

MAC0209 — Segundo EP - 2021

Roberto Marcondes Cesar Jr. - Roberto Hirata Jr. - Artur André A. M. Oliveira

28 de junho de 2021

1 Introdução

A disciplina de Modelagem e Simulação do curso de Bacharelado em Ciência da Computação tem como objetivo principal que o aluno se familiarize com a modelagem de sistemas físicos reais e seja capaz de simulá-los através da implementação de algoritmos.

A disciplina tem uma parte teórica e uma prática e é essa que nos interessa neste documento. A prática é cobrada a partir de exercícios programa (*EPs*) que são feitos pelo aluno **individualmente** no seu computador pessoal, ou em algum computador a que tenha acesso. A especificação do exercício será sempre divulgada no *edisciplinas*, assim como a data de entrega e o “link” para a entrega.

Para esta disciplina, para efeitos de avaliação, serão considerados:

- Realização dos experimentos reais.
- Modelagem matemática do sistema físico do experimento e simulação do experimento usando algoritmos baseados no modelo matemático.
- Rigor científico na realização do experimento real, simulado e documentação dos resultados.
- Funcionamento do código. Este item é de fundamental importância para um exercício programa ser considerado entregue. Por funcionamento, entenda-se: o código apresentado implementa o que foi especificado no enunciado?
- Organização e clareza do código. O código é fácil de ler e entender?
- Documentação do código. As passagens mais difíceis do algoritmo tem frases que ajudem o seu entendimento? As variáveis e constantes estão associadas a frases que dizem para que elas servem?

2 O segundo exercício programa (EP)

O segundo EP deste semestre será usar as imagens dos experimentos realizado no Laboratório Virtual de Mecânica (<http://www.fep.if.usp.br/~fisfoto/index.php>), fazer medidas, relatar e simular pelo menos três dos experimentos. Escolha obrigatoriamente, dois dos abaixo:

- Queda livre.
- Descida na rampa.
- Pêndulo.
- Movimento circular.

2.1 Modelagem

A modelagem dos sistemas acima não é difícil e foi abordada em sala de aula. Nesta seção faremos uma breve recapitulação.

2.1.1 Bloco em rampa

O sistema é o clássico bloco de massa m sobre uma rampa inclinada (veja a figura 1). Sobre ele atua a força da gravidade e o atrito. Assumindo que a inclinação da rampa é de θ graus e o coeficiente de atrito seja μ , a equação que descreve o movimento do bloco na direção x é dada por:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = v \frac{dv}{dt} = g \sin \theta \quad (1)$$

Já a força resultante no bloco considerando o atrito é:

$$F_r = mg \sin \theta - \mu mg \cos \theta \quad (2)$$

Note que se a inclinação do plano não for suficiente μ corresponde ao coeficiente de atrito estático e o corpo permanecerá em repouso, quando o plano atinge uma inclinação suficiente é que ele começa a se mover e o coeficiente de atrito é dinâmico e é inferior ao estático.

Se escolher este movimento, inclua um termo de amortecimento para considerar o atrito (ver especificações abaixo, isso deve ser considerado em todos os movimentos).

Site de referência:

<http://www.fep.if.usp.br/~fisfoto/translacao/atrito/index.php>

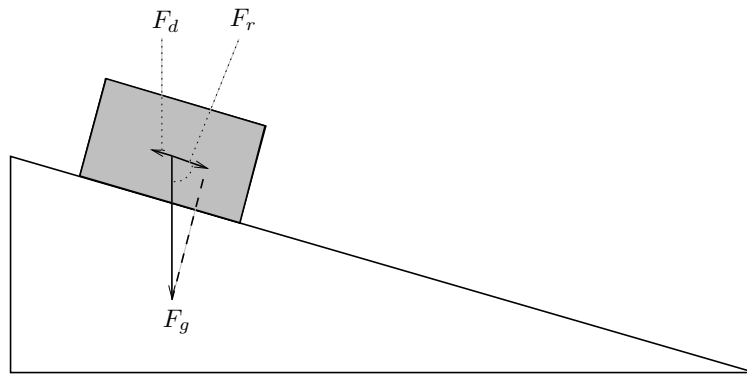


Figura 1: Rampa

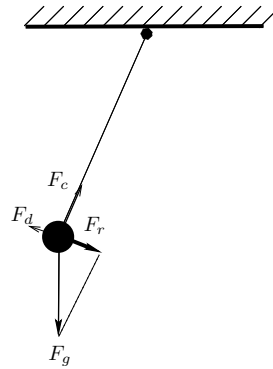


Figura 2: Pêndulo

2.1.2 Pêndulo

Neste sistema temos um bloco de massa m pendurado numa linha de massa nula e comprimento L (veja a figura 2). Sobre ele atua a força da gravidade e o amortecimento por causa do atrito com o ar.

