

---

Le barème est à titre indicatif et est susceptible d'être modifié

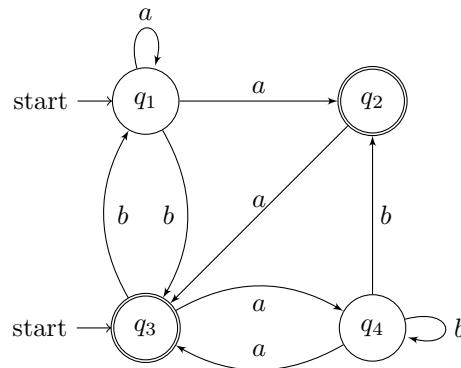
---

**Exercice 1 : QCM****(4 points)**

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquez si elle est vraie ou fausse.

Malus : -0.5 par mauvaise réponse.

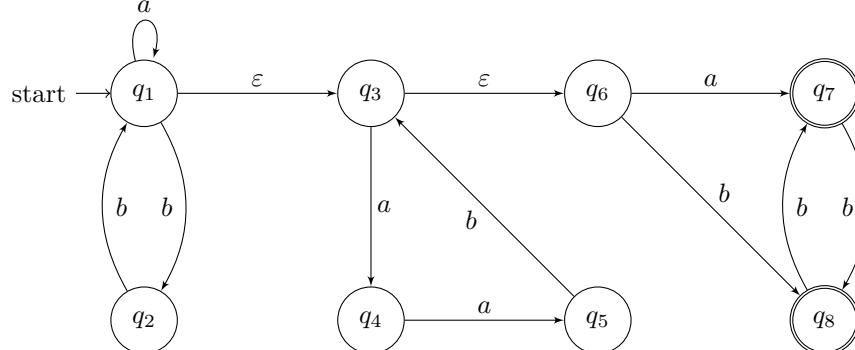
- 1) Tout langage reconnu par un automate (sans pile) est reconnu par une expression régulière. **(1 point)**
- 2) Tout langage reconnu par un automate à pile est reconnu par un automate (sans pile). **(1 point)**
- 3) Tout langage reconnu par une grammaire non-contextuelle est reconnu par une expression régulière. **(1 point)**
- 4) Tout langage reconnu par une expression régulière est reconnu par un automate à pile. **(1 point)**

**Exercice 2 : Automates****(9 points)**On considère l'automate (non déterministe)  $A_1$  suivant (sur l'alphabet  $\{a,b\}$ ).

- 1) Les mots suivants sont-ils acceptés par l'automate  $A_1$ ? **(1 point)**

 $\epsilon, ab, babab$ 

- 2) Le langage reconnu par  $A_1$  est rationnel, il vérifie donc le lemme de l'étoile. Donnez un exemple de mots  $u,v,w \in \{a,b\}^*$ , avec  $v \neq \epsilon$ , tels que pour tout  $k \geq 0$  le mot  $uv^k w$  est accepté par  $A_1$ . **(2 points)**
- 3) Proposez un automate déterministe qui reconnaît le même langage que  $A_1$ . **(2 points)**

On considère maintenant l'automate (non déterministe)  $A_2$  suivant.

- 4) Proposez un automate sans  $\epsilon$ -transition qui reconnaît le même langage que  $A_2$ . **(2 points)**
- 5) Proposez une expression régulière qui décrit le langage reconnu par  $A_2$ . **(2 points)**

### Exercice 3 : Machines séquentielles

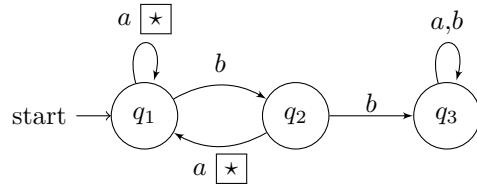
(3 points)

- 1) Donnez une machine séquentielle  $M_1$  qui compte le nombre de sous-chaines *baba* dans le mot reçu en entrée. L'alphabet d'entrée est  $\Sigma = \{a,b,c\}$  et l'alphabet de sortie est  $\Gamma = \{\star\}$ . Attention, plusieurs sous-chaines peuvent s'intersecter. Par exemple,  $f_1(bababa) = \star\star$  (où  $f_1$  est la fonction calculée par  $M_1$ ).

(1 point)

- 2) Décrivez (en français) la fonction calculée par la machine séquentielle ci-dessous.

(2 points)



### Exercice 4 : Grammaires non-contextuelles

(4 points)

Pour chacun des langages  $\mathcal{L}_1$ ,  $\mathcal{L}_2$  et  $\mathcal{L}_3$  ci-dessous, proposez une grammaire non-contextuelle qui le reconnaît.

- 1)  $\mathcal{L}_1$  est l'ensemble des mots de  $\{a,b\}^*$  qui commencent et terminent par la même lettre. (1 point)
- 2)  $\mathcal{L}_2$  est l'ensemble des mots de  $\{a,b\}^*$  se terminant par un nombre pair de  $a$ . Attention, un mot qui termine par  $b$  termine par un nombre pair (zéro) de  $a$ . (1 point)
- 3)  $\mathcal{L}_3$  est l'ensemble des palindromes de  $\{a,b\}^*$ . Rappel : un palindrome est un mot qui se lit de la même façon de droite à gauche et de gauche à droite (par exemple *baab* ou *ababa*). (2 points)