

Azar e información

¿Qué es el azar? ¿Cómo lo medimos?

Lucas Puterman

31 de octubre de 2017

"Soy de un país vertiginoso donde la lotería es parte principal de la realidad: hasta el día de hoy, he pensado tan poco en ella como en la conducta de los dioses indescifrables o de mi corazón."

Jorge Luis Borges, *La lotería en Babilonia*

Historia del Azar

¿Qué es el azar?

- La pregunta surge junto con el debate filosófico de determinismo vs. libre albedrío

Historia del Azar

¿Qué es el azar?

- La pregunta surge junto con el debate filosófico de determinismo vs. libre albedrío
- Los griegos se encontraron con la probabilidad, pero no se animaron por miedo a los dioses

Historia del Azar

¿Qué es el azar?

- La pregunta surge junto con el debate filosófico de determinismo vs. libre albedrío
- Los griegos se encontraron con la probabilidad, pero no se animaron por miedo a los dioses
- Los romanos, fanáticos de los dados, se enfrentaron por primera vez al azar

Historia del Azar

¿Qué es el azar?

- La pregunta surge junto con el debate filosófico de determinismo vs. libre albedrío
- Los griegos se encontraron con la probabilidad, pero no se animaron por miedo a los dioses
- Los romanos, fanáticos de los dados, se enfrentaron por primera vez al azar
- Más adelante se desarrolla el campo de la probabilidad, mientras tanto en la filosofía Leibniz trató el tema

¿Qué es el azar?

- La pregunta surge junto con el debate filosófico de determinismo vs. libre albedrío
- Los griegos se encontraron con la probabilidad, pero no se animaron por miedo a los dioses
- Los romanos, fanáticos de los dados, se enfrentaron por primera vez al azar
- Más adelante se desarrolla el campo de la probabilidad, mientras tanto en la filosofía Leibniz trató el tema
- El estudio del azar propiamente dicho comienza con Emile Borel a principios del siglo 20

Random?



Juego

- Anoten en una hoja un número al azar del 1 al 10

Juego

- Anoten en una hoja un número al azar del 1 al 10
- Contemos cuantas veces apareció cada uno.

Juego

- Anoten en una hoja un número al azar del 1 al 10
- Contemos cuantas veces apareció cada uno.
- ¿Fueron entonces elegidos al azar?

Juego 2

Pensemos ahora en el azar más simple que conocemos

Juego 2

Pensemos ahora en el azar más simple que conocemos



¿Cómo podemos darnos cuenta si una secuencia infinita de tiradas de monedas es aleatoria? Hagamos de cuenta que cara = 1 y ceca = 0:

Juego 2

Pensemos ahora en el azar más simple que conocemos



¿Cómo podemos darnos cuenta si una secuencia infinita de tiradas de monedas es aleatoria? Hagamos de cuenta que cara = 1 y ceca = 0:

- 11...

Juego 2

Pensemos ahora en el azar más simple que conocemos



¿Cómo podemos darnos cuenta si una secuencia infinita de tiradas de monedas es aleatoria? Hagamos de cuenta que cara = 1 y ceca = 0:

- 111...
- 01001000100001000001000000100000001000000001...

Juego 2

Pensemos ahora en el azar más simple que conocemos



¿Cómo podemos darnos cuenta si una secuencia infinita de tiradas de monedas es aleatoria? Hagamos de cuenta que cara = 1 y ceca = 0:

- 111...
- 01001000100001000001000000100000001000000001...
- 100101010110001101110100010010101111001001..

Juego 2

Pensemos ahora en el azar más simple que conocemos



¿Cómo podemos darnos cuenta si una secuencia infinita de tiradas de monedas es aleatoria? Hagamos de cuenta que cara = 1 y ceca = 0:

- 111...
- 01001000100001000001000000100000001000000001...
- 100101010110001101110100010010101111001001..
- ¿Podrían generar una ustedes?

Tiene que haber la misma cantidad de caras que de cecas, así como la misma cantidad de combinaciones de tiradas. En caso contrario, podríamos adivinar que va a venir una cantidad infinita de veces!

Definamos Azar

Azar es imposibilidad de adivinar, de predecir, de comprimir... ¿Por quién?

- Por un humano?

Definamos Azar

Azar es imposibilidad de adivinar, de predecir, de comprimir... ¿Por quién?

- Por un humano? No podemos formalizar, dejemoselo a la filosofía

Definamos Azar

Azar es imposibilidad de adivinar, de predecir, de comprimir... ¿Por quién?

- Por un humano? No podemos formalizar, dejemoselo a la filosofía
- Por una ~~maquina~~ de Turing computadora

Definamos Azar

Azar es imposibilidad de adivinar, de predecir, de comprimir... ¿Por quién?

- Por un humano? No podemos formalizar, dejemoselo a la filosofía
- Por una ~~maquina~~ de Turing computadora Si! De aquí se formaliza la noción más pura de azar

Definamos Azar

Azar es imposibilidad de adivinar, de predecir, de comprimir... ¿Por quién?