Site de referência:

<http://www.fep.if.usp.br/~fisfoto/rotacao/penduloSimples/index.php>

2.1.3 Queda livre

O sistema agora é o de um bloco de massa m saindo da posição de repouso e caindo (veja a figura 3¹). Sobre a massa atua a força da gravidade e o amortecimento por causa do atrito com

¹A imagem do corpo em queda livre foi obtida no site <http://www.fep.if.usp.br/~fisfoto/translacao/quedaLivre/situacoes/quedaLivreB1.php> - As marcações em vermelho foram adicionadas sobre a imagem original.

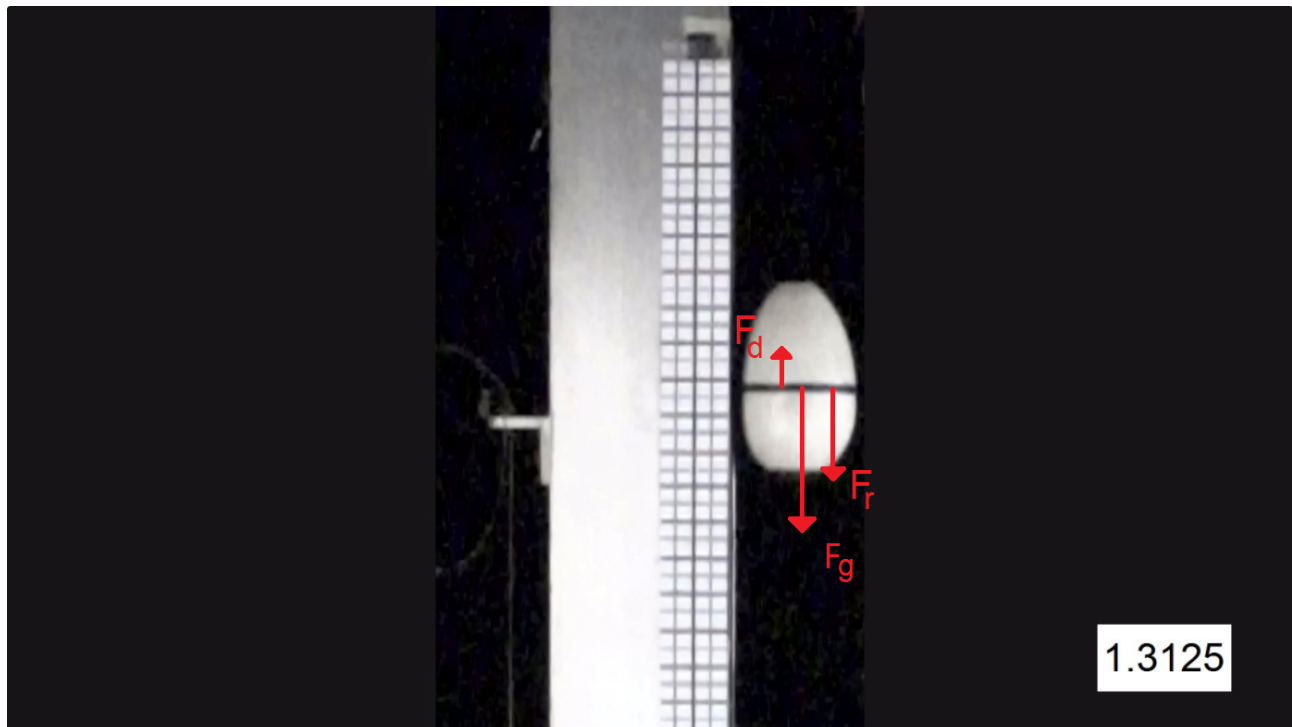


Figura 3: Corpo em queda livre

o ar.

