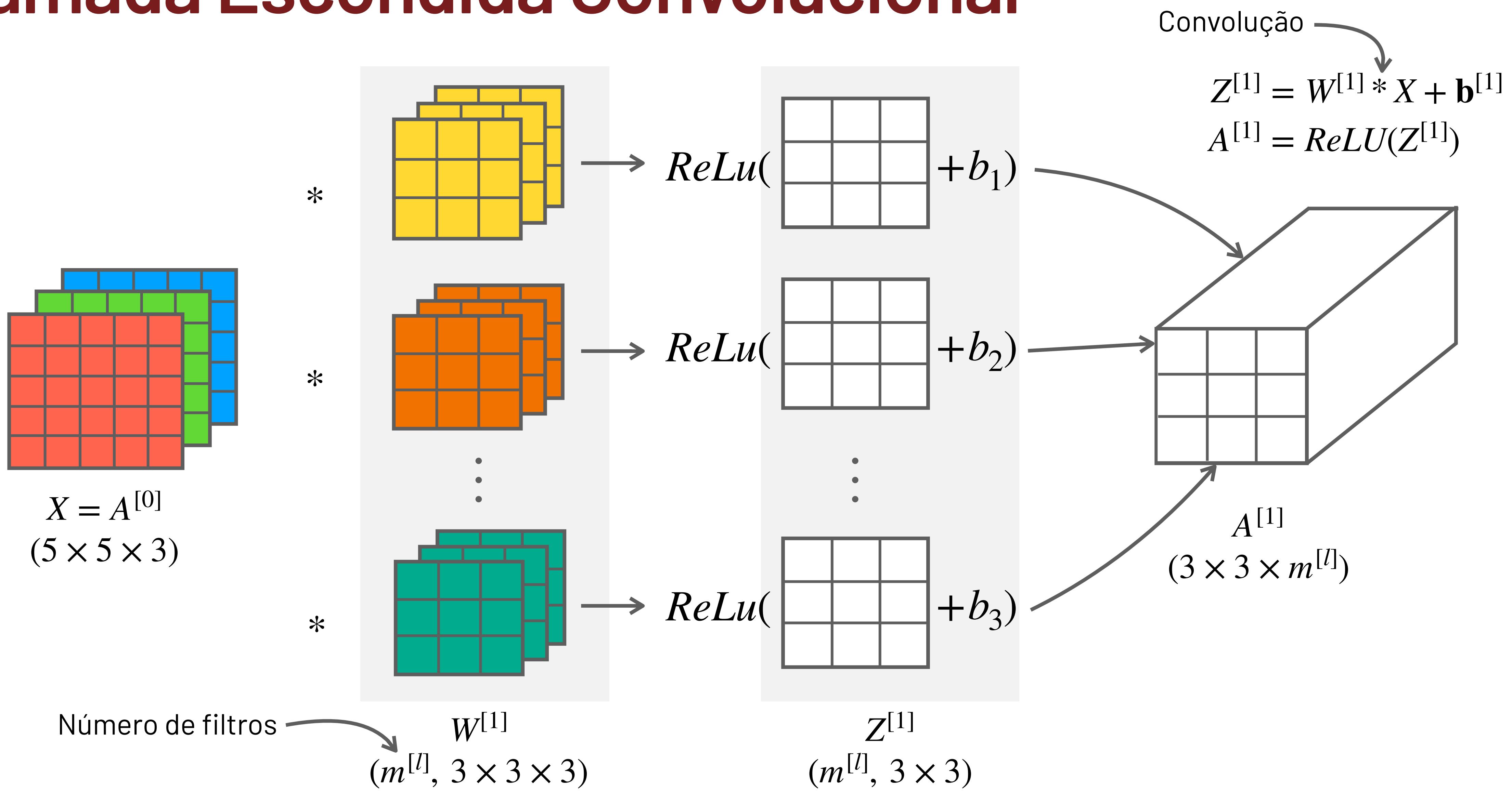
# Múltiplos Filtros



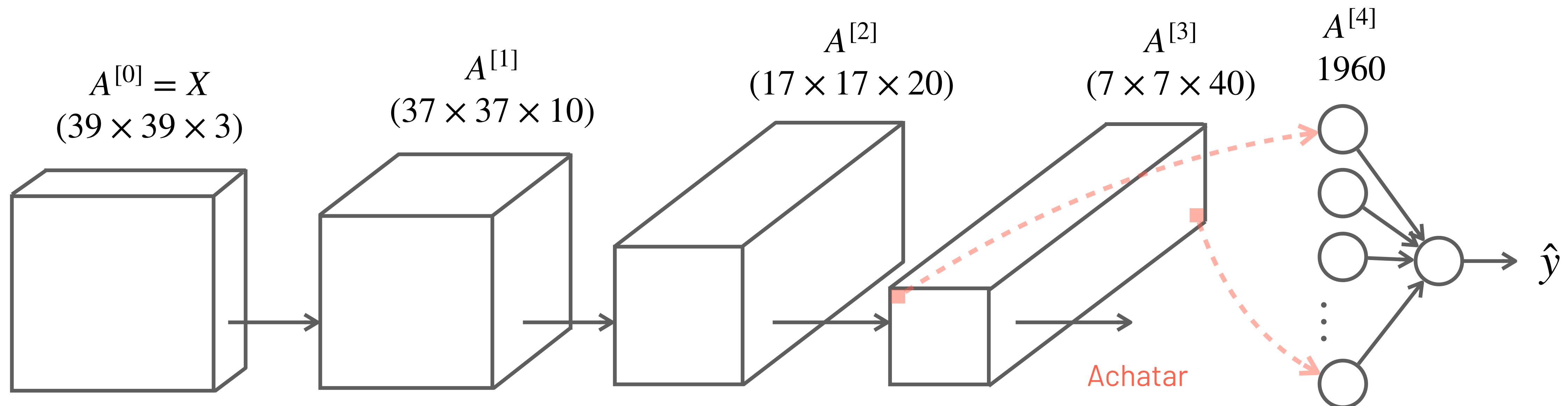
# Imagen Original $(5 \times 5 \times 3)$



# Camada Escondida Convolucional



# Rede Neural Convolucional (CNN) de Classificação



$$\begin{array}{ll} n^{[0]} = 39 & f^{[1]} = 3 \\ s^{[1]} = 1 & \\ p^{[1]} = 0 & \\ m^{[1]} = 10 & \end{array}$$

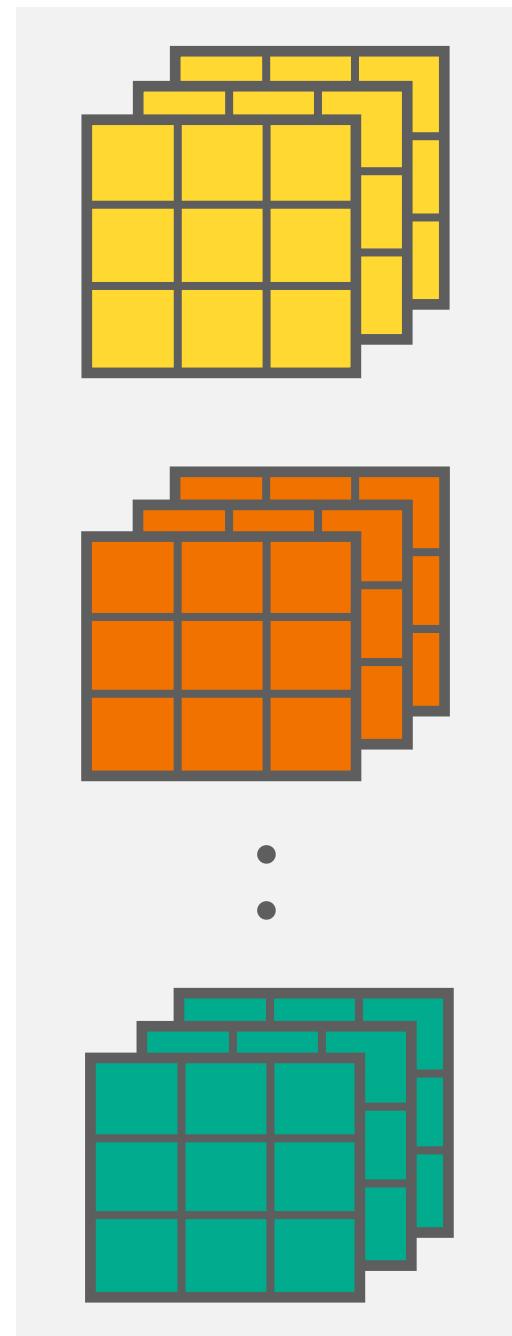
$$\begin{array}{ll} f^{[2]} = 5 & f^{[3]} = 5 \\ s^{[2]} = 2 & s^{[3]} = 2 \\ p^{[2]} = 0 & p^{[3]} = 0 \\ m^{[2]} = 20 & m^{[3]} = 40 \end{array}$$

**Notação:**

- $f^{[l]}$  tamanho dos filtros da camada  $l$
- $s^{[l]}$  tamanho do stride da camada  $l$
- $p^{[l]}$  tamanho do padding da camada  $l$
- $m^{[l]}$  número de filtros na camada  $l$

# Exercício

Quantos parâmetros uma camada com 10 filtros ( $3 \times 3 \times 3$ ) tem?