- Por un humano? No podemos formalizar, dejemoselo a la filosofía
- Por una ~~maquina~~ de Turing computadora Si! De aquí se formaliza la noción más pura de azar
- Por ~~automata~~ finito algo más simple, sin memoria

Definamos Azar

Azar es imposibilidad de adivinar, de predecir, de comprimir... ¿Por quién?

- Por un humano? No podemos formalizar, dejemoselo a la filosofía
- Por una ~~maquina de Turing~~ computadora Si! De aquí se formaliza la noción más pura de azar
- Por ~~automata finito~~ algo más simple, sin memoria Si! Aquí podemos formalizar la noción de normalidad

Normalidad

Borel define tres formas de normalidad en 1909

- Un real x es **simplemente normal** en una base si todos sus símbolos aparecen con la misma frecuencia

Normalidad

Borel define tres formas de normalidad en 1909

- Un real x es **simplemente normal** en una base si todos sus símbolos aparecen con la misma frecuencia
- Un real x es **normal** en una base si para cada entero positivo k , cada bloque de k dígitos aparece con la misma frecuencia

Normalidad

Borel define tres formas de normalidad en 1909

- Un real x es **simplemente normal** en una base si todos sus símbolos aparecen con la misma frecuencia
- Un real x es **normal** en una base si para cada entero positivo k , cada bloque de k dígitos aparece con la misma frecuencia
- Un real x es **absolutamente normal** si es normal en todas las bases.

Normalidad

Borel define tres formas de normalidad

- Un real x es **sencillamente normal** si se escribe en base 2 y todos sus símbolos aparecen con la misma frecuencia.
- Un real x es **normal** en una base dada si para cada entero positivo k , cada bloque de k dígitos aparece con la misma frecuencia.
- Un real x es **absolutamente normal** si es normal en todas las bases.

Ejemplos

- 0.01 002 0003 00004 000005 0000006 00000007 000000008
... No es simplemente normal en base 10

Ejemplos

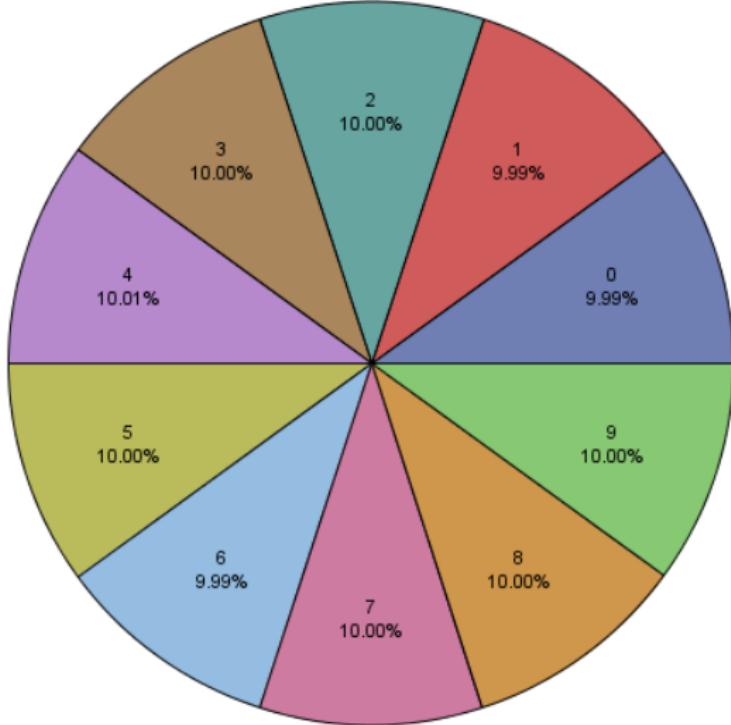
- 0.01 002 0003 00004 000005 0000006 00000007 000000008
... No es simplemente normal en base 10
- 0.0123456789 0123456789 0123456789 0123456789
0123456789... Es en base 10, pero no en base 100