Site de referência:

<http://www.fep.if.usp.br/~fisfoto/translacao/quedaLivre/index.php>

2.1.4 Movimento circular

O último sistema é o do bloco de massa m girando em movimento circular no plano vertical (veja a figura 4) .

Site de referência:

<http://www.fep.if.usp.br/~fisfoto/rotacao/loop/index.php>

2.2 Experimentos

Os dados para realizar os experimento devem ser coletados via observação dos vídeos nos sites de referência em cada movimento. Em cada um dos sites de referência existe uma aba chamada **Filmes e Quadros** que contém detalhes dos vários vídeos feitos para um mesmo experimento. Esses vídeos foram feitos com uma câmera especial a 960 quadros por segundo. Ao clicar nesta aba duas novas sub-abas aparecem **Vídeos** e **Quadros**, na primeira é mostrado um vídeo ampliado do experimento, na segunda é possível visualizar alguns quadros das diversas

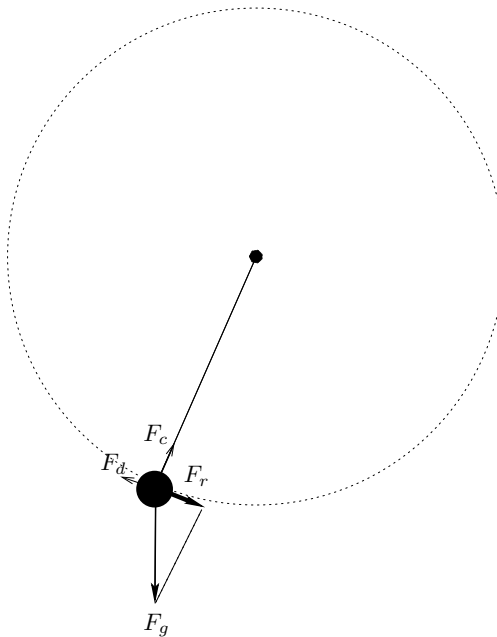


Figura 4: Movimento circular

filmagens separadamente.

Para cada um dos experimentos, você deve:

- Pegar os dados da sub-aba **"Quadros"** de pelo menos 5 filmagens. Mostre o gráfico dos dados para as 5 filmagens, de maneira a ilustrar a variação dos dados. Mostre a velocidade média das 5 filmagens sobrepostas, isso é, para cada filmagem calcule a velocidade média, e ao ter calculado a velocidade média para 5 filmagens tome a média destas médias e compare os seis valores. Note que as filmagens devem ser de um mesmo experimento, por exemplo, no caso do plano inclinado temos filmagens entre um corpo de Aço sobre uma superfície de madeira e também de Aço sobre Vidro, cada um deles é um experimento diferente e portanto a velocidade média das filmagens de Aço e Madeira não devem ser misturadas com as de Aço e Vidro. Se eventualmente um experimento não possuir 5 filmagens tome as médias com as filmagens disponíveis e escreva no relatório que o motivo para ter tomado menos de 5 médias é que não haviam 5 filmagens para aquele experimento.
- Quando possível, faça a modelagem com e sem amortecimento (atrito, resistência do ar etc). Use o amortecimento proporcional à velocidade, como explicado no livro.
- Em particular, seu experimento deve conter dados amostrais sobre a posição $x_e(t)$ ou $\theta_e(t)$, velocidade $v_e(t)$ e aceleração $a_e(t)$ obtidos via observação, para alguns instantes de tempo $t = t_0, t_1, \dots, t_{n-1}$.