$W^{[1]}$   
 $(10, 3 \times 3 \times 3)$

$$\begin{aligned} 3 \times 3 \times 3 &= 27 \\ &\quad +1 \\ &= 28 \\ &\quad \times 10 \\ &= \underline{\underline{280}} \text{ parâmetros} \end{aligned}$$

# Camadas de Pooling

Além das camadas convolucionais, CNNs tipicamente também utilizam **camadas de pooling** para extrair características de imagens:

- ▶ Max Pooling
- ▶ Average Pooling

Essas camadas realizam computações fixas e por isso não possuem pesos para aprender!

# Max pooling

Filtro para extrair o elemento máximo da vizinhança.

$$\begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 3 \\ 2 & 9 \\ 1 & 3 \\ 5 & 6 \end{matrix} & \begin{matrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \\ 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{matrix} \end{matrix} * \begin{matrix} \text{Max pooling} \\ f=2 \\ s=2 \end{matrix} = \begin{matrix} 9 & 2 \\ 6 & 3 \end{matrix} \quad (2 \times 2)$$

(4 × 4)

Sem pesos para aprender!

# Average pooling

Filtro para extrair a média da vizinhança.

1	3	2	1
2	9	1	1
1	3	2	3
5	6	1	2

$(4 \times 4)$

$$\begin{array}{c} * \\ \text{Average pooling} \\ f = 2 \\ s = 2 \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline 3.75 & 1.25 \\ \hline 3.75 & 2 \\ \hline \end{array} \quad (2 \times 2)$$

Sem pesos para aprender!

# Exercício

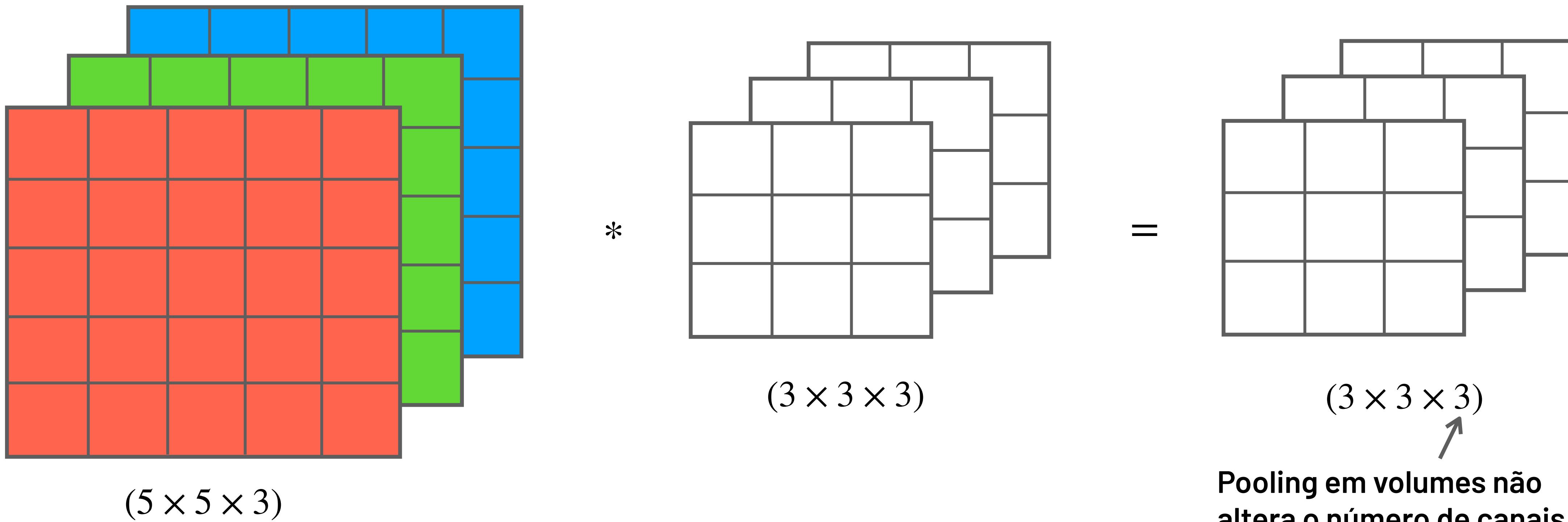
Calcule a matriz resultante da aplicação do filtro max pooling com  $f = 3$  e  $s = 1$

