ATRIBUIÇÃO DE TAREFAS A AGENTES

TOMADA DE DECISÃO MULTICRITÉRIO

Integrantes:

Gabriel Rolla Ferreira
Lucas Frazão Moreira
Lucas Pimenta Braga
Mateus de Souza Gontijo

TEORIA DA DECISÃO

Professor:

Lucas S. Batista

INTRODUÇÃO

O Problema:
Atribuição de tarefas a agentes.

Instância de Trabalho:
5 agentes e 50 tarefas

Aplicações Práticas:
- Logística e distribuição de atividades.
- Escalonamento de processos em máquinas.
- Alocação de recursos computacionais.

Objetivos Conflitantes:

- f1: Minimizar o Custo Total da operação.
- f2: Minimizar o Desequilíbrio de Carga entre os agentes.

DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

CONJUNTOS:

Conjunto de Agentes A, com $m = 5$

Conjunto de Tarefas T, com $n = 50$

PARÂMETROS DE ENTRADA (DADOS):

cij: Custo para o agente i executar a tarefa j

aij: Recursos necessários para o agente i executar a tarefa j

bi: Capacidade total de recursos do agente i

MODELAGEM MATEMÁTICA

VARIÁVEL DE DECISÃO(BINÁRIA):

xij: 1 se a tarefa j é atribuída ao agente i, 0 c.c

RESTRIÇÕES:

Limite de Capacidade

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot x_{ij} \leq b_i, \quad \forall i \in \mathcal{A}$$

O total de recursos de um agente não pode ser excedido.

Atribuição Única

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = 1, \quad \forall j \in \mathcal{T}$$

Cada tarefa deve ser feita por exatamente um agente.

Domínio

$$x_{ij} \in \{0, 1\}$$

A variável de decisão é binária

MODELAGEM MATEMÁTICA

FUNÇÕES OBJETIVO

Minimizar Custo Total

Reduzir o custo global de execução de todas as tarefas.

$$f_1(x) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} \cdot x_{ij},$$

Minimizar Desequilíbrio de Carga

Reduzir a diferença entre o agente mais ocupado e o menos ocupado.

$$f_2(x) = \max_{i \in \mathcal{A}} \left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot x_{ij} \right) - \min_{i \in \mathcal{A}} \left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot x_{ij} \right)$$

ALGORITMO PROPOSTO

Foi implementada uma variação da **VNS** (**Variable Neighborhood Search**) em todas as etapas:

- Otimização mono-objetivo
- Escalarização multiobjetivo
- Tomada de decisão multicritério

ESTRUTURAS DE VIZINHANÇA:

- **Realocação (Shift):** Move uma tarefa de um agente para outro.
- **Troca simples (Swap):** Troca duas tarefas entre dois agentes.
- **Dupla troca (2-Swap):** Troca simultaneamente duas tarefas de agentes distintos.

HEURÍSTICA CONSTRUTIVA:

- Baseada no princípio **GRASP(Greedy Randomized Adaptive Search Procedure)**.

ESTRATÉGIA DE REFINAMENTO:

- Foi utilizada a busca local do tipo **Best Improvement**.