ATRITO: QUADROS DA SITUAÇÃO AM1

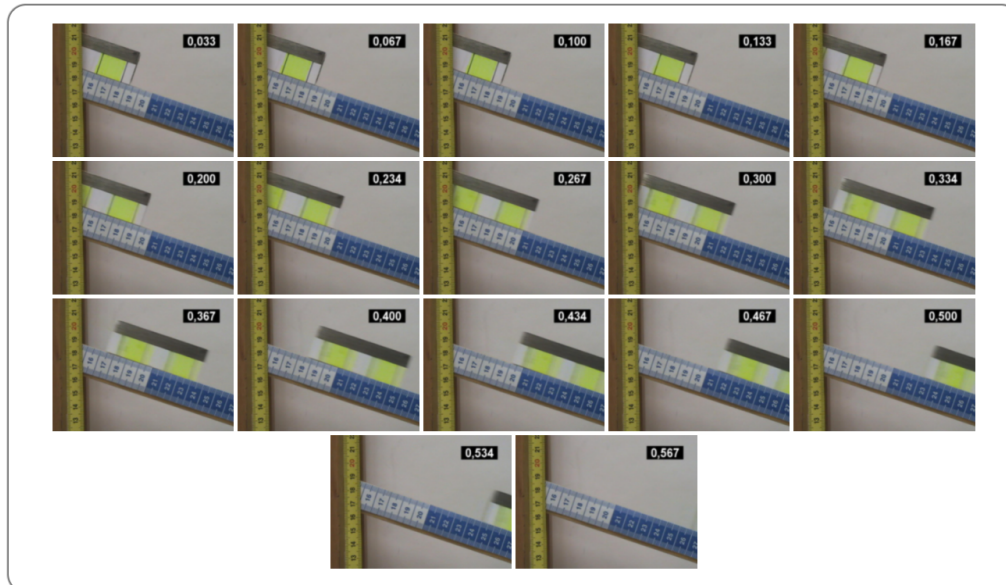


Figura 5: Quadros do vídeo AM1 de deslizamento com atrito de um bloco de aço numa rampa de madeira.

- Simular o movimento usando os modelos acima para obter os dados simulados $x_s(t)$ ou $\theta_s(t)$, velocidade $v_s(t)$ e aceleração $a_s(t)$. Mostre outros gráficos para ajudar na interpretação, como o gráfico das posições e dos dados do acelerômetro e de outras observações que porventura tiver feito.
- Use a notação descrita neste enunciado no seu relatório (i.e., $x_e(t)$, $\theta_e(t)$, $v_e(t)$, $a_e(t)$, $x_s(t)$, $\theta_s(t)$, $v_s(t)$, $a_s(t)$ etc).
- Tente fazer uma simulação com animação dos experimentos usando visualização gráfica. Use os parâmetros obtidos experimentalmente (pode escolher alguns casos, para ilustrar a simulação).

2.3 Exemplo

Para ilustrar um exemplo de experimento vamos considerar a sequência de quadros **AM1 (bloco de Aço, superfície de Madeira)**² do experimento de atrito (i.e. Rampa inclinada).

²A figura com os quadros da sequência AM1 foi obtida no site: <http://www.fep.if.usp.br/~fisfoto/translacao/atrito/situacoes/atritoAM1.php>

t_0	0.033s
t_1	0.067s
t_2	0.100s
t_3	0.133s
t_3	0.167s
...	...
t_{13}	0.467s
t_{14}	0.500s
t_{15}	0.534s

Tabela 1: Instantes de tempo

$x_e(t_0)$	18.2cm
$x_e(t_1)$	18.2cm
$x_e(t_2)$	18.2cm
$x_e(t_3)$	18.3cm
$x_e(t_4)$	18.6cm
...	...
$x_e(t_{13})$	29.3cm
$x_e(t_{14})$	29.9cm
$x_e(t_{15})$	31.6cm

Tabela 2: Posições observadas

2.3.1 Coleta dos dados

Primeiro note que temos 17 quadros indicando a posição do bloco em 17 instantes de tempo. Sendo assim temos os instantes de tempo $t_0 = 0.033s$, $t_1 = 0.067s$, ..., $t_{16} = 0.567s$. Para tomarmos as posições será preciso adotar alguma referência (como o lado direito do bloco, ou o lado esquerdo dependendo do quadro). Além disso, também existe um certo grau de subjetividade para se escolher com precisão milimétrica a posição do bloco. Usando o lado direito do bloco como referência temos as posições $x_0 = 18.2cm$, $x_1 = 18.2cm$, ..., $x_4 = 18.6cm$, ..., $x_{11} = 25.7cm$, note que a partir daqui o lado direito do bloco não é mais visível, portanto vamos deduzir a sua posição com base no tamanho do bloco (i.e. $7.6cm$ de acordo com os dados na aba **Filmes e Quadros**) e a posição de seu lado esquerdo que é visível até o penúltimo quadro, sendo assim temos as posições $x_{12} = 19cm + 7.6cm = 26.6cm$, ..., $x_{15} = 24cm + 7.6cm = 31.6cm$. Como o bloco não é visível no último quadro, vamos descartá-lo. Nas tabelas 1 e 2 os instantes de tempo e posições observadas na sequência de quadros **AM1** são apresentados.