1	3	2	1	3
2	9	1	1	5
1	3	2	3	2
8	3	5	1	0
5	6	1	2	9

$(5 \times 5)$

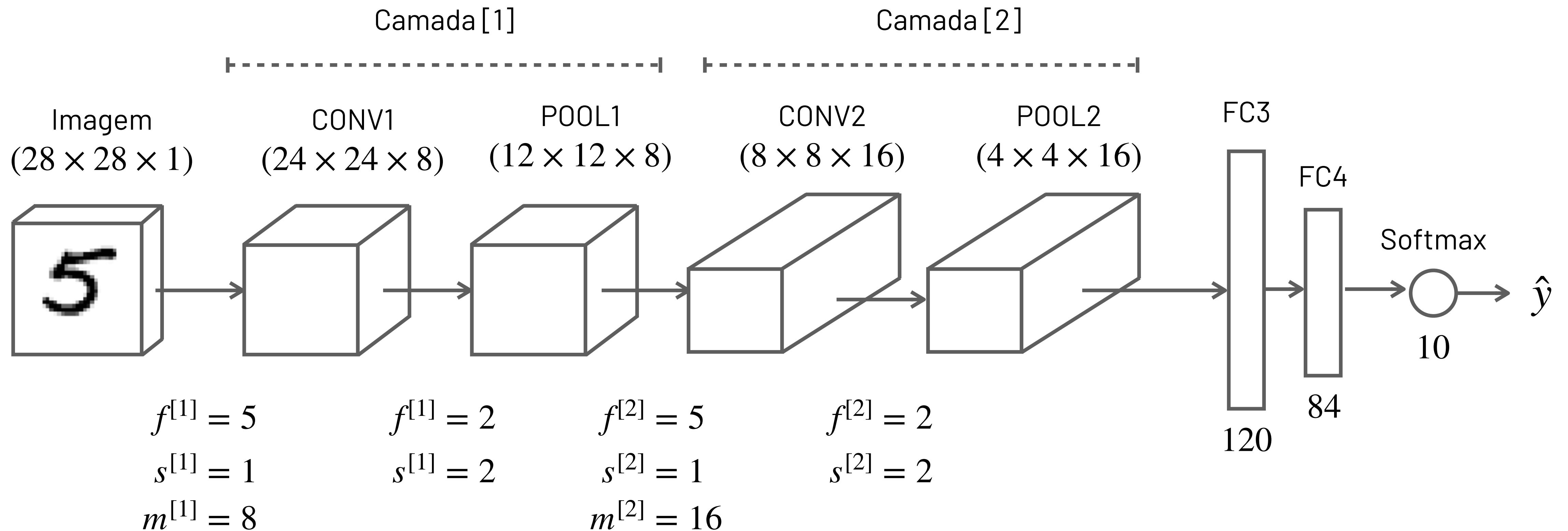
# Camadas de Pooling em Volumes

Os filtros de pooling são aplicados de forma independente para cada canal.



# CNN com Camadas de Pooling

## LeNet-5



# CNN com Camadas de Pooling

	Dimensões da Ativação	Tamanho da Ativação	Número de Parâmetros
Entrada	(28, 28, 1)	784	0
CONV1(f=5, s=1)	(24, 24, 8)	4608	208
POOL1	(12, 12, 8)	1152	0
CONV2(f=5, s=1)	(8, 8, 16)	1024	3208
POOL2	(4, 4, 16)	256	0
FC3	(120, 1)	120	30840
FC4	(84, 1)	84	10164
Softmax	(10,1)	10	850

# Porque Convoluçãoes?

## Redução do número de parâmetros

10	10	10	0	0	0
10	10	10	0	0	0
10	10	10	0	0	0
10	10	10	0	0	0
10	10	10	0	0	0
10	10	10	0	0	0

$$\begin{matrix} & * & \\ \begin{matrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{matrix} & = & \begin{matrix} 0 & 30 & 30 & 0 \\ 0 & 30 & 30 & 0 \\ 0 & 30 & 30 & 0 \\ 0 & 30 & 30 & 0 \end{matrix} \end{matrix}$$

Detecção de  
Borda Vertical

0	30	30	0
0	30	30	0
0	30	30	0
0	30	30	0

### Compartilhamento de parâmetros

Um filtro (e.g., detector de bordas) que funciona bem em uma parte da imagem, provavelmente funciona bem em outra parte da imagem.

### Conexões Esparsas

Uma saída depende de apenas um número pequeno de entradas.

# Próxima aula

**A12:** Estudo de Casos de CNNs

Resnet, Inception Network, MobileNet e Efficient Net.