RESULTADOS MONO-OBJETIVO

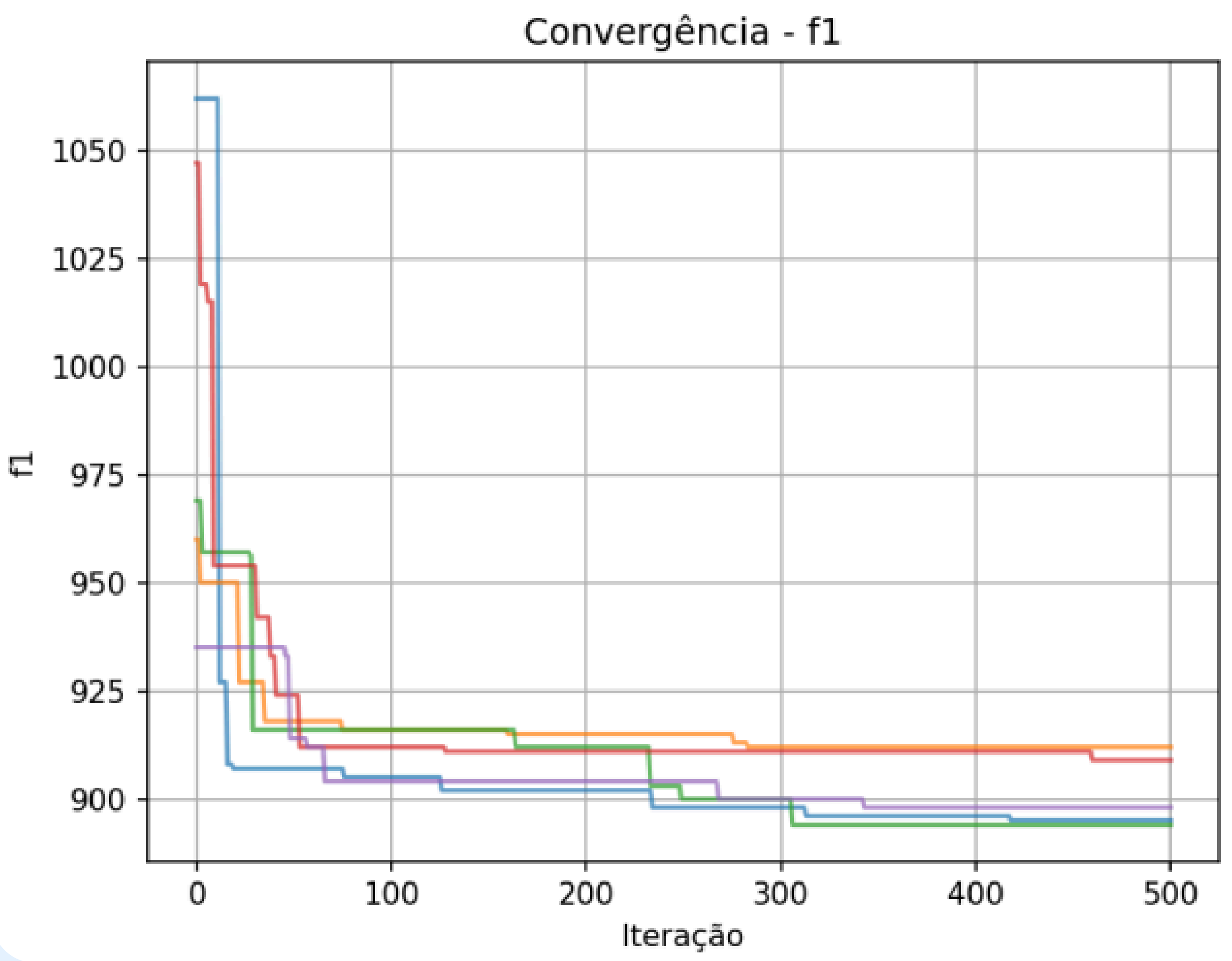
OTIMIZAÇÃO DO CUSTO(F1)