Para deduzirmos a velocidade do bloco em cada instante de tempo podemos usar a simples relação $v_e(t_i) = \frac{x_e(t_{i+1}) - x_e(t_i)}{t_{i+1} - t_i}$ onde $i \in \{0, \dots, 14\}$. Note que aqui foi usada a diferença entre o ponto $i + 1$ e o ponto anterior i . A aceleração poderia ser calculada de maneira similar.

Na Figura 6 podemos ver que a posição do bloco ao longo do tempo segue um modelo similar ao de um corpo em queda livre, isso é, um movimento uniformemente acelerado. Como não podemos observar a posição do bloco no último instante de tempo, portanto foi escolhido remover este ponto do gráfico.

2.3.2 Simulação

Observando o gráfico da posição do bloco ao longo do tempo na Figura 6 podemos tentar modelar esse movimento com o modelo da rampa inclinada ignorando o atrito:

$$\frac{d^2}{dt^2}x_s(t) = \frac{dv}{dt}v_s(t) = a_s(t) = g \sin \theta$$

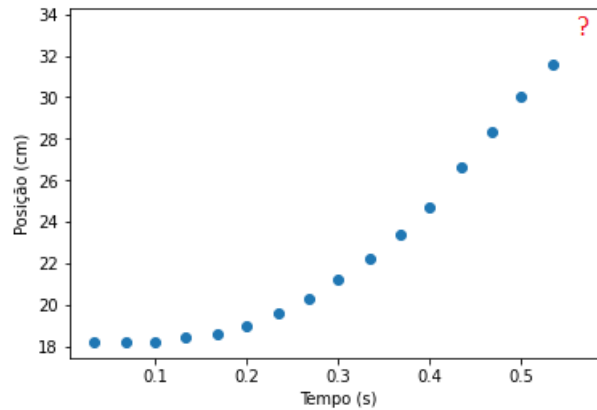


Figura 6: Gráfico da posição do bloco em função do tempo. Note que o ponto em t_{16} (marcado com "?") foi removido, uma vez que não sabemos a posição do bloco neste instante de tempo.

Através das marcações nas fitas métricas nos quadros do video **AM1** podemos deduzir que $\sin\theta = \frac{1}{3}$ e assumindo que a aceleração da gravidade seja $g \approx 9.80m/s^2 = 980cm/s^2$ então:

$$a_s(t) = \frac{980}{3} cm/s^2 \mid v_s(t) = \frac{980}{3}t + 0 cm/s \mid x_s(t) = \frac{980}{6}t^2 + 18.2 cm$$

Note que pelas observações podemos assumir que o corpo parte do repouso (i.e. $v_0 = 0$ e sua posição inicial ao longo da direção de movimento (i.e. x) é $x_0 = 18.2cm$. Na figura 7 podemos ver uma comparação entre os pontos gerados pelo modelo e os pontos observados na filmagem **AM1**. Note que a simulação não leva em consideração nenhum tipo de amortecimento e sendo assim superestima a posição do bloco ao longo do tempo.

2.4 Entrega

A entrega do EP consistirá no envio ("upload" até 23h55m do dia indicado no E-DISCIPLINAS), via e-disciplinas, de um arquivo zip contendo:

- Relatório no formato definido no "Appendix 1A, chapter 1, page 9", do livro do Gould (reproduzido abaixo). O relatório **deve obrigatoriamente ter as seções indicadas nesse apêndice**. Além disso, uma última seção deve ser anexada com a contribuição dos autores, em que deve constar as responsabilidades de cada membro da equipe. Como exemplo, veja a seção Author's Contributions em: <http://www.biomedcentral.com/1471-2105/16/35>.
- Os códigos fonte.
- Os arquivos json dos dados.

