

Le barème est à titre indicatif et est susceptible d'être modifié

## Exercice 1 : QCM

(4 points)

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquez si elle est vraie ou fausse.

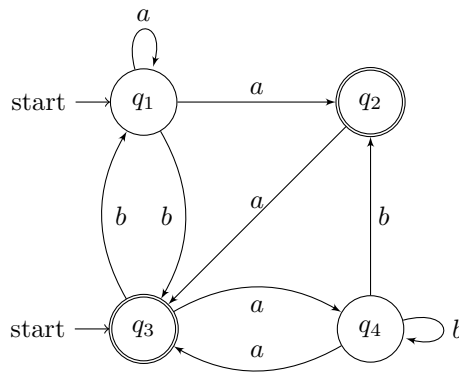
Malus :  $-0.5$  par mauvaise réponse.

- 1) Tout langage reconnu par un automate (sans pile) est reconnu par une expression régulière. (1 point)
- 2) Tout langage reconnu par un automate à pile est reconnu par un automate (sans pile). (1 point)
- 3) Tout langage reconnu par une grammaire non-contextuelle est reconnu par une expression régulière. (1 point)
- 4) Tout langage reconnu par une expression régulière est reconnu par un automate à pile. (1 point)

## Exercice 2 : Automates

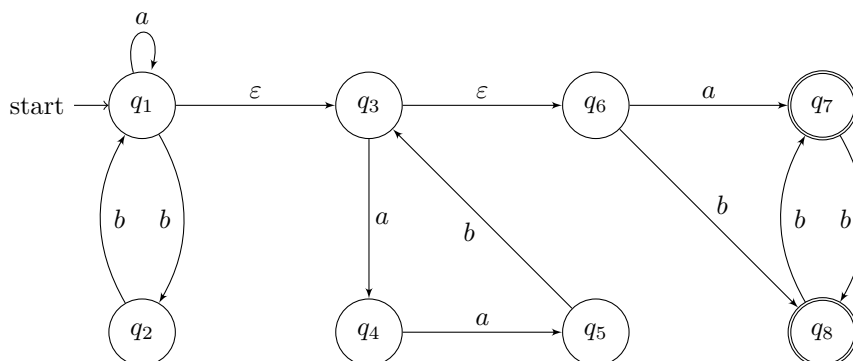
(9 points)

On considère l'automate (non déterministe)  $A_1$  suivant (sur l'alphabet  $\{a,b\}$ ).



- 1) Les mots suivants sont-ils acceptés par l'automate  $A_1$  ? (1 point)  
 $\varepsilon, ab, babab$
- 2) Le langage reconnu par  $A_1$  est rationnel, il vérifie donc le lemme de l'étoile. Donnez un exemple de mots  $u,v,w \in \{a,b\}^*$ , avec  $v \neq \varepsilon$ , tels que pour tout  $k \geq 0$  le mot  $uv^k w$  est accepté par  $A_1$ . (2 points)
- 3) Proposez un automate déterministe qui reconnait le même langage que  $A_1$ . (2 points)

On considère maintenant l'automate (non déterministe)  $A_2$  suivant.

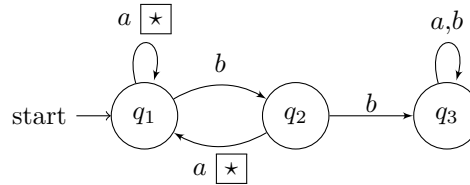


- 4) Proposez un automate sans  $\varepsilon$ -transition qui reconnait le même langage que  $A_2$ . (2 points)
- 5) Proposez une expression régulière qui décrit le langage reconnu par  $A_2$ . (2 points)

### Exercice 3 : Machines séquentielles

(3 points)

- 1) Donnez une machine séquentielle  $M_1$  qui compte le nombre de sous-chaines *baba* dans le mot reçu en entrée. L'alphabet d'entrée est  $\Sigma = \{a, b, c\}$  et l'alphabet de sortie est  $\Gamma = \{\star\}$ . Attention, plusieurs sous-chaines peuvent s'intersecter. Par exemple,  $f_1(bababa) = \star\star$  (où  $f_1$  est la fonction calculée par  $M_1$ ).  
(1 point)
- 2) Décrivez (en français) la fonction calculée par la machine séquentielle ci-dessous.  
(2 points)



### Exercice 4 : Grammaires non-contextuelles

(4 points)

Pour chacun des langages  $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2$  et  $\mathcal{L}_3$  ci-dessous, proposez une grammaire non-contextuelle qui le reconnaît.

- 1)  $\mathcal{L}_1$  est l'ensemble des mots de  $\{a, b\}^*$  qui commencent et terminent par la même lettre.  
(1 point)
- 2)  $\mathcal{L}_2$  est l'ensemble des mots de  $\{a, b\}^*$  se terminant par un nombre pair de  $a$ . Attention, un mot qui termine par  $b$  termine par un nombre pair (zéro) de  $a$ .  
(1 point)
- 3)  $\mathcal{L}_3$  est l'ensemble des palindromes de  $\{a, b\}^*$ . Rappel : un palindrome est un mot qui se lit de la même façon de droite à gauche et de gauche à droite (par exemple *baab* ou *ababa*).  
(2 points)