Resultados Numéricos

Execução	1	2	3	4	5
Valor	895	912	894	909	898

Mínimo: 894 Máximo: 912
Média: 901,6 Desvio padrão: 7,45

Curva de Convergência



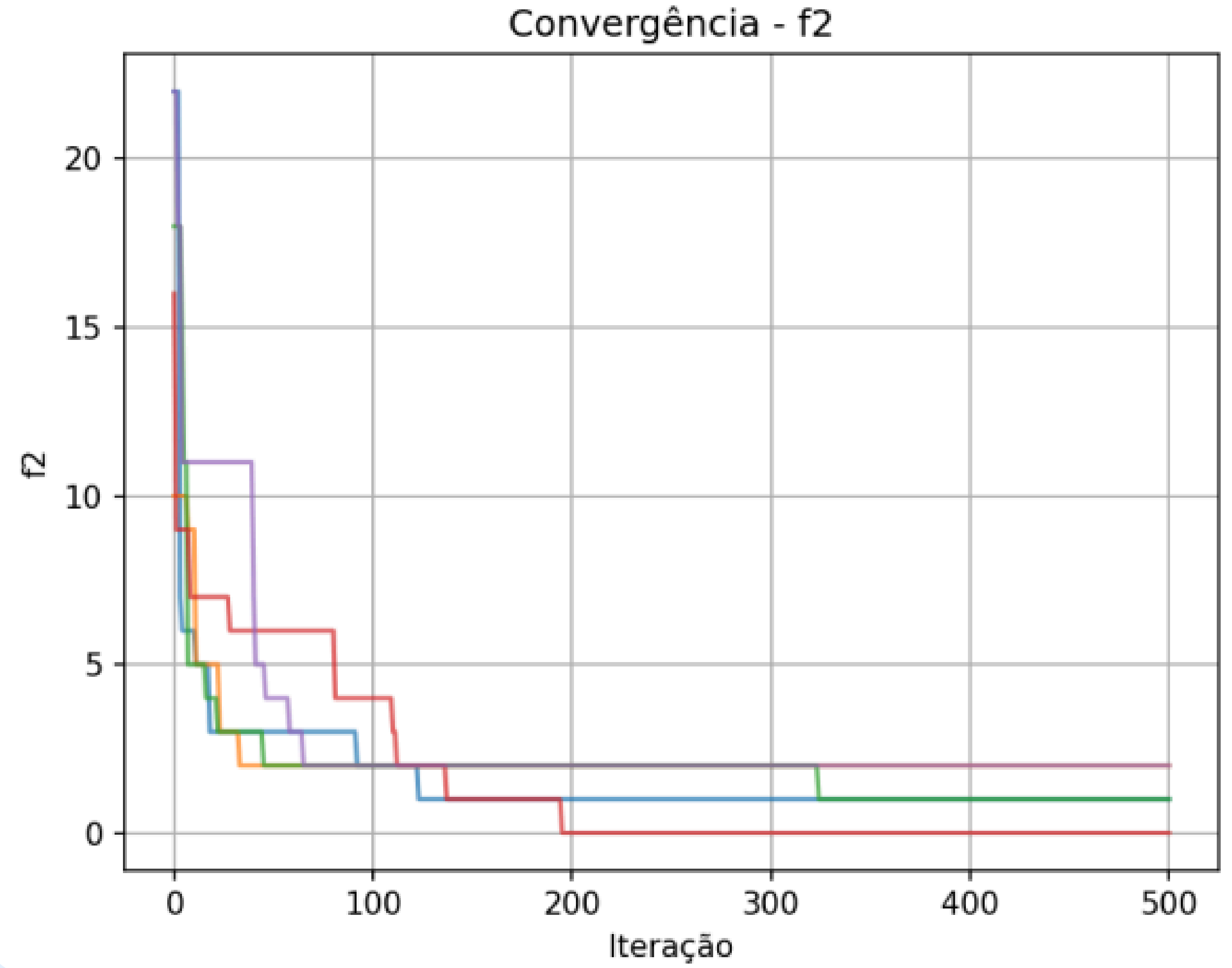
RESULTADOS MONO-OBJETIVO

OTIMIZAÇÃO DO EQUILIBRIO(F2)

Resultados Numéricos

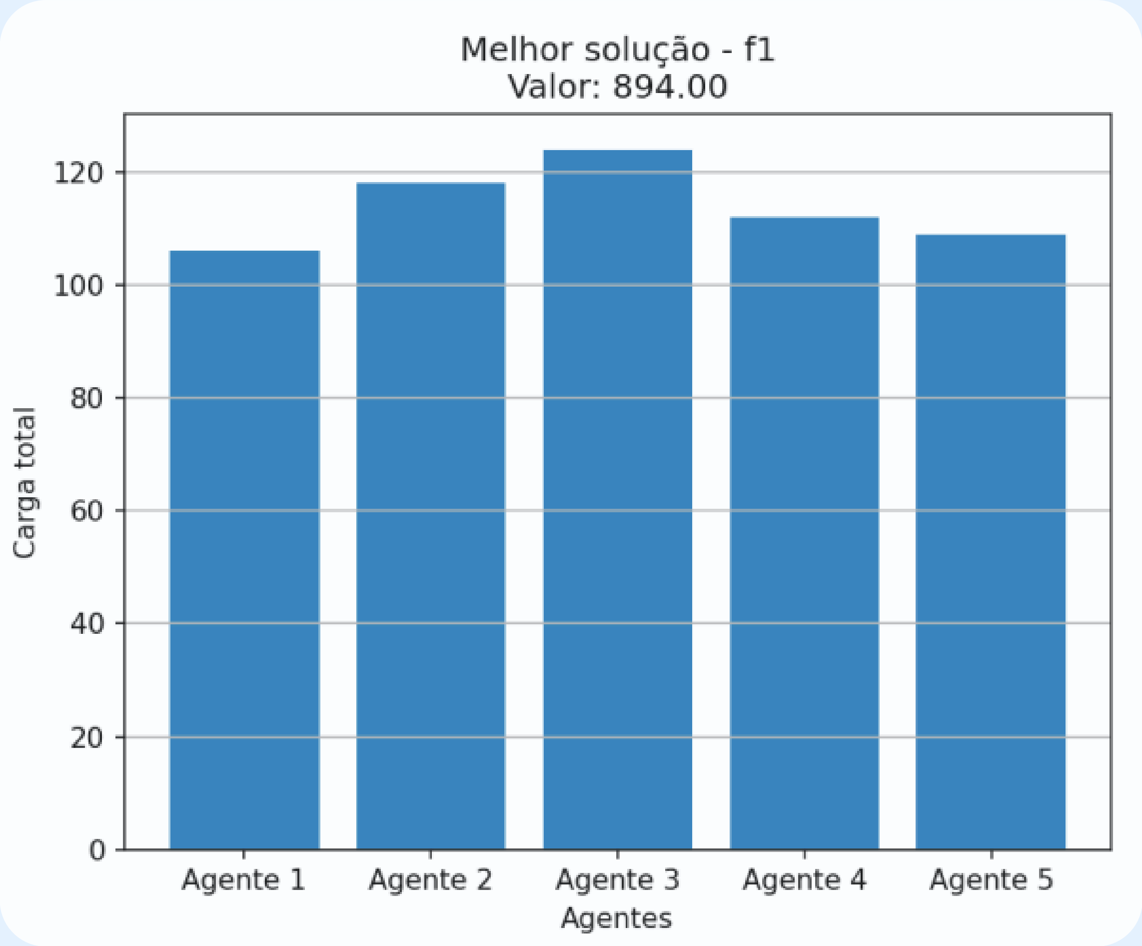
Execução	1	2	3	4	5
Valor	1	2	1	0	2
Mínimo: 0					Máximo: 2
Média: 1,2					Desvio padrão: 0,75