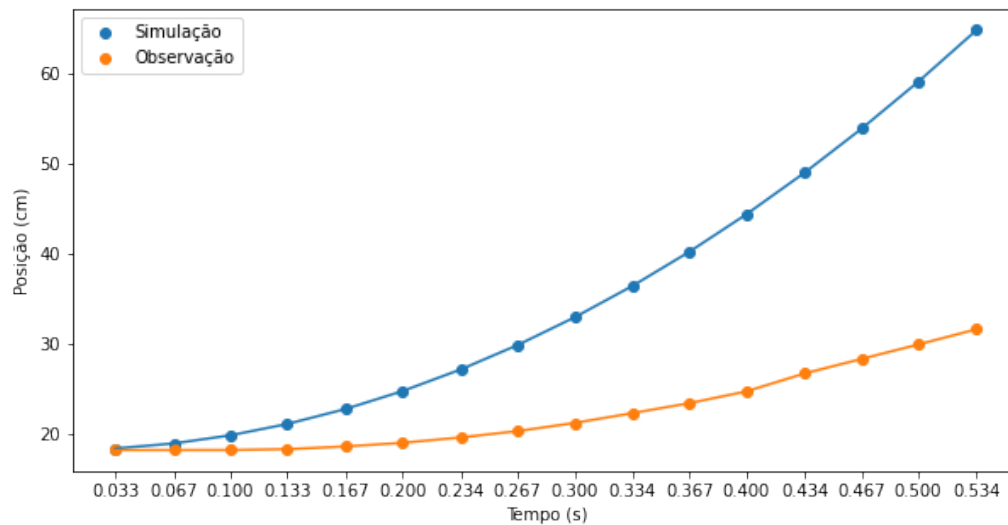


Figura 7: Comparação entre o modelo matemático e os dados observados. Note que sem considerar a massa e o atrito o modelo matemática tende a superestimar a posição do bloco ao longo do tempo.

2.5 Reprodução do Apêndice 1A do livro do Gould

Para facilitar sua vida, reproduzimos aqui o apêndice 1A do livro: "An Introduction to Computer Simulation Methods Applications to Physical System- "Laboratory reports"

"Laboratory reports should reflect clear writing style and obey proper rules of grammar and correct spelling. Write in a manner that can be understood by another person who has not done the research. In the following, we give a suggested format for your reports.

- **Introduction.** Briefly summarize the nature of the physical system, the basic numerical method or algorithm, and the interesting or relevant questions.
- **Method.** Describe the algorithm and how it is implemented in the program. In some cases this explanation can be given in the program itself. Give a typical listing of your program. Simple modifications of the program can be included in an appendix if necessary. The program should include your name and date and be annotated in a way that is as self-explanatory as possible. Be sure to discuss any important features of your program.
- **Verification of program.** Confirm that your program is not incorrect by considering special cases and by giving at least one comparison to a hand calculation or known result.
- **Data.** Show the results of some typical runs in graphical or tabular form. Additional runs can be included in an appendix. All runs should be labeled, and all tables and figures

must be referred to in the body of the text. Each figure and table should have a caption with complete information, for example, the value of the time step.

- **Analysis.** In general, the analysis of your results will include a determination of qualitative and quantitative relationships between variables and an estimation of numerical accuracy.
- **Interpretation.** Summarize your results and explain them in simple physical terms whenever possible. Specific questions that were raised in the assignment should be addressed here. Also give suggestions for future work or possible extensions. It is not necessary to answer every part of each question in the text.
- **Critique.** Summarize the important physical concepts for which you gained a better understanding and discuss the numerical or computer techniques you learned. Make specific comments on the assignment and suggestions for improvements or alternatives.
- **Log.** Keep a log of the time spent on each assignment and include it with your report.

3 Plágio

Plágio é a cópia/modificação não autorizada e/ou sem o conhecimento do autor original. O plágio é um problema grave que pode levar até a expulsão do aluno da universidade. Leia o Código de Ética da USP (em particular, a seção V): http://www.mp.usp.br/sites/default/files/arquivosanexos/codigo_de_etica_da_usp.pdf.