Ejemplos

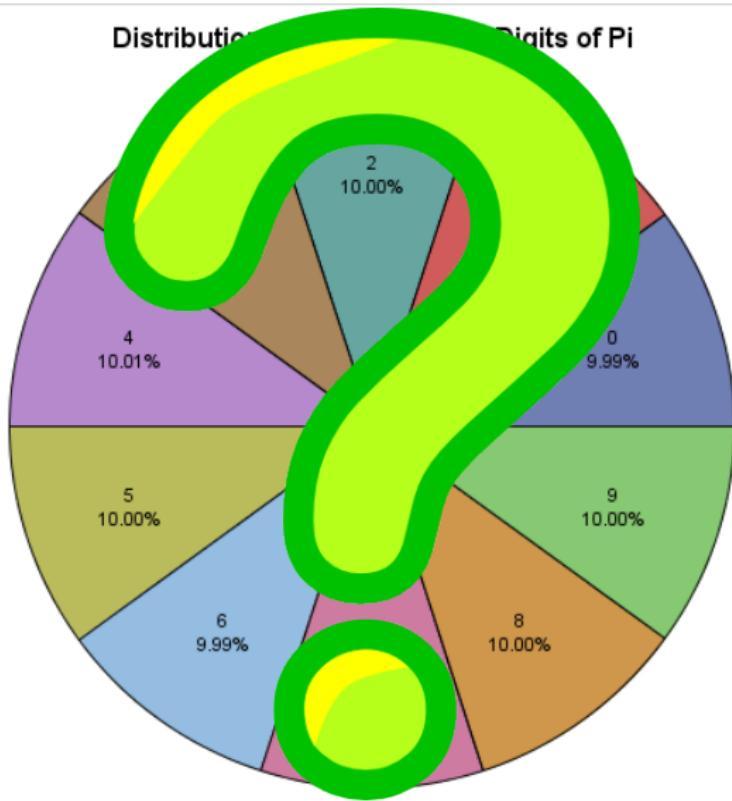
- 0.01 002 0003 00004 000005 0000006 00000007 000000008
... No es simplemente normal en base 10
- 0.0123456789 0123456789 0123456789 0123456789
0123456789... Es en base 10, pero no en base 100
- Ningún número racional es normal en ninguna base

¿π es normal?

Distribution of First 10 Million Digits of Pi



π es normal?



π es normal?

Y si π fuera normal? Que implicancias tiene?

π es normal?

Y si π fuera normal? Que implicancias tiene?

¿Podrán encontrar su dni adentro de π ?

¿Podrán encontrar Hamlet andentro de π ?

¿Podrán encontrar Hamlet pero donde el protagonista es Peluffo andentro de π ?

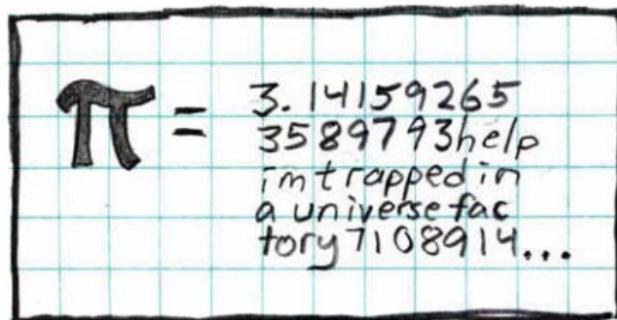
π es normal?

Y si π fuera normal? Que implicancias tiene?

¿Podrán encontrar su dni adentro de π ?

¿Podrán encontrar Hamlet andentro de π ?

¿Podrán encontrar Hamlet pero donde el protagonista es Peluffo andentro de π ?



La biblioteca de babel, es normal?

El universo (que otros llaman la Biblioteca) se compone de un número indefinido, y tal vez infinito, de galerías hexagonales, con vastos pozos de ventilación en el medio, cercados por barandas bajísimas. Desde cualquier hexágono se ven los pisos inferiores y superiores: interminablemente [...] A cada uno de los muros de cada hexágono corresponden cinco anaqueles; cada anaquel encierra treinta y dos libros de formato uniforme; cada libro es de cuatrocientas diez páginas; cada página, de cuarenta renglones; cada renglón, de unas ochenta letras de color negro."

La biblioteca de babel, es normal?

"Todos los libros, por diversos que sean, constan de elementos iguales: el espacio, el punto, la coma, las veintidós letras del alfabeto. También alegó un hecho que todos los viajeros han confirmado: No hay en la vasta Biblioteca, dos libros idénticos. De esas premisas incontrovertibles dedujo que la Biblioteca es total y que sus anaqueles registran todas las posibles combinaciones de los veintitantes símbolos ortográficos (número, aunque vastísimo, no infinito) o sea todo lo que es dable expresar: en todos los idiomas. Todo: la historia minuciosa del porvenir, las autobiografías de los arcángeles, el catálogo fiel de la Biblioteca, miles y miles de catálogos falsos, la demostración de la falacia de esos catálogos, la demotración de la falacia del catálogo verdadero."

Jorge Luis Borges, *La biblioteca de Babel*

La biblioteca de babel, es normal?

"Todos los libros, por diversos que sean, constan de elementos iguales: el espacio, el punto, la coma, las veintidós letras del alfabeto. También alegó un hecho que todos los viajeros han confirmado: **No hay en la vasta Biblioteca, dos libros idénticos.** De esas premisas incontrovertibles dedujo que la Biblioteca es total y que sus anaqueles registran todas las posibles combinaciones de los veintitantes símbolos ortográficos (**número, aunque vastísimo, no infinito**) o sea todo lo que es dable expresar: en todos los idiomas. Todo: la historia minuciosa del porvenir, las autobiografías de los arcángeles, el catálogo fiel de la Biblioteca, miles y miles de catálogos falsos, la demostración de la falacia de esos catálogos, la demotración de la falacia del catálogo verdadero."

Jorge Luis Borges, *La biblioteca de Babel*