Curva de Convergência



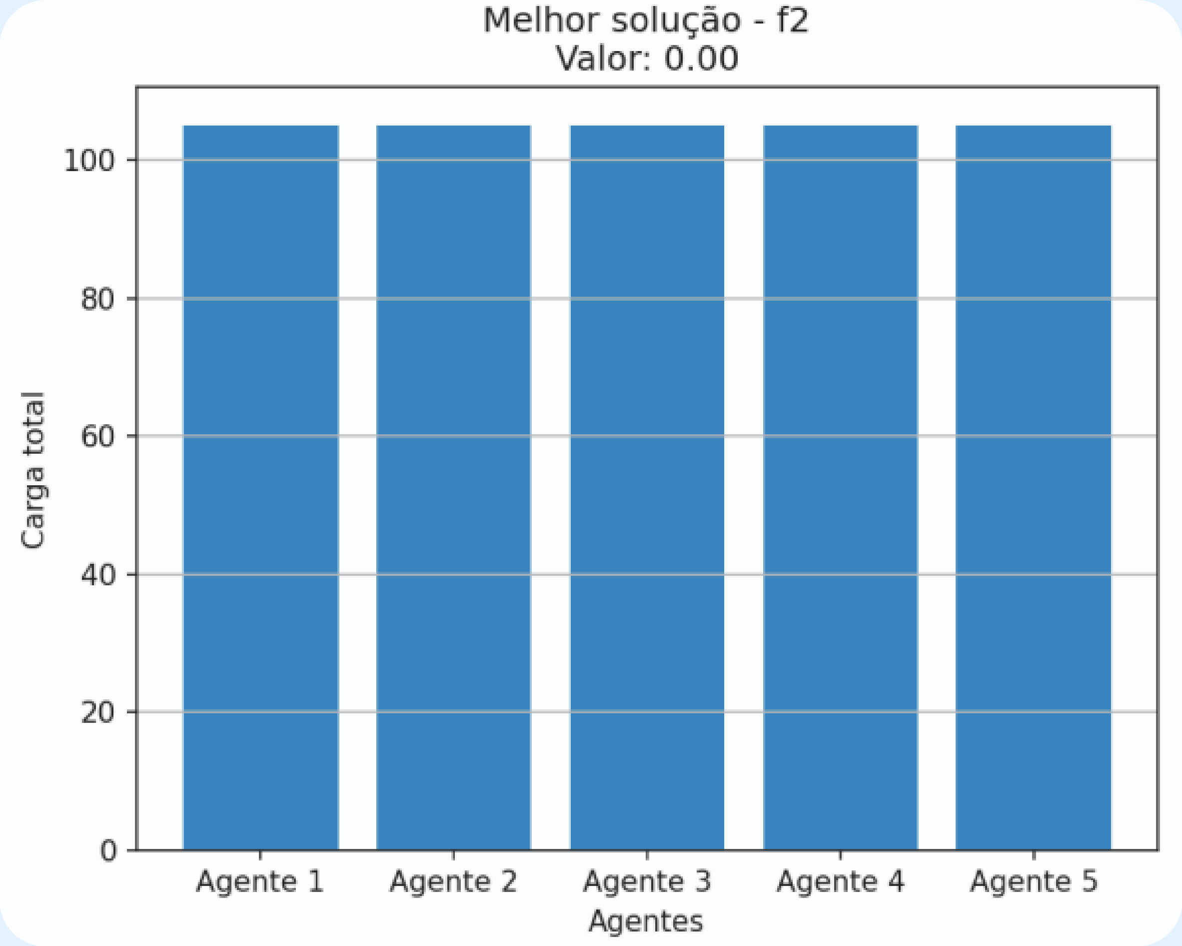
RESULTADOS MONO-OBJETIVO

MELHOR SOLUÇÃO PARA CUSTO (F1)



Custo baixo, mas a carga entre os agentes é visivelmente desbalanceada

MELHOR SOLUÇÃO PARA EQUILÍBRIO (F2)



Carga quase perfeitamente distribuída, mas ao custo de uma solução provavelmente mais cara.

OTIMIZAÇÃO MULTI-OBJETIVO

INTRODUÇÃO MULTI-OBJETIVO

O Problema:
Solução mono-objetivo de menor custo com um desequilíbrio significativo.

Desafio:
Encontrar o conjunto de soluções de compromisso entre esses dois extremos, conhecido como fronteira de Pareto.

Abordagens:
- Soma Ponderada (Pw);
- Método ϵ-Restrito (PE).

MODELAGEM MATEMÁTICA

Soma Ponderada (Pw)

$$\text{Minimizar} \quad f_{\text{Pw}}(x) = w_1 \cdot \hat{f}_1(x) + w_2 \cdot \hat{f}_2(x).$$

f1 e f2 são versões normalizadas para o intervalo[0, 1] das funções objetivo.

