

Aluno: _____
Matrícula: _____

Avaliação 03

Q 1: Considere a aritmética módulo 2 (com elementos $\{0, 1\}$ e a regra $1 + 1 = 0$). Seja a interpretação $1 \equiv T$ (Verdadeiro) e $0 \equiv F$ (Falso). Sabemos que a multiplicação $M \times N$ corresponde à conjunção lógica ($M \wedge N$) e que a adição $M + N$ corresponde ao 'ou exclusivo' ($M \vee N$). Usando as propriedades da aritmética módulo 2 e as correspondências lógicas, determine se a seguinte equivalência lógica é uma tautologia:

$$(P \vee Q) \wedge R \Leftrightarrow (P \wedge R) \vee (Q \wedge R)$$

Justifique sua resposta mostrando a tradução para aritmética mod-2 e verificando se a igualdade correspondente vale para todas as combinações de P, Q, R (0 ou 1).

Q 2: Considere duas proposições ϕ e ψ . A operação "a menos que", denotada por ϕ unless ψ , significa que ϕ ocorrerá, a menos que ψ ocorra. Em outras palavras, se ψ não ocorrer, então ϕ deve necessariamente ocorrer. Essa operação é frequentemente utilizada em lógica e programação, podendo ter diferentes representações formais.

- Expresse ϕ unless ψ em termos dos conectivos lógicos básicos \neg, \wedge, \vee .
- Encontre a contrapositiva da afirmação ($\psi \Rightarrow \phi$). A contrapositiva é logicamente equivalente a (ϕ unless ψ)? Justifique.

1)

P	Q	R	$(P \vee Q) \wedge R$	$(P \wedge R) \vee (Q \wedge R)$
T	T	T	T	T
T	T	F	F	F
T	F	T	T	T
T	F	F	F	F
F	T	T	T	T
F	T	F	F	F
F	F	T	F	F
F	F	F	F	F

P	Q	R	$(P \vee Q) \wedge R$	$(P \wedge R) \vee (Q \wedge R)$
T	T	T	T	T
T	T	F	F	F
T	F	T	T	T
T	F	F	F	F
F	T	T	T	T
F	T	F	F	F
F	F	T	F	F
F	F	F	F	F

P	Q	R	$(P \vee Q) \wedge R$	$(P \wedge R) \vee (Q \wedge R)$
T	T	T	T	T
T	T	F	F	F
T	F	T	T	T
T	F	F	F	F
F	T	T	T	T
F	T	F	F	F
F	F	T	F	F
F	F	F	F	F

1) $(P \vee Q) \wedge R \Leftrightarrow (P \wedge R) \vee (Q \wedge R)$

É uma tautologia pois a equivalência entre $(P \vee Q) \wedge R \Leftrightarrow (P \wedge R) \vee (Q \wedge R)$ resultou verdadeira em todas relações lógicas na Tabela verdade.

$$(P \vee Q) \wedge R \Leftrightarrow (P \wedge R) \vee (Q \wedge R)$$

$$(P + Q) \times R \Leftrightarrow (P \times R) + (Q \times R)$$

$$PR + QR \Leftrightarrow PR + QR$$

2) a) $\neg \psi \neq \emptyset$

b) A contrapositiva de $\psi \neq \emptyset$ é $\neg \emptyset \neq \neg \psi$.

É a contrapositiva não é equivalente \emptyset unless ψ , e sim equivalente a $\emptyset \neq \psi$