# TD3 – Grammaires non contextuelles

## Exercice 1

Soit $\Sigma = \{0, 1\}$. Donner une grammaire qui accepte les mots de $\Sigma^*$ dont la longueur est congrue à 1 modulo 4.

## Exercice 2

Soit $\Sigma = \{0, 1\}$. Donner une grammaire qui accepte les mots de $\Sigma^*$ qui se terminent par un nombre pair de lettres 1.

## Exercice 3

Soit $\Sigma$ l'alphabet composé des chiffres de 0 à 9. Donner des grammaires **rationnelles** qui reconnaissent les langages rationnels suivants (attention, on doit pouvoir rajouter autant de zéros que l'on veut devant un nombre).

1. Le nombre 35.
2. Les entiers compris entre 10 et 20 (inclus).
3. Les entiers divisibles par 10 mais pas par 100.
4. Les entiers strictement inférieurs à 35.

## Exercice 4

Donner une grammaire **rationnelle** qui décrit le langage donné par l'expression régulière

$$(10 + 01)^*(\varepsilon + 11 + 00).$$

## Exercice 5

Soit $G = (\{a, b\}, \{S\}, S, P)$ dont les productions $P$ sont

$$S \rightarrow SaS \mid b$$

1. Montrer que *babab* appartient au langage $L(G)$ en donnant sa chaine de dérivation.
2. Montrer par récurrence sur $k \in \mathbb{N}$ que $(ba)^k b \in L(G)$.
3. Dessiner un AFN à deux états qui accepte le langage $L(G)$.
4. Donner une grammaire $G'$ équivalente à $G$ dont les productions ont la forme des grammaires rationnelles.

## Exercice 6

Soit l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Donner (en français) le langage engendré par la grammaire dont les productions sont :

$$S \rightarrow aSa \mid bSb \mid a \mid b \mid \varepsilon$$

## Exercice 7

1. Écrire une grammaire pour définir le langage $L = \{a^k \cdot b \cdot a^k \mid k \in \mathbb{N}\}$.
2. Déduisez-en une grammaire qui définit le langage $L^2$.

## Exercice 8

On prend comme alphabet terminal $\Sigma = \{a, +, \times, =, 2\}$

1. Multiplication par deux : donner une grammaire qui génère le langage contenant seulement les mots de la forme : $L = \{2 \times a^k = a^{2k} \mid k \geq 1\}$
2. Somme : on voudrait une grammaire qui définisse les mots qui donnent des additions correctes, c'est à dire $L' = \{a^k + a^m = a^{k+m} \mid k \geq 1, m \geq 1\}$
3. Modifier la grammaire précédente pour qu'on puisse mettre autant de + que l'on veut à gauche et à droite du =, tout en respectant l'égalité.