Método ϵ-Restrito (PE)

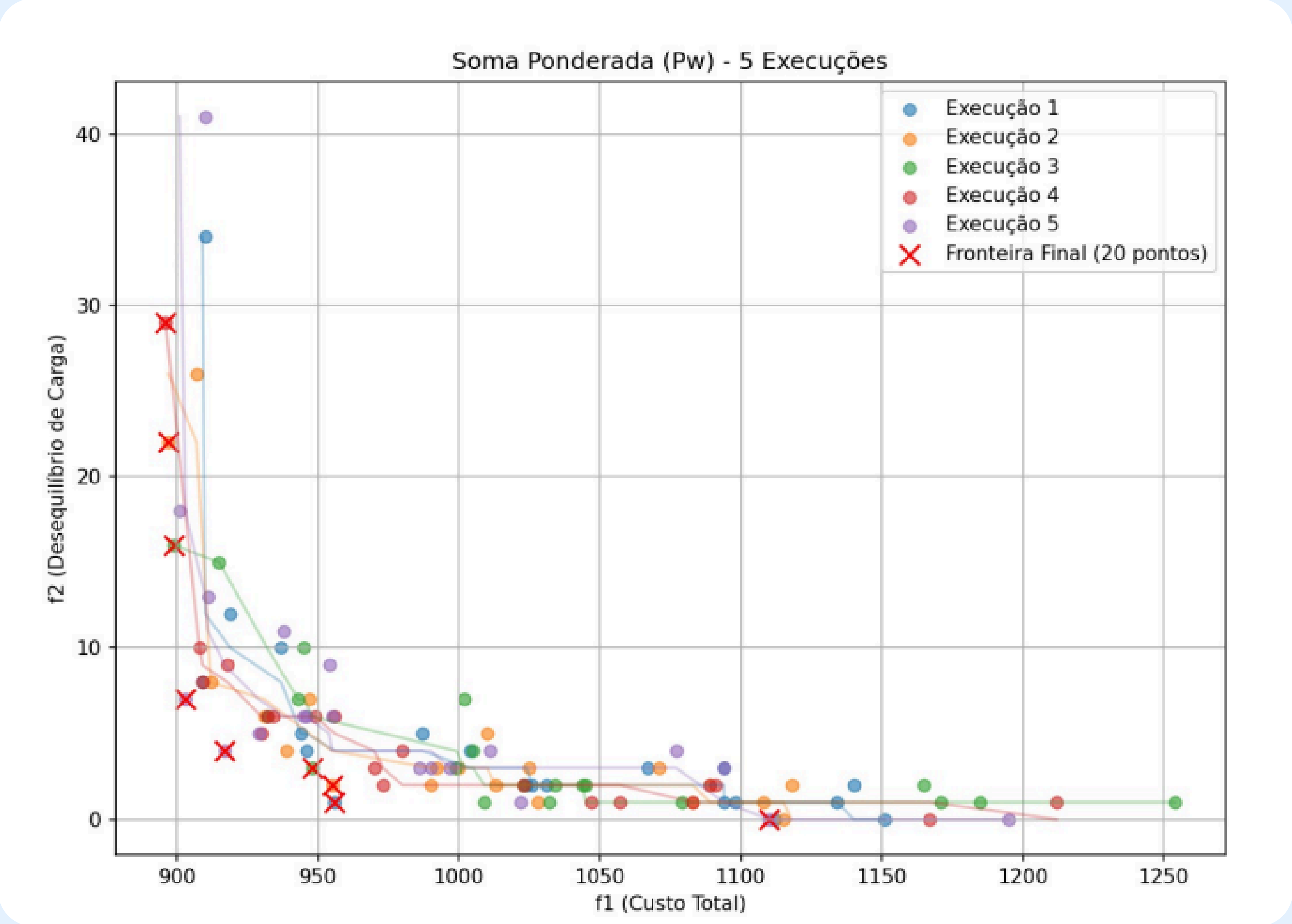
$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = 1, &\quad \forall j \in \mathcal{T} \quad \text{(atribuição única)} \\ \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot x_{ij} \leq b_i, &\quad \forall i \in \mathcal{A} \quad \text{(capacidade)} \\ x_{ij} \in \{0, 1\}, &\quad \forall i \in \mathcal{A}, \forall j \in \mathcal{T} \quad \text{(domínio)} \\ f_2(x) \leq \epsilon_2, &\quad \text{(restrição } \epsilon \text{ de desequilíbrio)} \end{aligned}$$

Escolhemos minimizar a função de custo f1(x)

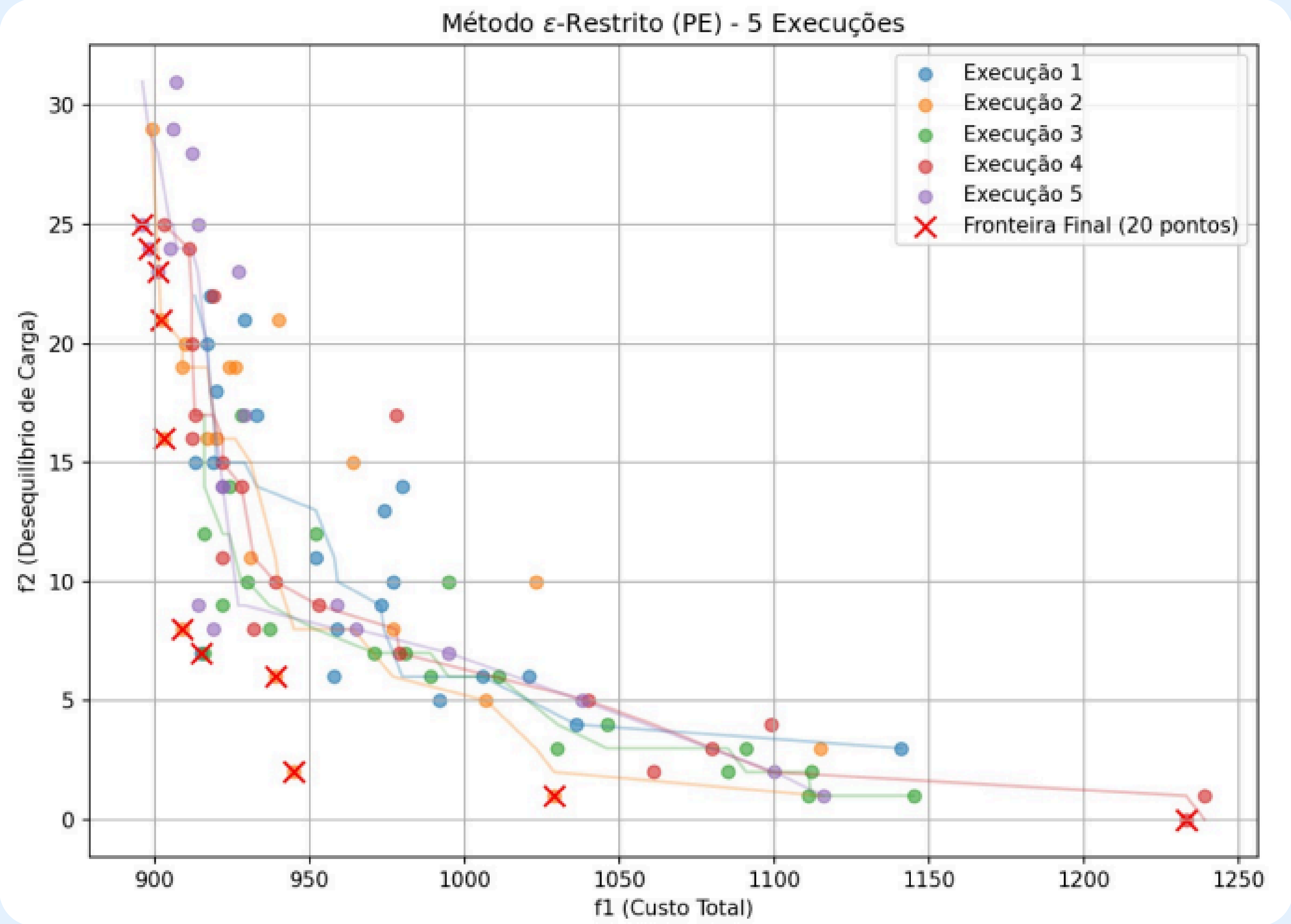
RESULTADOS MULTI-OBJETIVO

O algoritmo VNS foi utilizado e obtivemos os seguintes resultados:

Soma Ponderada (Pw)



Método ϵ-Restrito (PE)



RESULTADOS MULTI-OBJETIVO

- Ambos os métodos foram capazes de estimar a fronteira Pareto;
- O **Método ϵ-Restrito (PE)** gerou um conjunto de soluções mais rico e melhor distribuído;
- A **Fronteira Final** utilizada na próxima etapa foi feita a partir das soluções não dominadas com o **Método ϵ-Restrito.**

TOMADA DE DECISÃO MULTICRITÉRIO

MÉTODOS AUXILIARES

Agregação Clássica Ponderada

$$S_{\text{clássico}}(x) = \sum_{k=1}^{4} w_k \, \tilde{f}_k(x)$$

fk(x) representa a forma normalizada do critério k

TOPSIS

$$C^*(x) = \frac{D^-(x)}{D^+(x) + D^-(x)}$$

D+ e D− são as distâncias euclidianas aos vetores ideal e nadir, considerando o sentido custo/benefício de cada componente

CRITÉRIOS DE DECISÃO

Avaliados quatro atributos para cada uma das dez soluções:

- **f1:** custo total (critério de custo);
- **f2:** desequilíbrio de carga (critério de custo);
- **Folga mínima:** mini{bi −cargai } (critério de benefício);
- **Variação de custo:** média da variação absoluta do custo sob perturbações aleatórias de ±10% na matriz c (critério de custo).

Critério	Tipo	Peso
f_1 (custo total)	Custo	0,35
f_2 (desequilíbrio)	Custo	0,25
Folga mínima	Benefício	0,20
Variação de custo	Custo	0,20

COMPARATIVO DOS MÉTODOS

Ambos os métodos geraram rankings coerentes:

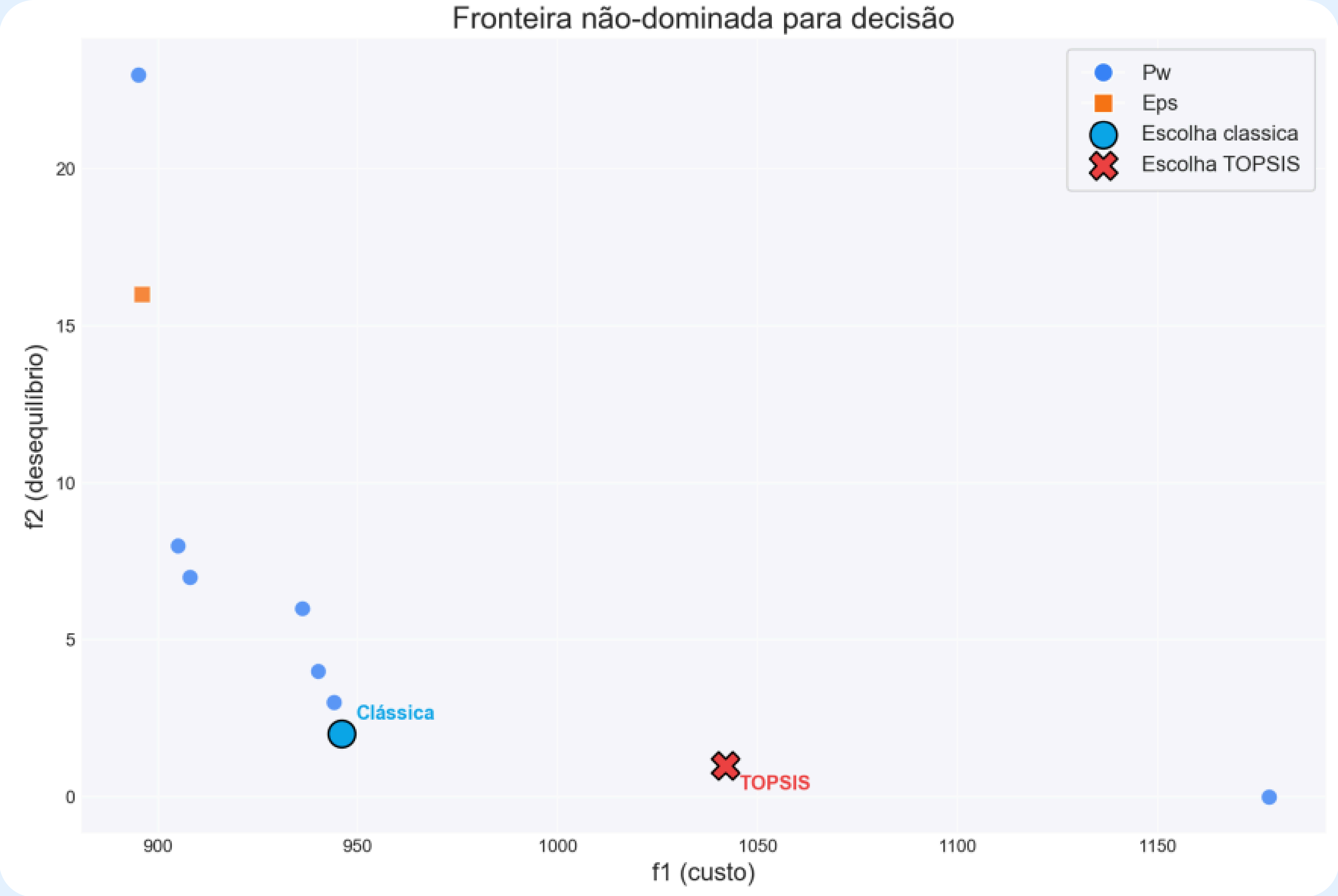
Solução	f_1	f_2	Folga mín.	Var. custo
Escolha clássica (Pw, $w_1 = 0{,}84$)	946,0	2,0	1,4	5,68
Escolha TOPSIS (Pw, $w_1 = 0{,}32$)	1042,0	1,0	2,4	9,13

Na prática, a **solução clássica** é mais indicada para decisores com forte aversão a custo, que ainda toleram leve desequilíbrio.

A **solução TOPSIS** é mais atraente para decisores sensíveis a desequilíbrios de carga.

RESULTADOS VISUAIS

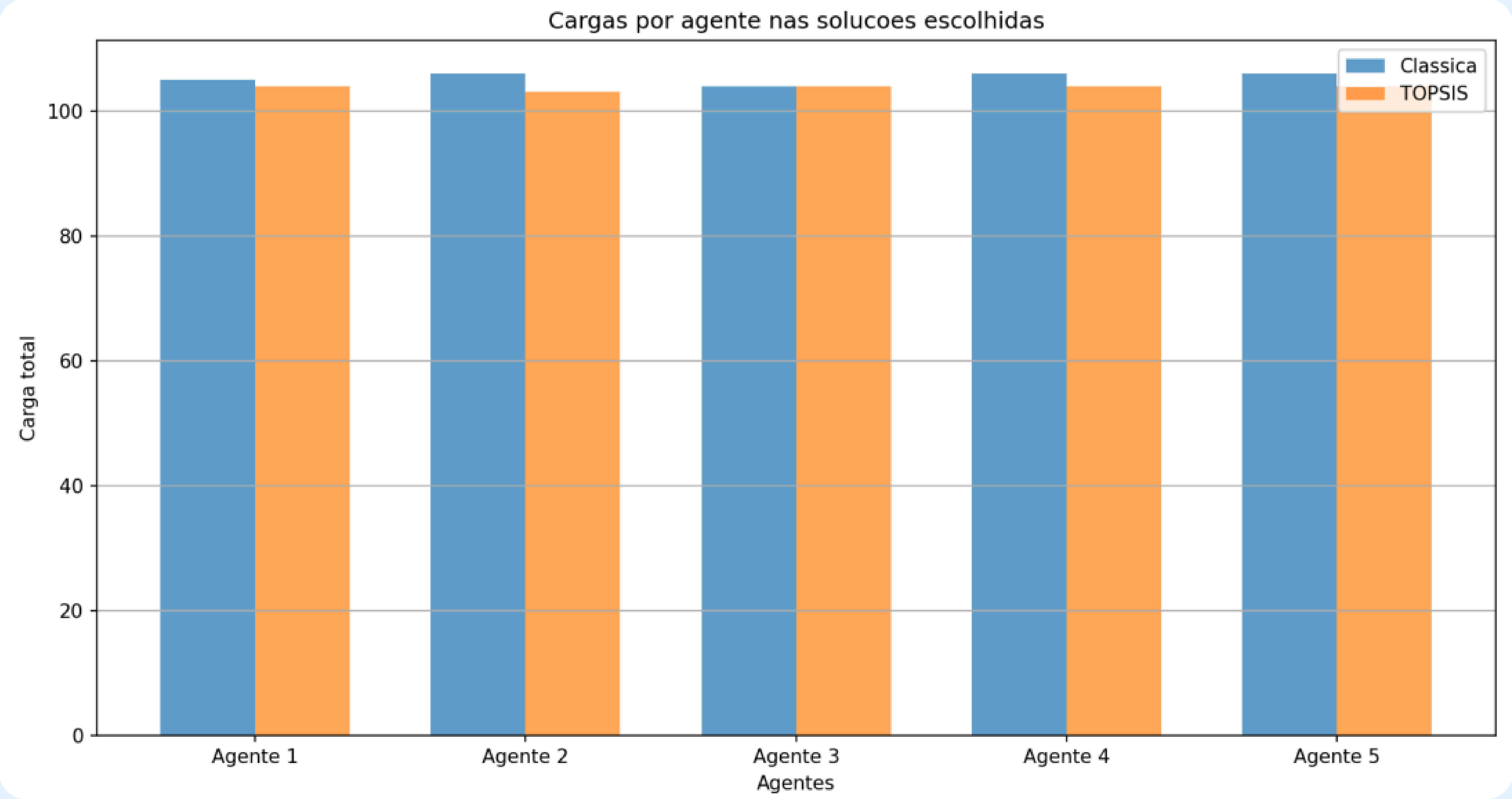
Fronteira não dominada X Soluções escolhidas



Pontuações obtidas por método

RESULTADOS VISUAIS

SOLUÇÕES FINAIS ESCOLHIDAS



CONCLUSÃO

- O VNS mostrou alta eficiência na solução do problema de atribuição multiobjetivo.
- O método ϵ-restrito gerou uma fronteira de Pareto mais uniforme e bem distribuída.
- A análise considerou custo, equilíbrio e robustez frente a incertezas.
- As soluções finais atendem diferentes perfis de decisão.
- A metodologia se mostrou robusta e aplicável a problemas reais.
- Mais do que encontrar soluções eficientes, este trabalho mostrou que boas decisões em sistemas complexos dependem de compreender e equilibrar conflitos, incertezas e prioridades.

REFERÊNCIAS

- Fundamentação Teórica
  - BATISTA, Lucas S. Introdução às Metaheurísticas. Teoria da Decisão. Engenharia de Sistemas. UFMG, Belo Horizonte. Notas de aula.
- Otimização Multiobjetivo
  - TAKAHASHI, Ricardo. Otimização Escalar e Vetorial. Conceitos Preliminares. Engenharia de Controle e Automação. UFMG, Belo Horizonte. Notas de aula.
- Base do Algoritmo (VNS)
  - HANSEN, Pierre; MLADENOVIĆ, Nenad. Variable neighborhood search: Principles and applications. European Journal of Operational Research, v. 130, n. 3, p. 449-467, 2001.
- Problema Correlato (GQAP)
  - MATEUS, G. R. et al. GRASP with path-relinking for the generalized quadratic assignment problem. Journal of Heuristics, v. 17, p. 527-565, 2011.

DÚVIDAS?